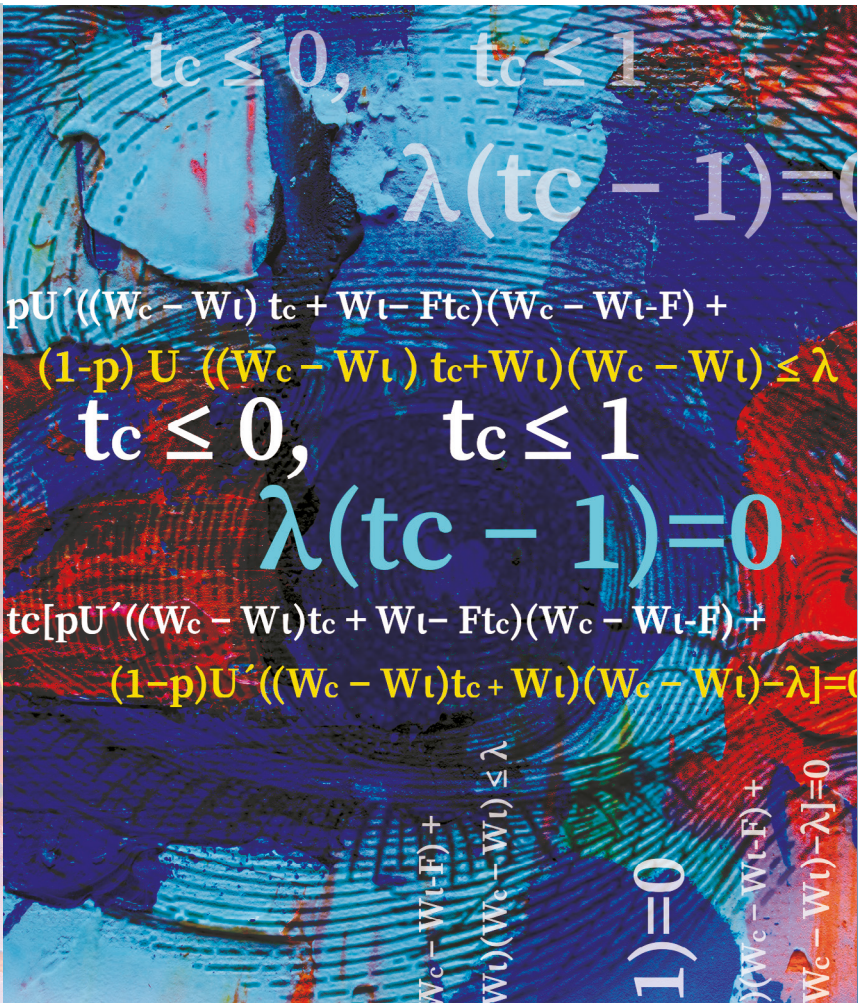


Teoría económica aplicada

Enrique R. Casares y Leobardo Plata
(Compiladores)





Enrique R. Casares

Doctor en Economía por el QMC, University of London. Es Profesor-Investigador del Departamento de Economía en la UAM Azcapotzalco. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores, Nivel 2. Su trabajo se enmarca en Macroeconomía, Crecimiento Económico, tanto teórico como aplicado, y en Modelos de Equilibrio General Aplicado.



Leobardo Plata

Doctor en Economía por la Universidad Autónoma de Barcelona, programa IDEA. Desde 2001 es Profesor-Investigador de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Miembro del Sistema Nacional de Investigadores, Nivel 3. Su trabajo se centra en Teoría Económica, Economía Matemática y sus Aplicaciones y Fundamentos.

Teoría económica aplicada

COLECCIÓN ECONOMÍA

SERIE ESTUDIOS

Teoría económica aplicada

Enrique R. Casares

Leobardo Plata

(Compiladores)

Universidad
Autónoma
Metropolitana



Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

Universidad Autónoma Metropolitana

Rector General

Dr. Eduardo Abel Peñalosa Castro

Secretario General

Dr. José Antonio De Los Reyes Heredia

Unidad Azcapotzalco

Rector

Dr. Oscar Lozano Carrillo

Secretaria

Dra. María de Lourdes Delgado Núñez

División de Ciencias Sociales y Humanidades

Director

Mtro. Miguel Pérez López

Secretario Académico

Lic. Gilberto Mendoza Martínez

Jefe del Departamento de Economía

Dr. Sergio Cámara Izquierdo

Coordinador de Difusión y Publicaciones

Dr. Alfredo Garibay Suárez

Primera edición, 2020

© **Universidad Autónoma Metropolitana**

Unidad Azcapotzalco

División de Ciencias Sociales y Humanidades

Coordinación de Difusión y Publicaciones

Av. San Pablo, 180, Edif. E, Salón 004,

Col. Reynosa Tamaulipas, Alcaldía Azcapotzalco,

C.P. 02200, Ciudad de México, Tel.: 5318-9109

www.publicacionesdcsh.azc.uam.mx

ISBN de la colección Economía: 978-607-477-111-4

ISBN de la obra: 978-607-28-2118-7

Se prohíbe la reproducción por cualquier medio sin el consentimiento del titular de los derechos patrimoniales de la obra.

Impreso en México/*Printed in Mexico*

INTRODUCCIÓN	19
ENRIQUE R. CASARES Y LEOBARDO PLATA (COMPILADORES)	

PRIMERA PARTE DELINCUENCIA

CAPÍTULO 1	33
LA MICROECONOMÍA DE LA ACTIVIDAD CRIMINAL Y SU CONTROL. EVIDENCIA PARA MÉXICO LEOBARDO PLATA PÉREZ, LUCÍA A. RUIZ-GALINDO Y EDGAR SÁNCHEZ CARRERA	

1. Introducción
2. Un modelo de decisión racional para distribuir el tiempo disponible entre actividades legales e ilegales
 - 2.1. Decisión del nivel de actividad criminal:
caso castigo fijo
 - 2.2. Decisión del nivel de actividad criminal:
caso castigo proporcional
3. Conclusiones

CAPÍTULO 2	49
LOS ROBOS A CASAS-HABITACIÓN Y SUS IMPLICACIONES DE POLÍTICA PÚBLICA: TEORÍA Y EVIDENCIA RAFAEL SALVADOR ESPINOSA RAMÍREZ ANTONIO RUIZ PORRAS	

1. Introducción

2. Modelo teórico-matemático
3. Estática comparativa: esfuerzo gubernamental y corrupción
4. Políticas óptimas
 - 4.1. Política óptima del gobierno local
 - 4.2. Estrategia de castigo
 - 4.3. Estrategia de incentivos
5. Evidencia empírica sobre la corrupción en el sector público y los robos a casa-habitación en América latina y norteamérica
6. Control de la corrupción del sector público y los robos a casa-habitación en América
7. Conclusiones

SEGUNDA PARTE FINANZAS Y POLÍTICAS PÚBLICAS

CAPÍTULO 3

83

SEGURIDAD SOCIAL EN MÉXICO

HORACIO SOBARZO

1. Introducción
2. Definiciones de informalidad, ilegalidad y seguridad social
3. Contexto 2015
 - 3.1. Informalidad alta y distribución por tamaño de empresa
 - 3.2. Empleo informal alto
 - 3.3. Alta movilidad entre el empleo formal e informal
 - 3.4. Características del sistema fiscal
4. Matriz de Contabilidad Social, 2015
 - 4.1. La medición de la informalidad
 - 4.2. La MCS aumentada
 - 4.3. Algunas aclaraciones pertinentes

5. El modelo
 - 5.1. Oferta
 - 5.2. Mercado de factores
 - 5.3. Demanda
 - 5.4. Gobierno
 - 5.5. Interacción mercados de factores y gobierno
 - 5.6. Procedimiento utilizado para estimar modelo y realizar simulaciones
6. Resultados 2015
 - 6.1. Descripción de escenarios
 - 6.2. Reforma del IVA en el esquema actual
 - 6.3. Reforma del IVA e introducción de un esquema de seguridad social universal (ssu)
 - 6.4. Reforma del IVA, creación de un sistema de seguridad único y compensación a los pobres
7. Conclusiones
- Apéndice
- Bibliografía

CAPÍTULO 4

119

EL IMPACTO DE LOS IMPUESTOS SOBRE EL TIEMPO DE TRABAJO EN MÉXICO CORALIA AZUCENA QUINTERO ROJAS

1. Introducción
2. Modelo teórico
 - 2.1. Equilibrio
 - 2.2. La brecha del trabajo
3. Metodología para el cálculo de los impuestos
4. Evaluación del modelo y fuentes de información
 - 4.1. Tasas impositivas promedio sobre el consumo y la inversión
 - 4.2. Tasas impositivas promedio sobre el ingreso del trabajo y el ingreso del capital
5. Análisis y discusión
 - 5.1. Las tasas de impuesto promedio en México

- 5.2. La brecha de trabajo en México y el rol de los impuestos
- 6. Conclusiones y recomendaciones
- Bibliografía

CAPÍTULO 5 **137**

**“FAIRTAX” EN MÉXICO: RENTA MÍNIMA Y SEGURIDAD SOCIAL
UNIVERSALES CON UN IMPUESTO SIMPLE Y PROGRESIVO
LEONARDO MEDRANO**

- 1. Introducción
- 2. La tasa de FairTax en México
- 3. Eficiencia económica
- 4. Problemas y posibles soluciones
- 5. Oxfram, bloomberg, forbes, pickety, la pobreza y la distribución de la renta
- 6. Conclusiones
- Bibliografía

Capítulo 6 **175**

**EL ÓPTIMO DE RESERVAS COMO MEDIDA
PRUDENCIAL EN LA BANCA DE DESARROLLO
MARIO GUTIÉRREZ-LAGUNES**

- 1. Introducción
- 2. Acumulación de reservas
 - 2.1. Nivel adecuado de reservas
 - 2.2. Efectivo
- 3. El comité de Basilea III
- 4. El modelo Miller–Orr
- 5. Una aplicación del modelo Miller–Orr
- 6. Conclusiones
- Apéndice

TERCERA PARTE TÓPICOS

CAPÍTULO 7

199

LA ELASTICIDAD DE SUSTITUCIÓN Y EL SUPUESTO ARMINGTON. UNA APLICACIÓN PARA MÉXICO

ENRIQUE R. CASARES

LUCIA A. RUIZ-GALINDO

1. Introducción
 2. Teoría
 3. El modelo econométrico
 - 3.1. Especificación
 - 3.2. Variables proxis
 - 3.3. Estimación y evaluación del modelo
 4. Conclusiones
- Apéndice

CAPÍTULO 8

215

LEGISLACIÓN Y PRÁCTICA EN LA PROVISIÓN DEL SERVICIO DE AGUA: UN ESTUDIO DE CASO A PARTIR DE LA TEORÍA DE JUSTICIA DISTRIBUTIVA

LEOBARDO PLATA PÉREZ

DALIA RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ

1. Introducción
2. El agua y su legislación en México
y San Luis Potosí
3. Teoría de justicia distributiva y soluciones al
problema de bancarrota
 - 3.1. Tres reglas de reparto importantes
4. Aplicación a tres localidades del municipio de
Mexquitic de Carmona,
San Luis Potosí
 - 4.1. Consumo futuro y su sustentabilidad
 - 4.2. Administración actual y propuesta de nuevas
tarifas sustentables
 - 4.3. Sistema de cobro actual para cubrir costos
 - 4.4. Tarifas de cobro por usuario

5. Conclusiones

Capítulo 9 257

**PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA A UN CRITERIO
DE TITULACIÓN EN LA FACULTAD DE ECONOMÍA
DE SAN LUIS POTOSÍ**

WILLIAM OLVERA-LÓPEZ

1. Introducción
 2. Presentación detallada del problema
 3. Propuestas de solución
 4. Aplicación de los resultados
 5. Agradecimientos
- Apéndice

Capítulo 10 269

**EL MERCADO LABORAL INFANTIL EN EL SECTOR
AGROPECUARIO MEXICANO: UN ANÁLISIS SOBRE
LA DINÁMICA ESPACIAL**

**GABRIELA RODRÍGUEZ-LICEA, FLOR DEL CARMEN PÉREZ-VERA
Y JUVENCIO HERNÁNDEZ-MARTÍNEZ**

1. Introducción
2. El mercado laboral infantil en el sector agropecuario
 - 2.1. Dinámica espacial
 - 2.2. Oferta y demanda del trabajo infantil
 - 2.3. Riesgos laborales del trabajo infantil
 - 2.4. Legislación laboral sobre el trabajo infantil
3. Evidencia empírica
4. Metodología
 - 4.1. Autocorrelación espacial
 - 4.2. Matriz de pesos espaciales
 - 4.3. Estadístico de dependencia espacial:
Índice de Morán
 - 4.4. Indicador local de asociación espacial (LISA)
 - 4.5. Variables y fuentes de información
5. Resultados
 - 5.1. Autocorrelación espacial

6. Conclusiones

CAPÍTULO 11 **303**

EL PROBLEMA DE LOS PLURINOMINALES:

UNA APLICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE BANCARROTA

JULIO CÉSAR MACÍAS PONCE

LUIS ALEJANDRO ESCOBAR LÓPEZ

1. Introducción
 2. El modelo matemático
 - 2.1 Preliminares
 - 2.2. La sobrerrepresentación
 - 2.3. Los problemas de bancarrota
 - 2.4. Juegos cooperativos
 3. Aplicación de problemas de bancarrota en la lxiii legislatura
 4. Un modelo de programación por objetivos
 - 4.1. Programación por objetivos para la LXII Legislatura
 5. Conclusiones
- Apéndice

CAPÍTULO 12 **317**

REPARTICIÓN DE COSTOS EN PROBLEMAS

DE PLANIFICACIÓN DE TAREAS

JOSS SÁNCHEZ-PÉREZ

1. Introducción
 2. El modelo básico
 3. El nuevo modelo
 - 3.1. Repartición de costos usando valor de Shapley
 4. Los axiomas y caracterización
 5. Conclusiones
- Bibliografía

CAPÍTULO 13 **337**

LA SEGMENTACIÓN Y LA DISCRIMINACIÓN

DE PRECIOS DE TERCER GRADO

MANUEL CASTILLO SOTO
MARÍA GUADALUPE GARCÍA-SALAZAR

1. Introducción
2. La diferenciación de precios y la segmentación de mercado
 - Ejemplo 1. Segmentación en el mercado de vitaminas
 - Ejemplo 2. Segmentación en las aerolíneas
3. Naturaleza de la segmentación
4. Optimización estándar en la práctica de la segmentación
5. Casos típicos de la formación de segmentos
6. Conclusiones

CAPÍTULO 14

365

**APLICACIONES DE SOLUCIONES DE
PROBLEMAS DE BANCARROTA EN
MUESTREO ESTRATIFICADO**

**JULIO CÉSAR MACÍAS PONCE
Y LUIS ALEJANDRO ESCOBAR LÓPEZ**

1. Introducción
2. Modelo teórico
 - 2.1. El problema de bancarrota
 - 2.2. Ejemplo sobre el problema de bancarrota y las reglas de reparto
 - 2.3. Muestreo estratificado
 - 2.4. Ejemplo de asignaciones de muestra en muestreo estratificado
3. Metodología
 - 3.1. El problema de bancarrota para el problema de muestreo estratificado
4. Caso de aplicación del problema de bancarrota en muestreo estratificado
 - 4.1. Resultados
5. Conclusiones

La demanda de seguros de vida en México**ROBERTO GALLARDO DEL ANGEL**

1. Introducción
 2. Revisión bibliográfica
 3. El mercado de seguros de vida
 4. Un modelo de generaciones traslapadas con motivo herencia y riesgo de pérdida de la cabeza del hogar
 5. La demanda por seguros de vida:
el análisis estadístico
 - 5.1. La forma funcional
 - 5.2. Los datos
 6. Conclusiones
- Apéndice

INTRODUCCIÓN

Enrique R. Casares y Leobardo Plata
(Compiladores)

La idea de difundir un libro sobre economía aplicada surge a partir de observar la distribución de lo que se publica en nuestro entorno. Notamos una diversidad de temas de interés, muy válidos, pero con sesgos fuertes en el alcance y profundidad de los temas abordados. Esto ha llevado a una buena parte de las publicaciones nacionales hacia una concentración excesiva en trabajos demasiado descriptivos que no profundizan en la explicación de los fenómenos tratados. Abundan las obras que usan técnicas fuertes, y respetables métodos económicos pero que no dan una explicación profunda y no exponen los mecanismos que generan los fenómenos y tendencias observadas. Por otro lado, hay unos cuantos trabajos de carácter plenamente teórico que no se validan empíricamente. Así, este libro pretende alcanzar dos objetivos primordiales. Primero, esta obra intenta llenar el vacío entre teoría y datos empíricos, ofreciendo una cartera de trabajos que modelan situaciones específicas de problemas o situaciones económicas y ofrece soluciones racionales y cuantitativas a las mismas. Segundo, las contribuciones están expuestas con un lenguaje claro y asequible para todo el conjunto de economistas que deseen conocer con rigurosidad teórica y empírica algún fenómeno económico.

En todos los capítulos, los autores plantean algún problema relacionado con economía, lo modelan con teoría económica, muestran datos y ofrecen soluciones posibles bien argumentadas. Esto fortalece la idea de generar trabajos aplicados que resuelvan problemas de la economía real, aportando modelaciones y soluciones. Los que toman decisiones

pueden usar estos modelos como referencia para argumentar sus decisiones. También, esta obra favorece la vinculación y difusión del conocimiento entre todos los actores involucrados en problemas de la economía real. Esperamos que los tomadores de decisiones, interesados en este libro, aprovechen los modelos y soluciones ofrecidas en esta investigación.

El libro se divide en tres partes. La primera “Delincuencia”, contiene dos aportaciones sobre este tema tan presente en el México actual. La segunda parte “Finanzas y Políticas Públicas” contiene cuatro aportaciones, en donde se estudian los impuestos y gastos alternativos que podría implementar el gobierno central. Así, como un análisis de la banca de desarrollo. La tercera parte “Tópicos”, se abordan temas tan variados, pero muy importantes, como el cálculo de la elasticidad de sustitución entre bienes domésticos e importados, el uso del agua, la titulación en universidades públicas, trabajo infantil, legisladores plurinominales, repartos de costos, fijación de precios por las empresas, tamaño de muestras en muestreo estratificado y demanda de seguros de vida.

En el primer capítulo, Leobardo Plata Pérez, Lucía A. Ruiz-Galindo y Edgar Sánchez Carrera afirman que los niveles de incidencia de actividad criminal en una región o en un país, provienen en última instancia de dos factores. Por un lado, de las decisiones de los individuos, los cuales tienen libertad para decidir la distribución de su tiempo laborable, realizando actividades legales y/o ilegales. Por otro lado, de las condiciones del entorno donde los agentes toman sus decisiones. En el modelo presentado, basado en los trabajos de Gary Becker, el entorno de la decisión se representa con dos parámetros: la probabilidad de que un delincuente sea sorprendido, y posiblemente castigado cometiendo un delito y el tamaño del castigo para quien es sorprendido y castigado por haber cometido el delito. El modelo se basa en un juego de dos etapas. En la primera el estado pone la probabilidad de sorprender a los delincuentes y el tamaño del castigo. Los

individuos, con base en las señales del gobierno, deciden su nivel de actividad criminal. Así, la modelación del tamaño del castigo y su relación con la ganancia adicional obtenida, en actividad criminal respecto de actividad legal, es fundamental. Cuando lo que se obtenga por dedicarse plenamente a la actividad criminal supera el tamaño del castigo, el individuo dedica tiempo completo a la actividad criminal. Si el producto del castigo y la probabilidad de ser sorprendido son suficientemente altos, se logra persuadir para que no se cometan delitos. En la parte empírica se presentan datos avalados por la ONU sobre incidencia y castigo. En México durante el periodo 2003 a 2017, hubo un promedio de alrededor de 200 delincuentes castigados por cada 100 mil habitantes. La efectividad del gobierno, medida por la probabilidad de ser sorprendido y castigado fue de 0.21 en una escala que considera el rango (-2.5, 2.5). Esto representa una probabilidad cercana al 4% para que un delincuente sea castigado.

Continuando con el tema de actividad criminal, en el capítulo 2, Rafael Salvador Espinosa Ramírez y Antonio Ruiz Porras estudian las relaciones entre las políticas orientadas a inhibir el robo a casa habitación, y la corrupción en la policía. Primero desarrollan un modelo teórico en donde definen las funciones de utilidad del ciudadano honesto, del policía y la del asaltante. Estas utilidades son usadas por el gobierno local para maximiza el bienestar y establecer el esfuerzo usado para inhibir el delito. El equilibrio político es el resultado de un juego en dos etapas. En la primera etapa el asaltante soborna al policía para influir en la decisión sobre el nivel de esfuerzo del gobierno local. En la segunda, el gobierno establece su política de esfuerzo para reducir los robos a casas-habitación. Deducen que un incremento en el esfuerzo del gobierno aumentaría la probabilidad de que el asaltante sea atrapado, reducirá la utilidad del asaltante, la utilidad de los policías corruptos, y se reducirá los robos a casa-habitación. También, estudian la intervención del gobierno central y los efectos de

imponer estrategias de premio y castigo a los policías. Los autores, utilizando datos sobre la percepción de la corrupción en el sector público (proxy de la corrupción en la policía) y los robos a casa-habitación en nueve países de América Latina y Norteamérica durante el periodo 2003-2015, encuentran una relación entre el control de la corrupción y el número total de robos que tiene forma de “U” invertida y una relación no lineal negativa entre el control de la corrupción y la tasa de robos. Por tanto, la evidencia muestra que la tasa de robos disminuye cuando crece el control de la corrupción. Para México, por ejemplo, las estimaciones sugieren que solo mejoras muy grandes en el control de la corrupción reducirán el número y la tasa de robos del país.

En el capítulo 3, Horacio Sobarzo reproduce el trabajo desarrollado por Antón Hernández y Levy (2012), en donde la propuesta es eliminar el sistema actual de contribuciones a la seguridad social en el sector formal a favor de un seguro de cobertura universal, el cual se propone financiar a través de una reforma impositiva basada en impuestos al consumo. El autor menciona que la idea central de Antón, *et. al.* es que, en el esquema actual, se grava a la formalidad con programas de seguridad social contributivas y se subsidia a la informalidad con programas de seguridad social no contributiva. El autor pone énfasis en el mercado laboral (formal e informal) y como este se ajusta cuando se eliminan las distorsiones mencionadas. Con la finalidad de lograr su objetivo, el autor construye una Matriz de Contabilidad Social (MCS) para México para el 2015, en donde se consideran tres sectores; dos sectores formales constituidos por el sector de medicinas y alimentos, y otros, resto de los sectores formales, y un sector informal. Además, considera tres factores (trabajo formal, trabajo informal y capital) y las cuentas de los hogares, gobierno y ahorro-inversión. El autor realiza simulaciones para cuantificar escenarios de reforma impositiva y de seguridad social. En el escenario más ilustrativo, se grava a todos los sectores

(incluyendo medicinas y alimentos) con un IVA de 16% y se crea un sistema de seguridad social universal, el cual consiste en la desaparición de las contribuciones a la seguridad social en el sector formal y destinar recursos a un sistema de cobertura para toda la población. Los resultados que el autor menciona son: costos bajos en el sector formal debido a que las empresas ya no pagan cuotas a la seguridad social, encarecimiento relativo de la mano de obra informal frente a la formal, expansión del sector formal y reducción del informal y obtención de recursos extras por parte del gobierno por la reforma del IVA. Por último, concluye que los resultados arrojados por su modelo reproducen con mucha fidelidad los resultados que se presentan en Antón, *et. al.*

En el capítulo 4, Coralia Azucena Quintero Rojas estudia el papel que juegan los impuestos como uno de los determinantes de la brecha entre la tasa marginal de sustitución del consumo por el ocio y el producto marginal del trabajo, el llamado “Labor Wedge” (LW), en México durante el periodo 1990–2010. La autora construye series de tiempo anuales de las tasas impositivas promedio sobre el consumo, la inversión, ingreso del trabajo y del capital. Utilizando el modelo tradicional de crecimiento neoclásico e incorporando en éste las tasas impositivas promedio antes mencionadas, la autora calcula el LW. La autora concluye que las tasas impositivas promedio afectan el desempeño del mercado de trabajo en México debido a su efecto sobre la oferta laboral y que sus resultados sugieren que la política fiscal resulta clave para reducir el problema de desempleo y subempleo en México, pues entre menor sea la carga fiscal, menor será el efecto distorsionador de los impuestos, con lo que, al irse reduciendo el LW, la economía se acercaría al pleno empleo.

Leonardo Medrano, en el capítulo 5, evalúa el diseño e implementación del FairTax (FT) en México, donde el FT es un impuesto que reemplazaría todos los impuestos federales sobre la renta de las personas físicas y morales y los impues-

tos sobre nómina (incluyendo cuotas de seguridad social) y se aplicaría, una sola vez, en el punto de compra, a todos los productos y servicios destinados al consumo personal. Además, la propuesta incluye un reembolso universal por anticipado a las familias del impuesto sobre las compras. Calcula la tasa del FT y el importe universal a reembolsar por anticipado que llevaría a recaudar lo mismo que recauda el sistema actual. A través de las cifras del total de ingresos ordinarios del sector público para los años de 1990 a 2014, del Sistema de Cuentas Nacionales, construye una variable que sería equivalente a los impuestos recaudados por el FT y que denomina “tributarios a sustituir con el FT”. Presenta simulaciones en donde, para distintos valores del porcentaje a reembolsar, estima la tasa de impuesto del FT y la cantidad de reembolso en efectivo por familia, para los diez deciles de hogares. De lo anterior, deduce que el FT es más progresivo cuanto mayor es el importe por reembolsar. Por último, menciona que algunos problemas por la implementación del FT en México, por mencionar algunos, es que generaría una enorme economía sumergida, pero, aun así, el FT recaudaría más por el hecho de que en algún momento parte de los ingresos de la actividad del mercado negro son gastados en consumo legal.

En el capítulo 6, Mario Gutiérrez-Lagunes estudia el papel de la acumulación de reservas y la determinación del nivel óptimo de las mismas. Para ello, primero realiza una revisión de la literatura para países y empresas en estos temas. Señala que el objetivo en la administración del efectivo es determinar el coeficiente prudencial de liquidez que permita fijar la provisión mínima de activos líquidos que deberá poseer la institución para que cumpla con sus obligaciones. Menciona que, a raíz de la crisis económica mundial de 2007, el Comité de Basilea III propone medidas con pautas detalladas sobre cómo gestionar y supervisar el riesgo de liquidez de alguna entidad. Por otro lado, señala que existen diversas metodologías para medir el nivel adecuado de reservas, y en particular

se enfoca en explicar la metodología de Miller-Orr. El modelo Miller-Orr supone que los flujos de efectivo siguen un camino aleatorio, que las entradas y salidas de efectivo siguen una distribución normal y que el nivel deseable del flujo de efectivo se encuentra entre un intervalo, para lo cual se fijan un límite superior e inferior. Por último, muestra una aplicación de este modelo para una institución financiera mexicana cuya actividad principal es otorgar créditos en moneda extranjera a las empresas en México.

El supuesto Armington afirma que los bienes importados y nacionales son sustitutos imperfectos cuando varían sus precios. Utilizando este supuesto, se puede determinar la llamada elasticidad Armington, que es ampliamente utilizada en los modelos de ciclos económicos internacionales reales, con datos agregados, y en los modelos de equilibrio general aplicado, con datos desagregados.

En el capítulo 7, Enrique R. Casares y Lucía A. Ruiz-Galindo consideran un comprador nacional que maximiza una función de utilidad de elasticidad constante de sustitución sujeto a su restricción presupuestal. Las condiciones de primer orden conducen a la demanda relativa de bienes importados a domésticos en función de sus precios relativos. Utilizando esta forma funcional de la demanda relativa, se estima la elasticidad Armington con datos agregados de la economía mexicana. La macro elasticidad Armington es de 0.4838 para la economía mexicana. Así, la demanda relativa es inelástica, de manera que el efecto de los precios relativos sobre esta es débil.

En el capítulo 8, Leobardo Plata (UASLP) y Dalia Rodríguez analizan el problema del agua. El agua es un bien necesario para la sobrevivencia humana. La recolección, distribución y cobro por el servicio del vital líquido han sido siempre sujetos a debate. El capítulo presenta un breve panorama sobre la importancia del agua y la legislación subyacente. La Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) es el organismo federal que en

coordinación con los organismos municipales se encargan de la provisión del servicio. En municipios relativamente pequeños sin tanta infraestructura se crean comités de ciudadanos para que regulen la distribución y cobro del servicio. El trabajo presenta un caso de tres localidades que se coordinan para administrar un pozo. Se observa una ineficiencia al cobrar a cada hogar una tarifa fija sin importar el uso del agua. Para cambiar la situación, se aplican las soluciones del clásico problema de bancarrota, de la teoría de juegos, para diseñar tarifas de cobro que tratan de implementar conceptos de justicia distributiva. Se hace también un breve análisis sobre la sustentabilidad.

El capítulo 9 de William Olvera-López nos presenta un interesante caso de la aplicación de la programación lineal para solucionar una inconsistencia entre legislaciones vigentes en una misma institución. El Examen General de Egreso (EGEL) del CENEVAL es muy útil para medir y comparar el desempeño de los egresados de diferentes instituciones en las diferentes licenciaturas. La legislación de la UASLP permite que un egresado que presente el EGEL y obtenga nivel de Excelente o Sobresaliente, por parte de CENEVAL, pueda titularse de manera “automática” realizando una ceremonia protocolaria de titulación. Esto lo exime de realizar una tesis o de pagar cursos de titulación para presentar su examen general de conocimientos al interior de su escuela o Facultad. La Facultad de Economía de la UASLP creó un criterio interno basado en un promedio sobre las calificaciones obtenidas en las cinco áreas en que se avalúan sus carreras. Los umbrales definidos en el criterio local resultan inconsistentes con la legislación de la UASLP. Para solucionar el conflicto, se usa la programación lineal para incorporar la legislación general y llegar a unos umbrales consistentes con el espíritu de la legislación local (Facultad de Economía) y la general (UASLP).

En el capítulo 10, Gabriela Rodríguez-Licea, Flor del Carmen Pérez-Vera y Juvenio Hernández-Martínez aplican

las técnicas de econometría espacial para analizar los desplazamientos y la dinámica de la mano de obra infantil en actividades agropecuarias en México. La idea es ver si el factor localización explica la dinámica y las aglomeraciones en el mercado laboral infantil. Se esperaría que los estados del norte, demandantes de mano de obra agrícola crearan mayores aglomeraciones de mano de obra infantil. La evidencia muestra que los infantes no son tan demandados en los estados del norte debido a factores como la carencia de infraestructura. De este modo, los infantes de los estados expulsores del sur quedan sujetos a los riesgos del rezago en sus áreas, lo cual limita el desarrollo de la actividad agroindustrial y del país en general.

En el capítulo 11, se presenta una interesante aplicación de las soluciones a los problemas de bancarrota por Julio César Macías Ponce y Luis Alejandro Escobar López. En el sistema electoral vigente se asignan puestos al partido o coalición ganadora y los partidos o coaliciones no ganadoras pero que cumplen con ciertos porcentajes mínimos en las votaciones. La idea es que todos los partidos queden “bien representados”. Los autores consideran once municipios del Estado de Aguascalientes que comparan la asignación oficial de representantes plurinominales, por la vía del principio de representación proporcional, con la asignación generada por las soluciones de bancarrota. La idea es simple pero muy importante para analizar los aspectos de distribución justa de nuestro sistema electoral. Los lugares no asignados al partido o coalición ganadora representan el monto a repartir. Las demandas de los aspirantes a puestos plurinominales se forman a partir de los porcentajes de votación de cada partido no ganador.

En el capítulo 12, Joss Sánchez-Pérez usa las técnicas de la teoría de juegos cooperativos y propone una solución práctica de repartos de costos para una serie de problemas conocidos como planificación de tareas. Hay un servidor que puede

ser usado por un número finito de usuarios, pero solamente se puede dar el servicio a un único usuario a la vez. Esto ocasiona que los demás tengan que esperar originando costos de espera. Un planificador tendrá que elegir el ordenamiento eficiente que minimice el costo total de espera y repartirlo entre todos los usuarios. El problema se puede presentar en muchos servicios públicos y privados. El autor generaliza un trabajo previo, usando ahora una modificación del concepto de potencial, introducido por Hart y Mas-Colell. El trabajo, ilustra la ventaja de la cooperación coordinada para resolver problemas colectivos buscando eficiencia y aspectos de distribución justa de costos comunes.

Manuel Castillo Soto y María Guadalupe García-Salazar, en el capítulo 13, revisan algunos modelos de discriminación de precios de tercer grado (Dp3), lo que regularmente se entiende como segmentación del mercado. Los autores mencionan que la Dp3 es una estrategia de precios que consiste en aplicar precios diferentes de un bien o servicio “diferenciado” a n segmentos heterogéneos de consumidores. Además, señalan que el concepto de la elasticidad-precio es quien da la pauta para establecer un esquema de Dp3. A través de ciertos principios, los cuales implican que los segmentos tengan el mismo ingreso marginal, con un costo marginal fijo para todos los segmentos, una empresa maximizara sus utilidades para un nivel determinado de oferta, cuando fija un precio bajo al segmento del mercado elástico y un precio alto al del mercado inelástico. En particular, analizan el caso de las vitaminas que vende la tienda Costco donde la única diferencia es la marca, el de las aerolíneas que asignan diferentes precios a los boletos de avión de la clase ejecutiva y clase turista, y el de las entradas a un delfinario, haciendo hincapié entre turistas y residentes.

En el capítulo 14, Julio Cesar Macías Ponce y Luis Alejandro Escobar López nos ofrecen otra interesante aplicación de las soluciones del problema de bancarrota en la estadística.

Particularmente en el diseño del tamaño de muestras en un muestreo estratificado. En un universo heterogéneo de objetos puede estar partido en un número finito de grupos relativamente homogéneos. Si se conoce el tamaño del universo y los tamaños posiblemente distintos de cada grupo, dado un tamaño de muestra n del universo, hay que seleccionar los tamaños de muestra $n_1 \dots n_k$ de cada uno de los k grupos o estratos de modo que queden justamente representados y se cumpla que $n_1 + \dots + n_k = n$. Se presentan y comparan las diversas soluciones de bancarrota con los criterios estadísticos comunes para el caso de ingresos de cuatro tipos de hogares en un muestreo realizado la Ciudad de Los Ángeles CA.

Roberto Gallardo Del Ángel, en el capítulo 15, desarrolla un modelo de generaciones solapadas en dos periodos y encuentra la forma funcional de la demanda de seguros de vida, a través de resolver un problema de optimización restringida. El modelo considera un solo consumidor, donde la probabilidad de que viva un periodo esta dada por p , y de que viva dos periodos está dada por $(1 - p)$. Además, supone que en el primer período el consumidor recibe un flujo de ingresos de dos tipos de fuentes, una en forma de *stock* de riqueza W y la otra en forma de un flujo adicional de ingresos provenientes de su capital humano H . En el segundo período de vida, el consumidor no produce nada y consume todos sus ingresos acumulados del capital humano y sus ahorros. Asimismo, ante el riesgo de muerte, el consumidor adquiere un contrato de seguro de vida en sus años productivos y el costo de dicho seguro es incorporado dentro de su restricción presupuestaria. Menciona que la función de demanda encontrada depende del capital humano, del *stock* de riqueza, de la probabilidad de que el consumidor viva un solo periodo y del precio del seguro de vida, el cual es interpretado como un gasto de carga (loading charge). También, hace notar que hay una relación positiva entre la demanda de contratos de seguro de vida y los ingresos provenientes del capital humano, y una relación negativa

entre la demanda y el precio del seguro de vida. A partir de esto, estima la función de demanda encontrada por el modelo utilizando un análisis de regresión con variables instrumentales con el método de estimación de mínimos cuadrados en dos etapas con microdatos de la Encuesta Nacional de Ingreso y Gasto de los Hogares (ENIGH) 2012. El autor menciona que los principales resultados de este análisis empírico es que se encuentra evidencia de que el ingreso, la educación y el precio son variables significativas en la demanda de seguro de vida, ya que cuando la educación y el ingreso aumenta, la demanda de seguro de vida también aumenta, y que cuando las primas del seguro aumentan, la demanda de seguro de vida disminuye, lo cual concuerda con el modelo teórico.

Así, se ha cubierto un amplio espectro de la problemática económica para mostrar la teoría económica aplicada. Por tanto, concluimos que es posible efectuar una aplicación consistente que integre la formalidad de la teoría económica con la de las técnicas fundamentales del modelado estadístico.

PRIMERA PARTE

DELINCUENCIA

LA MICROECONOMÍA DE LA ACTIVIDAD CRIMINAL Y SU CONTROL. EVIDENCIA PARA MÉXICO

Leobardo Plata Pérez,*
Lucía A. Ruiz-Galindo**
y Edgar Sánchez Carrera***

1. INTRODUCCIÓN

El crimen es considerado como una actividad económica de la que se pueden obtener costos y beneficios. Estos se encuentran condicionados por las decisiones de la sociedad en cuanto a los recursos que se destinan a desincentivarlo mediante diversas leyes y castigos provenientes del estado gobernante. La consideración ha sido percibida desde hace tiempo por los economistas. Destacamos el trabajo pionero de Becker (1968) y el de Ehrlich (1973). Un modelo muy similar al que presentamos aquí es el de Block y Heineke (1975), quienes hacen énfasis en las soluciones interiores en un ambiente con dis-

* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, lpata@uaslp.mx

** Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco,
laruizg@azc.uam.mx

*** Department of Economics, Society, and Politics at the University of Urbino Carlo Bo, Italy. Research Fellow at Research Center in Applied Mathematics at the Autonomous University of Coahuila (CIMA UAdeC), Mexico, edgar.sanchezcarrera@uniurb.it

tribuciones de probabilidad continuas. A diferencia de ellos, nuestro modelo usa una distribución discreta de probabilidad, y analiza con detalle toda la optimización, incluyendo las soluciones esquina. El objetivo, desde el punto de vista económico, consiste en contribuir a la comprensión de las causas que orillaban a las personas a cometer actos ilícitos y su posible control por parte del Estado.

Tanto Becker como Ehrlich logran interpretar el proceso racional que sigue un individuo que decide cometer un delito considerando sus propias preferencias y las variables del entorno que lo rodea. Estas variables tienen que ver con las leyes y las decisiones de política criminal que adopta el estado, constituyen el entorno donde el individuo se desarrolla. Con su enfoque, Becker logró integrar una amplia gama de comportamientos; planteaba los costos sociales y económicos provenientes de la conducta criminal.

Podemos observar que históricamente no existe una completa obediencia a la ley en ningún lugar. Aunque hay una diversidad de sociedades distintas, generalmente se gastan recursos públicos y privados con el fin de prevenir daños y aprehender a los agresores. Las condenas, regularmente no son consideradas como un castigo suficiente por sí mismas, ya que la probabilidad de que un agresor sea descubierto y condenado, así como la naturaleza y extensión del castigo, varía entre las personas y entre las distintas actividades ilícitas. Los autores señalados resuelven este punto acudiendo a pensar en variables y parámetros promedio.

Suponemos que los individuos racionales eligen cometer actos criminales debido a los incentivos y recompensas provenientes de la actividad criminal. Obviamente toman en cuenta la probabilidad de aprehensión y el tamaño del posible castigo.

Los trabajos de Becker (1968) y Ehrlich (1973) son de un carácter bastante general, aunque un tanto oscuros en los detalles técnicos. Explican bien la intuición económica de las

soluciones interiores de las respectivas optimizaciones. Sin embargo, no explotan especificaciones precisas de funciones de utilidad, ni la posibilidad e interpretación de soluciones esquina provenientes de los valores de los parámetros. En este trabajo hemos preferido explotar, con cierto rigor, el tipo de solución que se obtiene con las diversas posibilidades de los parámetros. No modelamos el problema completo, a la manera de Becker, como una situación de un juego no cooperativo secuencial donde el gobierno decide en una primera etapa, la probabilidad de ser castigado y el monto del castigo por delinquir. El agente criminal, en una segunda etapa, decide la distribución de su tiempo entre actividades legales e ilegales. El trabajo presente está dedicado solamente a la segunda etapa. Nos interesa analizar con cierta profundidad el tipo de decisión racional que realiza el agente, para distribuir su tiempo entre las actividades legales e ilegales, en función de sus preferencias y el entorno proveniente de los parámetros impuestos por el estado respecto magnitud del castigo y probabilidad de que se reciba el mismo.

2. UN MODELO DE DECISIÓN RACIONAL PARA DISTRIBUIR EL TIEMPO DISPONIBLE ENTRE ACTIVIDADES LEGALES E ILEGALES

El modelo que presentamos proviene de un juego en dos etapas en el que intervienen dos jugadores. El primer agente representa al estado, o la sociedad, mientras que el segundo representa al sujeto representativo que decide distribuir su tiempo entre actividades legales o criminales. En la primera etapa, el estado decide sobre la **probabilidad de procesar** a alguien, que sea sorprendido cometiendo un delito, y sobre el **tamaño de la pena o castigo** que se le impone. Suponemos que el estado tiene el poder y dispone de los medios para controlar y decidir la magnitud de estas variables. En la segunda

etapa del juego, el jugador una vez observadas las variables que el estado le pone en su entorno, decide sobre su **nivel de actividad criminal** dado el entorno y sus propias preferencias. Este nivel constituye una especie de “oferta de crimen”. En este trabajo solo nos dedicamos a la segunda etapa.

Estamos suponiendo agentes racionales que maximizan sus funciones objetivo, que explicamos más adelante. Tienen preferencias fijas, acumulan y procesan la información disponible en los mercados. La decisión de cometer actividad criminal se hace en un contexto de incertidumbre. El criminal no sabe con certeza si lo van a sorprender y por tanto castigar, o si puede cometer el acto ilícito, recibir los beneficios del mismo y no ser castigado. Debido a ello, decide su nivel de actividad criminal optimizando una función de utilidad esperada en el sentido de Von Newman–Morgenstern.

2.1. Decisión del nivel de actividad criminal: caso castigo fijo

Los individuos disponen del recurso tiempo en cantidad limitada, T , un agente representativo tiene que repartir su tiempo en dos actividades: tiempo destinado a actividades legales (T_l) y tiempo destinado a cometer actividad criminal (T_c). Con el fin de simplificar el modelo podemos suponer que $T = 1$, y hablar de los porcentajes de tiempo dedicado a cada una de las actividades, ello equivale a introducir una normalización que no le resta ninguna generalidad al modelo. Así pues, si $t_l = T_l/T$ es el porcentaje de tiempo dedicado a las actividades legales y $t_c = T_c/T$ el porcentaje de tiempo dedicado a la actividad criminal, se tiene:

$$1 = t_l + t_c$$

Cada una de las actividades es valorada en el mercado con salarios distintos, w_l y w_c , que corresponden al ingreso

obtenido por una unidad de actividad legal o criminal respectivamente. De este modo $w_l t_l$ es el ingreso obtenido por las actividades legales y $w_c t_c$ es el ingreso obtenido por las actividades ilegales.

La utilidad del agente se representa mediante una función $U(X)$ que depende de la cantidad de bienes consumidos, X , la cual es una variable que depende directamente del ingreso obtenido por el agente. Este ingreso es aleatorio porque depende de la probabilidad, p , de que el individuo sea aprehendido y castigado con una multa F cuando comete actividad criminal o no lo sea. Esto ocasiona que tanto el nivel de consumo como la utilidad sean variables aleatorias. Tenemos dos posibles estados finales, que se traducen en los dos posibles niveles de consumo. El consumo final cuando el individuo es sorprendido cometiendo delito es:

$$X_a = w_c t_c + w_l t_l - F \text{ (consumo con castigo).}$$

Notamos que en este caso el ingreso disponible será el obtenido en los dos tipos de actividades menos el castigo F impuesto por el estado. El consumo final cuando el individuo no es sorprendido cometiendo la actividad criminal es:

$$X_b = w_c t_c + w_l t_l \text{ (consumo sin castigo).}$$

Así pues, apelando a la teoría de la utilidad esperada, el individuo representativo elige los niveles de actividades (lícitas e ilícitas), atendiendo a las restricciones del entorno, sus preferencias representadas por una función de utilidad monetaria $U(x)$ y restricción de tiempo. El problema se puede representar como sigue:

$$\text{Max } EU(X) = pU(X_a) + (1 - p) U(X_b)$$

$$t_c, t_l \quad (*)$$

$$\text{s. a.} \quad t_c + t_l = 1$$

Si suponemos eficiencia en el uso del tiempo disponible, $t_l = 1 - t_c$. Podemos entonces sustituir los valores de los consumos respectivos notando que

$$w_c t_c + w_l t_l = w_c t_c + w_l (1 - t_c) = (w_c - w_l) t_c + w_l$$

El problema de optimización se puede reescribir como:

$$\text{Max } EU(X) = pU((w_c - w_l)t_c + w_l - F) +$$

$$(1 - p) U((w_c - w_l)t_c + w_l)$$

$$\text{s. a.} \quad 0 \leq t_c \leq 1$$

La condición de primer orden nos dice que hay un $\lambda \geq 0$:

$$pU'((w_c - w_l)t_c + w_l - F)(w_c - w_l) +$$

$$(1 - p) U'((w_c - w_l)t_c + w_l)(w_c - w_l) \leq \lambda \quad (1)$$

$$t_c \geq 0, \quad t_c \leq 1 \quad (2)$$

$$\lambda(t_c - 1) = 0 \quad (3)$$

$$t_c [pU'((w_c - w_l)t_c + w_l - F)(w_c - w_l) + \quad (4)$$

$$(1 - p) U'((w_c - w_l)t_c + w_l)(w_c - w_l) - \lambda] = 0$$

Analizando este problema notamos que hay cuatro casos o zonas de la región factible donde potencialmente puede estar el óptimo. Esto proviene de las dos restricciones de la región factible.

$$\text{Caso 1: } t_c = 0, \quad t_c = 1$$

$$\text{Caso 2: } t_c = 0, \quad t_c < 1$$

$$\text{Caso 3: } t_c > 0, \quad t_c = 1$$

$$\text{Caso 4: } t_c > 0, \quad t_c < 1$$

Es muy común en la literatura poner hipótesis para solamente analizar la solución interior. Veamos que, en este caso, ello no tiene mucho sentido. El caso 1 es claramente imposible. En el caso 2 las condiciones se convierten en $t_c = 0, \lambda = 0$. Con ello automáticamente se cumplen (2)-(4) y (1) queda como

$$pU'(w_l - F)(w_c - w_l) + (1 - p)U'(w_l)(w_c - w_l) \leq 0$$

Esta condición no se cumple, obviamente bajo el supuesto de que $U(\cdot)$ es una función creciente y definida solamente en los reales no negativos. Tendríamos que asumir también que el castigo es menor que el ingreso generado en trabajo legal. El caso (4) representa la solución interior, lo cual implica $\lambda = 0$ y que se satisfaga

$$pU'((w_c - w_l)t_c + w_l - F)(w_c - w_l) + \\ (1 - p)U'((w_c - w_l)t_c + w_l)(w_c - w_l) = 0$$

lo cual es imposible bajo U creciente y con dominio los no negativos.

Finalmente, notamos que con el caso 3 las condiciones (1)-(4) se satisfacen en el punto $t_c = 1$ y con $\lambda = pU'(w_c - F)(w_c - w_l) + (1 - p)U'(w_c)(w_c - w_l)$. Tenemos pues una solución de esquina. Hemos probado el resultado siguiente.

Proposición 1

Si la función de utilidad monetaria es creciente y $w_c > F$ entonces $t_c = 1$ soluciona el problema ().*

El resultado no debe sorprendernos, es consecuencia de que el salario en actividad criminal sea mayor al salario en actividad legal y el hecho de que el castigo es menor que el salario criminal. Aunque el individuo dedique todo su tiempo a la actividad criminal, si lo sorprenden sigue teniendo utilidad positiva. Para cualquier nivel t_c de actividad criminal, la función objetivo es creciente y por tanto su óptimo es en la esquina derecha. En el planteamiento anterior la probabilidad no juega ningún papel.

2.2. Decisión del nivel de actividad criminal: caso castigo proporcional

Para lograr algún resultado de tipo interior tenemos que modificar el ambiente del decisor. Una forma de hacerlo es poner un castigo creciente en función de la cantidad de tiempo dedicado a la actividad criminal. Esta ligera modificación consiste en sustituir el castigo fijo F por uno proporcional al tiempo dedicado al delito. Para ello solamente cambiamos F por Ft_c en la función objetivo. El problema de optimización es ahora el siguiente

$$\begin{aligned} \text{Max } EU(X) &= pU(w_c - w_l)t_c + w_l - Ft_c + \\ &(1 - p)U(w_c - w_l)t_c + w_l \quad 0 \leq t_c \leq 1 \quad (**) \end{aligned}$$

El individuo tiene que elegir un porcentaje de tiempo de actividad criminal. Tiene dos puntos extremos. Si decide no delinquir, $t_c = 0$ y obtiene el ingreso w_l . Si decide delinquir todo el tiempo, $t_c = 1$ y obtiene el ingreso $w_c - F$ o el ingreso w_c , dependiendo si lo sorprenden o no con probabilidad p . Si decide elegir un t_c mayor a cero y menor a uno obtiene ingreso $(w_c - w_l)t_c + w_l - Ft_c$ con probabilidad p e ingreso $(w_c - w_l)t_c + w_l$ con probabilidad $1 - p$. Las condiciones de primero orden pueden plantearse como sigue.

Hay un $\lambda \geq 0$:

$$pU'((w_c - w_l)t_c + w_l - Ft_c)(w_c - w_l - F) + \quad (5)$$

$$(1 - p) U'((w_c - w_l)t_c + w_l)(w_c - w_l) \leq \lambda$$

$$t_c \geq 0, \quad t_c \leq 1 \quad (6)$$

$$\lambda(t_c - 1) = 0 \quad (7)$$

$$t_c[pU'((w_c - w_l)t_c + w_l - Ft_c)(w_c - w_l - F) + \quad (8)$$

$$(1 - p) U'((w_c - w_l)t_c + w_l)(w_c - w_l) - \lambda] = 0$$

Analizando los casos como se hizo antes notamos nuevamente que el caso 1 es imposible. En el caso 2, $t_c = 0$ y $t_c < 1$, tenemos la posible solución esquina $t_c = 0$. Las condiciones (6) y (8) se cumplen automáticamente. Para que se cumpla (7) se requiere $\lambda = 0$. Solo faltaría ver que se cumpla (5) en la forma,

$$pU'(w_l)(w_c - w_l - F) + (1 - p) U'(w_l)(w_c - w_l) \leq 0$$

Notamos inmediatamente que esta condición nunca se cumple si asumimos U creciente, definida en reales no negativos y $w_c - w_l - F$ no negativo. Pero notemos que si $w_c - w_l - F$ es suficientemente negativo, $t_c = 0$ puede ser solución. Si factorizamos la derivada, la condición precisa para garantizar la desigualdad anterior es que $pF > w_c - w_l$. La intuición de ello nos dice que, con castigos fuertes combinados con una buena probabilidad de ser sorprendido, se puede lograr que el incremento de ingresos por realizar actividades delictivas no sea suficiente para pagar el castigo y se decide mejor no delinquir.

En el caso 3 tenemos lo opuesto. Suponemos $t_c > 0$ y $t_c = 1$. Para que se cumplan las condiciones debemos buscar un λ no negativo que satisfaga la ecuación

$$pU'(w_c - F)(w_c - w_l - F) + \\ (1 - p) U'(w_c)(w_c - w_l) - \lambda = 0$$

Si $w_c > F$ y $w_c - w_l - F > 0$, haciendo $\lambda = pU'((w_c - F)(w_c - w_l - F) + (1 - p) U'(w_c)(w_c - w_l))$ se tiene que $t_c = 1$ cumple las condiciones de punto crítico.

Finalmente, para el caso de la solución interior tenemos que $\lambda = 0$ y se debe satisfacer que

$$pU'((w_c - w_l)t_c + w_l - Ft_c)(w_c - w_l - F) + \\ (1 - p) U'((w_c - w_l)t_c + w_l)(w_c - w_l) = 0$$

Notemos que esto se puede cumplir perfectamente si mantenemos U creciente, definida en reales no negativos y bajo la condición de que $F > w_c - w_l$.

Cuando la riqueza generada de manera adicional, por delinquir, es menor al castigo máximo posible, el individuo puede decidir un tiempo de actividades riesgosas en función de la probabilidad de que lo detengan y el tamaño del castigo.

Como es bien conocido, esencialmente bajo concavidad de la función objetivo y el tipo de restricción convexa que manejamos en el problema, las condiciones de primer orden son condición necesaria y suficiente para la optimalidad.

Podemos resumir estos resultados en la siguiente proposición.

Proposición 2

Si la función de utilidad monetaria definida para reales no negativos es creciente y, cóncava estricta, tenemos que

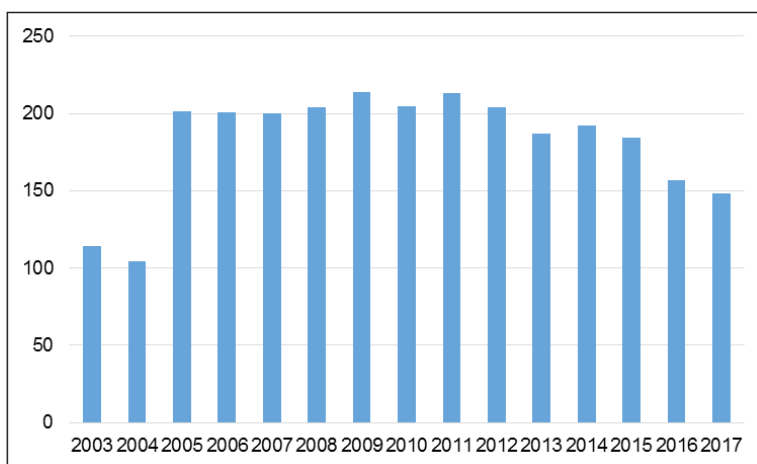
- a) Si $pF > w_c - w_l$, entonces la solución óptima del problema $(**)$ se da en $t_c = 0$.
- b) Si $w_c > F$ y $w_c - w_l - F > 0$, entonces la solución óptima del problema $(**)$ es $t_c = 1$.
- c) Si $F > w_c - w_l$, entonces hay un óptimo interior para el problema $(**)$.

Para ilustrar lo anterior consideremos el siguiente ejemplo. Tomemos $w_c = 100$ y $w_l = 50$. Con un castigo $F = 90$ y $p > 5/9$, estamos en el caso (a) y no habría actividad criminal pues el óptimo es $t_c = 0$, dado el alto castigo y la alta probabilidad de ser castigado. Lo mismo ocurriría con $F = 70$ y una $p > 5/7$. Lo importante para lograr esta solución es que pF sea mayor a 50. El caso (b) donde el delincuente se dedica todo el tiempo a delinquir, $t_c = 1$, se obtiene con $w_c = 100$, $w_l = 50$ y cualquier $F < 50$. Como el castigo no es tan alto, con cualquier probabilidad de ser castigado conviene dedicar todo el tiempo al delito ya que se puede pagar la multa y se termina ganando. Finalmente, el caso (c) de so-

lución interior se logra con $F < 50$ y los mismos valores de salarios para cada actividad.

Finalizamos esta parte presentando dos figuras con evidencia histórica para México. La Figura 1 proviene de la ONU y muestra la tasa de encarcelamiento, la cual nos acerca indirectamente al concepto de incidencia delictiva castigada.

Figura 1.
México: Tasa de encarcelamiento
(medida: prisioneros por cada 100 mil personas)

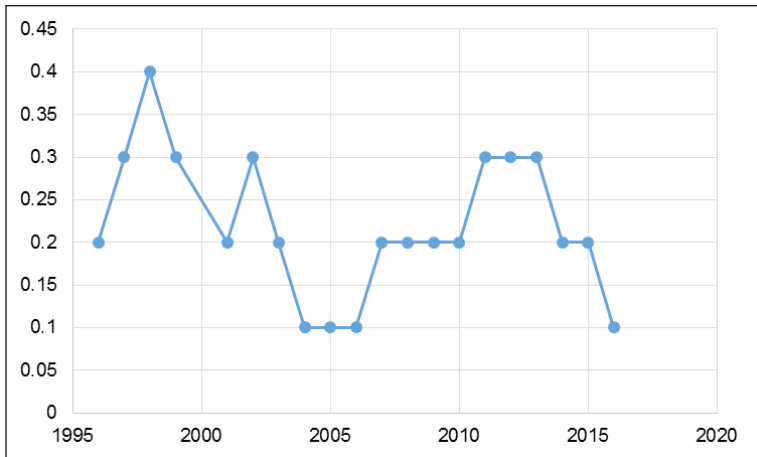


Fuente: elaboración propia con base en datos de INEGI y la UNODC de la ONU.

Para este indicador, la oficina de la ONU sobre drogas y delincuencia proporciona datos para México de 2003 a 2017. El valor promedio de México durante ese período fue de 181.98 presos por cada 100 mil personas con un mínimo de 104.9 presos por cada 100 mil personas en 2004 y un máximo de 213.09 prisioneros por cada 100 mil personas en 2011.

La Figura 2 proveniente del Banco Mundial y se relaciona indirectamente con la probabilidad de sorprender y castigar a los delincuentes. Observamos la relativamente baja calificación otorgada al país en los últimos veinte años.

Figura 2.
México: efectividad del gobierno
(medida: puntos)



Fuente: elaboración propia con base a datos del Banco Mundial.

Para ese indicador (Índice de efectividad del gobierno: -2.5 es débil, 2.5 es fuerte), el Banco Mundial proporciona datos de México de 1996 a 2015. El valor promedio de México durante ese período fue de 0.21 puntos con un mínimo de 0.07 puntos en 1996 y un máximo de 0.35 puntos en 1998.

3. CONCLUSIONES

Hemos estudiado con cierto detalle el problema de decisión en el que un agente debe distribuir su tiempo laboral entre actividades legales e ilegales. Hemos explorado el tema en dos ambientes de castigo. El castigo fijo y el castigo proporcional al tiempo dedicado a la actividad criminal. A diferencia de la literatura tradicional, hemos caracterizado las soluciones esquina.

El enfoque adoptado en este trabajo analiza con cierta profundidad la decisión individual del reparto del tiempo en-

tre actividades legales y criminales. Es importante investigar también modelos más generales en cuanto al ambiente a modelar. En trabajos futuros conviene revisar la literatura del tema con enfoques de modelos de equilibrio general como Furlong (1987), Frender (1999), Persson y Siven (2006). La relación de estos modelos con los juegos de dos etapas al estilo del trabajo original de Becker es también un punto importante de análisis. Conviene hacer mención de importantes trabajos teóricos y empíricos para el caso mexicano como Ayala y Chapa (2012) entre otros que aparecen en 2012 en el volumen 9 de la revista *Econoquantum*.

Es importante señalar las recomendaciones de política pública que emanan naturalmente de este trabajo. El incremento de salarios en el trabajo legalmente remunerado podría contribuir a la disminución de actividades criminales. El incremento de los niveles de vigilancia para prevenir los delitos y el incremento de las penas y castigos, además de su credibilidad, ayudaría a la disminución de la actividad delictiva y así incrementar el bienestar social.

BIBLIOGRAFÍA

- Ayala, E. y Chapa, J. (2012). “La Inseguridad y la Demanda por Entretenimiento: Evidencia para las Áreas Metropolitanas de Monterrey, Guadalajara y León”. *Revista Econoquantum*, vol. 9, núm. 1. pp. 135-148.
- Becker, G. (1968). “Crime and Punishment: An Economic Approach”. *Journal of Political Economy*, vol. 76, núm. 2. Chicago, mar-abr, pp. 169-217.
- Block, M. K. y Heivneke, J. M. (1975). “A Labor Theoretic Analysis of the Criminal Choice”. *The American Economic Review*, vol. 65, núm. 3 jun-1975. pp. 314-325.
- Ehrlich, I. (1973). “Participation in Illegetime Activities: A Theorethical and Empirical Investigation”. *Journal of Political Economy*, vol. 81, núm. 3, pp. 521-565.

- Estrada, J. (2004). "Crime and Punishment: An Introductory Analysis in Noncooperative Framework". *Working Paper*, University Pompeu Fabra.
- Fender, J. (1989). "A General Equilibrium Model of Crime and Punishment". *Journal Economic Behaviour and Organization*, vol. 39.
- Freeman, R. (1983). "Crime and Unemployment". *Crime and Public Policy*. En J.Q. Wilson, Institute for Contemporary Studies, San Francisco, pp. 89-106.
- Furlong, W. J. (1987). "A General Equilibrium Model of Crime Commission and Prevention". *Journal of Public Economics*, vol. 34.
- García, S. (1997). *El Sistema Penal Mexicano*. México, Fondo de Cultura Económica, pp. 186.
- Gibbons, R. (1993). *Un primer curso de teoría de juegos*. Barcelona. Antoni Bosch.
- INEGI (2002). Estadísticas Judiciales en Materia Penal, Cuaderno 10. www.inegi.gob.mx.
- Kessler y Molinari (1997). *Una aproximación microeconómica al crimen en Argentina*. AAEP.
- Persson, M. y Siven, C. (2006). "Incentive and Incarceration Effects in a General. Equilibrium Model of Crime". *Journal Economic Behavior and Organization*, vol. 59.
- Pudney, S., D.F., Deadman y D.J., Pyle (2000). "The Relationship between Crime, Punishments and Economic Conditions: Is Reliable Inference Possible when Crimes are Under-Recorded?" *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 163, pp. 81-97.

LOS ROBOS A CASAS-HABITACIÓN Y SUS IMPLICACIONES DE POLÍTICA PÚBLICA: TEORÍA Y EVIDENCIA

Rafael Salvador Espinosa Ramírez*

Antonio Ruiz Porras**

1. INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, los robos a casa-habitación se encuentran entre los delitos que más preocupan a la población. Este tipo de delito no solo genera pérdidas en el patrimonio de las víctimas; también suele vincularse a otros delitos como son los daños a la propiedad, las violaciones, las heridas o la muerte (Aguirre Quezada, 2016). Los robos a casa-habitación no solo tienen costos económicos y financieros, sino también psicológicos y emocionales. Por estas razones, muchos países tienen políticas públicas orientadas a inhibir y reducir los robos a casa-habitación. Usualmente, las mencionadas políticas utilizan estrategias consistentes en otorgar premios y castigos a la policía.

Las políticas orientadas a inhibir y reducir los delitos suelen causar controversias entre los hacedores de políticas, los

* Departamento de Economía, Universidad de Guadalajara-cucea, rafaelsa@cucea.udg.mx

** Departamento de Métodos Cuantitativos, Universidad de Guadalajara-cucea, antoniop@cucea.udg.mx

académicos y los ciudadanos. Esta situación ocurre, entre otras razones, porque: 1) hay pocos consensos teóricos sobre las políticas idóneas contra el delito;¹ 2) la formulación e implementación de las políticas suelen depender de agentes que tienen objetivos no necesariamente consistentes; y 3) hay poca disponibilidad de estadísticas útiles para analizar políticas específicas.² Todas estas razones explican porque los estudios sobre los robos a casa-habitación y las políticas para inhibirlos suelen llegar a conclusiones ambiguas, contradictorias o contra-intuitivas.³

En América Latina se ha sugerido que las políticas orientadas a reducir el delito son poco eficaces porque hay corrupción en los sistemas de justicia y porque hay pocos esfuerzos para combatir los delitos (Di Tella, Edwards y Schargrotsky, 2010).⁴ Soares y Naritomi (2010), por su parte, reportan que las tasas de robos a casa-habitación de los países de América Latina y Norteamérica están entre las

¹ Véase los textos de Pyle (1983), Freeman (1999), Eide, Rubin y Shepherd (2006) y Winter (2008), para *Introducciones a la economía del crimen*.

² Alvazzi del Frate (2010) hace una revisión de las limitaciones metodológicas que tienen las estadísticas referidas a la mediación del crimen y la justicia criminal.

³ Pyle (1983), Freeman (1999) y Winter (2008) hacen recopilaciones de estudios teóricos y empíricos referidos al delito de robo a casa-habitación. Véase Johnson y Bowers (2003) y Tseloni, *et. al.* (2017), para algunos estudios relativamente contemporáneos.

⁴ Di Tella, Edwards y Schargrotsky (2010: 2) señalan que América Latina tiene una de las tasas de criminalidad más altas del mundo. Sin embargo, durante las dos últimas décadas, dichas tasas han estado incrementándose en varios países, haciendo del problema del crimen una preocupación primaria de los ciudadanos de la región. La pasividad del Estado, real o percibida, ante las crecientes tasas de criminalidad ha incrementado el escepticismo sobre su capacidad (y disposición) para combatir el crimen, ha puesto en relieve la posibilidad de corrupción policial y se ha acompañado de mayores demandas para adoptar un enfoque más punitivo.

más altas del mundo.⁵ Además, señalan que los reportes de criminalidad están positivamente correlacionados con los indicadores de desarrollo institucional. Por estas razones, ellos sugieren que los robos pudieran estar subestimados debido a la corrupción en la policía.

En este capítulo se estudian las relaciones entre las políticas orientadas a inhibir el robo a casa habitación y la corrupción en la policía. La investigación se sustenta en el desarrollo de un modelo teórico y en el análisis estadístico de un panel de indicadores. El modelo se usa para estudiar las relaciones mencionadas en una jurisdicción local. Así se estudian: 1) los objetivos y relaciones entre los ciudadanos honestos, los asaltantes de casas y los policías corruptos; 2) los sobornos dados a los policías para reducir el esfuerzo del gobierno para inhibir los robos; 3) las políticas de esfuerzo del gobierno local; y 4) los efectos de imponer estrategias de premio y castigo a los policías.

El panel se utiliza para estudiar los hechos estilizados sobre la corrupción en el sector público (proxy de la corrupción en la policía), y los robos a casa-habitación en América Latina y Norteamérica. Particularmente, se utilizan indicadores relativos a la percepción de control de la corrupción, al número total de robos a casa-habitación y a la tasa de robos a casa-habitación. El estudio usa estimaciones de estadística descriptiva, de correlaciones “pairwise” y de regresiones de mínimos cuadrados ordinarios (MCO-OLS). El panel incluye indicadores anuales de Barbados, Canadá, Chile, Colombia, Granada, Jamaica, México, Trinidad y Tobago y Estados Unidos para el periodo 2003-2015.

⁵ Soares y Naritomi (2010) indican que, durante los años noventa, los promedios de tasas de robo a casa habitación en los países de América Latina y Norteamérica fueron de 11.8% y 8.0%, respectivamente. Asimismo, señalan que los promedios de los países de Asia, de Europa del Este, de Oceanía y de Europa Occidental fueron, respectivamente, del 3.6%, 6.8%, 8.4% y 4.2%.

El estudio está organizado en siete secciones. La sección 2 plantea el modelo teórico para establecer las políticas contra el delito. La sección 3 incluye el análisis del esfuerzo gubernamental, y de la corrupción en la policía. La sección 4 analiza las políticas que podría seguir el gobierno dada la corrupción de la policía. Así, se analizan los efectos de las estrategias de castigo y premio. La sección 5 muestra los hechos estilizados sobre la corrupción en el sector público y los robos a casa-habitación en América Latina y Norteamérica. La sección 6 muestra relaciones entre el control de la corrupción del sector público y los robos a casa-habitación en América. La sección 7 sintetiza y discute los resultados.

2. MODELO TEÓRICO-MATEMÁTICO

Esta sección plantea los supuestos del modelo teórico, utilizado para estudiar las políticas orientadas a inhibir el robo a casa habitación y la corrupción en la policía. El modelo se plantea suponiendo que existe un gobierno local que depende políticamente de un gobierno central. El gobierno local, en principio, determina la política óptima para inhibir y reducir los robos de casa-habitación dentro de su jurisdicción. Asimismo, se asume que existe un sistema de justicia local que incide en la persecución de los mencionados robos. Este sistema de justicia está integrado por policías corruptibles. Por simplicidad, se asume que la corrupción solo puede ocurrir entre los policías.

En la jurisdicción analizada hay dos tipos de agentes: Los ciudadanos honestos (H) que trabajan y poseen un patrimonio específico en sus casas, y los asaltantes (A) que obtienen su ingreso del robo a las casas de los ciudadanos honestos. Ambos agentes son homogéneos dentro de su propio tipo y se modelan en términos de un ciudadano honesto y un asaltante representativo. La utilidad de ambos agentes depende del esfuerzo que hagan los policías para inhibir las actividades delictivas. Parti-

cularmente, si los policías se esfuerzan en reducir los robos a casa-habitación, se preserva la utilidad de los ciudadanos honestos en detrimento de la utilidad de los asaltantes.

En este contexto, se asume que los asaltantes pueden ofrecer un soborno a los policías del sistema de justicia. Por simplicidad, dichos policías se modelan como un agente representativo único. El soborno tiene como objetivo que los policías no procesen el delito de robo de casa-habitación. Así, el soborno funciona como una contribución política dado que busca modificar las políticas para combatir el delito adoptadas por el gobierno local. Por tanto, las decisiones de política del gobierno local resultan parcialmente dependientes de los sobornos y del grado de corrupción de los policías.

El gobierno local establece una política óptima para maximizar su utilidad considerando el bienestar de los ciudadanos honestos, de los asaltantes y de los policías. Esta política refiere al nivel de esfuerzo (ε) usado para atrapar a los asaltantes. Particularmente, la falta de esfuerzo gubernamental para atrapar a los asaltantes incrementa la probabilidad de éxito del asaltante (medida en términos de la probabilidad de no ser atrapado). La probabilidad de éxito del asaltante se define como $\theta = \theta(\varepsilon)$ la cual es decreciente con respecto a ε $\theta'(\varepsilon) < 0$, $\theta''(\varepsilon) < 0$, $\theta(\bar{\varepsilon}) = 0$ y $\theta(0) = 1$. Así, la probabilidad de éxito del asaltante es una función no lineal.

En este contexto, se definen las funciones de utilidad (*i.e.*, bienestar) de los agentes. Estas utilidades son usadas por el gobierno local para establecer el esfuerzo usado para inhibir el delito. Particularmente, asumiendo preferencias cuasilineales, la utilidad del ciudadano honesto se define como:⁶

⁶ La utilidad puede ser aproximada por una función de tipo $U = u(T, w_H) + m$, donde (T, w_H) son los ingresos bajo consideración y m es el gasto en el bien numerario consumido y producido en el país donde se localiza el gobierno local. Todos los agentes presentan funciones de utilidad que dependen básicamente de su ingreso y asumimos la existencia de mercados en competencia perfecta donde se vacían los mercados.

$$I^H = (1 - \theta)T + w_H \quad (1)$$

En la ecuación (1), el primer término incluye el patrimonio que posee el ciudadano honesto (T) y la probabilidad de que el asaltante sea capturado y procesado.⁷ El segundo término es el ingreso normal del ciudadano honesto por trabajar (w_H), el cual es constante y no depende del esfuerzo en contra del delito.

La función de utilidad del asaltante se define como:

$$I^A = \theta(T - C_T) + (1 - \theta)(-C_T) - c \quad (2)$$

En la ecuación (2), T es el patrimonio robado del ciudadano honesto, C_T es el costo de operación en que el asaltante incurre y c es la contribución que hace para sobornar a los policías. Esta ecuación establece que el bienestar y el ingreso esperados del asaltante son iguales a la ganancia ($T - C_T$) obtenida por robar si el asaltante no es atrapado multiplicado por la probabilidad éxito θ , más el costo ($-C_T$) de ser atrapado por la probabilidad de no tener éxito en el asalto ($1 - \theta$) menos el soborno dado a los policías.

Finalmente, la función de utilidad del policía se define como:

$$I^P = \rho c + w_P \quad (3)$$

En la ecuación (3), el primer término establece la valoración del policía sobre el soborno recibido para incidir en la procuración de justicia. El parámetro, $\rho > 1$, define el nivel

⁷ La ecuación (2) define la utilidad en términos del patrimonio esperado del ciudadano honesto tras haber sido víctima de un robo. Adviértase que, si el asaltante no es atrapado, el ciudadano honesto pierde su patrimonio; pero si el asaltante es atrapado, el ciudadano honesto conserva su patrimonio.

de corrupción. Valores altos de dicho parámetro indican niveles altos de corrupción. En el mismo término, c es el monto del soborno recibido y depende del esfuerzo de gobierno ($c(\varepsilon)$). El segundo término, w_p , explicita que el salario del policía es constante y que no depende del nivel de esfuerzo del gobierno.

El parámetro de esfuerzo ε es un instrumento de política del gobierno local que se establece mediante un proceso de equilibrio político. La función objetivo del gobierno local se especifica como:

$$G = I^P + I^H + I^A \quad (4)$$

En la ecuación (4) se establece que el gobierno local maximiza el bienestar de todos los agentes en su jurisdicción. El gobierno considera la utilidad de todos para determinar el nivel de esfuerzo utilizado para inhibir el robo a casas-habitación; y por ser una política pública, la determinación de este esfuerzo obedece a un equilibrio político.

El equilibrio político es el resultado de un juego en dos etapas. En la primera el asaltante cabildea al policía con una contribución política, i.e. un soborno, para influir en la decisión sobre el nivel de esfuerzo del gobierno local. En la segunda etapa, el gobierno establece su política de esfuerzo para reducir los robos a casas-habitación. En este contexto, un equilibrio político es dado por: (i) una función de contribución política $c^*(\varepsilon)$, que maximiza el beneficio del asaltante dada una expectativa de política de esfuerzo del gobierno, y (ii) una variable de política de esfuerzo ε^* , que maximice la función objetiva del gobierno dada por (4), tomando como dada la contribución del asaltante.

Una solución de equilibrio que implementa resultados Pareto-eficientes para el problema de maximización planteado es el llamado equilibrio confiable (Grossman y Help-

man, 1994). Formalmente, se tiene que si $(c^\circ(\varepsilon^\circ, I^{A^\circ}), \varepsilon^\circ)$ es un equilibrio confiable en el cual I^{A° es la utilidad de reserva de equilibrio del asaltante; entonces $(c^\circ(\varepsilon^\circ, I^{A^\circ}), \varepsilon^\circ, I^{A^\circ})$ esta caracterizado por:

$$c(\varepsilon, I^{A^\circ}) = \text{Max}(0, \delta) \quad (5)$$

$$\varepsilon^\circ = \text{Argmax}_\varepsilon \{I^P(\varepsilon, I^{A^\circ}) + I^H + I^{A^\circ}\} \quad (6)$$

donde δ es definido en

$$I^{A^\circ} = (I^A - \delta) \quad (7)$$

La ecuación (5) (junto con la ecuación (7)) establece que la contribución confiable, i.e. el soborno de equilibrio, depende del nivel de utilidad del asaltante. En este contexto, la definición de δ es el concepto básico de variaciones compensatorias. Particularmente, bajo una función de pagos de equilibrio confiable, para cualquier cambio en ε , el cambio en el soborno recibido por el policía será exactamente igual al cambio en el bienestar del asaltante, considerando que el pago de ambos antes y después del cambio es estrictamente positivo. La ecuación (6), por su parte, indica que el gobierno local toma la utilidad del asaltante como dada y elige el nivel de esfuerzo que maximiza su función objetivo.

Las ecuaciones (1) a (7) definen la estructura del modelo teórico que, como se ha indicado, se plantea en términos de un problema de maximización donde hay una contribución política. Según Grossman y Helpman (1994: 845-846), cuando hay un solo grupo de cabildeo, el grupo obtiene para si todo el beneficio de su relación política con el gobierno. En este equilibrio político, el gobierno obtiene exactamente la misma utilidad que obtendría si no permitiera contribución alguna. Por tanto, dado este argumento, en el modelo aquí planteado,

los asaltantes obtendrían todo el beneficio de sobornar a los policías del sistema de justicia. Una situación, sin duda, perjudicial para los ciudadanos honestos.⁸

3. ESTÁTICA COMPARATIVA: ESFUERZO GUBERNAMENTAL Y CORRUPCIÓN

Analíticamente, un incremento en el nivel de esfuerzo del gobierno para inhibir los robos a casa-habitación, beneficia a los ciudadanos honestos y perjudica a los asaltantes en la misma proporción. Esta conclusión se obtiene derivando las ecuaciones (1) y (2) con respecto al nivel de esfuerzo:

$$\frac{dI^H}{d\varepsilon} = -\theta'(\varepsilon)T > 0 \quad (8)$$

$$\frac{dI^A}{d\varepsilon} = \theta'(\varepsilon)T < 0 \quad (9)$$

Las derivadas de las utilidades con respecto al esfuerzo del gobierno local muestran que la ganancia de utilidad de los ciudadanos honestos es la pérdida de los asaltantes. Así, el esfuerzo del gobierno por luchar contra el robo induce la equivalencia entre las ganancias y las pérdidas de los ciudadanos y los asaltantes. En este contexto, si se asume que $\theta''(\varepsilon) < 0$, habría una relación no lineal entre el esfuerzo del gobierno y la probabilidad de que el asaltante no fuera atrapado. Más aun, un pequeño incremento en el esfuerzo del gobierno aumentaría significativamente la probabilidad de que el asaltante fuera atrapado y se reducirían los robos a casa-habitación.⁹

⁸ Un modelo en donde se plantea una situación de equilibrio similar a la planteada aquí, aunque en un contexto distinto, es el de Rama y Tabellini (1998).

⁹ Adviértase que $\theta''(\varepsilon) < 0$ formaliza la idea de que el gobierno aprende en la lucha contra crimen. Pequeños incrementos en los esfuer-

El incremento en el esfuerzo del gobierno local por luchar contra el robo también tiene efectos sobre los policías del sistema de justicia. Si se deriva la ecuación (3) con respecto al esfuerzo del gobierno local ocurre que:

$$\frac{dI^P}{d\varepsilon} = \rho dc < 0 \quad (10)$$

Por tanto, un incremento en el esfuerzo del gobierno reducirá la utilidad de los policías corruptos. Asimismo, reducirá la utilidad del asaltante. Más aún, si el esfuerzo realizado es lo suficientemente grande, el asaltante podría no tener ingresos esperados y, por tanto, podría no pagar sobornos ni robar a los ciudadanos honestos.

Analíticamente, el parámetro de corrupción denota la sensibilidad del policía ante el soborno recibido del asaltante. Si dicho parámetro es alto, los sobornos determinan la decisión del esfuerzo del gobierno local. Por tanto, el parámetro de corrupción determina simultáneamente la utilidad del policía y la política del gobierno local. Particularmente, la variación en la función objetivo del gobierno atribuible a un incremento en parámetro de corrupción se estima derivando la ecuación (4). Esta derivada es la siguiente:

$$G_\rho = c > 0 \quad (11)$$

Por tanto, un aumento en la corrupción aumenta la utilidad del gobierno. Esto ocurre debido a que la utilidad de los policías crece porque los mismos valoran en mucho los sobornos.

zos del gobierno local se ven reflejados en disminuciones significativas en la probabilidad de éxito de los asaltantes.

Los valores del parámetro de corrupción son importantes. Particularmente, si $\rho = 1$, la función objetivo del gobierno no dependería del soborno. Esto ocurriría porque la utilidad de los policías atribuible al soborno sería igual a la pérdida de utilidad de los asaltantes debido a su pago. Esto puede verse si se sustituyen las ecuaciones (2) y (3) en la (4), la función objetivo del gobierno local. Así dicha función queda como:

$$G = w_p + I^H + \theta(T - C_T) + (1 - \theta)(-C_T) \quad (12)$$

Nuevamente, el gobierno local establecerá la política óptima a partir de considerar las utilidades de todos los agentes. Sin embargo, debido a que el efecto del soborno sería nulo, la corrupción no tendría razón de ser entre los policías.

4. POLÍTICAS ÓPTIMAS

En esta sección se justifica porque el gobierno central debiera imponer políticas para inhibir los robos a casa-habitación en la jurisdicción analizada. Asimismo, se evalúan algunas políticas comúnmente propuestas para contrarrestar los impactos de los sobornos sobre las decisiones de los policías a nivel local. Particularmente, la intervención del gobierno central se justifica con base en los resultados de la política óptima para el gobierno local. Las políticas analizadas, por su parte, refieren a la conveniencia de adoptar estrategias de castigo o de premio a los policías. En todos los casos, se determinan los niveles de esfuerzo de equilibrio y sus efectos en el bienestar de los agentes.

4.1. Política óptima del gobierno local

La política óptima del gobierno local puede estimarse usando las condiciones de primer orden del problema de maximiza-

ción dado en las ecuaciones (6) y (7). Este resultado es implícitamente obtenido de (1) a (10) como:

$$G_{\varepsilon} = (\rho - 1)\theta'(\varepsilon)T < 0 \quad (13)$$

Los supuestos muestran que la ecuación (13) es negativa y que es cóncava.¹⁰ Por tanto, el nivel de esfuerzo óptimo será establecer la política más laxa posible en contra del robo a casas-habitación ($\varepsilon^* = 0$). Ello ocurre porque toda política que implique un esfuerzo positivo reducirá la utilidad de los policías en una proporción mayor que el incremento en la utilidad de los ciudadanos honestos.

Supóngase que esta situación obliga al gobierno central a presionar al gobierno local para establecer una política para inhibir los robos a casa-habitación. Por tanto, el gobierno local tiene que decidir qué tipo de política adoptara para cumplir la orden del gobierno central. Una política de esta naturaleza tendría que estar dirigida necesariamente a los policías corruptos. En este contexto, la pregunta que aquí se analiza es la siguiente: ¿Qué tipo de estrategia será necesaria para contrarrestar el impacto del soborno sobre las acciones de los policías? Particularmente, aquí se evalúan propuestas para resolver dicha pregunta, asumiendo que los policías pueden ser castigados o premiados.

4.2. Estrategia de castigo

La estrategia de castigo analizada, será que el gobierno local pondrá una penalización a los policías si se descubre que los mismos reciben el soborno y apoyan a los asaltantes reduciendo los esfuerzos gubernamentales contra el delito. Supóngase, por simplicidad, que la penalización C_p sólo puede ser impuesta cuando los asaltantes delatan a los policías. Más aun,

¹⁰ La condición de concavidad implica que $G_{\varepsilon\varepsilon} = (\rho - 1)\theta''(\varepsilon)T < 0$.

supóngase que la confesión ocurre con la misma probabilidad de que el asaltante es descubierto. Así, si el asaltante es atrapado y procesado también delataría a su cómplice y por tanto el pago del policía sería su despido y la cárcel.

En este contexto, la utilidad del policía dependería de la probabilidad de que el asaltante fuera atrapado. Por tanto, su utilidad sería la siguiente:

$$I^P = \theta(\rho c + w_p) + (1 - \theta)(-C_p) \quad (14)$$

En la ecuación (14) hay dos términos. El primero muestra la probabilidad de éxito del asaltante multiplicada por la utilidad del policía que se vincula a su ingreso normal y al soborno recibido. El segundo término es la probabilidad del asaltante de ser atrapado y procesado multiplicado por la pérdida que tendría el policía al ser delatado. Esta pérdida podría ser explicitada como un costo de oportunidad para el policía debido a su encierro en la cárcel por el delito de corrupción pública.

El impacto del incremento en el esfuerzo del gobierno local sobre la utilidad del policía bajo la adopción de estrategias de castigo sería:

$$\frac{dI^P}{d\varepsilon} = \theta'(\varepsilon)(\rho c + w_p) + \theta(\rho\theta'(\varepsilon)T) - \theta'(\varepsilon)C_p \quad (15)$$

Por tanto, un aumento del nivel de esfuerzo del gobierno tendrá un impacto ambiguo en la utilidad del policía. Por una parte, ocurrirá una disminución en su utilidad debido a la pérdida de la contribución dada por el asaltante y a la pérdida de su ingreso debido al riesgo de ser delatado. Por otra parte, su utilidad crecerá por no ser cómplice del robo. Así, un esfuerzo positivo contra el robo no siempre implicará pérdidas en el bienestar del policía.

El gobierno local determina el esfuerzo óptimo a partir de implementar un castigo a los policías que cooperen con los

asaltantes. Usando las ecuaciones (1) a (9) y (15) puede determinarse la condición de primer orden de la función objetivo del gobierno local como:

$$G_{\varepsilon} = \theta'(\varepsilon)(\rho c + w_p) + \theta'(\varepsilon)T[\rho\theta - 1] - \theta'(\varepsilon)C_p \quad (16)$$

El primer y segundo término de esta expresión es negativo y el tercer término es positivo. Asumiendo la concavidad de esta función, el valor de la condición de primer orden dependerá del nivel de corrupción y del monto del castigo. Por tanto, el nivel de esfuerzo de equilibrio no necesariamente será nulo.

¿Cómo se determina el nivel de esfuerzo de equilibrio contra el delito? Si el nivel de corrupción es suficientemente mayor que el monto del castigo ($\rho \gg C_p$) entonces la ecuación (16) será negativa y la política optima será no establecer ningún nivel de esfuerzo ($\varepsilon^* = 0$). Esto implica que, si hay un castigo pequeño, el policía estará dispuesto a arriesgarse para recibir el pago de un soborno. Por otra parte, cuando el castigo es mucho mayor que el nivel de corrupción, el gobierno local establecerá una política de esfuerzo positiva ($\varepsilon^* > 0$). El costo por participar con los asaltantes será muy alto y el gobierno local establecerá una política estricta.

Así, esta extensión del modelo muestra que una estrategia de castigo a los policías corruptos facilita que el gobierno local haga esfuerzos para atrapar a los asaltantes de casas-habitación. La estrategia funciona dependiendo del nivel de castigo y del nivel de corrupción prevalecientes en el sistema de justicia local. Particularmente, una política local estricta para combatir el delito solo resulta viable cuando el castigo para los policías corruptos es muy grande. Asimismo, solo es viable cuando hay una presión del gobierno central hacia a su contraparte local para que adopte dichas políticas. Si no se

cumplieran estas condiciones, la política óptima sería que el gobierno local no hiciera nada.

4.3. Estrategia de incentivos

La estrategia de incentivos consiste en incrementar el ingreso legal de los policías locales cuando crece el esfuerzo gubernamental para combatir los robos. Este supuesto puede formalizarse considerando que su salario crece con el esfuerzo del gobierno para atrapar a los asaltantes de casas-habitación $w_p'(\varepsilon) > 0$. Así, la utilidad del policía quedaría como:

$$I^P = \rho c + w_p(\varepsilon) \quad (17)$$

La ecuación (17) explicita que el bienestar del policía depende del ingreso obtenido por dejarse sobornar y por el salario legal dado por el nivel de esfuerzo gubernamental.

¿Por qué la estrategia de incentivos facilita la lucha contra el delito de robo? La razón es porque un aumento en el nivel de esfuerzo tiene efectos sobre el ingreso ilegal y el salario de los policías. Esto puede verse derivando la ecuación (17) con respecto al esfuerzo.

$$\frac{dI^P}{d\varepsilon} = \rho\theta'(\varepsilon)T + w_p'(\varepsilon) \quad (18)$$

Adviértase que el primer término de la ecuación (18) indica que un mayor esfuerzo disminuirá el ingreso ilegal del policía y, por tanto, su utilidad. Sin embargo, el segundo término muestra que simultáneamente su utilidad crecerá debido al crecimiento de su salario. Por tanto, aquí también ocurre que un esfuerzo contra el delito no necesariamente se reflejará en pérdidas en el bienestar del policía.

El gobierno local determina el esfuerzo óptimo a partir de implementar un incentivo salarial a los policías del sistema de justicia. Usando las ecuaciones (1) a (9) y (18) puede determinarse la condición de primer orden de la función objetivo del gobierno local como:

$$G_{\varepsilon} = (\rho - 1)\theta'(\varepsilon)T + w_p'(\varepsilon) \quad (19)$$

El primer término de esta expresión es negativo y el segundo es positivo. Asumiendo la concavidad de esta función, el valor de la condición de primer orden dependerá del nivel de corrupción y los incentivos salariales. Por tanto, nuevamente, el nivel de esfuerzo de equilibrio no necesariamente sería nulo.

¿Cómo se determina el nivel de esfuerzo de equilibrio contra los robos? Si el nivel de corrupción es alto y se tiene un programa de incentivos limitados, la ecuación (19) sería negativa y la política optima sería no establecer ningún nivel de esfuerzo ($\varepsilon^* = 0$). Esto ocurriría porque la ganancia en la utilidad del policía sería mayor que la pérdida de los ciudadanos honestos. Por otra parte, si el incentivo salarial a los policías fuera mucho mayor que la pérdida esperada de su ingreso ilegal, el gobierno local establecería una política de esfuerzo positiva, i.e. una política estricta ($\varepsilon^* > 0$). La razón por la cual dicha situación ocurriría es porque los policías tendrían un ingreso ilegal muy bajo.

Así, esta extensión del modelo muestra que una estrategia de premio a los policías también facilita que el gobierno local haga esfuerzos para atrapar a los asaltantes. La estrategia del premio a los policías funciona dependiendo del incentivo salarial y del nivel de corrupción prevaleciente en el sistema de justicia local. Particularmente, una política local estricta para combatir el delito sólo resulta viable cuando el salario esperado es muy grande. Asimismo, sólo es viable cuando el

gobierno central obliga hacia a su contraparte local para que adopte dichas políticas. Si no se cumplieran estas condiciones, nuevamente la política óptima sería que el gobierno local no hiciera nada.

5. EVIDENCIA EMPÍRICA SOBRE LA CORRUPCIÓN EN EL SECTOR PÚBLICO Y LOS ROBOS A CASA-HABITACIÓN EN AMÉRICA LATINA Y NORTEAMÉRICA

En esta sección se describen algunos hechos estilizados sobre la percepción de la corrupción en el sector público (proxy de la corrupción en la policía) y los robos a casa-habitación en nueve países de América Latina y Norteamérica durante el periodo 2003-2015. Los países estudiados son Barbados, Canadá, Chile, Colombia, Granada, Jamaica, México, Trinidad y Tobago y Estados Unidos. Se estudian estos países porque tienen indicadores comparables geográficamente e intertemporalmente y porque tienen un mínimo de doce observaciones anuales.¹¹ Por simplicidad, las estimaciones de estadística descriptiva se agrupan en cuadros. Particularmente, el Cuadro 1 muestra los indicadores utilizados.

El Cuadro 2 muestra las estimaciones de estadística descriptiva para el conjunto de países americanos analizados. El cuadro muestra que las percepciones sobre la corrupción en el sector público, y los robos a casa-habitación han sido muy heterogéneos entre los países. Asimismo, muestra que las distribuciones de los indicadores son sesgadas a la derecha y que ninguna es mesocúrtica. Particularmente, el cuadro muestra

¹¹ Los datos sobre robos casa-habitación fueron recabados de las estadísticas en crimen y justicia criminal de la Oficina de las Naciones Unidas para las Drogas y el Crimen (UNODC, por sus siglas en inglés). Los indicadores de corrupción fueron obtenidos de la base de datos *Worldwide Governance Indicators (WGI)* del Banco Mundial.

Cuadro 1.
Definiciones de los indicadores de control de la corrupción y de robos a casa-habitación

Indicador	Definición
Control de corrupción	Indicador que mide el grado en que se ejerce el poder público en beneficio privado, así como la corrupción en pequeña y gran escala, así como el control del Estado por élites e intereses privados. La escala del indicador es ajustada en la escala 0-100. Valores altos del indicador refieren a niveles altos de control de la corrupción.
Número de robos a casa-habitación	Indicador que mide el número anual de robos reportados en bienes inmuebles que son rentados, arrendados o poseídos por una persona. Los bienes inmuebles incluyen casas, departamentos y otros tipos de vivienda.
Tasa de robos a casa-habitación por cada 10 mil habitantes	Indicador que mide el número anual de robos por cada 10 mil habitantes reportados en bienes inmuebles que son rentados, arrendados o poseídos por una persona. Los bienes inmuebles incluyen casas, departamentos y otros tipos de vivienda.

Fuente: elaboración propia con base en Kaufmann, Kraay y Mastruzzi (2010) y UNODC.

que la percepción sobre el control de la corrupción en los países de la región es relativamente baja (aproximadamente 62 de 100). Por tanto, la evidencia sugiere que la percepción de la corrupción en el sector público es relativamente elevada.

El Cuadro 3 muestra las estimaciones de estadística descriptiva de los indicadores de control de la corrupción en el sector público. El cuadro muestra que los países donde se percibe un mejor control de la corrupción a nivel nacional son Canadá y Barbados (con indicadores de 89.0 y 78.4, respectivamente). Los países donde se percibe un peor control son Jamaica y México (con indicadores de 41.9 y 42.4, respectivamente). Asimismo, el cuadro muestra que los indicadores más

Cuadro 2.
Estadística descriptiva de los indicadores para los países
americanos, 2003-2015

	Control de la corrupción (Escala de 0 a 100)	Robos a casa-habitación	
		Número	Tasa
<i>Media</i>	62	213,808	263
<i>Mínimo</i>	35	126	23
<i>Máximo</i>	92	1,628,700	565
<i>Desviación Estándar</i>	18	469,892	179
<i>Observaciones</i>	117	107	107
<i>Sesgo</i>	0.1511	2.3185	0.1328
<i>Kurtosis</i>	1.3813	6.5422	1.4678

Notas: El indicador control de la corrupción esta expresado en escala 0-100. Valores altos reflejan que la percepción sobre el control de la corrupción es alta. Los robos a casa-habitación se expresan en número y tasa. Los mismos indican, respectivamente, el número de robos totales y por cada 10 mil habitantes.

Fuente: elaboración propia con base en datos de WGI y UNODC.

estables son los de Jamaica y los más volátiles son sus contrapartes de Barbados. Además, las estimaciones muestran que sus distribuciones no son normales. De hecho, las mismas son sesgadas y ninguna resulta mesocúrtica.

El Cuadro 4 muestra la estadística descriptiva de los indicadores del número total de robos a casa-habitación para los países de la región. El Cuadro muestra que los países donde hay un mayor número de robos en términos absolutos son Estados Unidos y Canadá (con un promedio anual de un millón 459 mil 364 y 124 mil 717 robos, respectivamente). Los países donde hay un menor número son Granada y Jamaica (con un promedio anual de 182 y mil 617 robos, respectivamente). Asimismo, el Cuadro muestra que los indicadores más estables refieren a Granada y los más volátiles a Estados Unidos.

Cuadro 3.
Estadística descriptiva de los indicadores de control de la
corrupción para los países americanos, 2003-2015

País	Media	Mínimo	Máximo	Desviación estándar	Sesgo	Kurtosis	Obs.
Barbados	78.4004	70.5790	85.7703	4.5195	0.3128	2.2081	13
Canadá	89.0308	86.3573	91.9340	1.8298	0.1203	1.7965	13
Chile	78.3442	75.1758	81.4590	1.9827	-0.0177	1.7635	13
Colombia	44.6919	41.3947	48.0611	2.5099	0.0087	1.5636	13
Granada	59.2251	55.4862	63.9394	2.8312	0.4506	1.8294	13
Jamaica	41.9181	39.7149	44.1122	1.3184	-0.3243	2.7007	13
México	42.4420	35.1579	46.9129	3.5926	-1.1124	3.1818	13
Trinidad y Tobago	44.3854	38.4313	48.6645	3.0903	-0.5322	2.6852	13
EEUU	78.2847	75.1921	87.1319	3.8326	1.4410	3.7285	13

Notas: El indicador control de la corrupción esta expresado en escala 0-100.
Valores altos reflejan que la percepción sobre el control de la corrupción es alta.

Fuente: elaboración propia con base en datos de WGI.

Cuadro 4.
Estadística Descriptiva del Indicador Número de Robos a Casa-
Habitación para los Países Americanos, 2003-2015

País	Media	Mínimo	Máximo	Desviación Estándar	Sesgo	Kurtosis	Obs.
Barbados	1,375	1,029	1,580	164	-0.8350	2.7481	12
Canadá	124,717	91,867	161,494	23,523	0.0623	1.7809	13
Chile	70,139	65,060	74,925	2,963	0.2411	2.4405	11
Colombia	18,352	13,662	22,344	2,872	-0.2757	1.8252	13
Granada	182	126	337	57	1.9050	6.3246	11
Jamaica	1,617	629	2,418	693	-0.1492	1.4270	11
México	102,911	86,961	119,240	11,340	0.0010	1.7078	12
Trinidad y Tobago	2,865	1,347	3,810	753	-0.7506	2.5092	12
EEUU	1,459,364	1,130,900	1,628,700	144,748	-0.8726	3.1321	13

Notas: Los robos a casa-habitación se expresan en número. Los mismos indican el número total de robos.

Fuente: elaboración propia con base en datos de UNODC.

Además, el Cuadro confirma que las distribuciones de los indicadores son sesgadas y que ninguna es mesocúrtica.

El Cuadro 5 muestra la estadística descriptiva de los indicadores de la tasa de robos a casa-habitación por cada 10 mil habitantes. El cuadro muestra que los países donde hay relativamente un mayor número de robos son Barbados y Jamaica (con un promedio anual de 493 y 476 robos, respectivamente). Los países donde hay un menor número son Trinidad y Tobago y Chile (con un promedio anual de 40 y 59 robos, respectivamente). Asimismo, el cuadro muestra que los indicadores más estables son los de Trinidad y Tobago y los más volátiles son sus contrapartes de Granada. Nuevamente, las estimaciones confirman que las distribuciones de los indicadores son sesgadas y que ninguna es mesocúrtica.

Cuadro 5
Estadística Descriptiva del Indicador Tasa de Robos a Casa-Habitación para los Países Americanos, 2003-2015

País	Media	Mínimo	Máximo	Desviación Estándar	Sesgo	Kurtosis	Obs.
Barbados	493.3434	362.0499	565.1617	60.2586	-0.9886	2.9304	12
Canadá	173.7238	118.9779	315.4692	52.8952	1.7590	5.9394	11
Chile	58.8999	23.4887	88.2078	25.0275	-0.1309	1.4291	11
Colombia	216.6956	99.0377	288.2817	58.1960	-0.7991	2.5349	12
Granada	372.8796	255.6127	511.1121	85.6632	0.1416	1.7837	13
Jamaica	476.1311	351.4583	521.3669	51.1827	-1.4320	4.0042	13
México	412.4263	377.3371	445.1883	18.7006	-0.0119	2.7040	11
Trinidad y Tobago	40.1441	30.4265	47.6611	5.3076	-0.3166	2.0886	12
EEUU	87.4924	69.4119	96.8203	8.2873	-0.7254	2.8323	12

Notas: Los robos a casa-habitación se expresan en tasa. Los mismos indican el número de robos por cada 10 mil habitantes.

Fuente: elaboración propia con base en datos de UNODC.

Finalmente, los hechos estilizados sobre las percepciones sobre la corrupción del sector público y los robos a casa-habitación en América Latina y Norteamérica en el periodo 2003-2015 pueden sintetizarse de la siguiente manera: 1) la percepción de corrupción en el sector público es relativamente elevada en los países de la región; 2) Canadá y Jamaica tienen, respectivamente, las mejores y peores percepciones relativas al control de la corrupción; 3) Estados Unidos y Granada tienen, respectivamente, los números totales más altos y bajos de robos; 4) Barbados y Trinidad y Tobago tienen, respectivamente, las tasas más altas y más bajas de robos; y 5) las distribuciones de los indicadores no son normales.

6. CONTROL DE LA CORRUPCIÓN DEL SECTOR PÚBLICO Y LOS ROBOS A CASA-HABITACIÓN EN AMÉRICA

En esta sección se describen algunas relaciones empíricas entre la percepción del control de la corrupción del sector público y los robos a casa-habitación en los países americanos durante el periodo 2003-2015. Las relaciones se estiman mediante correlaciones pairwise y mediante regresiones polinómicas de mínimos cuadrados ordinarios (MCO-OLS). Las estimaciones buscan complementar el análisis teórico sobre las relaciones entre la corrupción en el sector público y los robos a casa-habitación. Por simplicidad, las estimaciones se agrupan en cuadros y figuras. Particularmente, el Cuadro 6 muestra las correlaciones pairwise estimadas. Las Figuras 1 y 2 muestran las estimaciones de las regresiones.

El Cuadro 6 sugiere que hay pocas correlaciones pairwise significativas entre la percepción de la corrupción y los robos a casa-habitación. Entre estas destaca la correlación positiva entre los indicadores de robos a casa-habitación en Barbados, Chile y EE UU. Asimismo, destacan las correlaciones positi-

Cuadro 6.
Correlaciones pairwise de los indicadores para los
países americanos, 2003-2015

	Control de la corrupción y número de robos a casa-habitación	Control de la corrupción y tasa de robos a casa-habitación	Tasa de robos a casa-habitación y número de robos a casa-habitación	
Barbados	0.0671	0.0109	0.9944	***
	0.8358	0.9732	0.0000	
Canadá	0.2602	-0.2431	-0.0606	
	0.3906	0.4713	0.8595	
Chile	0.3198	0.5109	0.7668	***
	0.3378	.1083	0.0059	
Colombia	-0.6026	** 0.2100	-0.4150	
	0.0381	0.5124	0.1797	
Granada	-0.0684	0.8234	*** -0.1007	
	0.8417	0.0005	0.7683	
Jamaica	0.3205	-0.2727	0.3973	
	0.3366	0.3673	0.2263	
México	0.0165	0.6276	** 0.3034	
	0.9594	0.0387	0.3645	
Trinidad y Tobago	0.5913	** -0.5082	* -0.2844	
	0.0429	0.0916	0.3704	
EEUU	-0.2442	-0.4631	0.8624	***
	0.4215	0.1295	0.0003	

Notas: El indicador control de la corrupción esta expresado en escala 0-100. Valores altos reflejan que la percepción sobre el control de la corrupción es alta. Los robos a casa-habitación se expresan en número y tasa. Los mismos indican, respectivamente, el número de robos totales y por cada 10 mil habitantes. Las correlaciones pairwise se denotan en *itálicas* y **negritas**. Los p-values se indican debajo de las correlaciones. Uno, dos y tres asteriscos denotan niveles de significancia de 10%, 5% y 1%, respectivamente.

Fuente: elaboración propia con base en datos de WGI y UNDOC.

vas entre control de la corrupción y robos a casa-habitación en Granada, México y Trinidad y Tobago. Sin embargo, debe señalarse que también hay correlaciones negativas entre los

últimos indicadores en Colombia y Trinidad y Tobago. Por tanto, lo que la evidencia sugiere es que las relaciones entre la corrupción en el sector público y los robos a casa-habitación pueden no ser lineales.

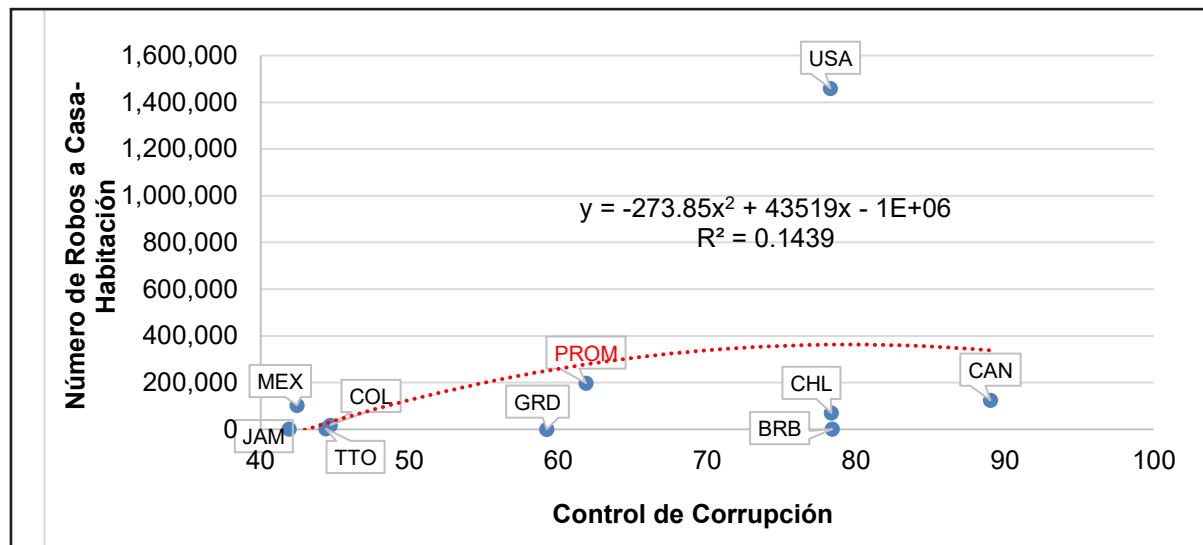
La existencia de relaciones no lineales se evalúa mediante la estimación de dos regresiones polinómicas de segundo grado. Estas regresiones son estimadas mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (MCO-OLS). Particularmente, la primera regresión utiliza como variable dependiente el número total de robos a casa-habitación; la segunda regresión, por su parte, utiliza la tasa de robos. La variable independiente en las dos regresiones es el indicador de control de la corrupción. Las regresiones utilizan como variables a los promedios de los indicadores del periodo analizado para cada país.¹² Las relaciones estimadas se muestran gráficamente en las Figuras 1 y 2.

Estas Figuras confirman que las relaciones entre la corrupción y los robos a casa-habitación no son lineales. Particularmente, estimación de la primera regresión sugiere que la relación entre el control de la corrupción y el número total de robos tiene forma de “U” invertida (véase Figura 1). La segunda regresión sugiere que hay una relación no lineal negativa entre el control de la corrupción y la tasa de robos (véase Figura 2). Por tanto, la evidencia muestra que la tasa de robos disminuye cuando crece el control de la corrupción. En este contexto, no sobra señalar que las regresiones sugieren que, si

¹² Adviértase que cada regresión se estima con diez observaciones. Los indicadores promediados incluyen los de cada país y los de la totalidad de la muestra.

¹³ Esta conclusión se obtiene asumiendo el indicador de control de la corrupción igual a 100 en las regresiones estimadas. Particularmente, si se sustituye dicho valor en la primera regresión se obtiene un total de 247 mil 586 robos. Si se sustituye dicho valor en la segunda regresión se obtiene una tasa equivalente a 120.29 robos por cada 10 mil habitantes.

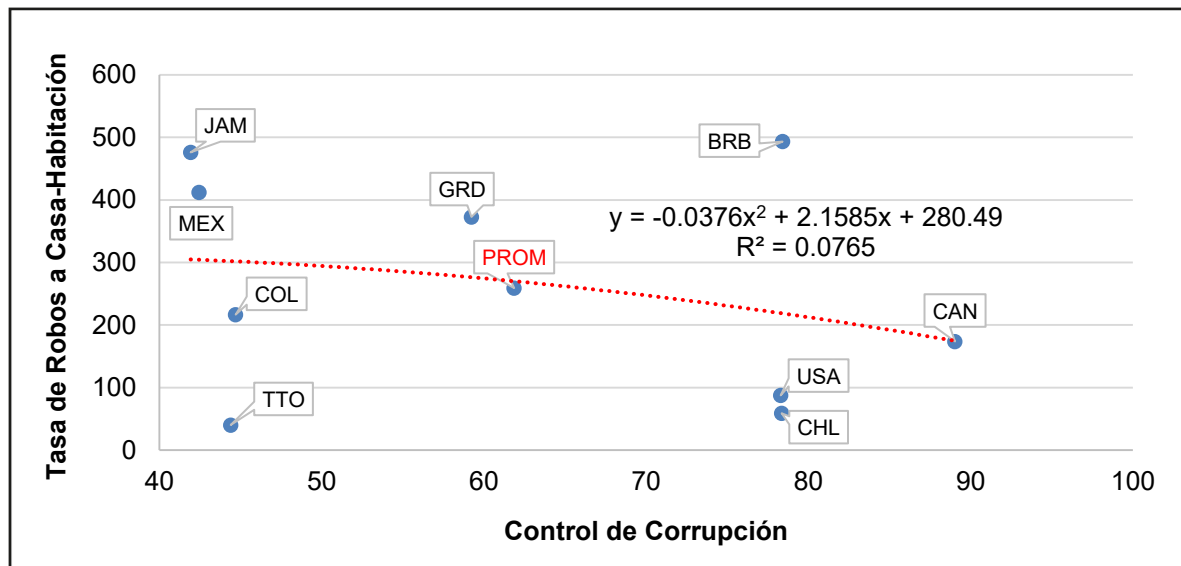
Figura 1.
Relación entre control de la corrupción y número de robos a casa-habitación
para los países americanos, 2003-2015.



Notas: El indicador control de la corrupción esta expresado en escala 0-100. Valores altos reflejan que la percepción sobre el control de la corrupción es alta. Los robos a casa-habitación se expresan en número. Los mismos indican el número total de robos. Los indicadores graficados corresponden a los promedios del periodo de cada país. La relación se estima mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (MCO-OLS).

Fuente: elaboración propia con base en datos de WGI y UNODC.

Figura 2.
Relación entre control de la corrupción y tasa de robos a casa-habitación
para los países americanos, 2003-2015.



Notas: El indicador control de la corrupción esta expresado en escala 0-100. Valores altos reflejan que la percepción sobre el control de la corrupción es alta. Los robos a casa-habitación se expresan en tasa. Los mismos indican el número de robos por cada 10 mil habitantes. Los indicadores graficados corresponden a los promedios del periodo de cada país. La relación se estima mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios (MCO-OLS).

Fuente: elaboración propia con base en datos de WGI y UNODC.

se eliminara la corrupción, los robos a casa-habitación seguirían existiendo en los países americanos.¹³

Los hallazgos reportados tienen implicaciones para los países analizados. Para México, por ejemplo, las estimaciones sugieren que solo mejoras muy grandes en el control de la corrupción reducirán el número y la tasa de robos del país. Mejoras pequeñas no reducirán los robos en virtud de que las relaciones halladas no son lineales (véase Figuras 1 y 2). Más aun, las estimaciones sugieren que si hay mejoras pequeñas en el control de la corrupción habrá aumentos estadísticamente significativos en la tasa de robos (véase Cuadro 6). En este contexto, no sobra enfatizar que, durante el periodo analizado, México ocupó el penúltimo lugar en lo referente al control de la corrupción (véase Cuadro 3).

Finalmente, los principales hallazgos referidos a las relaciones empíricas entre la percepción del control de la corrupción y los robos a casa-habitación son los siguientes: 1) las relaciones entre la percepción de control de la corrupción del sector público y los robos a casa-habitación son no lineales; 2) la relación entre el control de la corrupción y el número total de robos tiene forma de “U” invertida; 3) la tasa de robos tiende a disminuir cuando crece el control de la corrupción; 4) si se eliminara la corrupción en el sector público, los robos a casa-habitación seguirían existiendo en los países analizados; y 5) solo mejoras muy grandes en el control de la corrupción podrán reducir los robos en México.

7. CONCLUSIONES

En este capítulo se han estudiado las relaciones entre las políticas orientadas a inhibir el robo a casa habitación y la corrupción de la policía. La investigación se ha sustentado en el desarrollo de un modelo teórico y en el análisis de un panel de indicadores. El modelo se ha usado para estudiar las relaciones mencionadas en una jurisdicción local. Así se han estudia-

do: 1) los objetivos y relaciones entre los ciudadanos honestos, los asaltantes de casas y los policías corruptos; 2) los sobornos dados a los policías para reducir el esfuerzo del gobierno para inhibir los robos; 3) las políticas de esfuerzo del gobierno local; y 4) los efectos de imponer estrategias de premio y castigo a los policías.

El panel de indicadores se ha utilizado para estudiar los hechos estilizados y las relaciones empíricas entre la corrupción en el sector público y los robos a casa-habitación en América Latina y Norteamérica. Particularmente, se han utilizado indicadores relativos a la percepción de control de la corrupción, al número total de robos a casa-habitación y a la tasa de robos a casa-habitación. El estudio ha usado estimaciones de estadística descriptiva, de correlaciones pairwise y de regresiones de mínimos cuadrados ordinarios (MCO-OLS). El panel ha incluido indicadores anuales de Barbados, Canadá, Chile, Colombia, Granada, Jamaica, México, Trinidad y Tobago y Estados Unidos para el periodo 2003-2015.

Analíticamente, los principales resultados del modelo teórico son los siguientes: 1) El nivel de esfuerzo del gobierno local para inhibir el robo a casas-habitación depende de un equilibrio político; 2) el soborno a los policías locales puede ser analizado como una contribución política dado que busca incidir en las decisiones de política del gobierno local; 3) una solución de equilibrio que implementa resultados Pareto-eficientes para maximizar la utilidad de la gente honesta, los asaltantes y los policías corruptos es el llamado equilibrio confiable; y 4) el nivel de esfuerzo óptimo del gobierno local será establecer la política más laxa posible en contra del robo cuando no hay injerencia externa.

Los principales resultados del análisis teórico sobre las políticas necesarias para inhibir los impactos de los sobornos sobre las acciones de los policías indican que: 1) un gobierno central puede ser necesario para forzar a los gobiernos locales a que adopten políticas estrictas para inhibir los robos a casa-

habitación; 2) las estrategias de castigo y premio no siempre inhiben los robos porque su eficacia depende del nivel de corrupción, de los castigos y de los premios; 3) una política de castigo a los policías inhibe los robos solo si la amenaza expresada en el castigo es grande; y 4) una política de premio a los policías inhibe los robos solo cuando los incentivos salariales son muy grandes.

Los hallazgos empíricos, por su parte, muestran que los principales hechos estilizados sobre la corrupción en el sector público y los robos a casa-habitación en América Latina y Norteamérica son los siguientes: 1) la percepción de corrupción en el sector público es relativamente elevada en los países de la región; 2) Canadá y Jamaica tienen, respectivamente, las mejores y peores percepciones relativas al control de la corrupción; 3) Estados Unidos y Granada tienen, respectivamente, los números totales más altos y bajos de robos; 4) Barbados y Trinidad y Tobago tienen, respectivamente, las tasas más altas y más bajas de robos; y 5) las distribuciones de los indicadores no son normales.

Los principales hallazgos referidos a las relaciones empíricas entre la percepción del control de la corrupción y los robos a casa-habitación son los siguientes: 1) las relaciones entre la percepción de control de la corrupción del sector público y los robos a casa-habitación son no lineales; 2) la relación entre el control de la corrupción y el número total de robos tiene forma de “U” invertida; 3) la tasa de robos tiende a disminuir cuando crece el control de la corrupción; 4) si se eliminara la corrupción en el sector público, los robos a casa-habitación seguirían existiendo en los países analizados; y 5) solo mejoras muy grandes en el control de la corrupción podrán reducir los robos en México.

Los hallazgos empíricos validan y complementan los resultados del modelo teórico. La no linealidad de las relaciones entre la corrupción del sistema de justicia y los robos a casa-habitación sugiere que los castigos y salarios que reciben los

policías son bajos en la mayoría de los países analizados. Políticas de combate al delito estrictas, por tanto, podrían promoverse usando castigos más severos e incentivos salariales más generosos. Particularmente, en México, debieran ser consideradas ambas estrategias para el diseño de políticas. Apparentemente, los policías mexicanos tienen escasos incentivos para promover políticas que pudieran inhibir y reducir los robos a casas-habitación de manera eficiente.¹⁴

Finalmente, no sobra enfatizar que los estudios sobre las relaciones entre las políticas orientadas a inhibir y reducir el delito y los sistemas de justicia son muy escasos en la literatura académica. Se requieren más investigaciones para entender dichas relaciones. Particularmente, desde una perspectiva teórica, deben analizarse estrategias alternativas para contrarrestar los impactos de la corrupción en las políticas públicas. Desde una perspectiva empírica, faltan estudios complementarios e indicadores alternativos para evaluar la validez y generalidad de los hallazgos obtenidos. Por estas razones, no sobra enfatizar que esta investigación es una aproximación al estudio de dichas relaciones.¹⁵

BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre Quezada, J. P. (2016). “Robo a casa-habitación”. *Pluralidad y Consenso*, vol. 6, núm. 29, pp. 192-199.
- Alvazzi del Frate, A. (2010). “Crime and criminal justice statistics challenges”. En Harrendorf, S., Heiskanen, M. y Malby, S. (Eds.). *International Statistics on Crime and Justice*, pp. 167-175. Helsinki, Suecia: European Institute for

¹⁴ Recuérdese que México ocupó el penúltimo lugar en el indicador de control de la corrupción.

¹⁵ Algunos estudios sobre las mencionadas relaciones son los trabajos de Espinosa Ramírez y Ruíz Porras (2012), Chatterjee y Ray (2014) y Auerbach y Azariadis (2015).

- Crime Prevention and Control Affiliated with the United Nations y United Nations Office on Drugs and Crime.
- Auerbach, J. U. y Azariadis, C. (2015). "Property rights, governance and economic development". *Review of Development Economics*, vol. 19, núm. 2, pp. 210-220.
- Chatterjee, I. y Ray, R. (2014). "Crime, corruption and the role of institutions". *Indian Growth and Development Review*, vol. 7, núm. 1, pp. 73-95.
- Di Tella, R., Edwards, S. y Schargrodsy (2010). "E. Introduction. En Di Tella, R., Edwards, S. y Schargrodsy, E. (Eds.)". *The Economics of Crime: Lessons for and from Latin America*, pp. 1-15. Chicago, Estados Unidos: University of Chicago y NBER.
- Eide, E., Rubin, P. H. y Shepherd, J. M. (2006). "Economics of crime". *Foundations and Trends in Microeconomics*, vol. 2, núm. 3, pp. 205-279.
- Espinosa Ramírez, R.S. y Ruíz Porras, A. (2012). "Tráfico de drogas, corrupción e inversión extranjera directa: Teoría y evidencia". En Ramos, M. y Miranda, F. (Eds.). *Tópicos Selectos de Optimización Vol. 1: Optimización Estocástica-Rekursiva-Coherente-Sistémica y sus Variantes (Probabilidad, Econometría y Estadística Aplicada)*, Santiago de Compostela, España: ECORFAN y Universidad Santiago de Compostela, pp. 475-494.
- Freeman, R. B. (1999). "The economics of crime". En Ashenfelter, O.C. y Card, D. (Eds.). *Handbook of Labor Economics*, vol. 3. Part C. Amsterdam, Holanda: Elsevier Science B.V, pp. 3529-3571.
- Grossman, G. M. y Helpman, E. (1994). "Protection for sale". *American Economic Review*, vol. 84, núm. 4, pp. 833-854.
- Johnson, S. D. y Bowers, K. J. (2003). "Opportunity is in the eye of the beholder: The role of publicity in crime prevention". *Criminology and Public Policy*, vol. 2, núm. 3, pp. 497-524.

- Kaufmann, D., Kraay, A. y Mastruzzi, M. (2010). "The World-wide Governance Indicators: Methodology and analytical issues". *Policy Research Working Paper 5430*, Washington, World Bank.
- Pyle, D. J. (1983). *The Economics of Crime and Law Enforcement*. Basingstoke, Macmillan, p. 216.
- Rama, M. y Tabellini, G. (1998). "Lobbying by capital and labour over trade and labour market policies". *European Economic Review*, vol. 42, núm. 7, pp. 1295-1317.
- Soares, R. R. y Naritomi, J. (2010). "Understanding high crime rates in Latin America: The role of social and policy factors". En Di Tella, R., Edwards, S. y Schargrotsky, E. (Eds.). *The Economics of Crime: Lessons for and from Latin America*, Chicago, Estados Unidos, University of Chicago y NBER. pp. 19-60.
- Tseloni, A., Farrell, G., Thompson, R., Evans, E. y Tilley, N. (2017). "Domestic burglary drop and the security hypothesis". *Crime Science*, vol. 6, núm. 3, pp. 1-16.
- Winter, H. (2008). *The Economics of Crime: An Introduction to Rational Crime Analysis*. London, Routledge,

Bases de datos

- UNODC. Oficina de las Naciones Unidas para las Drogas y el Crimen. Estadísticas en Crimen y Justicia Criminal. <https://data.unodc.org/>
- WGI. Worldwide Governance Indicators. Banco Mundial. <http://info.worldbank.org/governance/wgi/index.aspx#home>

SEGUNDA PARTE

FINANZAS Y POLÍTICAS PÚBLICAS

SEGURIDAD SOCIAL EN MÉXICO

Horacio Sobarzo*

1. INTRODUCCIÓN

El propósito de este trabajo es construir un modelo lo más cercanamente posible al desarrollado por Antón, Hernández y Levy (2012) para el año 2008, pero con información del año 2015 y tener una idea más precisa de si la situación ha cambiado estructuralmente, o no. El trabajo de Antón, *et. al.* (en lo sucesivo EIM) lo que propone es, en esencia, estimar el esfuerzo fiscal y los ajustes que tendrían que ocurrir en el mercado laboral de México a fin de establecer un sistema de seguridad social de cobertura universal. Para ello construyen un modelo especial.

La idea central del argumento de EIM es que, en el esquema actual, dado el gran tamaño del sector informal, se han generado distorsiones que castigan al sector formal de la economía y al mismo tiempo estimulan el crecimiento del sector informal. En otras palabras, bajo el esquema actual se grava a la formalidad y se subsidia a la informalidad, con la consecuente caída en la productividad que esto implica.

La propuesta es eliminar el sistema actual de contribuciones en el sector formal a favor de un seguro de cobertura uni-

* El Colegio de México, hsobarzo@colmex.mx

versal, y el mayor gasto público que esto supone, en opinión de los autores, podría financiarse con una reforma impositiva basada en impuestos al consumo, esencialmente el impuesto al valor agregado (IVA) generalizado. Para tal efecto construyen un modelo sencillo por sus dimensiones, pero que pone especial énfasis en el mercado laboral (formal e informal) y su interacción con las finanzas públicas de México.

La reproducción que se hace aquí para el 2015, que es justamente el contenido de este trabajo, sugiere que el modelo que se construyó es muy similar al de 2008, ya que sus resultados son también muy similares. Como se discute en la sección de conclusiones, quizás la diferencia no proviene de la naturaleza de los modelos, sino de la situación de las finanzas públicas en ambos años.

2. DEFINICIONES DE INFORMALIDAD, ILEGALIDAD Y SEGURIDAD SOCIAL

En EIM, la cita referida de Kanbur (2009) es el punto de arranque del capítulo, misma que a continuación se presenta:

El término informalidad tiene la dudosa distinción de combinar una característica muy importante en términos de su relevancia desde el punto de vista de política pública y de relevancia política, con la muy reducida claridad conceptual y coherencia analítica.

Es decir, a pesar de la importancia política, económica y social del fenómeno de la informalidad en muchos países, conceptualmente ha sido también un fenómeno que, por sus muy variadas implicaciones en distintos ámbitos, no tiene una definición única.

En consecuencia, en las siguientes líneas se establece una definición que servirá de referencia para el propósito de este documento. Siguiendo a EIM, dado que la seguridad social es el elemento central del trabajo, aquí se entenderá por infor-

malidad el empleo que no tiene acceso a las prestaciones de salud, específicamente, al esquema de seguridad social derivado de las contribuciones a la seguridad social.

Así, esta definición permite identificar con claridad a los trabajadores formales e informales, pues un trabajador pertenece a uno o a otro esquema, pero no a ambos a la vez.

Nótese que por el lado de las empresas esta distinción no es posible ya que, en la práctica, una empresa puede contratar a trabajadores que sí serán adscritos al régimen contributivo de seguridad social, y contratar, al mismo tiempo a otro conjunto de trabajadores sin dicha cobertura. No obstante, de lo que sí hay certeza es de que, en la medida en que las empresas evaden impuestos y contratan trabajadores fuera del régimen del IMSS, el sector informal se expande.

Es importante destacar que los términos informalidad e ilegalidad no son lo equivalentes, ya que puede ocurrir que aún si las empresas establecidas legalmente no evaden impuestos y registran a la totalidad de sus trabajadores en el IMSS, puede a su vez coexistir un esquema de autoempleo y/o empresas familiares y, por tanto, habrá una informalidad, aunque no necesariamente ilegalidad. Ciertamente es también probable que haya empresas establecidas que incurren en la ilegalidad. Es decir, la informalidad e ilegalidad son conjuntos que se traslapan. También puede ocurrir que una empresa establecida evada IVA y cumpla con las contribuciones a la seguridad social.

Debe también subrayarse, siguiendo a EIM, que la informalidad no se define por el tamaño de la empresa, sino que es un resultado endógeno que dependerá de la configuración de las contribuciones a la seguridad social (SSC), de los subsidios a la informalidad (SSNC), del esquema de impuestos y subsidios, y de la capacidad gubernamental de inducir al comportamiento legal. En este contexto las empresas harán un cálculo de su capacidad de cumplimiento o incumplimiento, dependiendo del riesgo asociado a ser detectadas en una práctica ilegal. Dicho lo anterior, se verá en la siguiente sección que en el caso

mexicano existe una muy fuerte correlación entre el tamaño de las empresas y el grado de informalidad.

Finalmente, la informalidad no es igual al autoempleo y/o empresas familiares pues algunos trabajadores asalariados pueden no estar cubiertos por el régimen del IMSS; tampoco la informalidad es necesariamente equivalente a la pobreza, toda vez que pueden existir trabajadores asalariados pobres que están bajo el régimen del IMSS.

Nótese pues que la distinción entre informalidad e ilegalidad es importante en el contexto mexicano en el que coexisten las contribuciones al IMSS (en lo sucesivo, lo denominaremos seguridad social contributiva (SSC) y un esquema de seguridad social no contributivo (SSNC). En el primero, el régimen es obligatorio y el segundo es de acceso voluntario. Como lo asegura EIM, si ambos esquemas fueran uno solo, la distinción entre formalidad e informalidad sería irrelevante.

3. CONTEXTO 2015

El propósito de esta sección es elaborar un breve diagnóstico, para el año 2015, del contexto laboral y fiscal de México en línea con el diagnóstico que para 2008 presenta EIM. Este diagnóstico subraya cuatro aspectos relevantes para imaginar la pertinencia y racionalidad que implica un sistema de seguridad universal como el propuesto por EIM. Como se verá, salvo el aspecto fiscal que sí ha cambiado de manera importante, los hechos estilizados del mercado laboral son esencialmente los mismos en 2015 y en 2008.

3.1. Informalidad alta y distribución por tamaño de empresa

Dado que los trabajadores que tienen acceso a la seguridad social contributiva deben registrarse en el IMSS, el número de empresas registradas en el IMSS puede ser utilizado como indi-

cador de la formalidad de las empresas, aún si estas empresas no pagan el monto total de sus contribuciones. Por otro lado, el Censo Económico captura el número de empresas en México con independencia de si tienen o no registro en el IMSS; el criterio del Censo Económico es si la actividad económica ocurre en establecimientos fijos en áreas urbanas.¹

El Cuadro 1 muestra la distribución de empresas en 2014 registradas tanto en el IMSS como en el Censo Económico, distinguiendo a las empresas por número de trabajadores; en ese año, el número de empresas registradas en el Censo Económico fue de 5 millones 654 mil 014.

Dos aspectos importantes se desprenden del análisis del Cuadro 1. Primero, la discrepancia entre las cifras del Censo y las del IMSS claramente está asociada al tamaño de las empresas. Así, para el intervalo de entre 0 y 10 trabajadores, el

Cuadro 1.
Registros y firmas, 2014

Tamaño de la firma (número de trabajadores)	Censo (número de firmas)	IMSS (número de firmas)	IMSS/Censo (porcentaje)	Participación en total
0-10	5,332,788	685,503	0.13	0.943
11-50	263,041	119,687	0.46	0.047
51-250	47,724	39,433	0.83	0.008
251 y más	10,461	10,286	0.98	0.002
Total	5,654,014	854,909	0.15	1

Nota: Este cuadro respeta la distribución por tamaño de la firma dada por el Censo. El Censo considera datos de 2013 y 2014. Las cifras del IMSS corresponden a diciembre de 2014.

Fuente: Censo Económico 2014 (INEGI, 2014a) e IMSS (2014).

¹ El Censo no captura lo que se podría denominar empleo urbano callejero y negocios o actividades no fijas y excluye también el empleo de actividades agropecuarias, ganaderas y forestales.

número de empresas registradas en el IMSS representa sólo el 13% del total de empresas capturadas en el Censo; en el otro extremo, conforme el tamaño de la empresa medido por el número de trabajadores crece, el porcentaje de empresas que captura el Censo prácticamente en su totalidad está registrada ante el IMSS. Este hecho es claramente explicable porque conforme las empresas crecen en tamaño, se les hace más difícil y riesgoso evadir el registro de sus trabajadores ante el IMSS, simplemente porque la empresa se hace más visible ante la autoridad gubernamental.

El segundo aspecto que vale la pena mencionar es que la casi totalidad de las empresas capturadas por el Censo Económico (94.3%), son empresas que contaban con entre 1 y 10 trabajadores.

Así, ambos aspectos apuntan claramente a una distribución caracterizada por un número muy grande de empresas pequeñas, informales, que no contribuye a la seguridad social (IMSS) y que muy probablemente evaden impuestos.² Por otro lado, existe un muy pequeño número de empresas grandes establecidas formalmente que contribuyen al IMSS y pagan impuestos como impuesto sobre la renta (ISR) e IVA. En medio hay empresas medianas cuyo cumplimiento es parcial.

3.2. Empleo informal alto

Si en lugar de observar a las empresas se observa el empleo, la situación entre 2015 y 2008 es esencialmente la misma. Esto se puede ver en el Cuadro 2 que muestra la estructura del empleo formal-informal por tamaño de empresa, y áreas, urbano rural, de acuerdo con la información del Censo Económico y la Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE).

² Seguramente muchas de ellas no están registradas fiscalmente o se encuentran en el Régimen de Incorporación Fiscal, antes REPECOS, cuya contribución a la recaudación es muy pequeña.

Cuadro 2.
Fuerza de trabajo ocupada privada total, 2014
(número de trabajadores)

	Formal	Informal	Total
Empleo urbano capturado en Censo			
1-5	1,397,663	10,249,529	11,647,193
6-10	707,459	1,018,051	1,725,5
1011-50	2,373,655	969,521	3,343,176
50+	4,367,697	485,300	4,852,997
Total	8,846,474	12,722,401	21,568,875
Empleo urbano no capturado en Censo			
Autoempleo	44,121	4,367,939	4,412,059
2-5	284,649	6,831,576	7,116,225
6+	1,406,166	1,297,999	2,704,165
Total	1,734,936	12,497,513	14,232,449
Empleo rural no capturado en Censo			
Total	337,197	6,406,748	6,743,945
Total	10,918,607	31,626,662	42,545,269

Nota: Siguiendo la metodología de Antón *et al* (2012), la distribución de la fuerza de trabajo ocupada conforme al tamaño y al estatus es la proporcionada por la ENOE. El total de la fuerza de trabajo reportado por la ENOE en 2015 es 50 millones 611 mil 332 trabajadores (promedio trimestral). Para identificar la parte de este total también es capturada en el Censo se tomaron en cuenta las características del lugar de trabajo que los individuos reportaron en el Censo y en la ENOE. De esta forma, según el Censo, el número de trabajadores que desempeñan sus labores en establecimientos fijos, urbanos, no gubernamentales es 21 millones 576 mil 358, cifra cercana obtenida con la medida obtenida de la ENOE, 21 millones 568 mil 875, la cual se muestra en el cuadro como el total del Censo debido a que la distribución de la ENOE sólo está definida para esta población. El Censo también identifica a 5 millones 534 mil 515 trabajadores en el sector público y actividades religiosas, así como un millón 839 mil 885 en una muestra no urbana. La fuerza de trabajo empleada en actividades agrícolas, reportada en la ENOE es 6 millones 743 mil 945. Por lo tanto, el remanente de lo anterior respecto de la fuerza de trabajo total, 14 millones 232 mil 449, son los trabajadores capturados por la ENOE, y excluidos del Censo que trabajan en lugares no fijos. Finalmente, cabe señalar que la división del estatus formal o informal depende de la variable de formalidad proporcionada por la ENOE, que considera el acceso a la seguridad social.

Fuente: ENOE 2015 (INEGI, 2015c) y Censo Económico 2014 (INEGI, 2014a).

Al igual que el EIM, se pueden destacar algunos aspectos relevantes. Primero, el Censo Económico subestima la actividad económica pues registra sólo el 50.7% de todos los trabajadores privados en México. Segundo, al igual que en 2008, ocurre que, en las cifras del Censo, el empleo informal es más grande que el formal (12 millones 722 mil 401 informales frente a 8 millones 846 mil 474 formales) y la informalidad está altamente correlacionada con el tamaño de las empresas, lo cual es consistente con la evasión de las empresas vía las contribuciones a la seguridad social, y por último, la mayoría de los trabajadores no capturados por el Censo son informales (18 millones 904 mil 261), de un total de 20 millones 976 mil 394. En total, 74.3% del empleo privado es informal, con una gran proporción de trabajadores autoempleados o que laboran en empresas con entre 1 y 5 trabajadores (50.4%).

En suma, los Cuadros 1 y 2 permiten confirmar que el empleo informal en México en 2015, al igual que en 2008, se encuentra en empresas o establecimientos sin localización fija (callejeros), o bien personas autoempleadas.

3.3. Alta movilidad entre el empleo formal e informal

Un último aspecto a resaltar del mercado laboral en México es la alta movilidad del empleo entre la formalidad y la informalidad. En EIM en un año, 2007-2008, el 11% de los trabajadores transitaron entre la seguridad social contributiva y la informalidad. La información de 2015 que corresponde a este aspecto se muestra en el Cuadro 3, como una matriz de transición entre 2014 y 2015.

Si bien el Cuadro 2 no es exactamente igual al Cuadro 3 de EIM, pues las preguntas de la ENOE se han modificado entre un año y otro, sí se puede comentar lo siguiente. El 97% de los trabajadores formales mantuvieron el mismo trabajo y condición de formalidad, mientras que el 3% restante buscó cambiar de trabajo, estatus o ambos. Por el lado de los traba-

Cuadro 3.
Trabajadores que buscaron empleo en 2014

	Para cambiarse de trabajo	Para tener otro empleo y otras razones	No buscaron otro empleo	Mantuvieron estatus o condición	Buscaron cambiar de trabajo estatus o condición
Informales	76%	70%	58%	95%	5%
Formales	24%	30%	42%	97%	3%
Total	100%	100%	100%		

Nota: Para la construcción de este cuadro se catalogó a los trabajadores en formales e informales, posteriormente se les clasificó según su búsqueda de empleo y la razón de su movilidad o permanencia.

Fuente: Cálculos propios con datos de ENOE 2015.

jadores informales, el 95% conservó su trabajo y su estatus de informalidad, mientras que el 5% restante buscó cambiar de empleo, estatus o ambas. Es decir, 8% de los trabajadores transitaron en un año entre la seguridad social contributiva y los subsidios a la informalidad.

En el largo plazo, estos movimientos muestran que el trabajador experimenta episodios de cobertura y exposición al riesgo provenientes de una alta movilidad, que se reflejan también en la baja capacidad de acumulación de ahorro para el retiro tanto en el ámbito individual como en el agregado.

3.4. Características del sistema fiscal

De los cuatro hechos estilizados que hace referencia EIM, el que sí ha registrado modificaciones con respecto al año 2008 es el sistema fiscal mexicano. Es importante mencionar tres de ellas porque sí implican cambios relevantes que habrá que tener en cuenta en términos de los resultados de las estimaciones del modelo que se discute más adelante en este documento.

Primero, si bien la estructura fiscal, y particularmente tributaria no es estructuralmente distinta entre 2015 y 2008, sí es necesario considerar la reforma fiscal que se aprobó en 2013, y que introdujo algunos cambios que se reflejaron en una mayor recaudación, particularmente en materia de impuesto al ingreso (ISR), el impuesto especial a la producción y servicios (IEPS) y, en menor medida, IVA. Entre los cambios más importantes está la desaparición del impuesto especial de tasa única (IETU), la puesta en marcha en su totalidad de la facturación electrónica y algunos cambios adicionales como modificación al Régimen de Consolidación Fiscal. Estas medidas hicieron subir la recaudación por ISR de 5.1% del PIB en 2008 a 6.7% del PIB en 2015.

En materia del IVA, si bien se mantuvo la tasa cero en medicinas y alimentos, el régimen aplicable a las zonas fronterizas se homologó al resto del país, pasando de 11% a 16%. Por su parte, se amplió el IEPS a algunos bienes (calóricos) y se eliminó el subsidio a las gasolinas que prevalecía en 2008.

Este conjunto de modificaciones propició que la recaudación no petrolera pasara de 8.1% del PIB en 2008 a 13.0% en 2015.³ Desafortunadamente, en 2015 los impactos recaudatorios de dicha reforma se vieron mermados por la drástica caída de los precios internacionales de petróleo, al pasar de 100 dólares por barril en promedio a niveles que hasta hoy en día han estado fluctuando entre los 30 y los 40 dólares. En parte, esta reducción en los ingresos por este concepto se contrarrestó con un IEPS a las gasolinas que pasó de un subsidio de 1.8% del PIB en 2008 a un impuesto de 1.2% en 2015. Debe también mencionarse que el impacto recaudatorio negativo provino de la combinación de caída en la cotización internacional del hidrocarburo y una reducción en la plataforma de producción de PEMEX.

³ Ingresos Presupuestarios del Sector Público, estadísticas oportunas. SHCP (2017a).

El hecho es importante porque revela que, en términos de finanzas públicas, el país sigue siendo dependiente de las exportaciones petroleras, y si bien la reforma energética busca disminuir esa dependencia, en el corto y mediano plazos los impactos recaudatorios han sido importantes.

Por último, una variable no menos importante, no tan relevante en 2008, es el nivel de gasto público, que pasó de 23.4% del PIB en 2008 a 26.9% en 2015.⁴ Estos hechos explican que, a diferencia del 2008, cuando el déficit público era de 1.56% del PIB, en 2015 fue entre 3.3% y 3.5% del PIB, es decir, más del doble. El aumento es importante porque en el contexto actual, el gobierno mexicano ha comenzado a hacer ajustes al gasto a fin de reducir este nivel de déficit que, actualmente,

Cuadro 4.
Tasas de evasión fiscal en México
(% de la recaudación potencial)

Año	IVA	ISR personas físicas			ISRPM	IEPS (no petrolero)	Global*
		Salarios	Arrendamiento	Empresarial			
2004	34.88	19.60	88.73	70.02	54.96	7.92	37.80
2005	31.68	18.20	90.12	71.87	42.80	9.00	33.10
2006	25.53	17.00	90.39	71.91	41.20	8.89	29.80
2007	27.02	16.10	90.52	58.89	29.65	10.39	26.90
2008	24.27	15.90	87.18	68.22	24.05	12.28	24.30
2009	26.30	16.60	86.18	73.70	25.64	6.60	25.50
2010	27.00	12.60	86.00	84.16	23.69	10.40	25.00
2011	29.49	16.40	85.98	84.94	22.07	9.15	26.20
2012	24.28	15.50	85.65	83.44	31.40	6.12	26.00

*Incluye la estimación de la evasión del IETU.

Fuente: Fuentes (2013).

⁴ Gasto neto del sector público presupuestario, estadísticas oportunas. SHCP (2017b).

ha hecho a sus finanzas públicas bastante más vulnerables. Una consecuencia de todos los cambios aquí descritos entre 2008 y 2015 fue que la deuda como proporción del PIB pasó en el periodo de 35 a 50% del PIB.

Conviene finalmente apuntar que un problema sistémico de las finanzas públicas del país, adicional a la dependencia petrolera, es el de un alto grado de evasión fiscal. Este si bien pudo haber mejorado en los últimos años, no ha dejado de ser relevante, como se muestra en el Cuadro 4.

4. MATRIZ DE CONTABILIDAD SOCIAL, 2015

En virtud de que para desarrollar un modelo equivalente al presentado en EIM se utilizó la plataforma GAMS (General Algebraic Modelling System), utilizando el enfoque conocido como TV (*transaction value*) *approach*, se decidió construir una matriz de contabilidad social (MCS) que, en la sección siguiente, sirve como base para especificar el modelo a desarrollar. Esta MCS se calibró para México en el 2015, utilizando como base el Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) de INEGI, pero haciendo las modificaciones pertinentes, a fin de reproducir una base de datos similar a la presentada en EIM. A continuación, se presenta una descripción de esta matriz, haciendo especial énfasis en los detalles vinculados al mercado laboral (formal e informal) y al esquema de impuestos y subsidios relacionados con el funcionamiento de dicho mercado.

4.1. La medición de la informalidad

Quizás conviene iniciar esta presentación puntualizando que, si bien se utilizó el SCN de INEGI, y en particular la Matriz de Insumo-Producto (MIP) de 2012, actualizada a 2015, fue sin embargo necesario anexarle a esta base datos la información de la economía informal. La razón de esta añadidura reside en que, como ya se vio en la sección anterior, el Censo Económi-

co (y la MIP) subestima la actividad económica, pues registra sólo 50.7% de todos los trabajadores privados en México. Es decir, dado que un elemento central de este trabajo es la participación de la economía informal, se tuvo que incorporar a la base de datos, haciendo con esto que la oferta total, la demanda total y el ingreso fueran mayores como resultado de la participación del sector informal.

Para ese efecto se utilizó la propia estimación del INEGI sobre el tamaño de la economía informal, misma que se muestra en el Cuadro 5.

Cuadro 5.
Producto Interno Bruto y Ocupación Laboral, 2014

	Economía formal	Economía informal		Total
		Sector informal	Otras modalidades de informalidad	
Participación en el PIB	76.3	11	12.7	23.7
Ocupación laboral	42.2	27.4	30.4	57.8
				100

Fuente: INEGI (2015a).

Como se puede ver, la economía formal da cuenta del 42.2% de la ocupación laboral, en tanto que la economía informal, en sus diversas modalidades da ocupación al 57.8 de la fuerza laboral. Esta información es de hecho bastante consistente con los datos presentados en el Cuadro 2 de la sección anterior, lo cual no es sorprendente pues el INEGI basa sus estimaciones en la ENOE, al igual que como se hace aquí.

Para concluir esta sección cabe por hacer notar que, no obstante, la importancia del sector informal en términos del número de trabajadores, su participación en el PIB es muy reducida, lo que es también congruente con el hecho conocido, y muy relevante para este trabajo, de que en general una característica de este sector es su baja productividad.

4.2. La MCS aumentada

A continuación, se presenta una descripción gráfica-verbal de la MCS que se utilizó, destacando los elementos centrales del mercado laboral y estructura de impuestos y subsidios relevantes para la formulación y presentación del modelo de la Sección 5. Para tal efecto se usó el Cuadro 6, que presenta una versión esquemática de la MCS utilizada. Por razones de espacio no fue posible mostrar todos los detalles de la matriz, pero la matriz completa con todos los elementos se muestra en el Apéndice (Cuadro A.1).

Una MCS es un esquema contable consistente, es decir, es una matriz cuadrada en la que los totales de cada columna deben ser iguales a los totales de cada hilera de manera que *grasso modo* la oferta total y, en consecuencia, los ingresos generados en la producción deben de ser justos los ingresos necesarios para que la demanda y la oferta coincidan. La forma de “leer” la información de la matriz es pensando las columnas como un pago a la hilera y la hilera describe una venta a la columna.

Así, en la MCS presentada en el Cuadro 6, se pueden distinguir tres sectores, cada uno de ellos produciendo un bien; tres factores, trabajo formal, trabajo informal y capital; ingreso y gasto de los hogares; gobierno; ahorro-inversión.

Se contemplan pues tres sectores: dos sectores formales constituidos por el sector de medicinas y alimentos, y otros (resto de los sectores formales); el tercer sector es el sector informal. Nótese entonces que en el sector formal se distingue por separado al sector de medicinas y alimentos debido al énfasis de este trabajo en términos de la reforma impositiva, dado que este sector tiene una tasa cero de IVA, en tanto que el resto de los sectores formales (otros) sí está sujeto a este gravamen. Si se “leen” hacia abajo las dos primeras columnas de la matriz, estas dos columnas registran la estructura de costos de los dos sectores formales. Así estos dos sectores compran insumos intermedios (demanda intermedia), por un valor de

11 millones 356 mil 473 pesos; pagan salarios en el mercado formal por un valor de 7 millones 903 mil 927; pagan remuneraciones a trabajadores en el sector informal por un millón 782 mil 293; pagan al factor capital un valor de 16 millones 840 mil 234; pagan algunas prestaciones a los hogares por un monto de 105 mil 647; y finalmente, pagan al gobierno un monto de impuestos netos de subsidios, por un valor de 138 mil 800.

Es muy importante subrayar que en el Cuadro 6 el pago a gobierno de 138 mil 800 es como se dijo, un saldo neto, pero en la matriz completa que se encuentra en el cuadro A.1 del Apéndice, este número se desdobra en sus componentes, uno de los cuales es muy importante para el modelo, ya que contempla que los sectores formales pagan al gobierno, un monto de contribuciones de 317 mil 929, que en términos del modelo es lo que se denomina “impuesto al sector formal”.

El tercer sector es el sector informal que, siguiendo a EIM, su único costo es el pago al trabajo informal (136 mil 215). También en este sector se omite en el Cuadro 6 el subsidio que otorga el gobierno al sector en forma de lo que EIM llama el subsidio a la informalidad, por un monto de 284 mil 004 millones de pesos, y que en el Cuadro 6 está consolidado con todos los impuestos y subsidios del gobierno, pero que en la matriz del cuadro A.1 del Apéndice aparece de forma explícita. Así pues, el costo total de producción de todos los sectores (valor de la producción) es de 38 millones 243 mil 345 pesos, que “leyendo” las hileras correspondientes a los sectores, son las ventas totales, de manera que totales de columnas e hileras son iguales. Si a estas ventas totales (columna) sumamos el IVA (707 mil 2012), obtenemos la oferta total, a precios de mercado, por un valor de 38 millones 950 mil 557, cifra que es igual al total de la hilera de demanda total. Esta oferta y demanda totales incorporan por supuesto la oferta y demanda de los dos sectores formales y el sector informal. Para completar la formación de la oferta debe mencionarse que, siguien-

Cuadro 6. Matriz de Contabilidad Social. México, 2015.
(millones de pesos)

				SECTORES		BIENES				
				FORMAL		INFORMAL	M_A	OTROS	BIEN B	BIEN A
				M_A	OTROS					
INGRESOS	SECTORES	FORMAL	M_A	Ventas totales 38,243,345						
			OTROS							
		INFORMAL								
	BIENES	M_A		Demanda intermedia 11,356,473		Bien formal 27,478,113				
		OTROS								
		BIEN B BIEN A								
	FACTORES	TRABAJO	FORMAL	Remuneración salarial formal 7,903,927	Remuneración salarial informal 136,215					
			INFORMAL	Remuneración salarial informal 1,782,293						
		CAPITAL		Costo de capital 16,840,234						
	HOGARES			Otras prestaciones 105,647						
	DEMANDA FINAL									
GOBIERNO			Impuestos a la producción y subsidio a la informalidad 138,800	Impuestos a la producción y subsidio a la informalidad (20,244)	IVA 707,212					
AHORRO-INVERSIÓN										
				Valor de la producción 38,243,345		Oferta total 38,950,557				

Nota: M_A: Medicinas y Alimentos.
Elaboración propia.

GASTOS								
FACTORES			HOGARES	DEMANDA FINAL	GOBIERNO	AHORRO-INVERSIÓN		
TRABAJO		CAPITAL						
FORMAL	INFORMAL							
							Producción total 38,243,345	
							Demanda total 38,950,557	
							Ingreso factor trabajo 9,822,435	
							Ingreso factor capital 16,840,234	
Ingreso trabajo formal 7,903,927	Ingreso trabajo informal 1,918,508	Ingreso de capital 16,840,234					Ingreso de los hogares 26,768,316	
			Consumo privado 22,447,898		Consumo del gobierno 2,152,505	Consumo de inversión 2,993,681	Demanda final 27,594,084	
			ISR de hogares 1,217,261					Ingreso del gobierno 2,043,029
			Ahorro privado 3,103,157		Ahorro del gobierno (109,476)			Ahorro total 2,993,681
Gasto del factor trabajo 9,822,435		Gasto del factor capital 16,840,234	Gasto de los hogares 26,768,316	Demanda final 27,594,084	Gasto del gobierno 2,043,029	Inversión total 2,993,681		

do a EIM, la oferta del sector formal se agrega en un solo bien “A” que sería la oferta del sector formal, en tanto que “B” se refiere a la oferta del sector informal.

Ahora bien, para dar cuenta de cómo se forma la demanda es necesario ver el flujo circular del ingreso, mismo que surge del pago que hacen los sectores a los factores de producción, capital y trabajo (formal e informal), como ya se describió líneas arriba. Así, el ingreso nacional total es la suma de gasto del factor trabajo y gasto del factor capital, que es por un total de 26 millones 768 mil 316, que incluye también cualquier tipo de prestaciones. De este ingreso total una parte se destina a los hogares y la otra parte al pago de impuestos y lo que no se consume es, por definición, el ahorro. La parte que se destina a consumo de hogares es 22 millones 447 mil 898 y, por su parte, como producto de la recaudación, el gobierno consume 2 millones 152 mil 505, en tanto que el ahorro de los hogares es positivo y el del gobierno es negativo.

El total de transacciones, como ya se dijo, se muestra explícitamente en la matriz del cuadro A.1 del Apéndice. Resta sólo subrayar que la información es totalmente consistente con el SCN y las propias estimaciones del INEGI respecto a la magnitud del sector informal. También es importante destacar que la matriz incorpora a detalle el esquema de subsidios e impuestos, así como las contribuciones a la seguridad social.

4.3. Algunas aclaraciones pertinentes

Para concluir esta sección es preciso puntualizar tres aspectos concernientes al procedimiento de la construcción de la MCS.

Primero, se utilizó como base la MIP de México para el año 2012, misma que se actualizó al 2015 y se agregó a dos sectores. Posteriormente se le anexó, como ya se mencionó, el sector informal.

Segundo, una ventaja de este procedimiento es que, a diferencia de EIM, no fue necesario construir desde abajo, por llamarlo de alguna forma, las contribuciones a la seguridad

Cuadro 7.
Subsidios a los programas SSNC (millones de pesos)

Salud	
Fondo de aportaciones para los servicios de salud FASSA (Ramo 33)	77,845.2
Gastos en salud de los gobiernos estatales	32,484.3
Seguro de salud para la familia (IMSS)*	2,245.0
Seguro Popular	74,789.2
IMSS-Prospera (Ramo 19)*	9,719.3
Hospitales de Alta Especialidad (Ramo 12)	19,595.6
Seguro Médico Siglo XXI	2,605.1
Total	219,283.7
Cuidado diario y vivienda	
Estancias infantiles (SEDESOL)	3,807.5
Fondo Nacional de Habitaciones Populares (Fonhapo)	3,169.8
Comisión Nacional de Vivienda (Conavi)	11,267.7
Programa Hábitat	3,959.8
Total	21,384.6
Pensiones	
Adultos Mayores de 65**	42,515.6
Total	284,004.0

*Estos dos programas, aunque son operados por el IMSS, proveen servicios de salud a trabajadores informales que son financiados directamente por el gobierno federal. El programa IMSS-Prospera es diferente de Prospera, cuya contabilidad se excluye de este cuadro.

**Antes, Adultos Mayores de Setenta.

Todas las cuentas se obtuvieron de la Cuenta Pública 2015, menos la correspondiente al Seguro de Salud para la Familia que se extrajo del Informe al Ejecutivo Federal 2015-2016 del IMSS.

Fuente: Cuenta Pública 2015 (SHCP, 2015), IMSS (2016).

social, ya que la matriz contempla este rubro como parte de los costos de producción de los sectores.

Por último, los subsidios al sector informal, que podríamos denominar como “seguro popular” o programas de seguridad social no contributiva (SSNC), ascendieron a un monto

de 284 mil 004 millones de pesos en 2015. Para conformar este número fue necesario integrarlo con todos sus componentes, como se muestra en el Cuadro 7. Los componentes de la seguridad social contributiva (SSC) se despliegan en el cuadro A.2, del Apéndice.

5. EL MODELO

5.1. Oferta

Como ya se dijo, el modelo contempla tres sectores; dos formales y uno informal. Los tres minimizan costos, pero difieren en que los sectores formales utilizan insumos intermedios y factores de producción, en tanto que el sector informal utiliza únicamente trabajo informal. Los dos sectores formales en consecuencia utilizan, además de los insumos intermedios, capital y trabajo formal e informal.

La producción bruta de los dos sectores formales está dada por,

$$X_i^f = f(K, L_i^f, L_i^{nf}, V_i, t_i, \tau^{csi}) \quad (1)$$

donde $i = 1, 2$, se refiere a los sectores de medicinas y alimentos, y otros, respectivamente, f denota sector formal y nf sector informal, t_i es la tasa de impuesto a la producción que enfrenta el correspondiente sector y τ^{csi} hace referencia a las contribuciones a la seguridad social que pagan los sectores formales.

Por su parte, el sector informal utiliza sólo trabajo informal, y recibe un subsidio, representado por $NCSI$, que incluye todos los servicios a la población abierta, como seguro popular y demás,

$$X_3^{nf} = f(L^{nf}, \tau^{NCSI}) \quad (2)$$

Nótese que en las funciones de producción (costo) de los sectores formales están las contribuciones, impuestos y subsidios como parte de los costos de producción. Entonces cada sector produce un bien: medicinas y alimentos ($f1$), otros ($f2$) y el bien informal (nf). Medicinas y alimentos y otros, a su vez, se agregan para formar un bien que denominamos O^f en tanto que el bien informal se le denomina O^{nf} .

La oferta formal total está dada por,

$$O^f = O^{f1} + O^{f2} \quad (3)$$

Entonces la oferta total es

$$O^T = O^f + O^{nf} \quad (4)$$

es decir, el agregado de la oferta del sector formal (O^f) y la oferta del sector informal (O^{nf}) es la oferta total de la economía, del cual, al igualarse a la demanda total, como se verá más adelante, se reparte en demanda intermedia, y final, toda vez que oferta será igual a demanda. Como se puede apreciar, los sectores formales pueden demandar de ambos tipos de trabajo, en tanto que el sector informal demanda únicamente trabajo informal. La matriz de demandas intermedias de los sectores las representamos como de coeficientes técnicos fijos (tecnología Leontief),

$$V_{ij} = a_{ij} X_j \quad (5)$$

y, a su vez el total de demanda intermedia está dada por

$$V_i = \sum_j V_{ij} \quad (6)$$

5.2. Mercado de factores

En el mercado de factores se contemplan tres, capital (K), trabajo formal (L^f) y trabajo informal (L^{nf}).

Los totales de trabajo y capital son fijos

$$\Sigma_i K_i = K^T \quad (7)$$

$$L^f = L_i(L_1, L_2) \quad (8)$$

$$L^f + L^{nf} = L^T \quad (9)$$

el supuesto básico es que los tres factores son movibles entre los sectores (aunque el sector informal sólo utiliza trabajo informal) y fijos en el agregado, de forma que son los precios (tasa de interés, salario formal y salario informal) los que se modifican a fin de que los tres mercados de factores estén en equilibrio. En consecuencia, se supone también que hay pleno empleo. En el mercado de trabajo esto implica que la mano de obra que no utiliza el sector formal, la utiliza el sector informal y viceversa.

5.3. Demanda

La demanda se modela también de manera sencilla. Se supone un solo consumidor típico que consume el bien de consumo final, el gobierno a su vez consume también ese bien y una parte consumo de inversión. Si a eso se le añade el consumo intermedio que hacen los sectores de producción, se tiene la demanda final.

$$X_i^D = C_i^D + Z_i + V^i \quad (10)$$

Donde Z_i es la demanda de inversión y C_i^D es la demanda de consumo final, que se conforma con la demanda de los hogares y del gobierno

$$C_i^D = C_i^H + C_i^G \quad (11)$$

El precio del consumo final se supone fijo simulando así una economía abierta en el sentido de que es tomadora de precios.

5.4. Gobierno

El gobierno enfrenta un balance en el que sus ingresos provienen de varias fuentes: contribuciones, impuestos a la producción, IVA, ISR y otros impuestos. A su vez, los gastos son representados por el consumo del gobierno y los diversos subsidios a la seguridad social no contributiva. Aquí es también importante señalar que para modelar la evasión de IVA se supone que una parte de ésta ocurre en “la puerta de la fábrica”, y otra en la “puerta de la tienda”. El balance fiscal (BF) entonces está representado de la siguiente manera

$$BF = [R^c + R^{iva} + R^r + (1 - \theta)\tau^{csi}w_fL_f] - [G^c + \quad (12)$$

$$(1 - \theta)\tau^{csi}w_fL_f + \theta\tau^{csi}w_fL_f + \tau^{ncsi}L_{nf}]$$

Donde R^c son ingresos exógenos que se suponen constantes (incluida la renta petrolera), R^{iva} los ingresos por impuesto al valor agregado, R^r los ingresos por impuesto sobre la renta y $((1 - \theta)\tau^{csi}w_fL_f)$ representa las contribuciones a la seguridad social del sector formal de la economía. Del lado derecho se muestran los gastos de gobierno, constantes, como G^c (que incluye Progres- Oportunidades) y los gastos que implica la seguridad social contributiva (csi) y la seguridad social no contributiva ($ncsi$).

5.5. Interacción mercados de factores y gobierno

Como se puede derivar de esta breve explicación de la estructura del modelo, éste es muy sencillo, pero con gran énfasis en cómo interactúan gobierno y mercado de factores. Como se explicará en la siguiente sección, por la forma en que se construye, permite evaluar por ejemplo qué sucede si se eliminan las contribuciones en los costos de los sectores y los subsidios a la informalidad, que es la esencia de la reforma que se simula en EIM. En este contexto, los salarios de los trabajadores formales e informales se modifican encareciendo la informalidad (al eliminar el subsidio) y abaratando la formalidad (al eliminar las contribuciones). El supuesto de perfecta movilidad del trabajo es aquí esencial para ver cómo se reasigna el trabajo entre sectores. Al mismo tiempo, estos elementos interactúan con la evasión fiscal practicada por las empresas. Todos estos reajustes provocan aumentos y reducciones en los ingresos y gastos de gobierno.

Por último, es importante mencionar una vez más que al tener como base una MCS se tiene la ventaja de una gran transparencia en la información utilizada pues siempre es posible calcular con facilidad los parámetros implícitos del modelo, como las tasas efectivas de impuesto (subsidio), parámetros de participación en la estructura de costos y/o consumo, etcétera. El programa de resolución basado en GAMS calcula todos los parámetros implícitos y explícitos en las diversas ecuaciones de comportamiento.

5.6. Procedimiento utilizado para estimar modelo y realizar simulaciones

Usando la plataforma GAMS, en su versión *TV-Approach*, se procedió a realizar las simulaciones como se describen en la siguiente sección. Esencialmente, lo que se hace es suponer un equilibrio inicial, mismo que se perturba con algún cambio exógeno, como puede ser hacer una tasa impositiva diferen-

te. La resolución consiste en modificar todos los equilibrios en los mercados y la resolución del modelo ocurre cuando en todos los mercados se encuentra un nuevo equilibrio (oferta igual a demanda).

6. RESULTADOS 2015

Esta sección expone algunos resultados de simular escenarios de posibles reformas, en el mismo tenor que EIM simuló. Valdrá la pena mencionar también que el modelo aquí presentado es útil por supuesto para analizar otros posibles escenarios.

6.1. Descripción de escenarios

Siguiendo a EIM, la idea del documento es mostrar los impactos en algunas variables de simular los siguientes escenarios:

- a) Reforma del IVA en el esquema actual;
- b) Reforma del IVA introduciendo un esquema de seguridad social universal; y
- c) Igual que b) pero compensando a los grupos de menores ingresos.

6.2. Reforma del IVA en el esquema actual

Este escenario básicamente lo que intenta es calcular el aumento en los ingresos del sector público, sin modificar el esquema actual de la seguridad social. Para tal efecto, el ejercicio consistió en eliminar la tasa cero en el sector de medicinas y alimentos y sustituirla por una tasa generalizada de 16% en todos los sectores (esto equivaldría a una tasa efectiva del 6.09%, Antón, *et. al.*, 2012). Los resultados se muestran en la columna 1 del Cuadro 8.

Como se observa, hay por supuesto un aumento importante en la recaudación del IVA, al pasar del 3.7% al 7.0% del PIB. En términos de ISR, se registra una muy ligera reducción

Cuadro 8.
Reforma Fiscal para Seguridad Social Universal (SSU):
todas las tasas de IVA iguales a 16%
(miles de millones de pesos)

	Base	(1) Sólo IVA	(2) IVA con SSU	(3) IVA con SSU y compensación
Ingresos de IVA	707	1,352	1,450.1	1,450.1
IVA % PIB	3.7	7.0	7.6	7.6
Ingresos de ISR	1,217	1,195	1,185.1	1,186.1
Subsidios a SSC	98.5	96.1	Ninguno	Ninguno
Subsidios a SSNC	284.0	301.4	Ninguno	Ninguno
Subsidios a SSU	Ninguno	Ninguno	818.7	818.7
Compensación a pobres	Ninguno	Ninguno	Ninguno	63.7
Compensación a Estados	Ninguno	Ninguno	Ninguno	38.1
IMSS Pensiones	Ninguno	Ninguno	Ninguno	42.5
Balance fiscal	(-) 637.6	(-) 163.0	(-) 495.8	(-) 575.4
Balance fiscal % PIB	(-) 3.3	(-) 0.9	(-) 2.5	(-) 3.0
CPI	1.000	0.999	1.001	1.001
Salario real	1.000	0.967	1.015	1.015
Millones de trabajadores				
Medicinas y alimentos	1.0	0.89	1.2	1.2
Resto sector formal	19.9	19.3	26.9	26.9
Empleo informal	21.5	22.2	14.3	14.3

Fuente: elaboración propia.

de 1.8%, al pasar de mil 217 millones de pesos a mil 195 millones. Esto se explica, al igual que en EIM, porque las empresas pagan menos ISR, toda vez que, como se ve adelante, el sector formal sufre una pequeña contracción. Dado que en este escenario no se simulaban modificaciones a la seguridad social, los subsidios a ésta caen ligeramente al contraerse un poco el sector formal y, por la misma razón (crece el sector informal), los subsidios a la informalidad registran también un ligero aumento al pasar de 284 mil millones de pesos a 301 mil 400 millones.

Como era de esperarse en términos de balance fiscal se tiene un cambio muy grande pues se pasa de un déficit muy fuerte de 3.3% del PIB a un déficit de 0.9%. Esto naturalmente ocurre por el aumento en los ingresos del IVA sin que haya cambios significativos en el gasto.

Un resultado que es interesante es el aumento del empleo informal y la reducción en el empleo formal. Es decir, si bien los cambios no son muy pronunciados, el aumento en el IVA se traduce en una expansión de la informalidad, lo cual no es sorprendente.

Para concluir el análisis de este primer escenario, restaría sólo mencionar que las magnitudes y direcciones de los cambios de esta simulación son muy similares a los resultados análogos de EIM. Quizás la única diferencia importante, y que se comentará más adelante, es que el déficit público en 2015 (3.3% del PIB), es sustancialmente mayor que el registrado en 2008, que fue de 1.56% del PIB de ese año.

6.3. Reforma del IVA e introducción de un esquema de seguridad social universal (SSU)

En este segundo escenario se simula una reforma del IVA igual a la que se efectuó en el ejercicio anterior, además de la creación de un sistema de seguridad social universal, consistente en la desaparición de las contribuciones a la seguridad social en el sector formal y destinar todos los recursos a un sistema de cobertura de toda la población (formal e informal), (SSNC).

En términos del modelo, esencialmente ocurren tres efectos adicionales en relación a la simulación anterior: primero, bajan los costos del sector formal pues las empresas ya no tienen que pagar cuotas a la seguridad social; segundo, se elimina el subsidio a la informalidad (en términos de nuestros modelos ellos encarecen relativamente la mano de obra informal frente a la formal; y tercero, si bien el gobierno deja de percibir ingresos por las contribuciones, también obtiene

recursos extras de la reforma del IVA, esto junto con otros efectos, provoca un nuevo balance fiscal. Los resultados se reportan en la columna (2).

Si bien la reforma simulada del IVA es la misma que en el escenario 1, la recaudación es ahora mayor (7.6% del PIB), en lugar de 7.0%. La razón es esencialmente el resultado de que se eliminan las distorsiones y eso mismo desalienta y/o reduce la evasión. En materia de ISR el resultado es muy similar, pues hay una pequeña reducción. Nótese que en este nuevo escenario los compromisos de gasto adicional del gobierno son ahora de 818 mil 700 millones de pesos, que se estima sería el costo de la seguridad social universal.

Por supuesto, ello hace que ahora el déficit fiscal aumente a 495 mil 800 millones de pesos, lo que representa un déficit público 2.5 puntos porcentuales del PIB.

En el mercado de trabajo se registran cambios importantes. Como se observa, el sector formal se expande y absorbe a 7 millones 400 mil de trabajadores en tanto que el sector informal se contrae de 21 millones 500 mil a 14 millones 300 mil. Claramente, lo que induce estos cambios es el hecho de que se elimina una fuente importante de distorsión en el mercado laboral, proveniente de la coexistencia de prácticamente dos sistemas de seguridad social (formal e informal). Al eliminar este costo (impuesto) a las empresas en el sector formal y dejar de subsidiar a la informalidad, el mercado de trabajo opera con menos distorsiones. Uno esperaría también que esto se tradujera en mayor productividad.

6.4. Reforma del IVA, creación de un sistema de seguridad único y compensación a los pobres

Finalmente, un último escenario, específicamente el mismo que el escenario 2, pero con la diferencia de que supone que el gobierno federal compensa a los dos deciles más pobres de la población, con un monto de 63 mil 700 millones de pesos,

equivalente al porcentaje del consumo de estos dos deciles como proporción del consumo total de la población. Adicionalmente se les compensa a los estados por una eventual pérdida recaudatoria por un valor de 38 mil 100 millones de pesos y a las pensiones del IMSS por 42 mil 500 millones de pesos, dado que una parte de ellas está ya comprometida.

Los resultados son en general los mismos que se obtuvieron en el escenario anterior, con la única diferencia de que, en este nuevo escenario, las compensaciones a las que se hizo referencia hacen que el déficit crezca a 575 mil 400 millones de pesos, lo que representa 3.0% del PIB.

7. CONCLUSIONES

El artículo muestra los resultados de algunas simulaciones de reforma impositiva con miras a establecer un sistema de seguridad social universal. La idea del modelo presentado es reproducir lo más cercanamente posible el modelo elaborado en EIM para 2008, pero con información de 2015.

Los resultados sugieren que el modelo elaborado aquí reproduce con mucha fidelidad los resultados que se presentan en EIM, y de hecho son muy similares tanto en magnitud (ajustando por las cifras de 2015), como por la dirección de los cambios que ocurren en las diversas simulaciones. En particular, los movimientos en el mercado laboral entre el sector formal e informal operan, como producto de una reforma del tipo descrito, en un sentido en el que, al eliminar distorsiones, el sector formal se expande en detrimento del sector informal que se contrae. Si bien los modelos no cuantifican productividad, este resultado sugiere que esto podría suceder.

En términos fiscales, la dirección y esfuerzo que una reforma de este calado implicaría, es también muy cercana a la de EIM, en términos de los recursos públicos necesarios como proporción del PIB.

Quizá la diferencia más fuerte entre los resultados de 2008 y 2015 no proviene de la construcción o funcionamiento de los modelos, sino del punto de partida de las finanzas públicas en 2008 y 2015, ya que el 2015 se caracterizó por cerrar con un déficit de finanzas públicas de 3.3% del PIB, que es más del doble del registrado en 2008. Ello explica por qué, en el escenario tres, se tendría que incurrir en un déficit de 3.0% del PIB.

Este crecimiento del déficit entre 2008 y 2015 tiene dos causas. Primero, la drástica caída en los precios internacionales del petróleo conjuntamente con la reducción en la plataforma petrolera de exportación y, segundo, un crecimiento del gasto público, que pasó de representar el 22.7% del PIB en 2008, a 25.6% en 2015. La consecuencia de esta evolución de las finanzas públicas fue que la deuda del sector público pasó en los últimos años de 35% del PIB, a 50% en la actualidad. Esta cifra podría no verse como excesiva si se compara con la de otros países, pero sí sugiere que en la situación actual las finanzas públicas son vulnerables.

Finalmente, es importante mencionar que estos modelos no son necesariamente modelos de pronóstico, como en ocasiones se interpretan. Así, más que pronosticar, están diseñados para mostrar el tipo de ajustes que se necesitan para alcanzar ciertos objetivos. En este caso, los resultados podrían interpretarse como; cuánto debería ser la magnitud del esfuerzo fiscal y los ajustes que tendrían que ocurrir en el mercado laboral, para que se pudiera poner en marcha un sistema de seguridad social de cobertura universal. Más allá de eso, existen por supuesto una realidad política y social que estos modelos no capturan y el tipo de reforma que se esboza en EIM, implicaría seguramente cambios profundos, tanto institucionales como legales.

APÉNDICE

Cuadro A.1.
Matriz de contabilidad social,
México, 2015

	VAFORMAL01	VAINFORM01	VAFORMAL02	VAINFORM02
TRABAJO-NE	348500		7555427	
CAPITAL-NE	923040		15917194	
CONTRIBUCI			317929	
OTRASPREST	2011		103636	
IMPINDIREC	4081	-13310	80550	-250450
TRABAJO-IN		90169		1692124
	VASECTOR01	VASECTOR02	ACTIVSEC01	ACTIVSEC02
VASECTOR01			1354491	
VASECTOR02				25416410
COMPSECT01			196789	237760
COMPSECT02			849664	10072260
VAFORMAL01	1277632			
VAINFORM01	76859			
VAFORMAL02		23974736		
VAINFORM02		1441674		
+ SECTINFORM		COMPSECT01	COMPSECT02	CONSUMO--B
ACTIVSEC01		2400944		
ACTIVSEC02			35726430	
SECTINFORM				115971
TRABAJO-IN	136215			
IMPINDIREC	-20244			
	+ CONSUIVA01	CONSUIVA02	CONSUMO--A	IMPUESTIVA
COMPSECT01	1966395			
COMPSECT02		24804506		
IMPUESTIVA		707212		
CONSUIVA01			1966395	

Continúa

Cuadro A.1.
Matriz de contabilidad social,
México, 2015

CONSUIVA02			25511718		
ING-GOBIER					707212
	+ CONSUMOFIN	TRABAJO-IN			
CONSUMO--A	27478113				
CONSUMO--B	115971				
INGRESOHOG		1918508			
	+ TRABAJO-NE	CAPITAL-NE	CONTRIBUCI	OTRASPREST	
INGRESOHOG	7903927	16840234			105647
ING-GOBIER			317929		
	+ INGRESOHOG	CONSUMOHOG	IMPINDIREC	ING-GOBIER	
CONSUMOFIN		22447898			
CONSUMOHOG	22447898				
IMPINDIREC	1217261				
ING-GOBIER			1017888		
CONSUMOGOB					2152505
AHORROINVE	3103157				-109476
	+ CONSUMOGOB	AHORROINVE			
CONSUMOFIN	2152505	2993681			

Fuente: elaboración propia

Cuadro A.2. Impuestos y Subsidios del SSC (IMSS)

Seguro	Prestaciones	Patrón	Cuotas				Total
			Trabajador	Gobierno			
Riesgos de trabajo	En especie y dinero	Conforme con su siniestralidad laboral ¹ (0.5-7.6)	0.00%	0.00%		Prima correspondiente	Salario base de cotización (SBC)
Enfermedades y Maternidad	En especie	Cuota fija por cada trabajador hasta por tres SMGVDF	13.90%	0.00%	13.90%	27.80%	SMGVDF ²
		Cuota adicional para trabajadores con SBC mayor a tres VSMGVDF	6.00%	2.00%	0.00%	8.00%	Diferencia entre el SBC y tres SMGVDF ³
	En dinero	0.70%	0.250%	0.05%		1.00%	SBC
Invalidez y Vida	En especie y dinero	1.75%	0.625%	0.125%		2.50%	SBC
Retiro, Cesantía en Edad Avanzada y Vejez (CEAV)	Retiro	2.00%	0.000%	0.00%		2.00%	SBC
	CEAV	3.15%	1.125%	0.368%+cuota social*		4.28%	SBC
GuarderíasEn especie y Prestaciones Sociales	1.00%	0.000%	0.00%	1.00%		SBC	
Alojamiento		5.00%	0.000%	0.00%		5.00%	SBC
Impuestos laborales estatales	2.00%	0.000%	0.00%	2.00%			Depende del Estado

¹ La prima a considerar se calcula con base en los artículos 72 de la LSS y 32 del RACERF. Al inscribirse por primera vez en el Instituto o al cambiar de actividad, las empresas cubrirán la prima media de la clase que conforme al reglamento les corresponda. Esta prima varía entre 0.54 y 7.58.

² Salario Mínimo General Vigente

³ Veces el Salario Mínimo General Vigente en Distrito Federal.

* Aplicable a los trabajadores que ganen hasta quince veces el salario mínimo. Esta cuota varía de los 3.2 a los 3.9 pesos.

Fuente: Ley del Seguro Social (DOF 12-11-2015).

BIBLIOGRAFÍA

- Antón, A., F. Hernández y S. Levy. (2012). “The End of Informality in Mexico? Fiscal Reform for Universal Social Insurance”, *Inter-American Development Bank*, Washington.
- Fuentes C. H. (Coord.) (2013). *Estudio de Evasión Global de Impuestos*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Campus Ciudad de México.
- IMSS (2014). Capítulo II. Población derechohabiente. Memoria Estadística 2014 [base de datos en línea]. Disponible en: <http://www.imss.gob.mx/conoce-al-imss/memoria-estadistica-2014>
- IMSS (2015). Capítulo II. Población derechohabiente. Memoria Estadística 2015 [base de datos en línea]. Disponible en: <http://www.imss.gob.mx/conoce-al-imss/memoria-estadistica-2015>
- IMSS (2016). Informe al Ejecutivo Federal y al Congreso de la Unión sobre la situación financiera y los riesgos del Instituto Mexicano del Seguro Social (2015-2016).
- INEGI (2012). Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (INEGI). Nueva construcción de ingresos y gastos: Diseño conceptual y definición de categorías y variables. México.
- INEGI (2014a). Censos Económicos 2014. Resultados Definitivos [base de datos en línea]. Disponible en: <http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/ce/ce2014/#Mas>
- INEGI (2014b). Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) 2014. Descripción de la base de datos: Nueva construcción de variables. México.
- INEGI (2014c). Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares (ENIGH) 2014 [base de datos en línea]. Disponible en: <http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/encuestas/hogares/default.aspx>

- INEGI (2014d). La informalidad laboral. Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo. Marco Conceptual Metodológico. México.
- INEGI (2015a). Actualización de la medición de la economía informal preliminar. Año base 2008. Boletín de Prensa núm. 565/15. México.
- INEGI (2015b). Metodología de los Censos Económicos 2014-2015. México.
- INEGI (2015c). Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE) 2015, población de 15 años y más edad [base de datos en línea]. Disponible en: <http://www.beta.inegi.org.mx/proyectos/enchogares/regulares/enoe/>
- INEGI (2016). Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo (ENOE). Estructura de la base de datos. Cuestionario Ampliado y Cuestionario Básico. México.
- Kanbur, R. (2009). “Conceptualizing Informality: Regulation and Enforcement”, *V. Memorial Lecture. Indian Journal of Labor Economic.*
- Ley del Seguro Social. *Diario Oficial de la Federación*. Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión. México. Última reforma publicada DOF 12-11-2015.
- Presupuesto de Egresos de la Federación (2008-2016). *Diario Oficial de la Federación*. Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión. México.
- SHCP (2015). Cuenta Pública 2015. [En línea]. Disponible en: <http://cuentapublica.hacienda.gob.mx/es/CP/2015>
- SHCP (2017a). Ingresos Presupuestarios del Sector Público [base de datos en línea]. Estadísticas Oportunas. Disponible en: http://www.shcp.gob.mx/POLITICAFINANCIERA/FINANZASPUBLICAS/Estadisticas_Oportunas_Finanzas_Publicas/Paginas/unica2.aspx
- SHCP (2017b). Gasto Neto del Sector Público [base de datos en línea]. Estadísticas Oportunas. Disponible en: <http://www.shcp.gob.mx/POLITICAFINANCIERA/FI->

NANZASPUBLICAS/Estadisticas_Oportunas_Finanzas_Publicas/Paginas/unica2.aspx

EL IMPACTO DE LOS IMPUESTOS SOBRE EL TIEMPO DE TRABAJO EN MÉXICO¹

Coralía Azucena Quintero Rojas*

1. INTRODUCCIÓN

El trabajo es uno de los factores productivos más importantes de la economía, por lo que cuando hay desempleo o subempleo significa que la sociedad está asignando ineficientemente ese recurso. Lo anterior tiene un impacto negativo en la producción y el bienestar económicos, por lo que es relevante entender la dinámica de la oferta de trabajo, así como sus determinantes principales.

A este respecto, existe una vasta literatura que sugiere que instituciones tales como los sistemas fiscales, la protección al empleo, los seguros de desempleo, los sindicatos y las negociaciones colectivas, etcétera, afectan el desempeño de los mercados laborales europeos y estadounidense (Blanchard y Landier (2002); Blanchard y Wolfers (2000), Daveri y Tabellini (2000), Ohanian, Raffo y Rogerson (2008), entre otros). Sin embargo, estudios similares sobre los mercados laborales latinoamericanos son muy escasos debido a la falta de datos

¹ Este trabajo se basa en los avances de investigación presentados en los congresos internacionales *Academia Journals* de 2012 y 2014.

* Universidad de Guanajuato, coralia@ugto.mx

sistemáticos sobre los indicadores pertinentes para evaluar el peso de dichas instituciones en la economía.

Este trabajo contribuye en llenar ese vacío al construir series anuales de las tasas impositivas promedio sobre el consumo, la inversión, el ingreso del trabajo y el ingreso del capital en México, para los periodos, 1980-2016 o 1960 -2016, según la disponibilidad de datos. Asimismo, como una ilustración de la relevancia de este tipo de indicadores para el análisis económico, se exploran los efectos de los impuestos sobre la oferta laboral en México, de 1980 a 2016.

Para ello, se toma como punto de partida el modelo neoclásico estándar, al cual se le agrega un sistema fiscal simple. La condición de equilibrio en el mercado de trabajo es entonces usada para construir la llamada *brecha laboral* (Shimer, 2009), definida como la desviación del equilibrio en el mercado de trabajo; es decir, la diferencia entre el producto marginal del trabajo (PMT) y la tasa marginal de sustitución entre consumo y ocio (TMS). A continuación, se realiza un procedimiento contable similar al de Ohanian *et al.* (2008). En términos generales, este consiste en calcular las contrapartes empíricas de las brechas laborales, con el fin de evaluar el impacto de los impuestos. Entre más pequeñas sean las brechas empíricas, mayor será la capacidad explicativa del modelo, pues una brecha igual a cero significa que el modelo tiene en cuenta todos los elementos necesarios para explicar los fenómenos observados en la economía. Por el contrario, valores muy alejados de cero sugieren que se están excluyendo variables explicativas importantes. Por tanto, toda reducción en la brecha empírica que resulte de incluir una variable o distorsión en la economía se interpretará como una medida de la importancia de dicha distorsión.

Los resultados muestran que la brecha se reduce en cuanto se tiene en cuenta el efecto desincentivador de los impuestos, por lo que la política fiscal resulta clave para reducir el problema de desempleo y subempleo en México.

2. MODELO TEÓRICO

La economía teórica es una versión extendida del modelo tradicional de crecimiento neoclásico, que incluye variables asociadas a los impuestos promedio sobre el trabajo, el consumo y el capital. Las horas de trabajo por empleado, h_t , son divisibles: el pleno empleo asegura una tasa de empleo constante, ya que todos los ajustes en el mercado de trabajo se hacen a través de variaciones en las horas por trabajador.

La economía está poblada por un número muy grande de hogares idénticos cuya medida es normalizada a la unidad. Cada hogar consiste en un continuo de agentes de vida infinita. Las preferencias del hogar representativo están dadas por:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, 1 - h_t) \quad (1)$$

donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento. C_t corresponde al consumo per cápita y $1 - h_t$ al tiempo de ocio. Se asume que la función de utilidad contemporánea es creciente, cóncava en ambos argumentos y separable en consumo y ocio:

$$U(C_t, 1 - h_t) = \ln C_t + \sigma \ln(1 - h_t), \sigma > 0 \quad (2)$$

El stock de capital K_t es rentado por los hogares a las empresas al precio neto $(r_t + \delta)$, donde r_t es la tasa de interés real y $0 < \delta < 1$ la tasa de depreciación del capital. Cada hogar escoge las secuencias $\{C_t, h_t, K_{t+1} / t \geq 0\}$ tales que maximicen (1) sujeto a la restricción presupuestaria, dada por:

$$(1 + R_t)K_t + (1 - \tau_{h,t})w_t h_t + L_t + \quad (3)$$

$$\pi_t - K_{t+1} - (1 + \tau_{c,t})C_t \geq 0 \quad (\lambda_t)$$

En la expresión anterior $R_t = (1 - \tau_{k,t})r_t$ es la tasa de interés efectiva, $\tau_{k,t}$ es la tasa de impuestos sobre el ingreso del capital, $\tau_{c,t}$ es la tasa de impuestos sobre el consumo y $\tau_{h,t}$ la tasa de impuestos sobre el ingreso del trabajo. L_t es una transferencia global del gobierno, el cual suponemos que ejerce un presupuesto balanceado en cada periodo. Finalmente, w_t es el salario real, π_t los dividendos remitidos a los hogares por las empresas y λ_t el precio sombra de la restricción presupuestaria.

Cada empresa tiene acceso a una tecnología de producción Cobb-Douglas y escoge el nivel de insumos que maximice su flujo de beneficios:

$$\pi_t = A_t K_t^\alpha (h_t)^{1-\alpha} - w_t h_t - (r_t + \delta) K_t, 0 < \alpha < 1 \quad (4)$$

2.1. Equilibrio

Las condiciones de optimalidad de los programas de optimización de los hogares y las empresas conducen a:

$$\lambda_t = \left((1 + \tau_{c,t}) C_t \right)^{-1} \quad (5)$$

$$w_t = \frac{\sigma(1-h_t)^{-1}}{(1-\tau_{h,t})\lambda_t} \quad (6)$$

$$1 = \beta \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left(1 + (1 - \tau_{k,t+1}) \left(\alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} - \delta \right) \right) \right] \quad (7)$$

$$w_t = \frac{(1-\alpha)Y_t}{h_t} \quad (8)$$

Por tanto, el equilibrio en el mercado de trabajo está determinado por la siguiente expresión:

$$\frac{(1-\alpha)Y_t}{h_t} = \frac{(1+\tau_{c,t})}{1-\tau_{h,t}} \sigma(1-h_t)^{-1} C_t \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow PMT_t = TW_t TMS_t$$

Donde PMT representa el producto marginal de una hora de trabajo, TMS_t la tasa marginal de sustitución entre trabajo y consumo, y TW_t la brecha fiscal, definida como:

$$TW_t = \frac{1+\tau_{c,t}}{1-\tau_{h,t}} \quad (10)$$

2.2. La brecha del trabajo

La brecha del trabajo, denotada por Δ_t , se calcula a partir de la condición de equilibrio en el mercado laboral como la distancia entre el producto marginal del trabajo y la tasa marginal de sustitución entre consumo y ocio. Es decir,

$$\Delta_t = 1 - \frac{TW_t TMS_t}{PMT_t} \quad (11)$$

$$\Leftrightarrow TW_t TMS_t = (1 - \Delta_t) PMT_t$$

3. METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LOS IMPUESTOS

La metodología usada se desprende directamente de los trabajos de Mendoza, Razin y Tesar (1994), Prescott (2004) y McDaniel (2007). La idea principal del método consiste en usar datos de las cuentas nacionales (ingresos, gastos, usos, etcétera), así como datos sobre pagos efectuados por concepto de gravamen tributario, para calcular tasas efectivas (o

realizadas) sobre los principales impuestos. Es decir, sobre el consumo, la inversión, el ingreso del trabajo y el ingreso del capital. Las medidas así producidas son consistentes tanto con el concepto de tasa impositiva a nivel nacional, como con el supuesto del agente representativo propio de muchos modelos macroeconómicos usados para la evaluación de cambios en la política fiscal.

En términos generales, el procedimiento de cálculo es el siguiente: (1) El ingreso total es clasificado como ingreso del trabajo o ingreso del capital. (2) El gasto privado, obtenido al deducir el gasto público del ingreso total, es clasificado como consumo o inversión. (3) La recaudación tributaria proviene de los impuestos al ingreso del trabajo, al ingreso del capital, al consumo privado, y a la inversión privada. (4) Para determinar las tasas impositivas promedio, se divide el ingreso fiscal generado por cada impuesto entre la base gravable correspondiente. En la siguiente sección se aplica este método para obtener la contraparte empírica de las tasas impositivas promedio, de tal manera que se puedan evaluar a partir de los datos para México.

4. EVALUACIÓN DEL MODELO Y FUENTES DE INFORMACIÓN

Un obstáculo común cuando se pretende evaluar un modelo es que no siempre existe la contraparte empírica de las variables teóricas de interés, por lo que se necesita hacer una aproximación a partir de los datos disponibles en la realidad. A continuación, se expone la forma en que se obtiene cada tasa promedio a partir del método teórico descrito en la sección anterior. Las variables necesarias y el código de sus equivalentes en las bases de datos consultadas se listan en el Cuadro 1.

Cuadro 1.
Variables y sus equivalentes en las bases de datos

Variable teórica	Código	Fuente
Gasto final en consumo privado (C)	UPCH	AMECO
Formación bruta de capital fijo (I)	UITG	AMECO
Producto interno bruto (Y)	GDP	AMECO
Compensación a empleados (W)	UWCD	AMECO
Impuestos netos de subsidios sobre la producción y las importaciones (Imp-Sub)	UTVN	AMECO
Surplus bruto de operación (OS)	UOGD	AMECO
Consumo de capital fijo (Dep)	UKCT	AMECO
Impuestos directos a los hogares (IDH)	ISR	OCDE
Contribuciones a la Seguridad Social (SS)	SS	OCDE
Horas anuales de trabajo por empleado (h)	---	GGC

Nota: Todas las series son anuales y están a precios corrientes, salvo por las horas totales de trabajo.

Fuentes: AMECO (Annual Macroeconomic Database, European Commission), GGDC (Groningen Growth and Development Centre and the Conference Board), Total Economy Database, 2018, <http://www.ggdc.net>, y OCDE.

4.1. Tasas impositivas promedio sobre el consumo y la inversión

Según el método esbozado, las tasas promedio resultan de dividir el ingreso fiscal recaudado por cada concepto entre su base impositiva. Sin embargo, en los datos no se separa el ingreso tributario sobre los bienes de consumo y los de inversión, por lo que habrá que hacer una hipótesis para obtener una aproximación de cada tasa por separado.

La variable *Imp – Sub* representa el ingreso recaudado por los impuestos sobre los bienes de consumo y los bienes de inversión; por ello, dicho ingreso se debe dividir entre la parte correspondiente a los impuestos indirectos sobre consumo, IMP_c , y la parte correspondiente a aquellos sobre la inversión, IMP_i . Siguiendo a Prescott (2004), se asume que dos tercios de ese ingreso fiscal corresponden directamente a gastos de consumo privado, mientras que el tercio restante se reparte

uniformemente entre el consumo y la inversión privada. Es decir,

$$IMP_c = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \frac{C}{C+I} \right) (Imp - Sub) \quad (12)$$

$$\Rightarrow IMP_i = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \frac{C}{C+I} \right) (Imp - Sub)$$

Entonces,

Como las tasas promedio se obtienen al dividir cada ingreso fiscal entre su base de recaudación, se tiene que:

$$\tau_c = \frac{IMP_c}{C - IMP_c} \quad (13)$$

$$\tau_i = \frac{IMP_i}{I - IMP_i} \quad (14)$$

4.2. Tasas impositivas promedio sobre el ingreso del trabajo y el ingreso del capital

Así mismo, los impuestos directos a los hogares no distinguen la fuente del ingreso (del trabajo o del capital), por lo que primero se calculará la tasa de impuestos sobre el ingreso (τ_{ing}). Para ello, se dividen los impuestos directos pagados por los hogares entre su base impositiva, es decir:

$$\tau_{ing,t} = \frac{TDH_t}{Y - (Imp - Sub)} \quad (15)$$

Sea $0 < \theta < 1$ la parte del ingreso que corresponde al capital y el $1 - \theta$ restante al trabajo. De esto se deduce la siguiente identidad contable:

$$(1 - \theta)(Y - (Imp - Sub)) = W \quad (16)$$

$$\Rightarrow \theta = 1 - \frac{W}{Y - (Imp - Sub)}$$

En la expresión anterior, W , representa la masa salarial. Así, al aplicar la tasa de ingreso sobre la parte correspondiente al trabajo se deduce el monto de impuestos sobre el ingreso laboral, $TDHL$:

$$TDHL = \tau_{ing}(1 - \theta)(Y - (Imp - Sub)) = \quad (17)$$

$$(1 - \theta)TDH$$

Al sumar las contribuciones a la seguridad social hechas por los hogares, se obtiene la carga fiscal total sobre el ingreso del trabajo. Entonces, la tasa promedio correspondiente es:

$$\tau_h = \frac{TDHL + SS}{(1 - \theta)(Y - (Imp - Sub))} \quad (18)$$

Finalmente, la tasa impositiva promedio sobre los ingresos del capital se aproxima por:

$$\tau_k = \frac{TDHK}{\theta(Y - (Imp - Sub))} \quad (19)$$

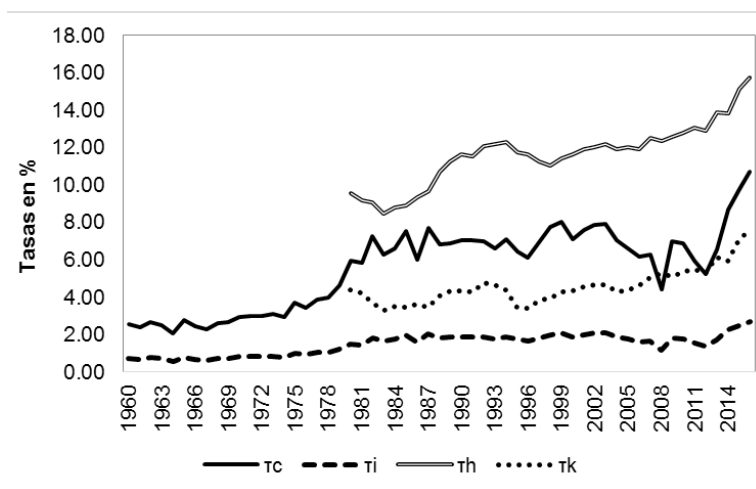
Una medida más precisa se obtendría si se contara con datos de la proporción del *surplus* bruto atribuido a los trabajadores por cuenta propia en el rubro del capital.

5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

5.1. Las tasas de impuesto promedio en México

En el Cuadro 2 se reportan las series obtenidas para las tasas efectivas promedio, mismas que se grafican (en porcentajes) en la Figura 1. Para su cálculo, se evaluaron las ecuaciones (13) y (14) para cada uno de los años comprendidos en el periodo 1960 – 2016; y las ecuaciones (18) y (19) para el periodo 1980 – 2016 debido a la falta de datos anteriores.

Figura 1.
Tasas promedio de impuestos en México, 1980 – 2016



Fuente: elaboración propia.

Un hecho notorio es que el impuesto sobre el ingreso del trabajo es mucho más elevado que el resto, además de mostrar una clara tendencia creciente. Esto suele observarse en las economías latinoamericanas (Tanzi, 2008), en las cuales la parte del ingreso nacional que corresponde a sueldos y salarios es significativamente menor que en los países

industrializados. Esto implica que, para incrementar la baja base impositiva y generar más ingresos fiscales, los gobiernos suelen implementar mayores impuestos sobre el ingreso del trabajo. Otra alternativa sería establecer nuevos impuestos o aumentar los ya existentes sobre los ingresos no laborales. Sin embargo, por una parte, los ingresos no laborales son más difíciles de comprobar y, por la otra, altos impuestos sobre el ingreso del capital ahuyentarían a los capitales y la inversión productiva. Esto se ve reflejado también en el bajo nivel de la tasa promedio sobre la inversión, que es la más baja de las cuatro. Finalmente, la tasa promedio sobre el consumo es la segunda más elevada y experimenta una subida significativa a principio de los ochenta; esto reflejaría en parte la instauración del impuesto al valor agregado (IVA) durante el gobierno de José López Portillo (1976-1982).

A continuación, se utilizarán estas tasas efectivas sobre el trabajo, el consumo, el capital y la inversión para analizar el comportamiento de la brecha laboral en México.

5.2. La brecha de trabajo en México y el rol de los impuestos

Utilizando las ecuaciones (9), (10) y (11), la brecha laboral se expresa como:

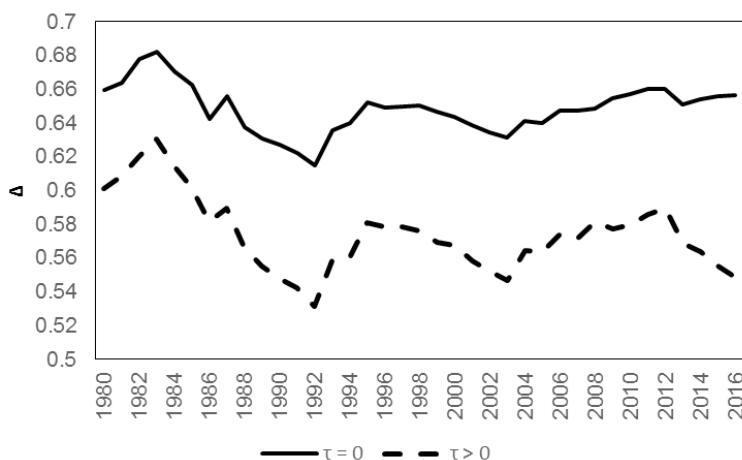
$$\Delta_t = 1 - \left(\frac{1+\tau_{c,t}}{1-\tau_{h,t}} \right) \frac{\sigma h_t C_t}{(1-\alpha)Y_t(1-h_t)} \quad (20)$$

La brecha laboral para México se obtiene entonces al evaluar la expresión anterior para cada año del periodo 1980-2016. En otros términos, se sustituyen las variables teóricas por su contraparte empírica (Cuadro 1), las series para los impuestos sobre el consumo y el ingreso laboral calculadas previamente, así como los valores siguientes para los parámetros estructurales del modelo: $\alpha = .4$ y $\sigma = 2$ (Ohanian, *et. al.*, 2008).

Como señala Rogerson (2006), las brechas de trabajo pueden tener diversas causas, como los impuestos, la regulación en el mercado de productos, la forma no competitiva de fijar los salarios o la regulación del mercado laboral. En este trabajo lo que se explora es el rol de los impuestos como factor explicativo de la brecha laboral en México.

Para apreciar el impacto de los impuestos se realizó un ejercicio contrafactual en el que primero se calcula la brecha de trabajo suponiendo que todos los impuestos son iguales a cero; en este caso $\Delta_{h,t}$ puede interpretarse como la brecha entre la economía teórica (el modelo neoclásico estándar) y los datos. La serie resultante se muestra en la línea sólida de la Figura 2. Como puede notarse, los valores de la brecha son muy lejanos de cero durante todo el periodo, lo que en términos simples significa que el modelo neoclásico tradicional expli-

Figura 2.
La brecha laboral en México, 1980 – 2016



Fuente: elaboración propia a partir de la ecuación (11). La línea punteada corresponde a la brecha cuando en el modelo no se incluyen los impuestos ($\tau = 0$). La línea sólida representa la brecha cuando el modelo se evalúa teniendo en cuenta los impuestos ($\tau > 0$).

ca muy poco del comportamiento real de la oferta de trabajo, pues la condición de equilibrio está lejos de cumplirse.

En términos económicos, esto indica la necesidad de integrar al modelo alguna otra variable explicativa, en este caso, los impuestos. Así, como segunda fase del ejercicio contrafactual se recalcó la brecha con los impuestos antes indicados. La nueva brecha corresponde a la línea punteada de la Figura 2; el efecto de los impuestos es claro: el nivel de la brecha se reduce, lo cual apunta a la importancia de los impuestos como un determinante de la dinámica de la oferta de trabajo. Sin embargo, aún está lejos de ser igual a cero; es decir, la economía teórica debe enriquecerse aún más para acercarse a la realidad.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En este trabajo se construyeron tasas efectivas o promedio sobre el ingreso del trabajo, el consumo, la inversión y el capital. Contar con ese tipo de indicadores contribuye a la mejor comprensión de las dinámicas de la oferta de trabajo, lo que puede ser orientador de las políticas fiscal y laboral en México. El ejercicio contrafactual realizado a partir del cálculo de la brecha del trabajo, ilustra lo anterior, pues se pudo apreciar el efecto desincentivador sobre las horas de trabajo de la presión fiscal reflejada en las tasas promedio.

No obstante, la carga fiscal no explica del todo la dinámica laboral, pues si bien la brecha disminuye al tener en cuenta los impuestos, sigue siendo positiva. Esto sugiere la necesidad de enriquecer el modelo para tener en cuenta otros aspectos o variables susceptibles de explicar el desfase entre la teoría y la realidad que surge al evaluar el modelo usando datos reales. Una limitación obvia del modelo neoclásico utilizado es que considera sólo el margen intensivo de la oferta de trabajo; al no existir desempleo, todos los ajustes se dan en el número de horas de trabajo por empleado. Así, una extensión natural

sería integrar el margen extensivo a través de un modelo de búsqueda y emparejamiento (Mortensen y Pissarides, 1994), tal como el desarrollado en Quintero y Langot (2016) para las economías europeas.

No obstante, esto plantea una agenda previa, que es la construcción de series de indicadores anuales que permitan cuantificar el impacto de otras instituciones presentes en el mercado laboral mexicano, tal como la protección al empleo y la existencia de sindicatos. Si bien se cuenta con medidas sistemáticas para la mayoría de los países de la OCDE, falta mucho por hacer para el caso de México y de otras economías latinoamericanas para las que solo existen algunos datos aislados.

Finalmente, se debe tener en cuenta en la modelización la importancia que tiene el sector informal en la mayoría de las economías latinoamericanas, pues la informalidad puede acentuar el efecto distorsivo de los impuestos. En particular, nuestro ejercicio encontró que la tasa promedio sobre el ingreso laboral fue la que tuvo los valores más altos sobre el periodo estudiado; esto, junto con la menor proporción que representa la compensación de los empleados en el PIB de las economías latinoamericanas con respecto a los países más desarrollados, sugiere que se emplearon tasas elevadas sobre el trabajo formal para compensar la baja base impositiva.

Cuadro 2.
Tasas impositivas promedio en México, sobre el consumo (τ_c),
la inversión (τ_i), el trabajo (τ_l) y el capital (τ_k)

Año	τ_c	τ_i	τ_l	τ_k	Año	τ_c	τ_i	τ_l	τ_k
1960	0.026	0.007			1989	0.069	0.019	0.113	0.043
1961	0.024	0.007			1990	0.071	0.019	0.116	0.043
1962	0.027	0.008			1991	0.070	0.019	0.116	0.043
1963	0.025	0.007			1992	0.070	0.019	0.121	0.048
1964	0.021	0.006			1993	0.066	0.017	0.122	0.047
1965	0.028	0.008			1994	0.071	0.019	0.123	0.044
1966	0.025	0.007			1995	0.064	0.018	0.117	0.034
1967	0.023	0.006			1996	0.061	0.016	0.116	0.034
1968	0.026	0.007			1997	0.069	0.018	0.113	0.038
1969	0.027	0.007			1998	0.077	0.020	0.110	0.040
1970	0.030	0.008			1999	0.080	0.021	0.114	0.043
1971	0.030	0.008			2000	0.071	0.019	0.117	0.043
1972	0.030	0.008			2001	0.076	0.020	0.119	0.046
1973	0.031	0.009			2002	0.078	0.021	0.120	0.046
1974	0.030	0.008			2003	0.080	0.021	0.122	0.047
1975	0.037	0.010			2004	0.071	0.019	0.119	0.043
1976	0.035	0.009			2005	0.066	0.018	0.120	0.044
1977	0.039	0.011			2006	0.062	0.016	0.119	0.046
1978	0.040	0.011			2007	0.063	0.016	0.125	0.050
1979	0.046	0.012			2008	0.044	0.012	0.123	0.053
1980	0.060	0.015	0.096	0.044	2009	0.070	0.018	0.126	0.051
1981	0.058	0.015	0.092	0.042	2010	0.069	0.018	0.128	0.054
1982	0.073	0.018	0.091	0.037	2011	0.060	0.015	0.130	0.055
1983	0.063	0.017	0.085	0.033	2012	0.053	0.014	0.129	0.053
1984	0.066	0.018	0.088	0.035	2013	0.065	0.017	0.139	0.062
1985	0.076	0.020	0.089	0.035	2014	0.087	0.023	0.139	0.059
1986	0.060	0.016	0.093	0.036	2015	0.098	0.025	0.152	0.071
1987	0.077	0.021	0.097	0.035	2016	0.107	0.027	0.157	0.076
1988	0.068	0.018	0.107	0.041					

Fuente: elaboración propia.

BIBLIOGRAFÍA

- Blanchard, O. y Landier, A. (2002). “The Perverse Effects of Partial Labour Market Reform: fixed-Term Contracts in France”. *Economic Journal*, vol. 112, núm. 480, pp. F214–F244.
- Blanchard, O. y Wolfers, J. (2000). “The Role of Shocks and Institutions in the Rise of European Unemployment: the Aggregate Evidence”. *Economic Journal*, vol. 110, pp. 1–33.
- Daveri, F. y Tabellini, G. (2000). “Unemployment, Growth and Taxation in Industrial Countries”. *Economic Policy*, vol. 15, núm. 30, pp. 47–104.
- McDaniel, C. (2007). “Average Tax Rates on Consumption, Investment, Labor and Capital in the OCDE 1959-2003”. *Working Paper*, Arizona State University.
- Mendoza, E. G., Razin, A. y Tesar, L. L. (1994). “Effective Tax Rates in Macroeconomics. Cross-country Estimates of Tax Rates on Factor Incomes and Consumption”. *Journal of Monetary Economics*, vol. 34.
- Mortensen, D. T. y Pissarides, C. A. (1994). “Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment”. *Review of Economic Studies*, núm. 61.
- Ohanian, L., Raffo, A. y Rogerson R. (2008). “Long-term Changes in Labor Supply and Taxes: Evidence from OCDE countries, 1956-2004”. *Journal of Monetary Economics*, núm. 55.
- Prescott, E. (2004). “Why do Americans Work so Much more than Europeans?” *Working Paper*. Minneapolis Fed.
- Quintero, C. y Langot, F. (2016). “Explaining labor wedge trends: An equilibrium search approach”. *European Journal of Comparative Economics*, Cattaneo University (LIUC), vol. 13, núm. 1, pp. 3-35.
- Rogerson, R. (2006). “Understanding Differences in Hours Worked”. *Review of Economic Dynamics*, núm. 9, pp. 65–409.

- Shimer, R. (2009). "Convergence in Macroeconomics: The Labor Wedge". *American Economic Journal: Macroeconomics*, vol. 1, núm. 1, pp. 280–297.
- Tanzi, V. (2008). "The Role of the State and Public Finance in the Next Generation". *OECD Journal on Budgeting*, vol. 8, núm. 2, pp. 1–27.

“FAIRTax” EN MÉXICO: RENTA MÍNIMA Y SEGURIDAD SOCIAL UNIVERSALES CON UN IMPUESTO SIMPLE Y PROGRESIVO

Leonardo Medrano*

A todos los contribuyentes que han intentado navegar el sistema fiscal con integridad, pero están agotados y listos para discutir el cambio¹

1. INTRODUCCIÓN

El cómo recaudar y pagar impuestos es uno de los *problemas* más complejos que enfrentan los gobiernos y ciudadanos de casi todos los países del mundo. En los Estados Unidos la *complejidad* en el pago de impuestos puede ser mayor que la que tenemos en México. Entre otras cosas, manejan muchas exenciones provenientes del cabildeo de grupos de presión (Lobbies). Los promotores del *FairTax* argumentan: “el actual sistema impositivo aplasta el emprendimiento, castiga los logros y desmotiva la formación de capital, (...) el impuesto so-

* Consultor económico con doctorado en economía por la Universidad Autónoma de Barcelona, España, lmedrano@me.com

¹ Clark (2010).

bre la renta ha sido la principal causa de la pérdida de empleo y de la fuga de capitales” (Boortz y Linder, 2005).^{2,3}

La ley del impuesto sobre la renta (...) es tan complicada que inclusive el mismo IRS (Internal Revenue Service) no puede asesorar de forma consistente a los contribuyentes; los reglamentos a la ley tienen más de 67 mil 500 páginas (y contando). Los costos para cumplir son tan elevados que en 2005 los estadounidenses gastaron un poco más de 22 centavos por cada dólar recaudado en la preparación del pago de los impuestos y en los gastos de recaudación. Utilizamos más tiempo llenando formas fiscales que el tiempo que le llevó a la industria automotriz fabricar autos en su mejor año (Hoagland, 2010).

Con la crisis económica europea, los medios han sacado a relucir la enorme cantidad de fraudes, trucos o recursos legales y/o ilegales a los que recurren empresas de todo el mundo cuando operan en Europa: prestanombres que apenas saben hablar, compra-venta de facturas de empresas que desaparecen con facilidad, el dinero negro que supuestamente manejan políticos, etcétera. Llama la atención el caso de los franceses que se han “ido a vivir fiscalmente” a Bélgica, Andorra, Rusia, etcétera, para evitar los absurdos impuestos que pretenden cobrarles. El éxodo a Bélgica, que se publicitó mucho en el caso de Gerard Depardieu (Mora, 2012) por el impuesto del 75% sobre la renta que pretendía introducir Hollande, no es una respuesta reciente al mencionado incremento. Los franceses “ricos y no tan ricos” llevan muchos años “emigrando fiscalmente” a otros países para evitar entre

² Las 286 compañías de Fortune 500 que reportan beneficios *offshore* tienen en conjunto 2 mil 100 millones de dólares fuera de Estados Unidos. McIntyre, Robert S., Richard Phillips y Phineas Baxandall (2015).

³ En los paraísos fiscales se oculta, como mínimo, la fabulosa cantidad de 6 billones de euros, que suponen un robo a los estados de unos 130 millones de euros en impuestos, Zucman (2014).

otros el impuesto al patrimonio (Libre Mercado, 2009). Obviamente, estos otros países han sido los ganadores y Francia el perdedor, pues además de no recaudar los impuestos que pretendía, ha dejado de recaudar impuestos que antes recaudaba. Visto desde Francia, el resto del mundo es un paraíso fiscal.

Como muchos políticos y analistas no entienden las consecuencias de las leyes y reglamentos fiscales, su reacción contra “los paraísos fiscales”, “los ricos” y “las multinacionales” es irracional y deriva en reglamentos poco útiles y caros. En muchos casos, las multinacionales y los ricos con “estricto” apego a la ley se ahorran millones en impuestos (Sérvullo, 2012, Jiménez, 2014). De entrada, los ricos no cobran salarios, cobran ganancias de capital y dividendos que están gravados a tasas más bajas que los sueldos de los asalariados. Varios directores generales (CEO’s) de empresas importantes cobran un dólar al año. Eric Schmidt, Sergey Brin y Larry Page (Google), Mark Zuckerberg (Facebook), Larry Elson (Oracle), Elon Musk (Tesla, SpaceX, etcétera), Steve Jobs† (Apple) son algunos ejemplos. Se supone que su verdadera motivación es trabajar para hacer crecer la empresa. Al cobrar de las acciones cobran solo si la empresa tiene beneficios a tasas de impuestos menores que si cobraran por salarios, y eso si las venden.⁴

España, por ejemplo, en su desesperación por incrementar la recaudación, creó extratipos en el IRPF a las rentas más altas. Sin embargo, como menciona Francisco de la Torre (2014),

(...) cualquiera sabe que estas medidas no sirven para recaudar por la sencillísima razón de que no hay apenas declarantes en esos tramos. Por supuesto, después de la subida de Salgado (muy moderada) y del gran su-

⁴ Existe el riesgo de que manipulen la contabilidad como los famosos casos de Enron y WorldComm, en perjuicio de los accionistas y clientes.

bidón de Montoro y Rajoy, ya prácticamente no quedan españoles que declaren estas rentas (por ejemplo, las superiores a los 600 mil euros)⁵ (...) ¿Quién cobra de una renta controlada más de 600 mil euros? Prácticamente nadie, porque casi todo el que puede lo evita: cobra en diferido, en planes de pensiones, a través de sociedades (...) En consecuencia, la subida (...) (en los tramos de rentas más altas) (...) del IRPF no sirve para recaudar y, por lo tanto, tampoco redistribuye.⁶

Otro ejemplo muy claro de estas estrategias “legales” lo explica Sala-i-Martin (2013) para el caso de Google y Messi en Europa. Crítica también el que las autoridades intimiden denunciando y publicitando las demandas, generando un daño económico a la imagen que puede resultar más costoso que pagar impuestos, aunque legalmente no tenga que pagarlos. Agrega con razón “¿(...) es legal eso de enviar demandas a los periódicos para que la gente se ensañe contra una persona o empresa sobre la que debería existir la presunción de inocencia?”. Como dato curioso hay de ricos a ricos, no en el sentido de su nivel de renta, sino en cómo te clasifica la ley dependiendo de tu origen y credo. Es el caso de la “Ley Beckham”.⁷

En mi opinión, los estudiosos mexicanos sobre recaudación fiscal, salvo un par de excepciones que menciono más adelante, se quedan muy cortos al tratar de explicar el porqué de la baja recaudación en México; el por qué a pesar de las muchas reformas y misceláneas fiscales el incremento en la recaudación es tan pobre o nulo;⁸ el cómo incrementarla; y el cómo evitar la evasión y la elusión fiscal. Su recomen-

⁵ De la Torre (2014), Pos. 450, Kindle.

⁶ De la Torre (2014), *op. cit.* Pos. 2255, Kindle.

⁷ Ver De la Torre (2014) capítulo 13.

⁸ En 1999 el gobierno federal recaudaba 9.7% del PIB. En 2012, después de dos reformas fiscales y una infinidad de cambios, recaudo 9.7% del PIB, Elizondo (2013). Ver Cuadro 1 para varios años.

dación general es: “Hay que hacer una reforma fiscal que recaude más y que sea progresiva, pues en México hay muchos pobres”. Inclusive Elizondo (2012) llega a afirmar que “La gente va a pagar casi voluntariamente por la confianza que tiene en la equidad del sistema y en el buen uso de los recursos”. Si esto fuera cierto, Europa y Estados Unidos no tendrían problemas de evasión y elusión fiscal ni existirían paraísos fiscales en el centro de Europa ni a unas cuantas millas de las costas americanas. Qué decir de las declaraciones de algunos de nuestros políticos quienes piensan que si CEMEX pagó impuestos por solo el 2.5% de sus ventas o que si la compra-venta de Banamex por Citibank no generó impuestos o la demanda multimillonaria de JUMEX por el IVA se debió a intereses “oscuros” y no a que de acuerdo a la legislación vigente simplemente es lo que haciendo sumas y restas y una que otra multiplicación salió a pagar (o no pagar). Lo que difícilmente toman en cuenta es el costo para la sociedad de tantas reformas y cambios. Considerando estos costos, la recaudación neta debe ser mucho más baja.

Al tratar este tema con “especialistas” o “asesores fiscales” es fácil darse cuenta que debido a que muchos de ellos viven de la complejidad de las leyes, es difícil que aporten ideas que lleven a simplificar la recaudación. Por estas razones piensan en términos de la actual legislación y no en alguna forma totalmente distinta de recaudar. Normalmente su trabajo consiste en enviar a sus clientes cada año sus comentarios sobre la última reforma o miscelánea fiscal y recomiendan si hay que ampararse contra lo que viene, qué inversiones hacer o qué estrategias seguir, todo ello para pagar menos impuestos o diferir su pago.

No es mi interés contar los mil detalles que tienen las leyes fiscales en México y en otros países y el sinnúmero de trucos o “estrategias fiscales” para evadir o eludir impuestos, pues nunca acabaría, además de que ya hay mucho escri-

to sobre el tema (López Noriega, 2013).⁹ Solo por mencionar algunas; empresas de *outsourcing*, nóminas paralelas, venta de facturas de empresas “bien establecidas” que, si pagan impuestos o por lo menos los declaran, la tropical nómina mexicana que mediante “prestaciones sociales” (vales de despensa, premio de puntualidad, premio de asistencia, fondo de ahorro, etcétera), y en común acuerdo con sindicatos, lo único que buscan es bajar la base gravable y evitar el reparto de utilidades.¹⁰

Mientras tanto, los contribuyentes en México se enfrentan, además del pago de impuestos, a un sinnúmero de formulismos (formatos, n-declaraciones mensuales, anuales, altas, bajas, diferencias, auditorías obligadas por ley, auditorías directas del SAT, revisiones de escritorio, invitaciones a regularizarse, Satic1, Satic 2, (...), Satic-n, Sipred, DIMM, DIOT, FIEL (la cual caduca de vez en cuando), renovación de la FIEL, domicilio fiscal, RFC, y un largo etcétera) de los muchos impuestos (IVA, ISR, factor del ISR, IETU, IDE, retenciones de ISR y de IVA, impuestos sobre nóminas, a la propiedad, etcétera), y cuotas de la Seguridad Social, Infonavit, SAR que hay que presentar “electrónicamente” a las distintas dependencias del gobierno: SAT, IMSS, Infonavit, AFORE, tesorerías de los 32 estados del país si uno da empleo en toda la república, tesorerías municipales, aduanas, permisos de exportación y de importación, crimen organizado, seguridad privada, asesores fiscales, sindicatos, el templo, etcétera.¹¹ Con todo esto, los emprede-

⁹ De la Torre (2014), *op. cit.* para un tratado muy detallado en España de todos los trucos, estrategias y agujeros legales, algunos de estos últimos difíciles de concebir. Muchos de estos trucos muy similares a los de nuestro país.

¹⁰ Para estrategias similares en España ver Gómez (2014).

¹¹ Una encuesta realizada por la Coparmex en la Ciudad de México (en octubre de 1988) preguntó sobre la carga administrativa que representa el gobierno para las empresas, con los siguientes resultados. Las oficinas que más quitan el tiempo son, en primer lugar, las fiscales; en segundo lugar, las laborales (IMSS, INFONAVIT, STPS) y en tercero las municipales.

dores terminan dedicando más tiempo y dinero a sus asesores fiscales que a atender el negocio en sí, con el costo social que esta distracción conlleva. Lo que si me queda claro es que las soluciones del tipo cárcel o simplemente quitar el amparo para asuntos fiscales como lo propone Elizondo (2012), entre otras amenazas, no lograrían prácticamente nada y únicamente, como lo argumenta Zaid (2009), harían más daño.

Zaid (2009), es en mi opinión uno de los pocos analistas que mejor explica el por qué se recauda tan poco y el por qué es tan caro recaudar. Afirma:

Los que hacen leyes, reglamentos, normas y trámites no distinguen mosquitos de elefantes. Legislan como si todas las empresas tuviesen departamentos técnicos contables jurídicos. Legislan para un país que no existe. (...) la legislación es una fantasía inaplicable al 97% de la realidad. Si realmente se aplicara, el efecto sería la destrucción de millones de empleos. Pero la gente tiene que vivir, y acaba viviendo en el mundo posible: al margen de la ley. Paradójicamente, se legisla para fomentar la ilegalidad.^{12,13}

Sobre el costo de la recaudación, menciona:

Pero los impuestos oficiales no son los únicos. Hay otros tipos de impuestos que no aumentan la recaudación, pero sí gravan. (...). Muchas otras cosas cargan sobre los contribuyentes: hacer cuentas y documentarlas, trasladarse a las ventanillas, esperar, sufrir

Casi tres veces al mes hay que presentarse en alguna de estas y estar ahí tres horas en promedio. Por esas complicaciones, han perdido negocios total o parcialmente el 25% de las empresas grandes, el 33% de las medianas, el 45% de las pequeñas y el 67% de las microempresas. Zaid (2009: 169).

¹² Zaid (2009: 163).

¹³ De la Torre (2014) sobre la economía informal en España menciona que, aunque hay que luchar contra ella, “debemos de tomar en cuenta que, por desgracia, a lo largo de esta crisis la —economía sumergida ha estado impidiendo una explosión social—” Pos 558. Kindle.

incertidumbres porque no está claro cómo cumplir, dejar de atender el negocio por atender trámites absurdos, soportar necesidades, cuando no despotismos, etcétera.¹⁴

En otras palabras, leyes escritas por personas que nunca han tenido que ganarse al cliente. Sin embargo, Zaid en ningún momento propone una solución más o menos detallada de cómo resolver el problema de recaudación. Muy vagamente menciona una ley de microempresas, de 5 páginas, “que reduzca todas sus obligaciones fiscales, laborales y municipales a unas cuantas reglas”.¹⁵ Y ahí se queda.

Levy (2008)¹⁶ y Antón, *et. al.* (2012) proponen eliminar las cuotas de Seguridad Social y financiar esta última con un IVA generalizado y con la eliminación de todas las exenciones del ISR. Los efectos negativos del aumento a los impuestos al consumo de los trabajadores pobres y de bajos ingresos se compensarían con transferencias directas al ingreso. De forma “automática” se elimina el trabajo informal en el aspecto de la seguridad social, aunque no desaparecen los incentivos a eludir o evadir el impuesto sobre la renta. Como veremos más adelante esta propuesta, sin ser su objetivo, se acerca a la idea del FairTax.

El “FairTax” es una propuesta de ley en Estados Unidos¹⁷ que reemplaza todos los impuestos federales sobre las personas físicas y morales con un único impuesto general al consumo a nivel detallista. El impuesto sería recaudado una

¹⁴ Zaid (2009), p. 167.

¹⁵ Zaid (2009), p. 164.

¹⁶ Levy (2008), p. 23.

¹⁷ Americans for FairTaxation (www.FairTax.org) crearon la propuesta FairTax, la cual fue introducida en el 109 Congreso por el congresista John Linder H.R.25. El representante Linder es el principal promotor, mientras que otros 50 miembros han apoyado esta legislación. El proyecto de ley del Senado. S.25, ha sido promovida por el enador Saxby Chambliss.

sola vez en el punto de compra-venta sobre todos los bienes nuevos y servicios para el consumo personal.¹⁸ La propuesta incluye una devolución o reembolso por “anticipado” del impuesto sobre las compras que pagarían las familias residentes legales que están por debajo del nivel de pobreza. En el caso de los Estados Unidos una tasa del 30% sobre el consumo final recaudaría, deduciendo el reembolso, lo mismo que lo que se recauda actualmente con los siguientes impuestos: ISR de las personas, ISR de las empresas, cuotas de la seguridad social, “Medicare”, y en general, todos los impuestos federales.

Para evitar la doble, triple o cuádruple imposición que ahora existe, los bienes usados no están sujetos al FairTax (ya pagaron su impuesto). Tampoco se gravan las exportaciones y los bienes y servicios intermedios, ni el ahorro y la inversión.¹⁹ Las colegiaturas al ser consideradas inversión no se gravan. Estarían gravados los servicios personales como salud, servicios legales y financieros, reparaciones de autos, rentas de vivienda y casas nuevas. La enorme diferencia es que cada consumidor paga el impuesto en la caja registradora, en el punto de venta final, sin dar entrada a que los “asesores fiscales” les digan a los empresarios cómo pagar menos impuestos, les ofrezcan facturas para bajarle al IVA y al ISR, servicios de *outsourcing*, etcétera. El impuesto pagado iría directo a las arcas del estado.

Antes de escandalizarse por el cobro del impuesto a los servicios de salud, cabe el siguiente argumento: Actualmente un médico cobra por una consulta sin IVA. De ahí toma para sus gastos profesionales (que los deduce de sus ingresos), para

¹⁸ Recalcamos que no se trata de un IVA. Los promotores del FairTax hacen énfasis de que el diseño central de este impuesto es que se cobre una sola vez en el punto de venta del comprador detallista o final pues se trata de transparentar qué se está cobrando, lo que según ellos no se logra con el IVA. Más adelante se amplían sus argumentos.

¹⁹ Ver Mankiw, Weinzierl y Yagan (2009) para una discusión de los argumentos teóricos y la práctica de estos puntos.

mantener a su familia (tal vez también deduzca algunos de estos gastos sin tener derecho a ello) y para pagar los impuestos sobre la renta (un 30%), todo ello con el mismo dinero que les cobra a los pacientes. La parte que utiliza del dinero del paciente para pagar el ISR suele ser desconocido para el mismo paciente. Es obvio que con el FairTax es mucho más transparente qué parte de nuestro gasto va a impuestos. Además, al proponer seguridad social universal, el impuesto a los servicios de salud no afecta a los más pobres o desempleados. El argumento más general es que las empresas (médicos) no son las que pagan impuestos sino las personas. Las empresas recaudan los impuestos del dinero que cobran a las personas y los transfieren al gobierno. Ante un incremento en el ISR a las empresas estas pueden: 1). Pagar menos dividendos, las personas (accionistas) reciben menos dinero. 2). Incrementar el precio, las personas (consumidores) pagan indirectamente el incremento del impuesto. 3). Reducir costos, las personas (empleados) pierden su empleo, se reducen los beneficios hacia las personas, o se paga menos a los proveedores y estos pagan menos a su gente.²⁰ Es claro que una condición necesaria para que esto ocurra es que haya libre entrada o competencia, lo que no siempre es cierto. En microeconomía estándar, este resultado depende de las elasticidades de la oferta y la demanda y de si hay o no competencia perfecta.

Algunas ventajas inmediatas del FairTax serían: 1). No hay que perder el tiempo en esperar la factura, nada es deducible pues no hay ISR; 2). Los incentivos de las empresas y de los trabajadores cambiarían radicalmente (para bien), pues el FairTax no castiga ni al trabajo ni al emprendedor; 3). El trabajador recibe integro su sueldo (desaparecen las retenciones) – recibe más dinero; 4). La competencia obligaría a las empresas a bajar sus precios antes del impuesto;²¹ 5). Se evita una

²⁰ Boortz, *et. al.* (2005), *op. cit.*, pp. 44-45.

²¹ Este es uno de los puntos débiles del FairTax pues como menciona Stiglitz (2012) en “El precio de la desigualdad”, los *lobbies* se encargan que

enorme cantidad de burocracia tanto dentro de las empresas²² como en el gobierno;²³ 6). Se reduce el padrón de contribuyentes de forma significativa (más sin embargo como todos consumen todos pagan); 7). El consumidor, dado su mayor nivel de ingreso, terminaría pagando lo mismo o menos con el FairTax que lo que paga ahora; 8). Desaparece por definición el trabajo informal y la actual dicotomía que origina cobrar el IMSS para los asalariados-formales y otorgar el Seguro Popular subsidiado a los informales (Levy, 2008, Antón, *et. al.*, 2012).

En cuanto el reembolso en efectivo por anticipado o Renta Universal incondicional que proponemos, en contraposición a los programas actuales de ayuda a los pobres a través del gasto público dirigido, condicionado y supervisado, es para mí poco creíble que exceptuando algunos rubros como salud y educación²⁴ en realidad sean los pobres quienes se benefician.²⁵ Siguiendo a Zaid (2008); “Unos pocos licenciados que cuestan un dineral decidiendo qué necesitan los pobres genera corrupción, clientelismo, obras faraónicas, despachos u oficinas caras, viáticos, choferes, etcétera” (Tourliere, 2015). El mismo Zaid argumenta que siempre será mejor repartir en efectivo, aunque se lo gasten en alcohol que el control de este

se legisle para proteger a los monopolios mediante “regulaciones” que resultan barreras a la entrada de nuevos competidores.

²² No hay que llevar contabilidad para pagar impuestos.

²³ “Resulta que tenemos inspectores de inspectores y gente que diseña instrumentos para que los inspectores inspeccionen a los inspectores. Lo que la gente debería hacer es volver a la escuela y pensar en lo que pensaban antes de que alguien les dijera que tenían que ganarse la vida. Richard Buckminster Fuller (1895-1983)”, de “Utopía para realistas (Ensayo) (Spanish Edition)”, de Bregman (2017).

²⁴ Por supuesto que también es importante la calidad que pueda ofrecer el gobierno por estos servicios.

²⁵ En SHCP (2016), Sección III: Distribución del Gasto Público Federal pueden consultarse estimaciones de la incidencia del gasto público en la mejora de las condiciones de igualdad de los ingresos de las familias mexicanas.

dinero por parte de unos cuantos iluminados y “almas pias-dosas” (Zaid, 2008). En el mismo sentido de Zaid, Bregman (2017),²⁶ bajo el término Renta Básica Universal y basado en experiencias reales afirma:

Repartir dinero en efectivo funciona mucho mejor. De hecho, repartir dinero es el método para luchar contra la pobreza más estudiado. Numerosos RCT (Random Control Test) realizados por todo el mundo han mostrado que, tanto a largo como a corto plazo y tanto en pequeña como en gran escala, las transferencias de dinero son una herramienta sumamente exitosa y eficaz.²⁷ (...) los beneficios de estos programas: 1) las familias dan un buen uso al dinero, 2) la pobreza se reduce, 3) se producen diversos beneficios de larga duración en ingresos, salud e impuestos, y 4) estos programas son menos costosos que las alternativas. Entonces, **¿por qué enviar a técnicos occidentales con sueldos altos al volante de sus todoterrenos, cuando sencillamente podemos entregar ese dinero a los pobres?**²⁸ (...) Uno de los beneficios de una renta básica es que liberaría a los pobres de la trampa de las ayudas sociales y los alentaría a buscar un trabajo remunerado con auténticas oportunidades de crecimiento y progreso. Como la renta básica sería incondicional y no se retiraría ni se reduciría en caso de obtener empleo remunerado, las circunstancias de los beneficiarios sólo podrían mejorar.²⁹

Blyth y Lonergan (2014) también argumentan sobre las ventajas de dar efectivo directamente a la gente para reactivar la economía y salir de la crisis (en su caso sería el banco central emitiendo moneda). De este modo se evitaría que los

²⁶ Bregman (2017). "Utopía para realistas" (Ensayo) (Spanish edition).

²⁷ Bregman (2017) Pos 3313 Kindle.

²⁸ Bregman (2017) Pos 469 Kindle.

²⁹ Bregman (2017) Pos 670 Kindle.

estímulos o inyecciones de liquidez permanezcan en la burocracia bancaria que lo destinarían a apuestas de mercados de renta variable, inflando el valor de las acciones, y que las bajas tasas de interés por la política expansiva provoquen, por ejemplo, burbujas inmobiliarias. Para los autores, el objetivo sería dar el efectivo al 80% de los hogares más pobres en términos de ingresos, que son los que se gastarían el dinero e impulsarían el flujo comercial y además ayudaría a compensar la creciente desigualdad de ingresos. La diferencia con el Fair-Tax es que éste último contempla un reembolso permanente compensatorio de la recaudación o Renta Universal y no un financiamiento temporal a través de emisión de moneda que pretende reactivar la economía después de una gran crisis.

El devolver o dar el dinero directamente a la gente y no a través de inyecciones de liquidez a los bancos o de “almas piadosas” no es una idea nueva. Además de haber sido contemplada por Levy (2008), Antón, *et. al.* (2012), Zaid (2008), Bregman (2017) y Blyth y Lonergan (2014), existen experiencias reales. En Uruguay se dejó de exonerar el impuesto a los bienes básicos para todos los niveles de ingresos y se compensó directamente a las personas de menores ingresos mediante una transferencia electrónica de fondos (Rebossio, 2013). En Irán, las autoridades subieron el precio de la gasolina y poco antes del incremento transfirieron recursos directamente a los más pobres a través de tarjetas de débito, primero a la población marginal y luego poco a poco hasta expandirse al 80% de la población, lo que significó que 61 millones de personas obtuvieran esas tarjetas. El programa resultó exitoso con una alta tasa de aprobación del 98% entre todos los solicitantes (Elizondo, Soto y Carrillo, 2012).

En este trabajo evaluamos el diseño del FairTax en México. En la sección 2, *sin considerar las ganancias por la eliminación de las distorsiones que genera el sistema actual*, calculamos la tasa *Fair-Tax equivalente* en el sentido que recaude lo que actualmente se recauda considerando un reembolso o lo que puede aproxi-

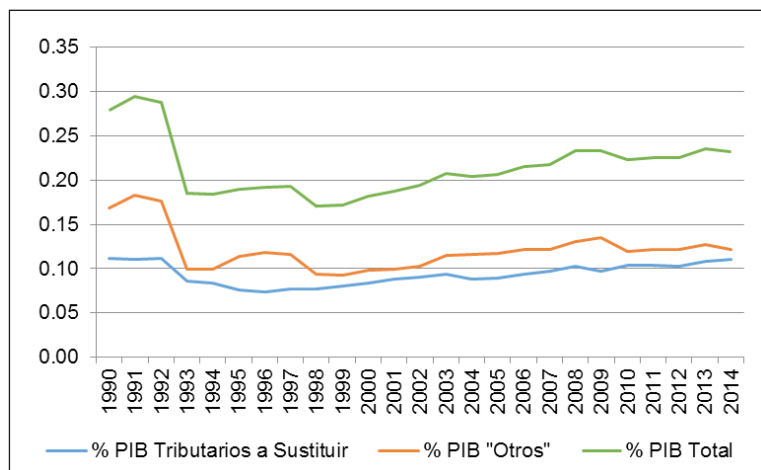
marse a una Renta Mínima Universal. En la sección 3 discutimos brevemente sobre los modelos para medir los cambios en el bienestar debido a los impuestos. En la sección 4, se discuten algunos problemas de su implementación, sin pretender ser exhaustivos. En la sección 5 se discuten brevemente las críticas respecto a no cobrar impuesto sobre la renta a los más ricos. La sección 6 concluye.

2. LA TASA DE FAIRTAX EN MÉXICO

En esta sección calculamos la tasa FairTax que llevaría a recaudar lo mismo que recauda el sistema actual incluyendo el importe a reembolsar por anticipado. No consideramos en este trabajo las ganancias de eficiencia económica por la eliminación de las distorsiones que genera el sistema actual. Para este ejercicio utilizamos los Ingresos del Sector Público de las Cuentas de la Hacienda Pública Federal, el Sistema de Cuentas Nacionales, la Encuesta de Ingresos y Gastos de los Hogares y los reportes sobre la Distribución del Pago de Impuestos y Recepción del Gasto Público por Deciles de Hogares y Personas.

Del sistema de cuentas nacionales obtenemos cifras del total de ingresos ordinarios del sector público. Agrupamos los ingresos por impuestos y cuotas de seguridad social como “tributarios a sustituir con el FairTax”. No tocamos el resto de los impuestos y otros ingresos pues responden a: reglas de política de comercio exterior; tienen como objetivo desincentivar el consumo de ciertos productos como el alcohol, tabaco o azúcar; o provienen de la venta de bienes que pertenecen a la nación, como la renta petrolera o minera. Esta información para los años del 1990 al 2014 se presenta en la Figura 1 y en la Cuadro 1. Nótese que después de muchas reformas y misceláneas fiscales la recaudación de los tributarios a sustituir como porcentaje del PIB se ha mantenido en niveles del 10%. Aunque no dispongo de estimaciones, lo que con seguridad

Figura 1.
Ingresos presupuestarios gobierno federal (% respecto al PIB)



Fuente: elaboración propia

se ha incrementado es el patrimonio de los asesores fiscales y el costo de recaudar tanto para el gobierno como para los contribuyentes.

Para estudiar la progresividad o regresividad del FairTax utilizamos los reportes de la SHCP (2010, 2012, 2014). Estos reportes proporcionan datos sobre la recaudación por decil de ingreso por cada tipo de impuesto. Esta información se presenta en el Cuadro 2. Nótese que la reforma fiscal del gobierno de Peña Nieto ha logrado un importante incremento en la progresividad, redistribuyendo la carga fiscal de los deciles I al IX hacia el decil X, lo que se debe principalmente a las reformas del ISR.

Cuadro 1
Ingresos presupuestarios del Gobierno Federal millones de pesos
corrientes multianual (1990-2014), (flujos acumulados)

Año	Tributarios y Cuotas a la Seguridad Social (Tributarios a Sustituir por el FairTax)				Suma tributarios a sustituir por el FairTax	% PIB Tributarios y cuotas a la seguridad social
	Renta asalariados	Renta resto	Valor agregado	Cuotas a la seguridad social		
1990	32,972		26,636	15,244	74,852	11.1
1991	42,990		32,533	20,367	95,890	11.1
1992	57,945		30,452	25,833	114,229	11.1
1993	69,221		33,125	31,767	134,113	8.5
1994	72,900		38,537	37,824	149,261	8.4
1995	73,705		51,785	41,390	166,881	7.6
1996	97,162		72,110	52,257	221,529	7.3
1997	135,101		97,742	60,666	293,509	7.7
1998	169,476		119,871	62,997	352,345	7.7
1999	216,123		151,184	77,515	444,822	8.0
2000	105,531	153,223	189,606	93,153	541,513	8.4
2001	126,726	158,797	208,408	104,518	598,450	8.8
2002	150,475	167,905	218,442	112,200	649,022	9.1
2003	149,522	187,493	254,433	126,070	717,519	9.3
2004	162,402	182,816	285,023	134,941	765,182	8.8
2005	172,899	211,622	318,432	141,662	844,616	8.9
2006	208,383	239,717	380,576	154,676	983,352	9.3
2007	221,874	305,309	409,012	165,227	1,101,423	9.7
2008	265,948	360,561	457,248	175,132	1,258,889	10.3
2009	264,191	330,605	407,795	176,313	1,178,904	9.7
2010	297,743	381,879	504,509	190,125	1,374,257	10.3
2011	336,064	423,104	537,143	209,037	1,505,347	10.3
2012	377,295	426,601	579,987	227,377	1,611,260	10.3
2013	402,564	544,177	556,794	244,255	1,747,790	10.8
2014	473,081	486,756	667,085	263,597	1,890,519	11.0

* Productos y Servicios, Aranceles, Derechos, Aprovechamientos, etcétera.

Fuente: Sistema de Cuentas Nacionales

Otros*		Total			
Otros	% PIB otros	% PIB Ingresos Gobierno Federal	Total ingresos del Gobierno Federal	PIB	Población (Miles)
112,850	16.8	187,702	27.9	672,000	87,065
158,493	18.3	254,383	29.4	864,299	88,631
181,249	17.6	295,478	28.8	1,027,651	90,133
156,500	10.0	290,612	18.5	1,570,147	91,601
177,597	10.0	326,858	18.4	1,779,754	93,055
251,495	11.4	418,375	19.0	2,206,943	94,490
357,453	11.8	578,981	19.2	3,020,033	95,877
441,156	11.6	734,665	19.3	3,805,272	97,205
429,602	9.4	781,948	17.0	4,586,366	98,485
509,995	9.2	954,817	17.2	5,539,866	99,706
637,300	9.9	1,178,813	18.2	6,464,302	100,896
672,927	9.9	1,271,377	18.8	6,770,398	102,122
738,213	10.3	1,387,235	19.4	7,160,499	103,418
882,767	11.5	1,600,286	20.8	7,695,624	104,720
1,006,133	11.6	1,771,314	20.4	8,693,240	105,952
1,103,200	11.7	1,947,816	20.6	9,441,350	107,151
1,280,251	12.1	2,263,603	21.5	10,538,115	108,409
1,384,362	12.1	2,485,785	21.8	11,403,263	109,787
1,602,038	13.1	2,860,926	23.3	12,256,863	111,299
1,638,281	13.5	2,817,186	23.3	12,093,890	112,853
1,586,186	11.9	2,960,443	22.3	13,282,061	114,256
1,765,733	12.1	3,271,080	22.5	14,550,014	115,683
1,903,269	12.2	3,514,530	22.5	15,627,712	117,054
2,052,626	12.7	3,800,416	23.6	16,121,442	118,395
2,092,537	12.2	3,983,056	23.2	17,161,371	119,713

Cuadro 2.
Contribución porcentual a la recaudación por impuesto

DECIL	2010			2012			201			RESUMEN		
	ISR	SS	IVA	ISR	SS	IVA	ISR	SS	IVA	2010	2012	2014
I	-0.2	1.4	1.5	-0.1	0.0	1.4	0.0	0.1	1.7	0.9	0.6	0.8
II	0.0	3.4	2.7	0.0	0.8	2.8	0.1	0.9	3.0	2.0	1.4	1.5
III	0.4	4.7	4.0	0.3	1.8	3.4	0.4	2.1	3.9	3.0	2.0	2.3
IV	1.8	6.0	5.3	1.0	3.1	4.9	1.0	3.3	4.7	4.3	3.2	3.1
V	3.1	6.8	6.7	1.8	4.8	6.7	1.0	4.9	6.2	5.5	4.6	4.0
VI	5.0	8.1	8.1	2.6	6.4	7.8	1.6	7.2	7.3	7.1	5.7	5.2
VII	7.9	10.0	9.7	5.6	9.8	9.8	3.5	9.8	9.1	9.2	8.4	7.2
VIII	12.4	12.9	12.4	8.7	13.6	12.8	5.0	12.6	11.5	12.5	11.6	9.4
IX	21.0	16.7	17.2	19.3	21.1	17.3	10.7	21.2	16.7	18.3	18.8	15.4
X	48.6	30.1	32.5	60.8	38.6	33.0	76.6	37.9	36.0	37.2	43.7	51.1
Total	100.0	100.1	100.1	100.0	100.0	99.9	99.9	100.0	100.1	100.0	100.0	100.0

Fuente: SHCP (2010, 2012, 2014). Distribución del pago de impuestos y recepción del gasto público por deciles de hogares y personas

Al calcular la recaudación con el FairTax suponemos que las familias no ahorran el exceso de ingreso por los impuestos y cuotas que dejan de pagar (o les dejan de retener) por el cambio en el sistema (excepto la retención que va a la cuenta de retiro y al Infonavit, las cuales dejamos de lado en este análisis). Entonces las familias tendrán un incremento en su ingreso disponible al no pagar el ISR ni las cuotas de la Seguridad Social (SS)³⁰ ni el actual IVA y al obtener un reembolso en efectivo por la introducción del FairTax. Esto es:

$$ID = Renta Neta Actual + ISR + SS + IVA + R.$$

No estamos considerando que el ISR de las personas morales y de las personas físicas con actividad empresarial iría al

³⁰ Estamos considerando que el costo total del IMSS se lo queda el asalariado.

consumo pues no disponemos del detalle de esta información y no todo iría al consumo, sino que una parte se iría a inversión y a capitalizar a las empresas y a los negocios de las personas físicas con actividad empresarial. Es claro que no habría incentivos para “esconder” este dinero. De cualquier manera, queda como un ingreso disponible y la parte que se gaste en consumo pagaría el FairTax incrementando la recaudación. Se esperaría entonces que la recaudación resulte mayor a la que aquí se estima. Sobre esta base se calcula la tasa FairTax que nos lleve al mismo nivel de recaudación del sistema actual. **Al calcular el reembolso nos planteamos como objetivo lograr una mayor progresividad del FairTax con respecto al sistema actual.** El importe recaudado se distribuiría uniformemente. De esta manera, a los más pobres se les reembolsaría más de lo que pagan y a los menos pobres menos de lo que pagan.

Para alcanzar una mayor progresividad simulamos para distintos valores del porcentaje de lo recaudado por el consumo privado a reembolsar para obtener estimaciones de la tasa de impuesto y la cantidad a reembolsar por familia o Renta Universal. Aunque la propuesta en Estados Unidos contempla una devolución solo a la población por debajo de la línea de pobreza, nosotros consideramos un reembolso universal o al 100% de la población.³¹

En el Cuadro 3 mostramos los resultados para distintos porcentajes de lo recaudado por el consumo privado a reembolsar y en la Figura 2 el cambio en la recaudación neta por decil debido al cambio del sistema actual al FairTax. De estas simulaciones **mostramos que el FairTax es más progresivo cuanto mayor es el importe a reembolsar.** El problema de un mayor reembolso, aunque logre mayor progresividad, es que implica tasas de impuesto muy elevadas, lo que incentivaría a la evasión. **El porcentaje de lo recaudado a devolver**

³¹ Más adelante discutimos si el reembolso no es universal.

Cuadro 3.
Tasa FairTax recaudación equivalente (mismo % del PIB), 2014

Concepto		30%	35%	40%
a	Consumo de los hogares y de las instituciones privadas sin fines de lucro, gasto total (con IVA)	11,816,553	11,816,553	11,816,553
b	Menos servicios educativos privado			
c	Más incremento en el ingreso disponible por eliminación de ISR asalariados	473,081	473,081	473,081
d	Más incremento en el ingreso disponible por eliminación cuotas seguridad social	263,597	263,597	263,597
e	Devolución o reembolso a consumidores	660,257	819,831	1,001,615
f	Suma disponible para consumo privado $f = a+b+c+d+e$	13,213,488	13,373,062	13,554,846
g	Gastos de consumo del gobierno general	2,100,844	2,100,844	2,100,844
h	Total disponible para consumo $h = f+g$	15,314,331	15,473,905	15,655,689
i	Consumo privado neto (sin FairTax) $i = f/(1+k)$	11,012,631	11,030,688	11,050,809
j	Consumo Total Neto (sin FairTax) $j = h/(1+k)$	12,763,555	12,763,555	12,763,555
k	Tasa FairTax recaudación equivalente (mismo % del PIB)	20.0%	21.2%	22.7%
l	Recaudación total FairTax $l = j*k$	2,550,776	2,710,350	2,892,134
	% PIB			
	Recaudación total	14.9%	15.8%	16.9%
m	Devolución o reembolso a consumidores $m=e$	-660,257	-819,831	-1,001,615
	% PIB devolución o reembolso	3.8%	4.8%	5.8%
n	Recaudación neta $n = l-m$	1,890,519	1,890,519	1,890,519
o	% PIB			
	Recaudación neta	11.0%	11.0%	11.0%
p	Devolución por Persona	5,515	6,848	8,367
q	Devolución por hogar	20,682	25,681	31,375
r	Devolución por hogar por mes	1,724	2,140	2,615

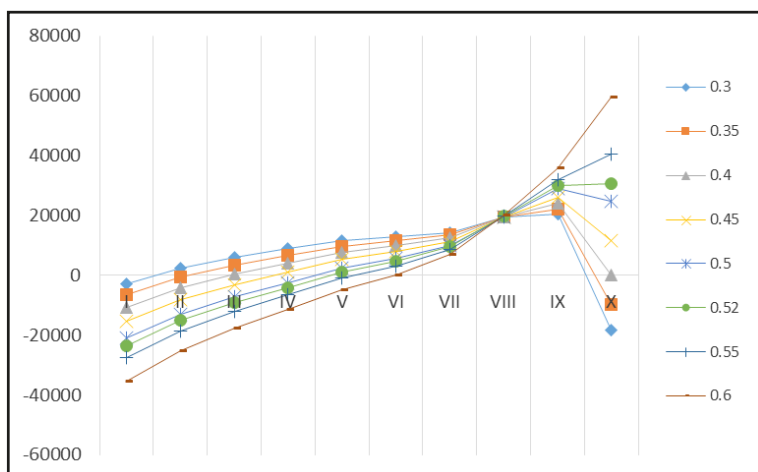
% Reembolso				
45%	50%	52%	55%	60%
11,816,553	11,816,553	11,816,553	11,816,553	11,816,553
473,081	473,081	473,081	473,081	473,081
263,597	263,597	263,597	263,597	263,597
1,210,779	1,454,291	1,563,354	1,741,791	2,087,060
13,764,010	14,007,522	14,116,585	14,295,022	14,640,290
2,100,844	2,100,844	2,100,844	2,100,844	2,100,844
15,864,854	16,108,365	16,217,429	16,395,866	16,741,134
11,073,390	11,098,940	11,110,135	11,128,129	11,161,858
12,763,555	12,763,555	12,763,555	12,763,555	12,763,555
24.3%	26.2%	27.1%	28.5%	31.2%
3,101,298	3,344,810	3,453,873	3,632,310	3,977,579
18.1%	19.5%	20.1%	21.2%	23.2%
-1,210,779	-1,454,291	-1,563,354	-1,741,791	-2,087,060
7.1%	8.5%	9.1%	10.1%	12.2%
1,890,519	1,890,519	1,890,519	1,890,519	1,890,519
11.0%	11.0%	11.0%	11.0%	11.0%
10,114	12,148	13,059	14,550	17,434
37,927	45,555	48,972	54,561	65,377
3,161	3,796	4,081	4,547	5,448

Fuente: elaboración propia

a partir del cual se alcanza mayor progresividad para todos los deciles de gasto respecto al sistema actual es del **52%**, lo que equivale a **4 mil 081 pesos mensuales por familia** y requiere de una tasa **FairTax del 27%**. Esto es casi el doble del salario mínimo mensual. La recaudación total con todos los impuestos es del 32% y sin considerar los “otros” impuestos es del 20% del PIB. El gobierno mantiene el mismo ingreso que obtenía con los impuestos sustituidos, esto es, el 11% del PIB y **el reembolso o Renta Universal es el 9% del PIB**. La tasa del impuesto calculado se acerca mucho a la que proponen en Estados Unidos salvo que en el caso de México el reembolso es universal. En la Figura 2 vemos que para los deciles I a IV terminan pagando menos impuestos de lo que pagan por su consumo y a partir del decil V pagan más de lo que consumen.

En la Figura 3 se desglosan los distintos componentes del FairTax en comparación con el sistema anterior para la devo-

Figura 2.
Incremento en la recaudación por decil de gasto
para distintos porcentajes de reembolso

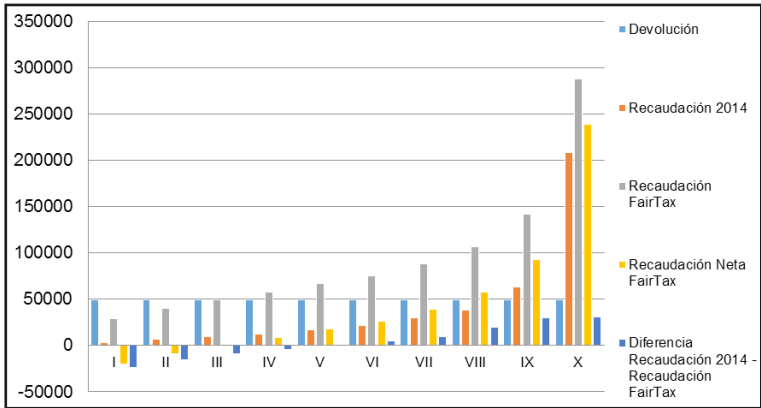


Fuente: elaboración propia

lución del 52% de lo recaudado, una tasa del 27% y un reembolso de 4 mil 081 pesos mensuales por familia. Se repitieron las mismas simulaciones considerando devolución solo a los deciles I a IX, I al VIII, etcétera, buscando una tasa menor del impuesto al consumo. El problema que observamos, además del control, es que los deciles intermedios, que no son especialmente ricos, salen más perjudicados, esto es, terminan pagando relativamente más impuestos.

Cabe recordar que al haber hecho los cálculos para alcanzar el mismo nivel de recaudación no se están quitando recursos al Gasto Público Federal (donde también hay mucho que hacer) ni al Gasto Social. Este último incide casi directamente en el nivel de ingreso por hogar a través de transferencias monetarias directas, trasferencias no monetarias como desayunos escolares, despensas, medicamentos; o del suministro de bienes y servicios como la educación o la atención médica gratuita. Parte de este gasto podría desviarse hacia la Renta Universal o bien podría bajarse la tasa del FairTax.

Figura 3.
Progresividad FairTax. Promedio familia en cada decil
(Devolución 52%)



Fuente: elaboración propia.

3. EFICIENCIA ECONÓMICA

Se han desarrollado diversos modelos que pretenden medir las pérdidas o ganancias de bienestar provenientes de la introducción de distintos tipos de impuestos en los mercados de bienes y servicios, de capitales, de trabajo, etcétera.³²

Los modelos más sencillos para evaluar el efecto de los impuestos suponen un consumidor (por cada decil de gastos) con una función de utilidad:

$$U(x_1, x_2, l) \quad (1)$$

donde x_1, x_2 son bienes o servicios sujetos a distintas tasas impositivas y l representa el ocio.

Dada una dotación inicial de trabajo $\tilde{L}$, un salario w , una tasa de impuesto sobre la renta τ y una cuota del Seguro Social σ (que por simplicidad la suponemos plana dentro de cada decil) la restricción presupuestaria es:

$$p_1(1 + t_1)x_1 + p_2(1 + t_2)x_2 \leq wL(1 - \tau - \sigma) + R \quad (2)$$

donde $L = \tilde{L} - l$ es el trabajo, p_1, p_2 son los precios de los bienes 1 y 2, respectivamente y R es el reembolso o renta básica.

En esta versión no consideramos ahorro e inversión ni ingresos provenientes de la participación en los beneficios de las empresas, por lo que estamos suponiendo que se consume todo el ingreso disponible.

El consumidor elige entonces las cantidades de bien 1, bien 2 y trabajo u ocio que más le convenga de acuerdo con sus preferencias (ecuación 1) y su presupuesto (ecuación 2).

Las empresas, dada la función de producción $F_i(K_i, L_i)$ de bien $i = 1, 2$ y la tasa de rendimiento del capital, r , eligen

³² Ver por ejemplo, Auerbach y Hines (2001), Mankiw, Weinzierl y Yagan (2009), Mirrlees (1971).

los niveles de capital y trabajo de forma que maximicen sus beneficios:

$$\pi_i = p_i F_i(K_i, L_i) - w_i L_i - r_i K_i \quad (3)$$

La recaudación por el impuesto corporativo está dada por $\rho(\pi_1 + \pi_2)$, donde ρ es la tasa impositiva a los beneficios de las empresas.

Resolviendo para las empresas y consumidores obtenemos las demandas de equilibrio de los bienes $i = 1, 2$ y la demanda de ocio, las que denotamos respectivamente como: $x_i(t_1, t_2, \tau, \sigma, R)$, $l(t_1, t_2, \tau, \sigma, R)$. Sustituyendo en (1) obtenemos la función indirecta de utilidad, la cual, para el decil $I = 1, 2, \dots, 10$ está dada por:

$$V_I(t_1, t_2, \tau, \sigma, R) \quad (4)$$

Bajo el sistema actual el bien 1 representa a los bienes y servicios sujetos a un impuesto al consumo (IVA) cuya tasa es t_1 , y el bien 2 está libre de impuestos al consumo por lo que $t_2 = 0$. No hay devolución o renta básica, por lo que $R = 0$. Bajo el FairTax $t_1 = t_2 = t$; $\tau = \sigma = 0$; $R > 0$. Entonces la función indirecta de utilidad bajo el esquema actual está dada por:

$$V_I^A = V_I(t_1, 0, \tau, \sigma, 0)$$

Y bajo el FairTax

$$V_I^{FT} = V_I(t, t, 0, 0, R)$$

Sea G el gasto del gobierno en los bienes de consumo. Entonces, la recaudación bajo el sistema actual está dada por:

$$T^A = p_1 t_1 x_1 + (\tau + \sigma) wL + \rho(\pi_1 + \pi_2) + p_1 t_1 G$$

Y bajo el FairTax

$$T^{FT} = t(p_1 x_1 + p_2 x_2) + tG$$

En nuestros cálculos elegimos t y R , de forma que la introducción del FairTax resulte progresivo y que la recaudación neta, esto es, descontando la Renta Básica, R , sea la misma en ambos esquemas. Esto es:

$$V_I^{FT} \geq V_I^A, \text{ para los deciles de renta baja}$$

$$V_I^{FT} \leq V_I^A, \text{ para los deciles de renta alta}$$

y

$$T^A = T^{FT} - R$$

Para estudiar el efecto en toda la economía tendríamos que cuantificar el efecto en el bienestar social definida por:

$$W = \sum_I V_I + \pi_1 + \pi_2 + G$$

En principio, cualitativamente, al eliminar las distorsiones en los mercados, el bienestar social debe de incrementarse. Queda pendiente cuantificar qué tanto se incrementa el bienestar y cómo se reorganizan los mercados.

En particular, para el caso de Estados Unidos;³³ el NBER y el Instituto Beacon Hill estiman que, a los cinco años de in-

³³ Ver Wikipedia. <https://es.wikipedia.org/wiki/FairTax>

roducir el FairTax, el PIB real aumentaría 10.7%; la inversión nacional 86.3%; el capital social 9.3%; el empleo 9.9%; los salarios reales 10.2%; y el consumo 1.8%. *Arduin, Laffer y Moore Econometrics*, estiman que el PIB se incrementaría 2.4% en el primer año y 11.3% por el décimo año. Laurence Kotlikoff y Sabine Jokisch estudian el incremento en los incentivos al trabajo y al ahorro. Para 2030, el capital social aumentaría 43.7%; la producción un 9.4%; y los salarios reales en 11.5%. John Golob, estima que a largo plazo las tasas de interés bajarían entre 25% y 35%.

Por otra parte, además de las ganancias por la eliminación de las distorsiones en los mercados del sistema actual, la simplificación en la recaudación del FairTax lleva a “otras” ganancias de bienestar. Por ejemplo, sin ser exhaustivos:

- el mayor esfuerzo en actividades productivas en oposición a actividades para cumplir y minimizar el pago de impuestos y en general el ahorro en los costos de cumplimiento, esto es, se libera capital humano actualmente dedicado a actividades de recaudación, elusión y evasión fiscal dentro de los sectores público y privado;³⁴
- el ahorro en el gasto del gobierno y de las empresas por las actividades de recaudación y cumplimiento;
- la desaparición de la informalidad y el reconocimiento de actividades económicas que actualmente no se reportan;
- la atracción de empresas e inversiones de todo el mundo al convertirse en casi un paraíso fiscal;
- la repatriación de capitales al no estar sujetos al ISR;

Con respecto a estas últimas ganancias, también para el caso de los Estados Unidos, los defensores del *FairTax*³⁵ ar-

³⁴ “(...) hasta los asesores fiscales, la lógica implacable en la que se fundamenta la creación de estos empleos absurdos es que se puede ganar una fortuna sin producir nada”, de “Utopía para realistas (Ensayo) (Spanish Edition)”, de Rutger Bregman.

³⁵ *Wikipedia, idem.*

gumentan que su propuesta transparentaría la carga tributaria y reduciría los costos de cumplimiento y eficiencia en 90%, devolviendo una gran parte del dinero a la economía productiva. El Instituto Beacon Hill estima que el FairTax ahorraría 346 mil 51 millones de dólares en gastos administrativos; y que el sistema tributario sería mucho más eficiente. Bill Archer, ex-jefe de la Comisión de Medios y Árbitros, pidió a la Facultad de Econometría de la Universidad de Princeton encuestar a 500 empresas europeas y asiáticas con respecto al efecto de sus decisiones de negocio si los Estados Unidos promulgaran el FairTax. De esas compañías, 400 declararon que construirían su próxima planta en Estados Unidos y 100 dijeron que moverían su sede corporativa a Estados Unidos. ¿Sería algo similar en México?

4. PROBLEMAS Y POSIBLES SOLUCIONES

Un impuesto sobre las ventas como el aquí propuesto por supuesto que incentiva a la evasión fiscal, pero con el sistema actual la evasión ya existe y se da en todos y cada uno de los impuestos y cuotas que recauda el Gobierno. Diversos estudios estiman en el sistema actual una evasión global de los impuestos administrados por el SAT del 26% para el 2012 (ITESM, 2013) y un 20% de las cuotas del IMSS (Karam, 2009). Esto es más del 5% del PIB. Respecto a este punto, podemos afirmar que, si se respeta el espíritu de los promotores del FairTax en cuanto a su sencillez y generalidad, se estarían cerrando las puertas a muchas formas de evasión y sobre todo de elusión fiscal inherentes al sistema actual y no a un sistema basado en el FairTax, al tratarse de un único impuesto, sin excepciones ni tratamientos especiales sujetos a la interpretación de las complejas leyes actuales. Sin embargo, prevalecerán otras formas de evasión. Distinguimos dos (seguro saldrían más).

La primera, se debe a la economía sumergida o mercado negro —Producción y comercialización de bienes y servi-

cios (actividades económicas) no reportados o detectados por las autoridades y en consecuencia no inscritas en los registros oficiales—. Aunque algunos críticos del FairTax argumentan que este impuesto generaría una enorme economía sumergida, la realidad es que bajo el actual sistema de recaudación este mercado negro ya existe. Según estimaciones del INEGI (ver Cuadro 5) la economía informal ronda el 25% del PIB para el 2013 y apenas se ha reducido un 2.3% desde el 2003. Los empresarios que la practican (deliberadamente o no) eluden el pago del ISR, cuotas del IMSS, Infonavit, SAR, impuestos estatales sobre nóminas, retenciones del ISR sobre la nómina y evitan la normativa legal sobre su actividad, entre otros. Además, estarían compitiendo en forma desleal contra aquellos empresarios “formales”, al poder bajar precios inclusive por debajo del costo al dejar de pagar impuestos y cargas sociales.

Sin resolver completamente el problema de la economía sumergida, con el FairTax parte de la actividad del mercado negro se estaría gravando cuando los ingresos de tal actividad

Cuadro 5.
Participación de la economía informal en el PIB
Serie 2003-2013

AÑO	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012 ^R	2013 ^P
VAB											
Economía total ¹	7,303	8,300	9,029	10,120	10,962	11,941	11,568	12,723	14,021	15,118	15,448
VAB											
Economía informal ¹	1,984	2,199	2,373	2,591	2,794	3,017	3,105	3,337	3,601	3,841	3,838
Contribución (%)	27.2	26.5	26.3	25.6	25.5	25.3	26.8	26.2	25.7	25.4	24.8

RCifras revisadas.

PCifras preliminares.

VAB: Valor agregado bruto.

¹ Cifras en miles de millones de pesos a precios corrientes.

Fuente: INEGI. Mediciones de la economía informal 2003/2012.

se gasten en consumo legal al comprar bienes de consumo como alimentos, ropa, autos y casas. Es claro que el FairTax recaudaría más, al ser un impuesto general y tener una tasa de impuesto sobre las ventas mayor al IVA actual. Dicho de otro modo, al gastarse el dinero procedente de actividades ilícitas, no reportadas o sub-reportadas generaría más recaudación bajo el esquema propuesto que bajo el sistema actual.

Por otra parte, de las 500 empresas de expansión, las ventas de las empresas minoristas y de autos representan para el 2014 el 25% del consumo de los hogares. Esto es, solo 72 empresas que ya están muy fiscalizadas venden la cuarta parte de consumo de los hogares. Además, las multinacionales no tendrían incentivos a trasladar parte de sus beneficios a otros países con impuestos más bajos.

El uso de tarjetas bancarias hace imposible evadir el impuesto. Sin embargo, para 2013 sólo 9.3% del consumo de los hogares se realizaron con tarjetas de crédito o débito (ver Cuadro 6) lo que no es muy alentador. Un dato interesante es que los cuenta habientes retiran efectivo de cajeros automáticos el equivalente al 21.2% del consumo de los hogares (Cuadro 6), esto es dinero que ya está en el banco y que debe de ser más fácil de fiscalizar. Se puede cambiar, por ejemplo, el esquema de comisiones que cobran los bancos para incentivar más el uso de las tarjetas que el retiro de efectivo. También se podría implementar un impuesto por los retiros en efectivo a partir de un cierto importe mensual y dar incentivos a las empresas a que paguen la nómina mediante transferencias bancarias. En cuanto a las familias que obtendrían el reembolso anticipado que contempla el FairTax y que normalmente realizan sus compras en pequeños negocios, al menos al gastar dicha devolución les sería imposible evadir el impuesto si la devolución se realiza vía tarjetas de débito de las que no se pueda obtener efectivo. No obstante, la última reforma fiscal ha provocado un incremento en el uso de efectivo y la amenaza del SAT de cruzar los pagos con tarjeta con las declaraciones

Cuadro 6
Uso de Cajeros y TPV respecto al consumo Global

Año	2010	2011	2012	2013
Cajeros	1,901.00	2,065.00	2,198.00	2,359.00
TVP	615.00	752.00	907.00	1,027.00
Total	2,516.00	2,817.00	3,105.00	3,386.00
Consumo	8,959.00	9,691.46	10,565.17	11,101.63
% Cajeros/ Consumo	21.2%	21.3%	20.8%	21.2%
% TVP/ Consumo	6.9%	7.8%	8.6%	9.3%
% Bancos /Consumo	28.1%	29.1%	29.4%	30.5%

Fuente: Consejo Nacional de Inclusión Financiera (2014).

de impuestos no ayuda mucho (Aguilar, 2015). El FairTax elimina de tajo dicha amenaza y por lo tanto el “miedo” a tener dinero en el banco y a realizar compras con tarjetas bancarias.

La segunda fuente de evasión proviene del que no se gravan los bienes y servicios intermedios que son factores de producción. Los individuos y las empresas pueden manipular el sistema fiscal afirmando que sus compras son bienes intermedios, cuando en realidad son compras de bienes de consumo final que deben ser gravados. Por ejemplo, algo que ocurre con el sistema actual, las empresas pueden comprar más insumos que los requeridos para su negocio —aunque no sean estrictamente para producción— y dárselo a sus empleados o directivos como pago en especie para su consumo familiar. Una forma de limitar esta evasión es definiendo como gravables bajo cualquier circunstancia una serie de gastos (gastos médicos, seguros, alimentos, autos, etcétera) que algunas empresas suelen dar como prestación a los empleados. Un problema de esta solución es quién decide qué gastos entran y qué gastos no entran.

Es obvio que, controlando las grandes cadenas comerciales, incentivar el uso de tarjetas bancarias o definir una serie de bienes y servicios gravables bajo cualquier circunstancia no es suficiente para evitar la evasión. En definitiva se debe de adoptar un sistema de control parecido al del sistema actual; las empresas deben de estar dadas de alta ante el SAT como vendedores minoristas, mayoristas, fabricantes o ambos; deben mantener un registro completo de sus transacciones, registrar todas sus operaciones de compra y venta de los bienes gravables y no gravables y de los salarios pagados a sus trabajadores y a sus fondos de pensiones; y deben de estar obligados a informar de estas ventas y transacciones y del impuesto recaudado en su declaración de impuesto sobre las ventas mensuales.³⁶ La empresa tendría que pedir facturas por las compras a los proveedores de bienes intermedios que no pagan impuesto de sobre ventas, y tendrían que ser capaces de demostrar que eran gastos de negocios genuinos. Adicionalmente, en el marco del FairTax, el actual padrón de contribuyentes se estaría reduciendo al 3.7% que corresponde a las personas morales y 36% de personas físicas con actividad empresarial, muchos de estos últimos en realidad asalariados que se dan de alta por honorarios por “estrategia fiscal”. Esto es, de tajo desaparece por lo menos el 60% de los declarantes de impuestos y se reduce la actual complejidad a la presentación de un formato mucho más simple que el actual. El gobierno federal podría entonces concentrar los esfuerzos de recaudación y fiscalización dedicando los diversos departamentos de cobranza del IMSS, SAT, Infonavit, SAR y otros a atacar un único impuesto muy fácil de determinar y sobre un

³⁶ La propuesta en EUA sugiere que el gobierno podría estipular que todos los vendedores minoristas entreguen a los compradores un recibo, independientemente del tipo de transacción (efectivo, crédito, etcétera), lo que crearía un rastro de papel, o digital, con el riesgo de que el comprador denuncie a cambio de una recompensa por informar de evasores de impuestos. Dudo de que esto funcione en México.

universo mucho menor de declarantes, incrementado la probabilidad de ser auditado.³⁷

Una pregunta obligada es que si no sería más fácil como control un IVA que un impuesto sobre el consumo. El IVA se aplica al valor añadido en cada paso intermedio de producción, por lo que los productos llegan al consumidor final con la mayor parte del impuesto ya en el precio. El vendedor minorista tiene pocos incentivos para ocultar las ventas al por menor, puesto que ya ha pagado gran parte de los impuestos a sus proveedores. Es entonces poco probable que subsidie la evasión fiscal de los consumidores ocultando ventas. En contraste, bajo el sistema del impuesto sobre las ventas un minorista no ha pagado ningún impuesto sobre los bienes intermedios. Esto genera un incentivo para que los minoristas oculten ventas y compartan (previo arbitraje) algunos de los ahorros fiscales ilícitos con el consumidor final. Aparte de este incentivo, la recaudación vía un impuesto sobre las ventas va directo a las arcas del gobierno (y casi en automático con pagos bancarios) pues los vendedores no tendrían que comprobar el IVA pagado a sus proveedores al hacer su declaración. Sin embargo, Tim Worstall³⁸ argumenta que el 20-25% de impuestos al consumo en Europa no funcionarían si fuese un impuesto sobre las ventas y que por esta razón manejan el IVA. De la Torre (2014) en los capítulos 7 y 9 estudia a profundidad el fraude del IVA.

Para los promotores del FairTax, el IVA en forma tajante no es ninguna alternativa. Su argumento es el siguiente:³⁹

Quando un consumidor paga por un producto en un país que ha instituido el IVA, no tiene idea de la cantidad del impuesto que está pagando al gobierno fede-

³⁷ La propuesta de ley de EUA contempla dejar a los minoristas una tasa administrativa igual del 0.25% del impuesto remitido como compensación por los costes de cumplimiento.

³⁸ Cita en <https://en.wikipedia.org/wiki/FairTax>

³⁹ Boortz (2008), p. 153.

ral. Esto, por supuesto, es una situación ideal para los políticos, ya que es difícil detectar un impuesto que permanece oculto a simple vista, pero es nefasto para los consumidores (...) Es fundamental para el diseño de la FairTax que se cobre sólo una vez en el punto de venta al comprador minorista. Te cobran el impuesto en tu cara, no en una serie de costos ocultos. El consumidor es plenamente consciente de lo que está pagando y estará al tanto de todos los intentos de los políticos de aumentar el impuesto. Si escucha a alguien referirse a la FairTax como el IVA, puede estar seguro de que esta persona no ha entendido (...) o que, por cualquier razón, está tratando de boicotear el FairTax.

5. OXFRAM, BLOOMBERG, FORBES, PICKETY, LA POBREZA Y LA DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA

Una de las críticas más importantes al FairTax es que favorece a los más ricos. Los millonarios gastan mucho menos de lo que ganan y al aplicarse el impuesto solo sobre su consumo estarían pagando menos impuestos. En la primera parte, con información de la SHCP mostramos que el impuesto al consumo, más el reembolso universal adecuado, es progresivo respecto al sistema actual. También se ha argumentado que los intentos de cobrar impuestos sobre la renta a los más ricos suelen fracasar y aunque algunas veces se logre “ganar” algunos pleitos fiscales a famosos o multinacionales —que se publicitan en los medios como grandes victorias nacionales— el caso es que no suele tomarse en cuenta los costos de esta persecución y espectáculo; por el tiempo y los recursos materiales y humanos “invertidos”, además de las distorsiones que generan. El afán (válido o no válido) de cobrar más impuestos al 1% de la población más rica (que todo mundo conoce) les ha complicado la vida a muchísimas personas y que están

muy lejos de ser ricos y es una barrera a la entrada a nuevas empresas y negocios como lo argumenta Zaid (2009) y Sergio Sarmiento (2016). Al ser el FairTax un impuesto general al consumo se dejaría de subsidiar a los ricos (que también comen, se enferman, etcétera) sin perjudicar a los pobres gracias a la devolución.

6. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta una primera evaluación para México de una propuesta de recaudación que lleva algunos años debatiéndose en el congreso de los Estados Unidos. Con base en esta propuesta y con información de nuestro país, calculamos la tasa al consumo al detalle que sustituiría impuestos federales como son las cuotas de seguridad social, el impuesto sobre la renta y el actual IVA. Proponemos una Renta Universal de forma el impuesto resulte progresivo. Discutimos brevemente algunos problemas de implementación. Queda pendiente cuantificar las ganancias por eficiencia económica. Cabe mencionar que se han presentado al congreso dos propuestas de reforma de Ley que contemplan la implementación de una Renta Básica y de un Impuesto Único. La propuesta de Renta Básica por las diputadas Araceli Damián y Xóchitl Hernández en abril de 2016 y la del Impuesto Único Francisco Búrquez en agosto de 2018.

BIBLIOGRAFÍA

- Adler, H. y Hewitt, H. (2009). *The FairTax Fantasy. An Honest Look at a Very, Very Bad Idea*. Americans For FairTaxation (www.FairTax.org).
- Aguilar, A. (2015). “Nombres, nombres... y nombres”. *El Universal*. México, 25 de marzo.
- Antón, A., Hernández, F. y Santiago, L. (2012). *The End of Informality in Mexico? Fiscal Reform for Universal Social Insurance*. Inter-American Development Bank.
- Auerbach, A. J. y Hines Jr. J. R. (2001). “Taxation and Economic Efficiency”. *NBER Working Paper*, núm. 8181.
- Blyth, M. y Loneragan, E. (2014). “Print Less but Transfer More, Why Central Banks Should give Money Directly to the People”. *Foreign Affairs*. agosto 11.
- Boortz, N. y Linder, J. (2005). *The FairTax*. Book HarperCollins Publishers.
- Boortz, N., Linder, J. y Woodall, R. (2008). *FairTax: The Truth. Answering the Critics*. Harper.
- Bregman, R. (2017). *Utopía para Realistas*. Salamandra.
- Clark, K. (2010). *The Pocket Idiot's Guide to the FairTax*. P. Group.
- Consejo Nacional de Inclusión Financiera (2014). *Reporte de Inclusión Financiera*, núm. 6.
- De la Torre, F. (2014). *¿Hacienda Somos Todos? Impuestos y Fraude en España*. Barcelona, Debate, Penguin Random House Grupo Editorial, SAU.
- Elizondo Mayer-Serra, C. (2012). *Con Dinero y Sin Dinero*. Debate, Random House Mondadori.
- Elizondo Mayer-Serra, C. (2013). “Los agujeros del pacto fiscal”. *Nexos en línea*, 1 de septiembre.
- Elizondo, G. S. y Carrillo L. (2012). “Dan a gasolina amplio subsidio”, *Reforma*, sección negocios. 31 de julio.
- Gómez, M. V. (2014). “Una subida de cuotas de 1000 millones”. *El País*, 9 de enero.

- Hoagland, K. (2010). *The FairTax Solution. Financial Justice for All Americans*, Penguin Group.
- ITESM. Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey (2013). “Estudio de Evasión Global de Impuestos”. México.
- Jiménez, M. (2014). “Los siete gigantes de Internet pagan en España sólo un millón en Impuestos”. *El País*, 18 de enero.
- Karam, D. (2009). Organización Editorial Mexicana. 30 de septiembre.
- Levy, S. (2008). *Buenas intenciones, Malos resultados. Política social, informalidad y crecimiento económico en México*. Océano.
- Libre mercado. “El impuesto de Patrimonio provocó en Francia la huida de sus grandes fortunas. Un millonario menos al día”. *Libre Mercado*, 16 de septiembre de 2009.
- López Noriega, S. (2013). “Manual para (no) pagar impuestos”. *Nexos en línea*. 2 de octubre de 2013.
- Mankiw, N. G., Weinzierl, M. y Yagan, D. (2009). “Optimal Taxation in Theory and Practice”. *NBER Working Paper*, núm. 15071.
- McIntyre, R. S., Richard, Phillips y Baxandall, P. (2015). “The Use of Offshore Tax Havens by Fortune 500 Companies”. *Offshore Shell Games*.
- Mirrlees, J. A. (1971). “An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation”. *The Review of Economic Studies*, vol. 38, núm. 2, pp. 175-208.
- Mora, M. “Obélix y la Marmita Belga”. *El País*, 23 de diciembre de 2012.
- Raphael, R. (2015). “Ocurrencias y clientelismo en políticas antipobreza”. *Proceso*, 13 de mayo de 2015.
- Rebossio, A. (2013). “Los países latinoamericanos donde se pagan más y menos impuestos”. *El País*. 8 de marzo de 2013.
- Sala-i-Martin, Xavier. “Messi, Google y el truco del doble irlandés” @XSalaiMartin Blog, 20 de junio del 2013. <http://>

- salaimartin.com/randomthoughts/item/650-en-defensa-de-messi-el-truco-del-doble-irland%C3%A9s.html
- Sarmiento, S. Jaque Mate (2016). “Impuestos de Rico”, 3 de mayo del 2016.
- SECOFI. Encuesta de Ingresos y Gastos.
- Sérvullo González, J. (2012). “Gigantes tecnológicos, enanos tributarios. Aunque seas “cool” debes pagar impuestos”. *El País*. 23 de nov del 2012.
- SHCP (2010). “Distribución del pago de impuestos y recepción del gasto público por deciles de hogares y personas. Resultados para el año 2010”.
- SHCP (2012). “Distribución del pago de impuestos y recepción del gasto público por deciles de hogares y personas. Resultados para el año 2012”.
- SHCP (2014). “Distribución del pago de impuestos y recepción del gasto público por deciles de hogares y personas. Resultados para el año 2014”.
- SHCP (2016). “Sección III: Distribución del Gasto Público Federal”.
- Stiglitz, J. (2012). *El precio de la desigualdad*. Prisa Editores.
- Tourliere, M. (2015). “Desnuda ASF fraude masivo en cruzada contra el hambre”. *Revista Proceso*. 19 de febrero de 2015. <http://www.proceso.com.mx/?p=396327>
- Velázquez, C. (2015). “La utilización clientelar de los programas sociales” <http://www.debate.com.mx/opinion/La-utilizacion-clientelar-de-los-programas-sociales-20150508-0225.html>
- Wikipedia. <https://en.wikipedia.org/wiki/FairTax>
- Zaid, G. (2008). *El Progreso Improductivo*. DEBOLSILLO, Random House Mondadori.
- Zaid, G. (2009). *Empresarios Oprimidos*. DEBOLSILLO.
- Zucman, G. (2004). *La riqueza Oculta de las Naciones*. Pasado y Presente.

EL ÓPTIMO DE RESERVAS COMO MEDIDA PRUDENCIAL EN LA BANCA DE DESARROLLO

Mario Gutiérrez-Lagunes*

1. INTRODUCCIÓN

La Economía Financiera de la Empresa en la actualidad explica no sólo cómo han evolucionado las finanzas empresariales a raíz de los problemas, cada vez más complejos con los que se enfrenta el director financiero de una empresa, sino que ha traspasado otras fronteras del conocimiento, en las cuales ha influido para la comprensión del mundo actual.

Desde la financiación de la empresa, se ha seguido un proceso ahora hacia diferentes actividades que involucra un conocimiento sólido de la economía (como distribución de la riqueza) así como la administración y obtención de la misma. Esta complejidad del mundo económico-financiero, requiere el manejo de ideas mediante un razonamiento lógico que simplifiquen la realidad. Estos modelos de abstracción, a través del tiempo se actualizarán para explicar la realidad de manera más sencilla.

* Universidad Autónoma de San Luis Potosí –Zona Media,
mario.gutierrez.lagunes@uaslp.mx

Los temas principales dentro de la teoría financiera fueron, principalmente, la política óptima de inversión, financiación y dividendos, pero con escasa consideración de la naturaleza del equilibrio en los mercados financieros (Jensen y Smith, 1984).

Los cambios observados durante los años cincuenta en la función financiera trajo consigo la aplicación de los principios y métodos analíticos de la microeconomía a la resolución de los problemas financieros. Así, la teoría microeconómica de la empresa permite realizar predicciones relevantes acerca del funcionamiento de los mercados y la formación de los precios (Salas, 1984). Las tendencias recientes giran alrededor de la nueva economía institucional, en particular en lo referente a la resolución de conflictos de intereses entre los agentes implicados en el valor de la empresa, y la asimetría de la información, entre otros.

Los grandes bloques que constituyen el fundamento de la economía financiera empresarial son: el principio de valoración; mercados eficientes; la teoría del portafolio; valoración de los activos financieros; teoría de opciones; el valor, la estructura financiera y el coste de capital y finalmente, la teoría de la agencia.

Así, para el desarrollo de una estructura contractual óptima de la empresa, se requiere una teoría general de las organizaciones. La denominada nueva economía institucional está delineando las investigaciones hacia una percepción diferente de la empresa, en la cual se sigue todavía trabajando.

A medida que la empresa está siendo observada como una forma de organización de la producción y mecanismo de asignación de recursos alternativos al mercado, se ha puesto de manifiesto la interrelación entre derechos de propiedad, incentivos y comportamiento económico; los costes relacionados para gobernar las transacciones y los problemas asociados a la falta de información sobre las circunstancias relevantes del futuro, así como los problemas de incertidumbre, asi-

metría de la información, incentivos y señalización, que no es otra cosa que problemas de agencia, contratos incompletos, comportamientos oportunistas y relaciones de autoridad (Azofra y Miguel, 1990).

Bajo este contexto de la tendencia que sigue la economía financiera, se retoma lo que es fundamental para una empresa: la disponibilidad de financiamiento a corto plazo para su funcionamiento. El financiamiento a corto plazo consiste en obligaciones que se espera que su vencimiento sea a lo más de un año y que son necesarias para sostener gran parte de los activos circulantes de la empresa, como efectivo, cuentas por cobrar e inventarios. Se tiene, por lo tanto, que los activos circulantes de la empresa deben ser suficientemente grandes para cubrir sus pasivos circulantes y poder así asegurar un margen de seguridad razonable.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2 se aborda el tema de la acumulación de reservas, el porqué es importante tenerlas, así como el nivel deseable, y del efectivo. En la sección 3 se toma el Comité de Basilea por la importancia que tienen las garantías para dar seguridad a las obligaciones, para mejorar la capacidad de respuesta del sistema bancario ante perturbaciones económicas y financieras. En la sección 4 se analiza el modelo de Miller–Orr, el desarrollo, la obtención del nivel deseable y del nivel máximo del flujo de efectivo. En la sección 5 se da una aplicación del modelo Miller–Orr al caso de una institución financiera que proporciona créditos al exterior y se discuten los resultados obtenidos. Por último, en la sección 6 se dan las conclusiones del estudio.

El propósito de este trabajo es dar un panorama general con la literatura más reciente acerca de la gestión de la tesorería, y determinar el nivel óptimo de las tenencias de efectivo de las empresas dentro de un marco de control de inventario más generalizado, mediante la metodología de

Miller–Orr (1966) como una aproximación al caso de tiempo continuo.

2. ACUMULACIÓN DE RESERVAS

Así, pensando a las empresas como estados, libres y soberanos, y a las reservas internacionales como activos, se tiene que las reservas se usan como una forma de seguro ante problemas de financiamiento externo y también para afectar el tipo de cambio. Aunque en la práctica, el uso de reservas es muy bajo, y barato, su aplicación no es generalizada entre los países, aún en época de crisis (De Gregorio, 2011).

Determinar el nivel óptimo de reservas internacionales no es sencillo, aunque ha habido avances importantes en la materia, pero aún faltan las conclusiones robustas para determinar este óptimo. Además, siempre está el debate constante de para qué mantener reservas internacionales.

Hay que tener en cuenta que los países acumulan reservas internacionales porque las consideran un colchón de seguridad para períodos de estrés financiero pero pocas veces se usan. Las reservas funcionan como el rol estabilizador por el hecho de estar ahí. Esto induce a preguntarse ¿cuál es el rol de la acumulación de las reservas? Como bien sabemos, las reservas cumplen dos roles simultáneos: afectar el tipo de cambio y proveer seguro de liquidez, motivos que no se pueden separar.

Una discusión interesante del porqué los países acumulan reservas se encuentra en Aizenman y Lee (2005), quienes identifican dos causas. La primera es por un motivo de precaución. Los países prefieren tener liquidez en moneda extranjera, invirtiendo sus reservas en activos líquidos, pues las pueden necesitar con rapidez en caso de emergencia. Incluso cuando no tengan problemas de financiamiento de largo plazo, pueden enfrentar dificultades de liquidez, por lo que es necesario disponer de reservas.

Asimismo, la acumulación de reservas busca minimizar los riesgos de una crisis de balanza de pagos. Este es la razón para mantener reservas como medida de precaución para casos en que el país repentinamente viera interrumpido su acceso al financiamiento internacional. Por otra parte, el poseer reservas reduce las primas por riesgo, dado que tenerlas proporcionaría mayor certeza de que el país se encuentra protegido, aun cuando en la práctica las reservas no se utilicen y mantenerlas implique un costo.

2.1. Nivel adecuado de reservas

Para medir el nivel adecuado de reservas existen diversas metodologías, de acuerdo a alguna perspectiva particular, como, por ejemplo, una de ellas es observando un conjunto de indicadores macroeconómicos construidos en función de las reservas.

Otro tipo de perspectiva es la familia de modelos que justifican el mantenimiento de reservas, los cuales se basan en las estructuras de inventarios estocásticos tomadas de modelos de tenencias de dinero (Miller y Orr, 1966). Así, se tiene que uno de los primeros enfoques en esta dirección se debe a Frenkel y Jovanovic (1980), quienes consideran a las reservas como un acervo de contención para lidiar con las fluctuaciones volátiles en las transacciones externas. Cada vez que se llegue a un límite inferior de las reservas, se incurre en un costo de ajuste, con tal de mantener el nivel óptimo de reservas.

Otra forma de medición, es mantener un nivel de reservas minimice su costo de mantención sujeto a que reduzca la probabilidad de una crisis (García y Soto, 2006). Asimismo, se puede ver cuáles son los costos de no tener acceso a flujos de capitales en términos de bienestar (Jeanne y Rancière, 2006).

Aunque existen diversas estimaciones del nivel adecuado de reservas, la elección de la metodología dependerá mucho del entorno económico en que se desenvuelve el país o la empresa, así como de su política económica. Existen países que mantienen sus reservas como porcentaje del PIB, en general, a un nivel adecuado entre el 5% y el 20% del PIB, y obviamente el nivel adecuado aumenta con el costo de la crisis (García y Soto, 2006).

Así, en la era de la mayor movilidad de capitales y de las transacciones transfronterizas, la gestión de las reservas de capital constituye un aspecto esencial de la política macroeconómica. El aumento de la integración financiera a menudo hace que un país sea vulnerable a una crisis financiera debido a cambios repentinos en los flujos de capital. Así que la precaución de acumular una gran cantidad de reservas puede ser una estrategia eficaz para las economías emergentes, dado su acceso restringido al mercado de capital internacional (Aizenman y Marion, 2002). En este sentido, esto es análogo a liquidez corporativa, ya que ayudan a hacer frente a los flujos de efectivo e ingresos inciertos.

Empresas financieramente débiles tienen altos niveles de activos líquidos en el rostro de las primas de la financiación externa (Choi y Kim, 2001). Análogamente, con un aumento de las transacciones de la cuenta financiera, las economías emergentes pueden encontrar financiamiento externo caro durante reversiones de flujos de capi ha aumentado el valor de la opción de mantener reservas.

2.2. Efectivo

El término efectivo o caja se refiere a todo el dinero, ya sea en caja o en cuenta de banco que posee la organización, que genera o recibe durante un período determinado, que se distingue por no producir ningún rendimiento y posibilita la utilización de forma inmediata del dinero en las operaciones de la empresa.

El objetivo fundamental de la administración del efectivo es minimizar los saldos de efectivos ociosos y lograr la obtención del equilibrio entre los beneficios y los costos de la liquidez.

Desde que Baumol (1952) aplicó la teoría de administración de inventario de las tenencias de efectivo, muchos economistas han tratado de desarrollar un modelo de demanda de dinero de las empresas que incorporan motivos de transacción y precaución dentro de un marco de administración de inventario. Los primeros enfoques caen dentro de un marco de gestión de inventario determinista, que más tarde se amplió está por elementos estocásticos en el análisis.

Baumol (1952) y Tobin (1956) estudiaron las transacciones de demanda de dinero dentro de un marco de gestión de inventario determinista, suponiendo que las transacciones se realizan mediante un flujo constante que está perfectamente previsto. En contraste con la naturaleza completamente determinista de estos modelos, los estudios de la demanda precautoria de dinero adoptaron una formulación diferente haciendo hincapié en su carácter estocástico.

Una de las aportaciones más significativas en este sentido fue hecha por Miller y Orr (1966), en donde se analizan los determinantes de las tenencias óptimas de dinero cuando los desembolsos netos son gobernados por un proceso estocástico de tiempo discreto.

3. EL COMITÉ DE BASILEA III

A partir de la crisis económica mundial originada en 2007, una de las mayores preocupaciones a nivel gobierno ha sido buscar soluciones para mitigar el riesgo financiero en situaciones similares. Para llevar a cabo esta estrategia en las futuras crisis, la banca central de los principales países y los reguladores consideran que es necesario que el sector finan-

ciero esté más capitalizado, además de que tenga una mayor capacidad de reacción ante las crisis.

Así también, las crisis por las que atravesaron ciertos bancos durante el 2008 se debieron a lagunas en los principios básicos de la gestión del riesgo de liquidez, por lo cual el Comité de Basilea publicó en 2008, “Principios para la adecuada gestión y supervisión del riesgo de liquidez” (“Sound Principles”) (Basilea III, 2008) con pautas detalladas sobre cómo gestionar y supervisar el riesgo de liquidez de financiación con el fin de promover una mejor gestión de los riesgos en este ámbito tan crítico, siempre y cuando los bancos y supervisores las implementen en su totalidad.

Con esta idea y ante la incertidumbre financiera, Basilea III, que es la normativa internacional que recoge aquellos requisitos propuestos por los bancos centrales y gobiernos a las entidades financieras para garantizar la disponibilidad de reservas suficientes para afrontar con recursos propios una situación de crisis (Basilea III, 2013), publica la nueva regulación en 2009 para ser implementada de manera gradual a partir del 2013, en donde se acordó este endurecimiento de los requisitos de capital de los bancos.

Basilea III es pionera en aplicar requerimientos mínimos de liquidez. Para ello define dos nuevos ratios, el coeficiente de cobertura de la liquidez (LCR) y el coeficiente de financiación neta estable (NSFR), con el objetivo de evaluar la supervivencia de las entidades ante problemas de liquidez a corto y largo plazo, respectivamente. Es decir, Basilea III nace con el objetivo de proporcionar las medidas y herramientas necesarias para mejorar la capacidad de respuesta del sistema bancario ante perturbaciones económicas y financieras, y conseguir así una mayor estabilidad financiera mundial (Apéndice).

4. EL MODELO MILLER—ORR

En 1966, Merton Miller y Daniel Orr, analizando el modelo de Baumol y considerando que este es aplicable sólo a algún tipo de empresas que tengan ese supuesto comportamiento de entrada del dinero, así como de salida continua y uniforme, ampliaron el modelo de Baumol, introduciendo un proceso de generación aleatoria para los cambios diarios en el saldo de efectivo. Esto significa que los cambios en el saldo de efectivo, a lo largo de un período, son aleatorios tanto en tamaño como en dirección, tendiendo a una distribución normal a medida que aumentara el número de períodos observados.

El modelo de Miller-Orr analiza cómo debería administrar la empresa sus saldos de tesorería si no puede predecir las entradas y salidas día a día. El saldo de la tesorería tiene un comportamiento impredecible hasta que llega a un nivel superior, provocando que la empresa tome decisiones para volver el saldo a un nivel más normal. Así también, si los saldos alcanzan un nivel inferior, la empresa vende títulos para volver nuevamente el saldo a su nivel normal.

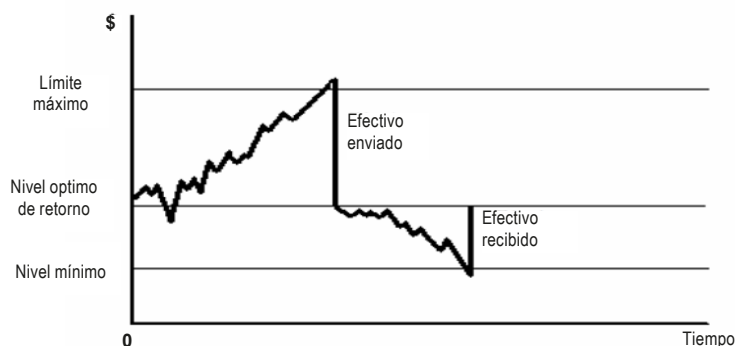
Miller y Orr (1966) demostraron que esta variabilidad del saldo depende de tres factores:

- Si la variabilidad diaria de los flujos de tesorería es grande, la empresa debería establecer los límites de control muy separados.
- O si el coste fijo de comprar o vender títulos es alto, la empresa debería establecer los límites de control muy separados.
- Si el tipo de interés es alto, los límites deberían establecerse más próximos.

Observando la Figura 1, se tiene el comportamiento de los flujos diarios de la tesorería.

Hasta aquí, nuestra metodología para el manejo de efectivo en caja ha sido caracterizada por el supuesto de que los

Figura 1.
Estrategia de administración de flujo diario



Fuente: Miller y Orr (1966).

ingresos y egresos diarios de efectivo en caja son aleatorios. Si bien esta situación se da de esta manera debido a los muchos factores que influyen a la cantidad y al tiempo de demandas de efectivo en caja, parece que se debería encontrar un modo de incluir el conocimiento que se tiene sobre las tendencias esperadas y factores estacionales que coadyuvan al desarrollo de la proyección general del flujo de caja.

El Modelo de Miller-Orr presenta los siguientes supuestos:

- Los flujos de caja siguen un camino aleatorio.
- Las entradas y salidas de caja diarias siguen una distribución normal.
- El límite superior cuando es alcanzado, la empresa invierte la diferencia entre el nivel superior y el nivel deseable de caja. Cuando el límite inferior es alcanzado, la empresa vende la diferencia entre el nivel deseable y el límite inferior en activos líquidos.

Sea C la función del costo de la Tesorería

$$C = \frac{\sigma^2(CT)}{Z(H-Z)} + \frac{t(H+Z)}{3}$$

donde:

H es el límite superior, y

Z es el nivel deseable del flujo de caja.

CT es el costo de los recursos obtenidos en el periodo.

σ^2 es la varianza de los flujos diarios de la tesorería.

t es la tasa promedio del periodo.

Miller-Orr (1966), observaron que el nivel deseable de los flujos de efectivo debería tener un comportamiento equivalente a $1/3$ al nivel superior, es decir, $H = 3Z$.

El objetivo es encontrar el nivel deseable Z que minimice este costo.

Para encontrar Z , se obtienen las derivadas parciales de C con respecto a H y Z para encontrar los puntos óptimos, estos son aquellos que minimizan la función C :

$$\frac{\partial C}{\partial H} = -\frac{\sigma^2(CT)}{Z(H-Z)^2} + \frac{t}{3} \quad (1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial Z} = -\frac{\sigma^2(CT)[H-2Z]}{Z^2(H-Z)^2} + \frac{t}{3} \quad (2)$$

Ya obtenidas las derivadas parciales de C , se aplican las Condiciones de Primer Orden, con el fin de encontrar los puntos óptimos:

$$\frac{\partial C}{\partial H} = \frac{\sigma^2(CT)}{Z(H-Z)^2} + \frac{t}{3} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial Z} = -\frac{\sigma^2(CT)[H-2Z]}{Z^2(H-Z)^2} + \frac{t}{3} = 0 \quad (4)$$

Es decir,

$$\frac{t}{3} = \frac{\sigma^2(CT)[H-2Z]}{Z^2(H-Z)^2} \quad (5)$$

Como $H = 3Z$, y sustituyendo en (5), se tiene:

$$\frac{t}{3} = \frac{\sigma^2(CT)[3Z-2Z]}{Z^2(3Z-Z)^2} \quad (6)$$

Simplificando, se llega a la expresión

$$\frac{t}{3} = \frac{\sigma^2(CT)}{4Z^3} \quad (7)$$

Despejando Z , se obtiene óptimo que es el nivel deseable:

$$Z = \sqrt[3]{\frac{3\sigma^2(CT)}{4t}} \quad (8)$$

Y el límite superior, ya que $H = 3Z$, es

$$H = 3\sqrt[3]{\frac{3\sigma^2(CT)}{4t}} \quad (9)$$

Si Li es el límite inferior, entonces el nivel deseado puede expresarse como

$$Z = \sqrt[3]{\frac{3\sigma^2(CT)}{4t}} + Li \quad (10)$$

Y el límite Superior H puede expresarse como

$$H = 3\sqrt[3]{\frac{3\sigma^2(CT)}{4t}} + Li \quad (11)$$

Y la Distancia, definida como la diferencia de los límites,

$$Distancia = H - Li$$

Si el límite inferior es cero, queda

$Distancia = H = 3Z$, y por consiguiente,

$$Z = \frac{Distancia}{3}$$

Es decir,

$$Distancia = 3 \sqrt[3]{\frac{3\sigma^2(CT)}{4t}}$$

Si el límite inferior no es cero, el nivel deseable Z es expresado como sigue:

$$Z = \frac{Distancia}{3} + Li$$

Algunas consideraciones a este modelo es la suposición de que la empresa no tiene ninguna información acerca de la evolución futura de los flujos de caja, que a diferencia del modelo de Baumol (1952) y Beranek (1963), suponían una evolución predeterminada de estos flujos de caja, además, de que en la práctica las empresas conocen con mucha certeza, los flujos de caja asociada a los pagos.

5. UNA APLICACIÓN DEL MODELO MILLER—ORR

Este es el caso de una institución financiera (banca de desarrollo) en México, cuya actividad principal es otorgar créditos en moneda extranjera a las empresas mexicanas. El objetivo

es calcular el coeficiente prudencial de liquidez para la gestión de la Tesorería en moneda extranjera que permita determinar las disponibilidades mínimas de activos líquidos que deberá mantener la Institución para hacer frente a sus compromisos. Para llevar a cabo este trabajo, se utilizó el Modelo de Miller–Orr para hallar el nivel deseable que la Institución debe de mantener para que, en conjunto con los flujos diarios, cumpla con sus obligaciones

Se eligió la banca de desarrollo en México por la disponibilidad de los datos, además de que esta institución opera el Modelo de Miller-Orr para mantener sus reservas en Tesorería para solventar sus obligaciones financieras. La implementación del modelo de Miller-Orr, por su sencillez y por la facilidad en su operación diaria, lo hace atractivo para seguir usándolo.

Se tomaron los datos de un año histórico (2009), correspondientes a los saldos y los flujos diarios. El costo de fondeo se tomó como el promedio del costo financiero utilizado durante el año de estudio utilizado por la Institución, y la tasa interbancaria se consideró como el promedio de las tasas interbancarias diarias durante la vigencia de este análisis.

Los supuestos en la aplicación de este modelo en la institución fueron los siguientes:

- La tesorería cuenta con una programación de recursos, en la cual se consideran los vencimientos futuros, así como las entradas y salidas de recursos.
- Se tienen identificadas las obligaciones de corto plazo.
- Se cuenta con un plan de contingencia por riesgo de liquidez, el cual documenta las políticas para el manejo de la liquidez y las fuentes disponibles de captación.
- Así mismo, se captan recursos de clientes a la vista y plazo en dólares.

Cabe mencionar que cada institución financiera, como parte del Sistema Financiero Mexicano, es supervisada por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, y que cada modelo que se usa en cada institución es aprobada por un Comité de Administración, con el fin de disminuir la vulnerabilidad del entorno económico financiero.

El modelo de Miller-Orr consiste en:

- Fijar un límite inferior del saldo de la Tesorería.
- Estimar la varianza de los flujos de efectivo.
- Examinar el tipo de interés y los costos de transacción de compra y venta de títulos.
- Calcular la distancia entre los límites superior e inferior del saldo de Tesorería.

Consideraciones en la aplicación del Modelo:

- El análisis considera los flujos diarios de efectivo de la Tesorería en moneda extranjera durante un periodo de un año.
- La varianza se calculó con base en las observaciones de los flujos diarios (enero a diciembre de un año dado).
- El costo de fondeo considera los depósitos vista.
- Consideraciones en la aplicación del Nivel de Liquidez:
 - El nivel deseable es un coeficiente de liquidez prudencial que deberá ser observado por la Tesorería para el mantenimiento de sus saldos de efectivo diarios.
 - Por lo anterior, la Tesorería puede comprar o vender títulos de fácil realización por excedentes o faltantes en los saldos de efectivo diarios sobre el punto considerado como nivel deseable.

Cuadro 1.
Resultados principales del
Modelo Miller - Orr

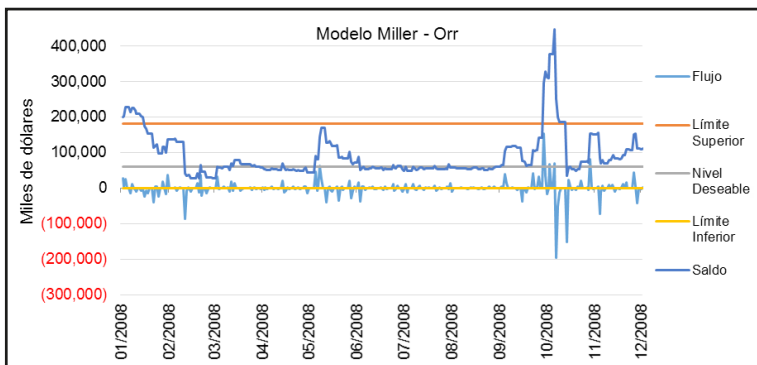
Tasa promedio:	2.0093%
Costo de fondeo:	8,382.7 md
Límite inferior:	0
Límite superior (H)	182,232 md
Nivel deseable (Z)	60,744 md

Fuente: elaboración propia.

Aplicando las ecuaciones (10) y (11), se calculan los límites superior e inferior, y el nivel deseable en que deben mantenerse los saldos. Por lo que, con el modelo de Miller-Orr se obtienen los resultados que se observan en el Cuadro 1:

Con este resultado, se consideró la aplicación del coeficiente prudencial de liquidez de 61 millones de dólares (nivel deseable), de acuerdo al comportamiento de los saldos y flujos de la Tesorería durante el año de análisis (ver Figura 2).

Figura 2.
Una aplicación del modelo de Miller –Orr



Fuente: elaboración propia.

Cuadro 2.
Datos principales en la aplicación del
Modelo Miller-Orr

	Saldo (Miles dólares)
Promedio (μ)	110,081
Valor mínimo	27,588
Valor máximo	638,793
Nivel deseable	60,744

Fuente: elaboración propia.

En esta aplicación, el saldo rebasó el 20% de las veces los días de operación el límite superior, es decir, de 246 días operados, en 50 días fue excedido el límite superior. Así, con el coeficiente prudencial establecido, la institución financiera con más confianza puede hacer frente a sus obligaciones en lo general (ver Cuadro 2).

Por otra parte, por mencionar avances en otro modelo, está el modelo de Frenkel y Jovanovic (1980), en el que usan un modelo de inventario estocástico de tiempo continuo y sin un límite superior como variable de control. En su análisis, utilizan sólo una variable de control, y encuentran una solución óptima, reduciendo al mínimo el coste total. Dentro de este escenario, el saldo de caja se puede aumentar sin límite, y no hay posibilidad de prestar dinero con el fin de ganar intereses. En esta situación, entonces no es posible reducir al mínimo el coste total.

6. CONCLUSIONES

Aunque la literatura reciente muestra comportamientos de los flujos de efectivo como caminos aleatorios, todavía no se ha logrado una precisión para controlarlos y mucho menos predecirlos, a pesar del conocimiento del mercado de origen

de ellos. Cabe mencionar que el modelo de Miller-Orr se ha adoptado por la banca de desarrollo en México, sin embargo, por el dinamismo del mundo financiero, han surgido otras variantes, y dependiendo del entorno de la banca, existen varios modelos que se pueden aplicar dependiendo del entorno económico en que se desarrollen las condiciones.

A raíz de esta exposición al riesgo, a partir de la crisis de 2007, el Comité de Basilea (Basilea III) trata de fortalecer el capital para asegurar que las entidades cuenten con suficientes fondos para cubrir las pérdidas potenciales de su actividad. Para ello exige más capital y de mayor calidad (Basilea III, 2013).

Basilea III es pionera en aplicar requerimientos mínimos de liquidez. Para ello define dos nuevos ratios, el coeficiente de cobertura de la liquidez (LCR) y el coeficiente de financiación neta estable (NSFR), con el objetivo de evaluar la supervivencia de las entidades ante problemas de liquidez a corto y largo plazo, respectivamente. Es decir, Basilea III nace con el objetivo de proporcionar las medidas y herramientas necesarias para mejorar la capacidad de respuesta del sistema bancario ante perturbaciones económicas y financieras y conseguir así una mayor estabilidad financiera mundial.

La crisis bancaria durante el 2007 se debió a vacíos en los principios básicos de la gestión del riesgo de liquidez, por lo que el Comité de Basilea implementó sus “Principios para la adecuada gestión y supervisión del riesgo de liquidez” *Sound Principles*, con el objeto de tener una mejor gestión de los riesgos.

Por el enfoque que se da a los inventarios con las reservas internacionales para determinar el nivel óptimo, de acuerdo a las recientes crisis financieras, las cuales reflejan la fragilidad de los mercados y las instituciones financieras, se han incrementado más modelos estadísticos para un estudio más profundo (Calvo, Izquierdo y Loo-Kung, 2013).

La discusión de siempre, de mantener grandes niveles de reservas también implica un costo para la economía en donde los recursos pueden ser mejor utilizados para aumentar la inversión en la producción o para pagar una parte de la deuda externa, si es el caso. Sin embargo, se coincide con Frenkel (2005), en que las autoridades creen que estos costos son pequeños en relación con el costo económico: ya sea de una crisis con resultados de depreciación de la moneda, o una secuela de una crisis monetaria con sustancial pérdida de producción.

A pesar de ser un tema el nivel óptimo ampliamente discutido en la literatura académica, todavía no deja satisfechos a los tomadores de decisiones. Por eso existen varios modelos que proponen cómo encontrar este óptimo.

APÉNDICE

Coeficiente de Cobertura de Liquidez (LCR)

Una de las reformas esenciales del Comité de Basilea para lograr un sector bancario más resistente es el Coeficiente de cobertura de liquidez (LCR). El objetivo del LCR es promover la resistencia a corto plazo del perfil de riesgo de liquidez de los bancos. Con este fin, el LCR garantiza que los bancos tienen un fondo adecuado de activos líquidos de alta calidad (HOLA, siglas en inglés) y libres de cargas, que pueden convertirse fácil e inmediatamente en efectivo en los mercados privados, a fin de cubrir sus necesidades de liquidez en un escenario de problemas de liquidez de 30 días naturales. El LCR mejorará la capacidad del sector bancario para absorber perturbaciones procedentes de tensiones financieras o económicas de cualquier tipo, reduciendo con ello el riesgo de contagio desde el sector financiero hacia la economía real.

Durante la “fase de liquidez” inicial de la crisis financiera que estalló en 2007, numerosos bancos, pese a mantener

niveles adecuados de capital, se vieron en dificultades por no gestionar su liquidez de forma prudente. La crisis reafirmó la importancia de la liquidez para el adecuado funcionamiento de los mercados financieros y el sector bancario.

El Comité de Basilea publicó en 2008 “Principios para la adecuada gestión y supervisión del riesgo de liquidez” *Sound Principles* con el fin de promover una mejor gestión de los riesgos financieros siempre y cuando los bancos y supervisores las implementen en su totalidad.

Para complementar estos principios, el Comité de Basilea ha reforzado su marco de liquidez introduciendo dos estándares mínimos de liquidez financiera. Estos estándares persiguen dos objetivos distintos pero complementarios. El primero consiste en promover la resistencia a corto plazo del perfil del riesgo de liquidez de un banco, garantizando que tenga suficientes HOLA para superar un episodio de tensión significativo durante todo un mes.

Para alcanzar este objetivo, el Comité ha desarrollado el LCR. El segundo objetivo consiste en promover la resistencia durante un horizonte de tiempo más amplio, creando incentivos adicionales para que los bancos financien sus actividades con fuentes más estables de forma continua.

El Coeficiente de Financiación Estable Neta (NSFR), complementa al LCR, tiene un horizonte temporal de un año y se ha diseñado para hacer sostenible la estructura de vencimientos de activos y pasivos.

BIBLIOGRAFÍA

- Aizenman, J. y Lee, J. (2005). “International Reserves: Precautionary *vs.* Mercantilist Views, Theory and Evidence”. *IMF Working Paper*, núm. 05/198.
- Aizenman, J. y Marion, N. (2002). “The High Demand for international reserves in the far East: What’s Going on”. *NBER*.

- Azofra, V. y Miguel, A. (1990). “Nuevos enfoques en la teoría de la estructura de capital (hacia una nueva integración de las finanzas y la microeconomía)”. *Revista de Economía y Empresa*, vol. 10. pp. 187-198.
- Basilea III (2008). *Principles for Sound Liquidity Risk Management and Supervision*. Basilea: Bank for International Settlements.
- Basilea III (2013). Comité de Supervisión Bancaria de Basilea. Basilea III: Coeficiente de cobertura de liquidez y herramientas de seguimiento del riesgo de liquidez. Banco de Pagos Internacionales.
- Basilea III (2014). “Comité de Supervisión Bancaria de Basilea”. Documento de consulta, Banco de Pagos Internacionales, Basilea III: Coeficiente de Financiación Estable Neta.
- Baumol, W. (1952). “The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach”. *Quarterly Journal of Economics*, pp. 554-556.
- Beranek, W. (1963). *Analysis for Financial Decisions*. Irwin.
- Calvo, G., Izquierdo, A. y Loo-Kung, R. (2013). “Tenencias óptimas de reservas internacionales. autoaseguramiento contra interrupciones súbitas de flujos de capital”. *Monetaria*. Año 2013, vol. XXXV, núm. 1. enero-junio.
- Choi, W. y Kim, Y. (2001). “Monetary Policy and Corporate Liquid Asset Demand”. *IMF Working Paper*, núm. 01, pp. 177.
- De Gregorio, J. (2011). “Acumulación de reservas internacionales en economías emergentes”. Conferencia, Cartagena de Indias, Colombia. Recuperado el 9 de agosto de 2010.
- Frenkel, J. (2005). “Mundell-Fleming Lecture: Contarctiionary Currency Crashes in Developing Countries”. *IMF Staf Papers*, vol. 52.
- Frenkel, J. y Jovanovic, B. (1980). “On transactions and precautionary demand for money”. *Quarterly Journal of Economics*, vol. 90, pp. 25-43.

- García, P. y Soto, C. (2006). "Large Hoarding of International Reserves: Are They Worth It. En R. Caballero, C. Calderón y L. Céspedes". *External Vulnerability and Preventive Policies*. Banco Central de Chile.
- Jeanne, O. y Rancière, R. (2006). "The Optimal Level of International Reserves for Emerging Market Countries: Formulas and Applications". *The economic journal*.
- Jensen, M. y Smith, C. (1984). *The theory of Corporate Finance: A historical Overview*. En T. M. Finance. USA, McGraw-Hill.
- Miller, M. y Orr, D. (1966). "A model of the demand for money by Firms". *Quarterly Journal of Economics*, vol. 80, march-april. pp. 413-435.
- Salas, V. (1984). "Economía teórica de la empresa". *ICE*. julio. pp. 9-22.
- Tobin, J. (1956). "The interest-elasticity of transactions demands for cash". *Review of Economics and Statistics*, vol. 38, núm. 3, pp. 241-247.

TERCERA PARTE

TÓPICOS

LA ELASTICIDAD DE SUSTITUCIÓN Y EL SUPUESTO ARMINGTON. UNA APLICACIÓN PARA MÉXICO*

Enrique R. Casares**

Lucia A. Ruiz-Galindo***

1. INTRODUCCIÓN

La función de elasticidad constante de sustitución es ampliamente utilizada en modelos teóricos y en aplicaciones empíricas, ya sea para determinar las demandas de los bienes de consumo o para obtener las demandas de los factores de la producción (capital y trabajo). El supuesto Armington, útil para modelar el comercio internacional en economías abiertas, afirma que los bienes nacionales e importados son sustitutos imperfectos cuando varían sus precios, esto debido a que los bienes son de diferente origen (país). El principio Armington, esencial para obtener las demandas relativas de bienes importados a nacionales, utiliza también una función de elas-

* Este trabajo se realizó con apoyo financiero del CONACYT, con el proyecto número A1-S-25426, “Perturbaciones en los términos de intercambio, la política comercial y la política fiscal y su impacto en la economía mexicana: el corto y largo plazo”.

** Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, ercg@azc.uam.mx

*** Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, laruizg@azc.uam.mx

tividad constante de sustitución (CES por sus siglas en inglés: Constant Elasticity of Substitution).

La elasticidad Armington es de suma importancia en los modelos de ciclos económicos internacionales reales para poder explicar las fluctuaciones empíricas en una economía abierta debido a variaciones en los términos de intercambio, que emplean datos agregados, y en los modelos de equilibrio general aplicado, que utilizan datos desagregados. En este artículo, nos concentramos en las aplicaciones más agregadas del supuesto Armington, es decir, en las elasticidades empleadas en los modelos de ciclos económicos internacionales reales. Así, el objetivo del artículo es analizar las propiedades teóricas del supuesto Armington y su estimación, con datos agregados, de la economía mexicana.

Así, en los modelos de ciclos económicos internacionales reales, se utilizan valores calibrados de la elasticidad Armington relativamente pequeños, en un rango de entre 0.5 y 2 (Engel y Wang, 2008, 2011). Por ejemplo, Backus, Kehoe y Kydland (1994) usan un valor de 1.5 para la elasticidad de sustitución Armington (igualmente Kose y Yi, 2006). Además, para dar apoyo empírico al uso de estas pequeñas elasticidades, Heathcote y Perri (2002) han estimado con datos agregados la elasticidad de sustitución entre bienes domésticos y del exterior, encontrando un valor de 0.9. Del mismo modo, Bergin (2006) estima con datos a nivel macro una elasticidad del 1.13. Utilizando técnicas de cointegración, Hooper, Johnson y Marquez (2000) pueden distinguir entre macro elasticidades de corto y largo plazo para la demanda de importaciones. Ellos obtienen valores relativamente pequeños para las elasticidades precio de corto y largo plazo. Finalmente, Feenstra, Luck, Obstfeld y Russ (2014) estudian metodologías econométricas para la correcta estimación de las macro elasticidades Armington.

En la obtención de la demanda de bienes importados a domésticos que será estimada, se considera una función CES

que agrega los bienes nacionales e importados en un bien compuesto. Esta función describe las preferencias de los consumidores o compradores por sustituir bienes importados por nacionales (véase Armington, 1969). Más específicamente, se considera un consumidor o comprador nacional que maximiza la función CES sujeto a su restricción presupuestal. Las condiciones de primer orden de este problema de optimización, conducen a la demanda relativa de bienes importados a domésticos en función de sus precios relativos, que constituye el modelo que se considera para la estimación de la elasticidad Armington para la economía mexicana.

La estimación del modelo estático de la demanda relativa entre bienes importados y nacionales se efectuó usando un modelo de regresión lineal. Así, es posible mostrar que se puede efectuar una aplicación consistente, que integre la formalidad de la teoría económica con la de las técnicas fundamentales del modelado econométrico. De manera tal, que se pueda obtener un modelo aplicado factible, es decir, que no únicamente satisfaga los supuestos económicos y estadísticos del modelo econométrico, sino también que su interpretación tenga sentido. En este contexto y de acuerdo a los resultados de estimación del modelo, la macro elasticidad Armington es de 0.4838 para la economía mexicana. Este valor muestra que la demanda relativa es inelástica, de manera que el efecto de los precios relativos sobre esta no es sustancial. Por lo tanto, el valor estimado es similar a las estimaciones que utilizan datos agregados, una elasticidad pequeña.

El artículo se organiza como sigue. En la Sección 2, se analizan las propiedades de la función de elasticidad constante de sustitución. Se plantea y resuelve el problema de optimización. En la sección 3, se presenta el modelo econométrico, iniciando con la especificación del mismo, la selección y propiedades de la información utilizada. Asimismo, la estimación, la evaluación e interpretación de los resultados. En la sección 4, se dan las conclusiones.

2. TEORÍA

En una economía se tienen dos fuentes de oferta, nacional e importada, ambas a precios de mercado, destinadas al consumo interno. Esta oferta se denomina bien compuesto ya que recoge las dos fuentes de oferta del país, nacional e importada. Aquí es donde surge la elección óptima entre bienes domésticos e importados, modelado por medio del supuesto Armington. Dado que el supuesto Armington afirma que los bienes domésticos e importados son sustitutos imperfectos, se especifica una función CES para modelar el bien compuesto Q , es decir, la función CES agrega bienes de una industria o economía creando un bien compuesto,

$$Q = [aD^\rho + (1 - a)M^\rho]^{\frac{1}{\rho}} \quad (1)$$

donde D es el bien producido domésticamente, M es el bien importado, a es un parámetro de distribución, $0 < a < 1$, y ρ es un parámetro de sustitución, $\rho \leq 1$ y $\rho \neq 0$. La elasticidad de sustitución entre bienes nacionales e importados, σ , está definida como $\sigma = 1/(1 - \rho)$, también conocida como elasticidad Armington.

Como la demanda M/D se obtendrá de un problema de optimización, es importante mencionar ciertas propiedades de la función objetivo. La función CES es homogénea de grado uno o linealmente homogénea, es decir, si aumenta dos veces D y M , aumenta dos veces Q . Asimismo, para $\rho \leq 1$, la función CES es quasi-concava, es decir, las curvas de nivel son convexas al origen. También, la función CES es cóncava. Asimismo, la función CES representa preferencias homotéticas (propiedad ordinal), es decir, todas las curvas de nivel tienen la misma forma. Además, es importante señalar que en ciertas aplicaciones se utilizan funciones tipo lineal, Cobb-Douglas o Leontief que son casos especiales de la función CES (para la demostración de esto ver Apéndice).

El gasto E del consumidor o comprador para estos dos tipos de bienes es $E = P_D D + P_M M$, donde P_D es el precio del bien nacional y P_M es el del importado. El consumidor o comprador, selecciona D y M para maximizar la función CES, ecuación (1), sujeto a su gasto. Así, el problema del consumidor o comprador es

$$\max Q = [aD^\rho + (1 - a)M^\rho]^{1/\rho}$$

$$s.a. \quad E = P_D D + P_M M$$

El lagrangiano del problema es:

$$\mathcal{L} = [aD^\rho + (1 - a)M^\rho]^{1/\rho} + \lambda(E - P_D D - P_M M)$$

en donde λ es el precio sombra o el efecto en la función objetivo Q cuando es relajada la restricción E . Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D} = \frac{1}{\rho} [aD^\rho + (1 - a)M^\rho]^{(1/\rho)-1}, \quad (2)$$

$$a\rho D^{\rho-1} + \lambda[-P_D] = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M} = \frac{1}{\rho} [aD^\rho + (1 - a)M^\rho]^{(1/\rho)-1} \quad (3)$$

$$(1 - a)\rho M^{\rho-1} + \lambda[-P_M] = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = E - P_D D - P_M M = 0 \quad (4)$$

Como la función CES es cóncava, cumple con las condiciones de segundo orden y por tanto se garantiza que en el

punto crítico de la solución del problema anterior, se alcanza el máximo. Despejando λ de las ecuaciones (2) y (3) e igualándolas, se obtiene:

$$\left(\frac{M}{D}\right)^{1-\rho} \frac{a}{(1-a)} = \frac{P_D}{P_M} \quad (5)$$

la ecuación (5) dice que la tasa marginal de sustitución entre bienes nacionales e importados, $(M/D)^{1-\rho} a/(1-a)$, es igual al precio relativo P_D/P_M . Observe que la tasa marginal de sustitución solamente depende de la relación M/D (derivado de que la función CES sea homotética) y que la relación marginal de sustitución disminuye cuando D aumenta y M disminuye, lo cual implica que las curvas de nivel son convexas (derivado de que la función CES sea quasi-concava). Finalmente, despejando M/D de la ecuación (5), se obtiene la demanda relativa de bienes importados a domésticos en función de su precio relativo:

$$\frac{M}{D} = \left[\left(\frac{1-a}{a} \right) \frac{P_D}{P_M} \right]^\sigma \quad (6)$$

como la función CES es linealmente homogénea, la función de demanda relativa M/D es homogénea de grado cero, es decir, la demanda relativa no cambia con un aumento proporcional en los precios.

3. EL MODELO ECONOMETRICO

Ahora se estimará la elasticidad Armington para la economía mexicana. Aplicando logaritmos a la ecuación (6), se obtiene el modelo lineal estático:

$$\ln\left(\frac{M}{D}\right) = \beta + \sigma \ln\left(\frac{P_D}{P_M}\right) \quad (7)$$

donde $\beta = \sigma \ln\left(\frac{1-a}{a}\right)$. A partir de la ecuación (7) se inicia el análisis empírico.

3.1. Especificación

El modelo estático en (7) puede ser formulado como un modelo de regresión lineal como sigue

$$Y_t = \beta + \sigma X_t + e_t \quad (8)$$

donde $Y_t = \ln\left(\frac{M_t}{D_t}\right)$, $X_t = \ln\left(\frac{P_{Dt}}{P_{Mt}}\right)$, e_t es un ruido blanco gaussiano,¹ β y σ son los parámetros a estimar, $t = 1, \dots, T$, es un índice que corre sobre las observaciones y T es el número total de ellas.

A grandes rasgos, la metodología econométrica una vez especificado el modelo de regresión, consiste en proponer *proxis* para las variables que se incorporan en él, estimar el modelo usando datos de esas variables, llevar a cabo la evaluación económica y en caso de que ésta sea correcta, continuar con la evaluación econométrica; que consiste en verificar si la información cuantitativa con la que se estimó el modelo, proporciona evidencia a favor o en contra de la teoría económica que da sustento al modelo teórico y de los supuestos tanto de la parte determinista, $\beta + \sigma \ln X_t$, como los de la estocástica, e_t , del modelo de regresión planteado en (8).

¹ Esto significa que e_t satisface los supuestos Gauss-Markov, es decir, es una variable aleatoria que se distribuye normal con media condicional cero, homocedástica, no autocorrelacionada e independiente de las variables predeterminadas en el modelo (las varianzas y autocorrelaciones al igual que la media, también están condicionadas a la información disponible). Una presentación más detallada de estos supuestos y sus implicaciones sobre la variable dependiente, se puede consultar en Johnston y Dinardo (1997) y Wooldridge (2012).

La violación de alguno de los supuestos del modelo de regresión lineal, conduce a su reespecificación o puede incluso, llevar a buscar alternativas para las variables *proxis* seleccionadas originalmente.² Una vez obtenido un modelo que sea *correcto* desde el punto de vista económico y econométrico, se puede proceder a evaluación de políticas o a pronosticar la variable de interés.

3.2. Variables proxis

La estimación del modelo de regresión, considera información trimestral del INEGI para el periodo que comprende del primer trimestre de 1993 al cuarto trimestre del 2013, a precios constantes del 2008. En la demanda relativa, M representa las importaciones totales y D la demanda doméstica, la cual se calcula como el valor bruto de la producción menos las exportaciones. Por su parte, en la determinación de los precios relativos se utilizaron los correspondientes índices de precios de D y M .

Un análisis sucinto de las gráficas de cada variable, y un diagrama de la variable dependiente y la independiente son de utilidad para visualizar no únicamente la dinámica de cada una, sino también el tipo de relación que existe entre ellas. La Figura 1 muestra el logaritmo de la demanda relativa y el de los precios relativos, en ella se observa que las dos crecen de manera acompasada excepto quizás en 1994, 1995 e inicios del 2008. En 1994 se visualiza una abrupta caída en el logaritmo de los precios relativos, en 1995 en el de la demanda relativa y al iniciar el 2008 en ambas variables.

Por su parte, en el diagrama mostrado en la Figura 2, que presenta el logaritmo de la demanda relativa y de los precios relativos, se distinguen las observaciones trimestrales que co-

² Un análisis detallado de la metodología econométrica puede consultarse en Spanos (1988) y (1989), su desarrollo se basa en los principios del modelado econométrico de la London School of Economics, cuyos principales representantes son J. D. Sargan y D. F. Hendry.

Figura 1.

Logaritmo de la demanda relativa, $Y_t = \ln(M_t/D_t)$,
y logaritmo de los precios relativos, $X_t = \ln(P_{Dt}/P_{Mt})$

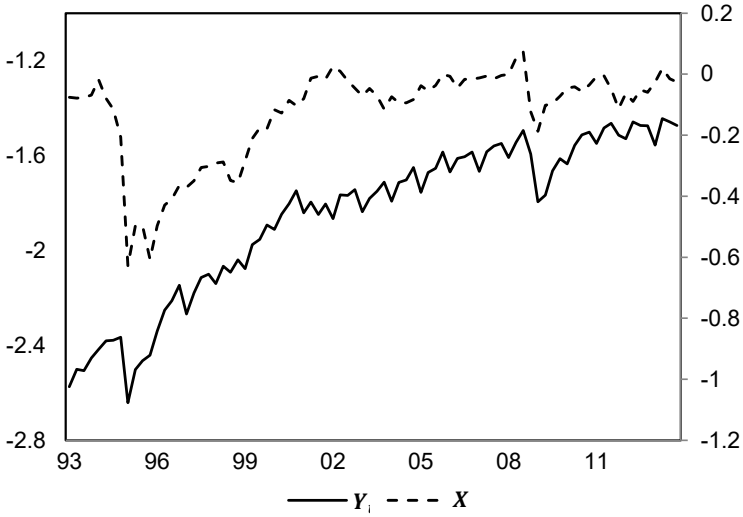
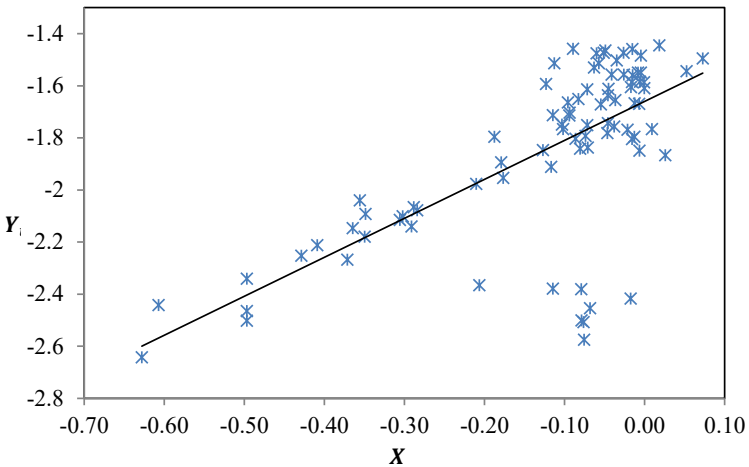


Figura 2.

Relación entre el logaritmo de los precios relativos,
 $X_t = \ln(P_{Dt}/P_{Mt})$, y el logaritmo de la demanda relativa
 $Y_t = \ln(M_t/D_t)$



responden a los años de 1993 y 1994, por estar separadas de las parejas restantes, pero independientemente de ellas, se percibe una relación lineal entre el logaritmo de la demanda relativa y el correspondiente a los precios relativos. Esa Figura también presenta una recta que es una estimación del modelo en (8) y que fue dibujada de manera arbitraria, pero sin lugar a dudas, el uso de un método adecuado de estimación y la evaluación del modelo estimado, permiten obtener el que mejor se ajuste a la información disponible y en caso de la violación de algún supuesto económico o estadístico, también conduciría a su reespecificación.

3.3. Estimación y evaluación del modelo

La estimación del modelo estático que se presenta a continuación es el resultado de implementar la metodología econométrica antes mencionada. Cabe mencionar que la estimación del modelo en (8) no fue apropiada económicamente, ya que ni la magnitud ni el signo de la elasticidad fueron consistentes con lo que establece la teoría de la Sección anterior, de forma que se procedió a incorporar una variable que tuviera una justificación teórica y por ende, un impacto determinante en la demanda relativa, se eligió el PIB (producto interno bruto), como *proxi* del ingreso. El resultado de estimación es

$$Y_t = -3.0280 + 0.4838X_{t1} + 0.8097X_{t2} + 0.3465\tau \quad (9)$$

(0.0399) (0.0431) (0.1417) (0.0097)

donde $X_{t1} = X_t$, X_{t2} es la tasa de crecimiento anual del PIB, τ es una tendencia que permite capturar la dinámica conjunta de las variables, y las cifras entre paréntesis son los errores estándar.

El modelo en (9) es el resultado de aplicar la metodología econométrica una vez estimado mediante mínimos cuadrados ordinarios, y que consiste en primer lugar, en hacer una

evaluación económica del mismo que comprende el constatar que los signos y magnitudes de los parámetros sean los que la teoría económica establece y en segundo lugar, llevar a cabo la evaluación econométrica, mediante la cual se analiza la significancia individual y conjunta de los parámetros y se estudia que se satisfagan los supuestos del modelo poblacional, tanto los de la parte estocástica como los de la determinista, todo ello se lleva a cabo mediante pruebas de hipótesis estadísticas como son las de significancia, de normalidad, homocedasticidad, no autocorrelación, permanencia estructural y especificación correcta.

De acuerdo a lo anterior, en el modelo estimado en (9), se observa que la magnitud y el signo de los parámetros estimados son los esperados y por tanto, a continuación, una vez aprobada la evaluación económica, se procede a efectuar la econométrica: todas las variables son significativas de manera individual y conjunta, a los niveles de significancia usuales, lo cual se puede constatar mediante los estadísticos de prueba *t*-student y el *F*, de manera respectiva. Por su parte, en el Cuadro 1 se muestran los resultados de las pruebas de diagnóstico sobre los residuales, la de cambio estructural y la de especificación correcta. En él se observa que los residuales del modelo estimado satisfacen los supuestos de Gauss-Markov y, por tanto, ellos son una buena aproximación del término estocástico del modelo de regresión lineal, además no hay cambios estructurales en el periodo de estudio y la especificación es correcta.

Cabe mencionar que el parámetro de interés en el modelo estimado es la elasticidad Armington dada por $\sigma = 0.4838$, lo cual significa que cambios en los precios relativos de los bienes domésticos e importados no tienen un efecto importante en la demanda relativa de bienes importados a nacionales, esto es, la demanda relativa es inelástica. Así, para la economía mexicana, el valor de la elasticidad Armington es parecida a las estimaciones que utilizan datos agregados, una elasticidad pequeña.

Cuadro 1. Evaluación econométrica

Prueba	
Normalidad de Jarque-Bera	
	JB=3.3714 (0.1853)
Homocedasticidad de White con y sin término cruzados y la de Breusch-Pagan-Godfrey	
	WhCTC=1.2031 (0.3071)
	WhSTC=1.1540 (0.3329)
	BrPaGo=1.3231 (0.2731)
No Autocorrelación de Breusch-Godfrey	
	BrGod(1)=0.4842 (0.4887)
	BrGod(2)=0.2391 (0.7880)
	BrGod(3)=0.5619 (0.6419)
	BrGod(4)=0.9267 (0.0584)*
Permanencia estructural de Chow, la BreakPoint y la Forecast	
	ChB(1995:1)=0.5151 (0.7248)
	ChB(1995:2)=1.1497 (0.3403)
	ChF(2008:3)=1.3301 (0.1957)
	ChF(2009:1)=1.2529 (0.2494)
Especificación correcta de RESET	
	RESET=2.2047 (0.1015)*

Después de cada estadístico de prueba entre paréntesis, se proporciona el p-value, en las pruebas de autocorrelación en seguida del nombre y también entre paréntesis, se muestra el número de rezagos, y en las de Chow, el periodo en el que se consideró la posible existencia de un cambio estructural.

* En estas pruebas se rechaza la hipótesis nula de no autocorrelación y especificación correcta al nivel significancia usual de 5%, pero no al 10%.

Finalmente, es importante señalar que el modelo puede ser mejorado sustancialmente si se introduce una especificación dinámica del mismo. La mejora es en dos sentidos: por el lado económico se puede estudiar la elasticidad de sustitución de corto y largo plazo, y por el econométrico, el ajuste

del modelo se hace más preciso, debido a que se efectúa un análisis econométrico más riguroso de las variables en el modelo.³ Otra forma de proceder para lograr una especificación más adecuada, hubiera sido efectuar una transformación de las variables Y_t y X_t , pero ello implicaría por un lado, que la interpretación de los parámetros se modifique y por el otro, conduciría a la especificación de un modelo dinámico, que como ya se dijo, aquí sólo se pretende obtener un modelo con los fundamentos del instrumental econométrico.

4. CONCLUSIONES

En este artículo se ha estudiado el supuesto Armington y sus implicaciones para los modelos de ciclos económicos internacionales reales. También, se ha estimado la elasticidad Armington para la demanda relativa agregada de bienes importados a domésticos, mediante un modelo econométrico, resultado de una fundamentación económica formal. La falta de sentido económico en la estimación del modelo original condujo a estimaciones de algunas reespecificaciones, de las cuáles se seleccionó el modelo estimado que se analizó en la sub-sección 3.3 y en el que se satisfacen los supuestos económicos y estadísticos del modelo de regresión lineal. En él se obtuvo que la elasticidad Armington, es significativa desde el punto de vista estadístico con una macro elasticidad inelástica, como en las estimaciones que utilizan datos agregados.

En general, la extensión inmediata de este tipo de modelos, se da cuando se formula uno dinámico, lo cual conlleva ventajas sustanciales tanto desde el punto de vista económico como del econométrico. En particular, en el modelado de las

³ El lector interesado en el modelo dinámico de elasticidades Armington puede consultar Casares, Ruiz-Galindo y Sobarzo (2017). Ellos plantean un modelo de corrección de error que reúne las características mencionadas. Maddala y Kim (1999) y Harris y Sollis (2003) son buenas referencias para el análisis y modelado dinámico.

elasticidades del tipo Armington, la mejora por el lado económico es que se puede estudiar las elasticidades de sustitución de corto y largo plazo y por el econométrico, el ajuste del modelo se hace más preciso, debido a que se efectúa un análisis econométrico riguroso de la dinámica de las variables que se introducen en el mismo.

APÉNDICE

CASOS ESPECIALES DE LA FUNCIÓN DE ELASTICIDAD CONSTANTE DE SUSTITUCIÓN

Las funciones tipo lineal, Cobb-Douglas o Leontief son casos especiales de la función CES. Por lo tanto, cuando $\rho = 1$, la ecuación (1) es claramente lineal y los bienes nacionales e importados son sustitutos perfectos, con elasticidad tendiendo a infinito. Para demostrar que la función CES tiende a la función Cobb-Douglas cuando $\rho \rightarrow 0$, con elasticidad igual a uno, y que tiende a la función Leontief cuando $\rho \rightarrow -\infty$, con elasticidad tendiendo a cero (los bienes nacionales e importados son complementos perfectos), es conveniente definir la función CES en forma intensiva (véase Groth, 2014). En consecuencia, se define la relación bien compuesto a bien doméstico como $q = Q/D$ y la relación bien importado a bien doméstico como $m = M/D$. La función de elasticidad constante de sustitución en forma intensiva es $q = [a + (1 - a)m^\rho]^{1/\rho}$. Aplicando logaritmos a la función CES en forma intensiva y utilizando la regla L'Hôpital, $\lim_{\rho \rightarrow 0} f(\rho)/g(\rho) = \lim_{\rho \rightarrow 0} f'(\rho)/g'(\rho)$, se obtiene

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \ln q = [(1 - a)m^\rho \ln m]/[a + (1 - a)m^\rho] \quad (\text{A.1})$$

es fácilmente deducible que cuando $\rho \rightarrow 0$, se obtiene que $\lim_{\rho \rightarrow 0} \ln q = \ln m^{1-a}$. Considerando que $\lim_{\rho \rightarrow 0} q = e^{\lim_{\rho \rightarrow 0} \ln q}$, se

tiene que $\lim_{\rho \rightarrow 0} q = m^{1-a}$, lo cual corresponde a una función Cobb-Douglas en forma intensiva $q = m^{1-a}$, o $Q = D^a M^{1-a}$. Del mismo modo, reescribiendo la ecuación (A.1) como

$$\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \ln q = [(1-a) \ln m] / [am^{-\rho} + (1-a)] \quad (\text{A.2})$$

se tienen dos casos dependiendo del valor de m . Cuando $m \geq 1$ y $\rho \rightarrow -\infty$, se tiene que $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \ln q = 0$ y $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} q = 1$. Cuando $m < 1$ y $\rho \rightarrow -\infty$, se tiene que $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} \ln q = \ln m$ y $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} q = m$. Así, se obtiene una función, $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} q = 1$ si $m \geq 1$ y $\lim_{\rho \rightarrow -\infty} q = m$ si $m < 1$, que corresponde a una función Leontief en forma intensiva, $q = \min[1, m]$, o $Q = \min[D, M]$.

BIBLIOGRAFÍA

- Armington, P. S. (1969). "Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production". *International Monetary Fund Staff Papers*, vol. 16, pp. 159-176.
- Backus, D. K., Kehoe P. J. y Kydland F. E. (1994). "Dynamics of the Trade Balance and the Terms of Trade: The j-curve?" *American Economic Review*, vol. 84, pp. 84-103.
- Bergin, P. R. (2006). "How Well Can the New Open Economy Macroeconomics Explain the Exchange rate and Current Account?" *Journal of International Money and Finance*, vol. 25, pp. 675-701.
- Casares, E. R., Ruiz-Galindo, L. A. y Sobarzo, H. (2017). "Short and Long Run Armington Elasticities for the Mexican Economy". En A. Pinto y D. Zilberman (editores), *Modeling, Dynamics, Optimization and Bioeconomics II, en la serie Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*.
- Engel, C. y Wang, J. (2008). "International Trade in Durable Goods: Understanding Volatility, Cyclicalit, and Elasticities". *NBER Working Paper*, núm. 13814.

- Engel, C. y Wang, J. (2011). "International Trade in Durable Goods: Understanding Volatility, Cyclicity, and Elasticities". *Journal of International Economics*, vol. 83, pp. 37-52.
- Feenestra, R. C., Luck, P., Obstfeld, M. y Russ, K. N. (2014). "In Search of the Armington Elasticity", *NBER Working Paper*. núm. 20063.
- Groth, C. (2014). *Lecture Notes in Macroeconomics (mimeo)*. Department of Economics, University of Copenhagen.
- Harris, R. y Sollis, R. (2003). *Applied Time Series Modelling and Forecasting*. Wiley.
- Heathcote, J. y F. Perri (2002). "Financial Autarky and International Business Cycles". *Journal of Monetary Economics*, vol. 49 núm. 3, pp. 601-628.
- Hooper, P., Johnson, K. y Marquez, J. (2000). "Trade Elasticities for the G-7 Countries". *Princeton Studies in International Economics*, núm. 87.
- Johnston y Dinardo. (1997). *Econometric Methods*. McGraw-Hill/Irwin.
- Kose, M. A. y K.-M. Yi. (2006). "Can the Standard International Business Cycle Model Explain the Relation Between Trade and Comovement?" *Journal of International Economics*, vol. 68, pp. 267-295.
- Maddala, G. S. y Kim, I-M. (1999). *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*. Cambridge University Press.
- Spanos, A. (1988). "Towards a Unifying Methodological Framework for Econometric Modelling". *Economic Notes, Sienna*, vol. 1, pp. 1-28.
- Spanos, A. (1989). *Statistical Foundation of Econometric Modelling*. Cambridge University Press.
- Wooldridge J. M. (2012). *Introductory Econometrics: A modern Approach*. South-Western Pub.

LEGISLACIÓN Y PRÁCTICA EN LA PROVISIÓN DEL SERVICIO DE AGUA: UN ESTUDIO DE CASO A PARTIR DE LA TEORÍA DE JUSTICIA DISTRIBUTIVA

Leobardo Plata Pérez*

Dalia Rodríguez Rodríguez**

1. INTRODUCCIÓN

El agua es un recurso indispensable para la supervivencia del ser humano. La necesidad de que cada hogar cuente con el servicio de agua se ha vuelto cada vez más importante y más costosa. Las primeras civilizaciones se establecían junto a ríos con abundante agua para disponer del servicio y usarla para la agricultura, lo cual facilitaba la supervivencia de los grupos de pobladores. El agua ha sido un medio que ha favorecido la comunicación y desarrollo de organizaciones y pueblos.

Con el crecimiento poblacional y el avance tecnológico se construyeron ciudades lejanas a los ríos. Lo que alguna vez fue un recurso disponible de manera casi gratuita se convirtió en un recurso costoso y limitado. El agua disponible libre-

* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, lplata@uaslp.mx

** Sistema de Financiamiento para el Desarrollo,
RR_da@hotmail.com

mente, en los inicios de la humanidad, en ríos y arroyos, se obtiene ahora mediante la perforación de pozos o el traslado, mediante tuberías y conductos, de zonas bajas hacia zonas altas a través de bombeo. Se dispone ya de tecnología para desalinizar el agua de mar para volverla disponible para el consumo humano. Lo que es un hecho es que las grandes concentraciones de seres humanos, ciudades, requieren cada vez mayores cantidades de agua potable y de sistemas de drenaje para eliminar el agua usada en las diarias actividades de consumo y limpieza.

Este trabajo pretende abordar parcialmente el tema del agua, su disponibilidad, su distribución y su consumo. Por motivos de la información disponible, restringimos el estudio al estado de San Luis Potosí y más particularmente aún al estudio de la distribución, consumo y cobro de tarifas en tres comunidades del Municipio de Mexquitic de Carmona, cercano a la capital del estado. La decisión de concentración y focalización en este caso pudiera ser cuestionable, pero se defiende, debido a la relativa profundidad del estudio realizado. Se dispone de información real proporcionada por el Comité Local de Agua de las comunidades bajo estudio. La disposición de información real, tanto de gestión del recurso como de su consumo y tarifas, a nivel microeconómico ha resultado muy valiosa para la elaboración del trabajo y sus propuestas. La idea es proponer mejoras a la situación actual en términos de justicia distributiva.

El caso es muy particular, pero refleja problemas y conflictos que se repiten a lo largo y ancho del país. La separación entre legisladores, autoridades y consumidores es muy evidente. Hay un exceso de legislación a los tres niveles de gobierno, muy teórica y con una casi nula definición de estrategias para la aplicación precisa de las leyes. En el caso que nos aborda, encontramos unos consumidores sin el servicio, dispuestos a colaborar pero sin la preparación técnica ni legislativa que regula la provisión del servicio. El exceso de reglas de la bu-

rocracia y la falta de definiciones precisas provocaron que un pozo autorizado en 2005 iniciara el servicio de provisión hasta 2013.

La literatura sobre el uso óptimo y sustentable del agua del subsuelo involucra temas de economía y de ingeniería. Con el conocimiento de los aspectos sobre mecánica de fluidos se puede analizar con cierta precisión la asignación eficiente y sustentable del producto. Se puede consultar el trabajo pionero de Burt (1964) y más recientemente el libro de Neher (1990) y el trabajo de Rubio, Martínez y Castro (1994). La falta de información confiable sobre los aspectos técnicos en CONAGUA nos ha impedido profundizar en este enfoque. A nivel nacional existen trabajos de estimación sobre la demanda de agua, pero hay muy poco sobre los aspectos financieros y tarifarios que tratamos en este trabajo. Un interesante trabajo de estimación de demanda y asignación de tarifas, para La Paz Baja California, es el de Avilés-Polanco *et. al.* (2011). Los autores usan un enfoque de optimización y calculan elasticidad de la demanda bajo el esquema de un productor monopolista. No hemos encontrado evidencia de trabajos de asignación de tarifas justas mediante el enfoque de los juegos de bancarrota que usamos en este trabajo.

La investigación ha sido realizada con dos metodologías. La primera, de carácter documental, ha consistido en la revisión de documentos y leyes referentes a la disponibilidad y distribución del agua. La segunda usa la teoría de la justicia distributiva en la versión de Moulin (2003). Usamos concretamente la literatura del problema de bancarrota proveniente de O'Neill (1982), Herrero y Villar (2000), Thomson (2003) y Aumann (2010) entre otros varios.

Se proponen principios generales de la justicia distributiva a la manera de Moulin (2003). Aplicamos las soluciones del problema clásico de bancarrota para la distribución justa de las tarifas de cobro del servicio de agua. Las tres tarifas que se proponen, corresponden a diferentes criterios de justi-

cia distributiva. El problema es abordado desde las soluciones al problema de bancarrota propuesto en O'Neill (1982). En este problema se considera que un grupo de individuos hace aportaciones iniciales para un proyecto conjunto. El proyecto fracasa y hay que repartir lo que queda, de las aportaciones iniciales, entre los socios, entendiendo que lo que hay que repartir es menor a la suma de las contribuciones iniciales. Existen varias posibles soluciones al problema de bancarrota. Explicamos tres de las principales que corresponden a las usadas en el trabajo presente. La primera es el reparto proporcional: repartir en proporción a la aportación inicial. La segunda solución conocida como *CEA* reparte de forma igualitaria, pero condicionando a que a nadie se le otorgue más de su contribución inicial. En este caso, se protege de alguna manera a los inversores con menos contribución. La tercera solución, conocida como *CEL* es el reparto igualitario de las pérdidas. En este caso se condiciona a que solo se reparta la pérdida común entre los que puedan pagarla. A los que no pueden asumir el reparto igualitario de la pérdida no se les cobra nada. Esta regla de alguna manera castiga a los individuos que más contribuyen en el proyecto común.

Las tarifas que proponemos para el cobro del agua se corresponden con las tarifas anteriores si realizamos una interpretación dual. Las aportaciones iniciales del problema de bancarrota se constituyen con las aportaciones que hacen actualmente a los usuarios del servicio. Hemos usado una encuesta representativa para ver el tipo de usuarios, su consumo y lo que actualmente se cobra por hogar. Con esta información generamos las aportaciones iniciales del problema de bancarrota. Con los datos anuales de los costos del servicio calculamos lo que habría que repartir y aplicamos las soluciones de bancarrota, interpretadas como el “pago justo” dependiendo del tipo de solución. Las tarifas propuestas para cada tipo de hogar representan las soluciones de justicia distributiva. El reparto proporcional es intermedio y las otras dos favo-

recen de alguna manera a los grupos “débiles” o “poderosos” respectivamente.

En la segunda sección se presenta una visión, a nivel general, del agua, su provisión, la información sobre provisión y estado actual del uso de agua en San Luis Potosí. Se describen estadísticas mundiales y del país, las regiones hidrológicas y la disponibilidad de agua potable. Se explica también el aspecto organizacional. Como el agua es un bien escaso y no hay mercado de competencia perfecta para su provisión, es necesario regular su producción y distribución. La compleja red legislativa que regula desde la extracción hasta la distribución y cobro de consumos es descrita en esta segunda sección. La tercera sección explica la teoría de bancarrota y la fundamentación de las soluciones aplicadas en el ejercicio aplicado a las comunidades. La cuarta sección presenta de forma relativamente detallada un análisis de las tres comunidades, la situación actual y la propuesta de nuevas tarifas. Finalmente presentamos las conclusiones del estudio.

2. EL AGUA Y SU LEGISLACIÓN EN MÉXICO Y SAN LUIS POTOSÍ

Según una de las estimaciones más aceptadas, poco más del 97% del volumen de agua existente en nuestro planeta es agua salada y está contenida en océanos y mares; mientras que apenas algo menos del 3% es agua dulce o de baja salinidad. El volumen total de agua dulce, estimado en unos 38 millones de km^3 , se concentra en un 75% en casquetes polares, nieves eternas y glaciares. El 21% está almacenado en el subsuelo, y el 4% restante corresponde a los cuerpos y cursos de agua superficial constituida por lagos y ríos.

En las mejores condiciones una persona puede sobrevivir un mes sin alimentarse, pero solamente siete días sin beber agua. Alrededor de dos tercios del agua consumida en el hogar se utiliza para bañarse y para uso en el sanitario. Una fuga

de dos gotas por segundo equivale al año a 9.5 m^3 de agua desperdiciada.

México, con 1.96 millones de km^2 de superficie es el 14° país más extenso de mundo. Casi dos terceras partes de México se consideran áridas o semiáridas, con precipitación pluvial menor a 500 mm al año. En contraste, el sureste del país es húmedo, con precipitaciones mayores a 2000 mm al año. México está conformado por 32 entidades federativas con 2 mil 457 municipios. La infraestructura de captación y conservación del agua de lluvia es bastante deficiente. En general, hay mucho desperdicio del agua de lluvia y mucha pérdida en las redes de suministro de la misma. Como un ejemplo a resaltar, la Ciudad de México fue un lago natural en la época prehispánica, actualmente se tiene que bombear el agua desde ríos de Guerrero y Estado de México para poder sostener el gasto de la capital del país.

Para la administración y preservación de las aguas, el país se ha dividido en 13 regiones hidrológico-administrativas, las cuales están formadas por agrupaciones de cuencas, consideradas las unidades básicas de gestión de recursos hídricos, sus límites respetan los municipales, para facilitar la administración e integración de la información socioeconómica.

La Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) es el órgano administrativo, normativo, técnico y consultivo encargado de la gestión del agua en México. Desempeña sus funciones a través de estos 13 organismos de cuenca. Las trece regiones son descritas en el Cuadro 1.

En las diversas regiones el país cuenta con **cuencas y acuíferos**. Las primeras se refieren a las grandes regiones de concentración superficial del agua. Los segundos se refieren al agua proveniente de filtraciones subterráneas. Para fines de administración de las aguas superficiales, en México se han definido 731 cuencas. Para la administración de aguas subterráneas se han definido 653 acuíferos de donde provienen

Cuadro 1.
Las 13 regiones hidrológicas de México

Aguas del Valle de México
Cuencas Centrales del Norte
Lerma Santiago Pacífico
Península de Yucatán
Península de Baja California
Balsas
Golfo Centro
Río Bravo
Pacífico Norte
Frontera Sur
Golfo Norte
Noroeste
Pacífico Sur

Fuente: CONAGUA

las aguas subterráneas. De cada 100 *l* de lluvia en México, se calcula que 72 *l* regresan a la atmósfera como evapotranspiración, 22 *l* escurren por ríos y arroyos, al mismo tiempo 6 *l* se infiltran en los acuíferos. Por su ubicación geográfica, anualmente nuestro país puede presentar fenómenos de sequía, principalmente en el norte. Tanto la sequía como las precipitaciones pluviales intensas, aunadas a factores como la topografía, el uso del suelo y el estado de la cubierta vegetal, ocasionan afectaciones a la población y a las actividades económicas.

En México, 37% del agua empleada, exceptuando la proveniente de la generación hidroeléctrica, proviene del subsuelo. Según registros de 2013, la intrusión de agua marina se presentó en 15 acuíferos costeros. En la península de Baja California y en el altiplano convergen condiciones de baja precipitación. En estas regiones se presenta una alta evaporación por el sol y por la presencia de rocas que facilitan la misma.

Lo anterior provoca que haya 31 acuíferos con aguas salobres y salinización de suelos. Hay también 106 acuíferos que se encuentran en condiciones de **sobreexplotación**. Esta aparece cuando la extracción sobrepasa en 10% a la recarga natural. Estos acuíferos proporcionan 55.2% del agua subterránea empleada en México.

De cada 100 l de agua que se usa en México, 15 se emplean para abastecer a la población. De ellos 9 provienen del agua subterránea y 6 de agua superficial. Ver CONAGUA (2014). La disposición de **agua potable** en cantidad y calidad suficiente es una precondition para la salud y el bienestar de la población.

En México la provisión del servicio de agua potable está a cargo de los municipios. Los municipios relativamente grandes tienen a su cargo órganos reguladores que son los encargados de todo el sistema de aguas. Ello involucra la provisión y suministro, cobro de tarifas y el alcantarillado para el deshecho del agua usada y no recolectada proveniente de lluvias. En la capital de San Luis Potosí, el organismo se llama INTERAPAS y se encarga de administrar el servicio para los municipios de San Luis Potosí y Soledad de Graciano Sánchez. Los municipios relativamente chicos tienen que crear reglamentos y comités locales para la administración del agua. El caso que nos ocupa es el de tres comunidades del Municipio de Mexquitic de Carmona, vecino del municipio de San Luis Potosí. Volvemos al caso más adelante.

El estado de San Luis Potosí está compuesto por cuatro regiones geográficas: Altiplano, Zona Media, Zona Centro y Región Huasteca Potosina. Hay 19 acuíferos registrados por CONAGUA en todo el estado. De ellos hay 11 acuíferos en estado de sobreexplotación, es decir, la recarga de agua no cubre el gasto real comprometido con los usuarios. Los otros 8 acuíferos se encuentran aún en estado “sustentable” y corresponden a las zonas Huasteca y Media. La distribución de los mismos, por región, se encuentra en la Cuadro 2. La capital

Cuadro 2.
Estado de explotación de acuíferos en
San Luis Potosí

Región	Acuíferos	Sobre-explotados
Altiplano	8	6
Zona Centro	5	5
Zona Media	4	0
Huasteca Potosina	2	0

Fuente. elaboración propia con base en datos CONAGUA (2014).

potosina y la zona del altiplano son los sitios de mayor explotación y menos recarga.

En el municipio de Mexquitic de Carmona, San Luis Potosí, el porcentaje de viviendas sin acceso al agua entubada, según los censos de población y vivienda 1990-2010, disminuyó de 56.2% a 25.1%. De acuerdo a los datos de la encuesta del INEGI en 2015, del total de 56 mil habitantes del municipio, 51 mil 662 tenían acceso al agua entubada en sus viviendas. Del total de la población del municipio, 32.2% se abastecía del servicio público mientras que 61.1% de un pozo comunitario, el resto la obtenía de pipa, otra vivienda u otro lugar. En el municipio de Mexquitic de Carmona, la principal fuente de abastecimiento de agua para las localidades son los **pozos comunitarios**, los cuales son pozos noria que se abastecen de agua superficial o pozos profundos que extraen agua subterránea. El municipio se abastece del acuífero Ahualulco el cual presenta un déficit de -6.8% en el agua disponible.

Respecto de la reglamentación, el municipio de Mexquitic de Carmona en San Luis Potosí, se rige según el Reglamento Interno de la Administración Pública del H. Ayuntamiento de Mexquitic de Carmona, S.L.P., publicado en el *Periódico Oficial del Estado Libre y Soberano de San Luis Potosí* con fecha 27 de agosto de 2009. Este Reglamento constituye la norma orgánica fundamental de la actuación de la administración pública y

los funcionarios del municipio, como entidad autónoma que se rige a sí misma dentro de su ámbito de competencia exclusiva, mediante órganos y normas de gobierno propios, y ha sido expedido de conformidad con las facultades que otorgan a este ayuntamiento las normas legales mencionadas en los artículos 115 y 114 de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, y Artículo 114 de la Constitución Política del Estado de San Luis Potosí, Artículos 29, 30, 31, 159, y demás relativos de la Ley Orgánica del Municipio Libre del Estado de San Luis Potosí.

Para el establecimiento de cuotas y tarifas en el servicio público urbano, se deben homologar los criterios y la metodología en la determinación de éstas, buscando con ello asegurar su actualización oportuna, justa y suficiente, así como propiciar la racionalización del consumo del agua y su reúso. En el Decreto 594 de 2006 se fija la metodología para el cálculo de cuotas y tarifas para los Servicios Públicos de Agua Potable, Drenaje, Alcantarillado, Tratamiento y Disposición de sus Aguas Residuales en el Estado de San Luis Potosí.

Las legislaciones secundarias, como el decreto aludido, se presentan casi siempre un tanto abiertas para su interpretación. Ello incrementa el empleo y pago anual para quienes interpretan las leyes y su aplicación. Principalmente legisladores, contadores, administradores y abogados. Se admiten tarifas diferenciadas según el tipo de uso del agua, ya sea industrial, doméstico u otras variantes. El decreto no especifica las tarifas de cada caso y deja abierto el tema a los aplicadores del mismo. Esto ocasiona posibles arreglos no reglamentados entre amigos o enemigos del recaudador. Desde nuestro punto de vista, esto crea ineficiencia e injusticia en la recaudación. Si se investigasen los casos, es casi seguro que ciertas casas de funcionarios y exfuncionarios con grandes jardines, centros y oficinas de carácter público tengan la costumbre del no pago o disfruten de alguna exención oficial del gobierno local. Esto

siempre en demérito de todos los ciudadanos que pagan impuestos, además de su consumo de agua.

El Decreto 594 de 2006, se puede sintetizar desde nuestro punto de vista de la manera que sigue. La idea subyacente al mismo es calcular una tarifa de costo medio por cada metro cúbico de agua demandada o usada en un determinado período de flujo del vital líquido. Este número es muy importante para servir de base para la elaboración de tarifas a los diferentes tipos de usuarios. A este importante número, el Decreto 594 le llama “Tarifa Media de Equilibrio General”. Está sustentado en una idea clásica de eficiencia justa. Se cobra a cada usuario, y deja sin especificar el castigo o premio de cada tipo de usuario. Por otro lado, no tiene nada de “general” porque no considera a los demás mercados. Es un análisis financiero de un posible equilibrio “parcial”. Es una tarifa basada en el costo medio de provisión del servicio en el momento del cálculo de dicho costo. Incorpora la depreciación y el costo financiero pero no es muy específica para el tratamiento preciso de estos conceptos. Hay una visión muy financiera y contable sobre la actualización de las tarifas de largo plazo. Pero carece de un sustento más allá de lo financiero contable sobre el comportamiento dinámico de los precios. Solamente se hacen cálculos para que “cuadre el momento”. Es una visión exageradamente contable y carente de conceptos prácticos de justicia y sustentabilidad. La fórmula del decreto se puede plantear de modo sencillo como

$$\text{Tarifa Media de Equilibrio en } t = \frac{\text{Costo de operación en } t + \text{Derechos en } t}{\text{Demanda Total en } t}$$

donde

$$\begin{aligned} \text{Costo de Operación en } t \\ = (\text{suelos y prestaciones en } t + \text{energía eléctrica en } t \\ + \text{depreciación en } t + \text{costo financiero en } t) \end{aligned}$$

Esta fórmula nos dice esencialmente lo que se debería pagar por cada metro cúbico de agua usada, en promedio, sin importar el destino del mismo. No toma en cuenta aspectos de tipo de uso ni de ninguna política de regulación posible. No se contemplan los gastos de alcantarillado ni se discriminan los ingresos por tipo de uso del agua. Mucho menos se contempla ningún análisis dinámico de la sustentabilidad o se incorpora de una manera implícita y no explícitamente definida.

3. TEORÍA DE JUSTICIA DISTRIBUTIVA Y SOLUCIONES AL PROBLEMA DE BANCARROTA

Podemos definir un **problema de bancarrota** como un par (E, c) , donde $E \in \mathbb{R}_+$ representa la cantidad de bien disponible y $c = (c_1, c_2, \dots, c_n) \in \mathbb{R}_+^n$ es el vector de reclamaciones, con $\sum_{i \in N} c_i > E$. En estos problemas se consideran situaciones donde una propiedad o estado E va a ser dividido entre n demandantes o acreedores. El conjunto de demandantes se denotará como $N = \{1, 2, \dots, n\}$. El acreedor demanda una cantidad c_i de la propiedad E . Llamaremos “reclamaciones” a las demandas de los agentes, que representaremos por el vector $c \in \mathbb{R}_+^n$.

Para simplificar la notación llamaremos C a la reclamación agregada, es decir, $C = \sum_{i \in N} c_i$. La diferencia $C - E > 0$ representa así el déficit o la pérdida colectiva del problema de bancarrota (E, c) .

Por otra parte, se puede definir a una solución de un problema de bancarrota con n agentes como una función F que a cada problema (E, c) , asocia un único punto $F(E, c) \in \mathbb{R}_+^n$:

$$(i) \quad c \geq F(E, c) \geq 0$$

$$(i) \quad \sum_{i \in N} F_i(E, c) = E$$

El punto $F(E, c)$ se interpreta como una forma razonable de distribuir E . La condición (i) establece que ningún agente percibe una cantidad mayor que lo que demanda ni menor que cero. La condición (ii) traduce el requisito de eficiencia: dado que no hay bastante para cubrir todas las reclamaciones, la cantidad de bien disponible debe distribuirse en su totalidad, sin que sobre ni falte. La solución a un problema de bancarrota es interpretada como la aplicación de una regla de asignación que proporciona una buena redistribución del estado E entre los acreedores lo solicitan. Para un *survey* sobre el tema puede consultarse Thomson, W. (2003). La relación de estos problemas con la teoría de juegos puede consultarse en Aumann (2010). Una interesante caracterización de soluciones lineales simétricas para este problema puede verse en Sánchez, J, L. Plata y E. Accinelli (2015).

El problema puede aplicarse al caso del cobro de impuestos, en función del ingreso de los individuos, dado un gasto específico del gobierno. En el caso de cobro de impuestos, E representa el gasto del gobierno o cantidad a recaudar. El vector $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ representa los ingresos individuales, siendo c_i el ingreso del individuo i . El problema consiste en repartir E entre los n individuos, teniendo en consideración su característica de ingreso individual.

Para el caso del cobro de tarifas por el uso del agua, E representa el gasto realizado para cubrir los costos de la provisión en un determinado periodo. Representa la cantidad a repartir que deben pagar los usuarios. El vector de reclamaciones $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ está asociado con las características de uso del servicio por cada usuario. Idealmente, la definición precisa de cada c_i tiene que ver con capacidad de pago, gasto de agua, distancia al centro de distribución, tamaño del hogar en adultos equivalentes, etcétera. La c_i del hogar i se puede construir como una suma ponderada de estas características. En el caso aplicado que constituye la base de este trabajo, los

son simplemente las aportaciones realizadas por los usuarios de tipo i . Los diferentes tipos de usuarios se relacionan con la cantidad de habitantes de cada hogar.

3.1. Tres reglas de reparto importantes

De acuerdo con lo anterior, una regla de bancarrota nos dice cómo distribuir una cantidad de un recurso perfectamente divisible, el estado E , entre un grupo de agentes dependiendo del perfil de demandas. En la literatura sobre bancarrota pueden encontrarse distintas reglas de reparto. En Thomson (2003), aparece una muy buena descripción de las distintas reglas. En este trabajo nos centramos en tres de ellas.

- (i) La *regla proporcional*, que divide la cantidad disponible proporcionalmente a las reclamaciones de los agentes.
- (ii) La *regla de ganancia igualitaria*, que reparte por igual siempre que nadie obtenga más de lo que reclama.
- (iii) La *regla de pérdida igualitaria*, que reparte la pérdida colectiva a partes iguales, siempre que nadie reciba una cantidad negativa.

Ilustremos estas reglas mediante un ejemplo. Para ello consideramos una empresa que enfrenta los reclamos de cuatro acreedores, $n = 4$, cuyas demandas son $c_1 = 6, c_2 = 9, c_3 = 10$ y $c_4 = 2$ respectivamente. La empresa ha caído en bancarrota y desea distribuir el estado $E = 20$ entre los 4 acreedores. Denotaremos por C a la suma de los c_i , que en este caso es $C = 27$, mientras que a las posibles soluciones de este problema denotaremos con vectores x del tipo $x = (x_1, \dots, x_4)$. A continuación, calculamos las tres posibles soluciones mencionadas anteriormente.

Regla proporcional

Cada demandante obtiene una fracción de los activos que es proporcional a su participación en las demandas totales;

la regla asigna la cantidad $\frac{c_i}{c}E$ al demandante i , es decir, la proporción de E que se obtiene de acuerdo a su reclamo. Obtenemos entonces que para este caso la solución proporcional es x^P dada por

$$x^P = \left(\frac{6}{27} 20, \frac{9}{27} 20, \frac{10}{27} 20, \frac{2}{27} 20 \right) = (4.444, 6.666, 7.407, 1.481)$$

Con la regla proporcional podemos observar que a cada acreedor le corresponde una fracción del total de las demandas; vemos por ejemplo que el acreedor c_1 demandaba 6 unidades, pero viendo que el total de lo que existe para repartir no podría cubrir el total de su demanda, se opta por repartir lo que existe (E) por la proporción de lo que demanda, obteniendo con ello sólo 4.444 unidades.

Regla de reparto igualitario de ganancias

Como segundo método, tenemos la regla de ganancia igualitaria (*Constraint Equal Award, regla-CEA*), la cual divide equitativamente el estado entre los agentes bajo la condición de que nadie obtiene más de lo que demanda. Esta regla da prioridad a los agentes con demandas más pequeñas, pues éstos reciben relativamente más que los agentes que tienen demandas más elevadas. El proceso es el siguiente: se reparte la cantidad E entre los demandantes a partes iguales entre ellos, de forma que a cada uno se le asigna inicialmente $\frac{E}{n}$. Si un acreedor demanda una cantidad inferior a la que inicialmente se le ha asignado ésta se reduciría hasta la demanda del agente. Esta regla tiene la restricción de que nunca asigna una cantidad superior a la demanda por cada acreedor. La cantidad que ha sobrado del demandante se reparte a partes iguales entre el resto, y se empezaría de nuevo todo el proceso para el resto

de demandantes hasta llegar al último. Formalmente, la solución se define como:

$$x_i^{CEA} = \min\{c_i, \lambda\} \text{ siendo } \lambda > 0 \quad (1)$$

$$\text{y } \sum_i \min\{c_i, \lambda\} = E$$

Ilustremos esta solución con el mismo ejemplo puesto arriba. Veamos cual sería la solución igualitaria suponiendo que todos los agentes reciben algo inferior a su reclamo. En este caso la ecuación sería

$$\begin{aligned} x_i^{CEA} &= \min\{6, \lambda\} + \min\{9, \lambda\} + \\ &\min\{10, \lambda\} + \min\{2, \lambda\} = 20 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\lambda + \lambda + \lambda + \lambda = 20$$

$$4\lambda = 20$$

$$\lambda = 5$$

El resultado sería $\lambda = 5$, lo cual contradice a la regla, entregándole 3 unidades más al individuo c_4 , por lo que se re-toma que:

$$\lambda + \lambda + \lambda + 2 = 20$$

$$3\lambda = 18$$

$$\lambda = 6$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = 6$$

Ahora bien, como $E = 20$, a cada individuo le corresponden 5 unidades según el reparto igualitario. Sin embargo,

el individuo $i = 4$ solo demanda $c_4 = 2$. La regla de ganancia igualitaria nos dice que nadie obtiene más de lo que demanda, por lo que se le dan a este individuo sus 2 unidades que exigía, no más. Con esto, repartimos las 18 unidades restantes de manera igualitaria entre el resto de los agentes.

En el caso del ejemplo para los valores dados tenemos que esta solución es:

$$x^{CEA} = (X_1, X_2, X_3, X_4) = (6, 6, 6, 2)$$

Se puede decir, con todo esto, que con la regla *CEA* se protege a los “más pobres”, ya que toma en cuenta, en este caso, al acreedor que tiene una reclamación más baja.

Para ver cómo cambian los resultados con diferentes cantidades de E , es necesario referirnos al siguiente cuadro que representa las soluciones de la regla *CEA* para diferentes niveles de E . En cada caso se considera $c_1 = 6, c_2 = 9, c_3 = 10$ y $c_4 = 2$.

Cuando cambiamos el valor de E tenemos

Intervalo de E	x^{CEA}
$0 < E \leq 8$	$(\frac{E}{4}, \frac{E}{4}, \frac{E}{4}, \frac{E}{4})$
$8 \leq E \leq 20$	$(\frac{E-2}{3}, \frac{E-2}{3}, \frac{E-2}{3}, 2)$
$20 \leq E \leq 26$	$(6, \frac{E-8}{2}, \frac{E-8}{2}, 2)$
$E > 26$	$(6, 9, E-17, 2)$

La regla de pérdida igualitaria (*Constraint Equal Loss, regla CEL*), nos dice que el reparto se enfoca en el reparo igualitario de las pérdidas y condicionando a que a nadie se le asigne una cantidad negativa. La regla da prioridad a los agentes

con demandas más elevadas, pues éstos reciben una cantidad antes que los agentes con demandas menores. El proceso se desarrollaría de la siguiente forma: sumamos las demandas de todos los agentes (C) y obtenemos qué cantidad es la que falta para cubrir las demandas de éstos ($C - E$), esta cantidad se divide a partes iguales entre los demandantes $\frac{C-E}{n}$, lo que nos da la pérdida en las demandas que sufrirá cada uno de ellos. En la primera fase al primer demandante se le asigna la diferencia entre su demanda y la pérdida $c_1 - \frac{C-E}{n}$, si esta cantidad es positiva se le asigna directamente en el reparto, mientras que si es negativa no se le asignaría nada, y dicha cantidad negativa se quitaría a partes iguales de las demandas del resto de los acreedores, y se seguiría el mismo proceso con el resto de agentes. Formalmente la solución se define de la siguiente manera:

$$x_i^{CEL} = \max\{0, c_i - \lambda\} \text{ siendo } \lambda > 0 \text{ y} \quad (3)$$

$$\sum_i \max\{0, c_i - \lambda\} = E$$

Ilustramos nuevamente con nuestro ejemplo de $(c_1, c_2, c_3, c_4) = (6, 9, 10, 2)$ y $E = 20$. La solución debe cumplir con la ecuación

$$\begin{aligned} &\max\{0, c_1 - \lambda\} + \max\{0, c_2 - \lambda\} + \\ &+ \max\{0, c_3 - \lambda\} + \max\{0, c_4 - \lambda\} = E \end{aligned} \quad (4)$$

Es decir,

$$\begin{aligned} &\max\{0, 6 - \lambda\} + \max\{0, 9 - \lambda\} + \\ &\max\{0, 10 - \lambda\} + \max\{0, 2 - \lambda\} = 20 \end{aligned}$$

Con la regla *CEL*, primero se busca la cantidad que falta para cubrir las demandas de todos los agentes, esto es, $C - E$, siendo $C = 27$ las reclamaciones totales, mientras que $E = 20$ lo que realmente se tiene. La pérdida para este ejemplo es de 7 unidades, la cual se repartirá igualitariamente entre los acreedores, descontando a cada uno la cantidad λ de su cantidad reclamada. Esto resulta en:

$$27 - 4\lambda = 20$$

$$27 - 20 = 4\lambda$$

$$7 = 4\lambda$$

$$\lambda = 1.75$$

Este 1.75, siendo parte de la pérdida, es lo que cada acreedor debe de pagar por igual mientras no lo lleve a tener una cantidad negativa. Restando a cada acreedor la pérdida igualitaria de lo que reclama nos queda:

$$x_1 = \max\{0, 6 - 1.75\} = 4.25$$

$$x_2 = \max\{0, 9 - 1.75\} = 7.25$$

$$x_3 = \max\{0, 10 - 1.75\} = 8.25$$

$$x_4 = \max\{0, 2 - 1.75\} = 0.25$$

Resumiendo, la solución nos queda:

$$x^{CEL} = (4.25, 7.25, 8.25, 0.25)$$

Como se puede apreciar, esta regla da prioridad a los agentes que demandan más, en este caso c_3 que demanda 10

unidades y se le pagan 8.25, mientras que el cuarto agente que solo reclama 2, le asignan solamente 0.25. Este es una evidencia del porqué se dice que esta regla “protege a los ricos”.

Si calculamos cómo son las soluciones x^{CEL} al cambiar la cantidad E con la regla CEL , notamos que en este caso tenemos el siguiente cuadro.

Intervalo de E	x^{CEL}
$0 \leq E \leq 1$	$(0, 0, E, 0)$
$1 \leq E \leq 7$	$\left(0, 9 - \frac{(19 - E)}{2}, 10 - \frac{(19 - E)}{2}, 0\right)$
$7 \leq E \leq 19$	$\left(6 - \frac{(25 - E)}{3}, 9 - \frac{(25 - E)}{3}, 10 - \frac{(25 - E)}{3}, 0\right)$
$E \geq 19$	$\left(6 - \frac{(27 - E)}{4}, 9 - \frac{(27 - E)}{4}, 10 - \frac{(27 - E)}{4}, 2 - \frac{(27 - E)}{4}\right)$

4. APLICACIÓN A TRES LOCALIDADES DEL MUNICIPIO DE MEXQUITIC DE CARMONA, SAN LUIS POTOSÍ

El caso bajo estudio se refiere a tres localidades del municipio de Mexquitic de Carmona, San Luis Potosí. Las localidades son: San Marcos, Guadalupe Victoria y La Cruz. Solicitaron permiso ante la Comisión Nacional del Agua para perforar un pozo profundo para abastecimiento de agua potable para sus habitantes. El pozo fue equipado por las tres localidades y con apoyo de los ayuntamientos a través de los años. La obra inicio en 2005, el pozo inició operaciones en 2013. A pesar de ser el concesionario, el municipio de Mexquitic de Carmona dio plena libertad a las comunidades para operar el pozo. Las localidades lograron acuerdos sin la intervención del munic-

pio. Las tres localidades acordaron que las localidades que extrajeran agua del pozo pagarían sus costos operativos más el mantenimiento. Se acordó que San Marcos no extraería agua en un inicio, pero pagaría el equipamiento, debido que esta localidad no tiene fecha para operar y extraer agua del pozo debido a que aún no realiza las conexiones a la red global, además cuenta con otras fuentes de abastecimiento.

El pozo inició bombeo por primera vez en enero del 2013 siendo la localidad de La Cruz quien inició con la operación y en febrero del mismo año se sumó la comunidad de Guadalupe Victoria. Se presenta en el Cuadro 3 donde se muestra el consumo de agua por las dos localidades desde el inicio de operaciones del pozo en enero de 2013 hasta diciembre de 2016.

Cuadro 3.
Histórico de consumo

Mes	Metros cúbicos extraídos por año			
	2013	2014	2015	2016
Enero	810	3,052	2,443	3,849
Febrero	2,593	3,461	3,174	3,951
Marzo	3,476	3,456	3,266	4,108
Abril	4,278	3,928	3,920	4,296
Mayo	5,063	4,428	2,533	5,899
Junio	4,258	3,740	4,496	3,745
Julio	3,519	3,157	3,587	4,786
Agosto	4,241	3,101	3,924	4,483
Septiembre	3,451	3,332	3,783	3,810
Octubre	2,974	2,629	4,370	3,624
Noviembre	3,386	2,293	4,368	3,839
Diciembre	3,039	2,738	4,238	3,915
TOTAL, ANUAL	41,088	39,315	44,102	50,305

Fuente: elaboración propia con datos del medidor de consumo del pozo.

4.1. Consumo futuro y su sustentabilidad

La evolución de la población de cada una de las tres comunidades aparece en el Cuadro 4. Esta información es importante para tener idea de la demanda y la sustentabilidad del pozo habilitado en 2013. La estimación se hizo realizando un promedio de las tasas de crecimiento de los períodos reportados en los censos oficiales. Esto es un limitante, pero es muy difícil disponer de mayor información oficial a nivel de localidad. Para San Marcos se usó el factor 1.29, para Guadalupe Victoria el factor 1.18 y para la Cruz el 1.14.

Cuadro 4.
Población de las comunidades

Nombre de la comunidad	Población según Censo 1990	Población según Censo 2000	Población según Censo 2010	Población estimada para 2020	Población estimada para 2030
San Marcos	1,577	2,012	2,641	3,406	4,393
Guadalupe Victoria	830	1,079	1,153	1,360	1,604
La Cruz	362	430	472	538	613
Total	2,769	3,521	4,266	5,304	6,610
Tasas aproximadas	1.0	1.27	1.21	1.24	1.24

Fuente: INEGI, Censo de Población y Vivienda 2010.

Considerando una proyección de población para 2007, la Conagua, a través de la Comisión Estatal, concesionó un total de 151 mil 653 metros cúbicos anuales para las tres comunidades. Aparece como concesionario la Presidencia Municipal de Mexquitic de Carmona, municipio al que pertenecen las tres localidades. Con la información del oficio 07SLP104968/37HPGE98 entregado el 22 de marzo de 2005. El volumen concesionado para extracción, proyectó el consumo según la población de 2007 considerando solamente el

uso público urbano. En el oficio se entiende que el pozo empezaría a funcionar en 2008. Curiosamente el pozo inicia su función hasta 2013 y solamente La Cruz y Guadalupe Victoria han hecho uso del servicio. La comunidad de San Marcos está por iniciar también su uso.

Con la información del oficio y los datos disponibles sobre uso y gastos, pretendemos analizar la evolución del consumo futuro y la sustentabilidad del pozo en lo que sigue. Veamos primero la relación entre la distribución de la concesión para 2008 y los consumos anuales observados para La Cruz y Guadalupe Victoria en el periodo 2013-2016.

Los datos de consumo de San Marcos han sido extrapolados a partir de los observados en La Cruz y Guadalupe Victoria. Para ello nos basamos en los datos de habitantes y cantidad concesionada que aparece en las dos primeras columnas. Las negritas corresponden a los datos efectivamente observados de consumos en Guadalupe Victoria y Santa Cruz.

En el Cuadro 5 se puede observar en negritas la evolución del consumo en Guadalupe Victoria y La Cruz. Los datos son obtenidos directamente del medidor del pozo ya que no hay

Cuadro 5.
Población y consumos observados

	Población estimada para 2007	Concesión anual (2008)	Consumo observado 2013	Consumo observado 2014	Consumo observado 2015	Consumo observado 2016
San Marcos	2086 hab.	95 170 m ³	58 826 m ³	56 284 m ³	63 141 m ³	72 025 m ³
Guadalupe Victoria + La Cruz	1457 hab.	66 475 m ³	41 088 m³	39 313 m³	44 102 m³	50307 m³
Total	3543 hab.	161 645 m ³	99 914 m ³	95 597 m ³	107 243 m ³	122 332 m ³
Promedios y tasas de crecimiento		Cpc 45.625	1	0.95	1.21	1.14
						1.1 Prom.

Fuente: elaboración propia con base en los datos del comité local.

medidores en las tomas de las casas habitación que disponen del servicio. Las dos primeras columnas señalan la cantidad anual concesionada y la población estimada para cada una de las tres comunidades en 2007. Al dividir la cantidad concesionada entre la población, se obtiene el factor de consumo *per cápita* (Cpc) de 45 mil 625 anuales por habitante. En la última fila aparecen también las tasas de crecimiento anual de los consumos observados en Guadalupe Victoria y La Cruz. La poca información disponible nos permite estimar un **crecimiento del 10% en el consumo anual promedio**, el cual aparece en el último cuadro inferior derecho. Este dato es importante para el trabajo que desarrollamos a continuación.

En el cuadro se observa que en el periodo 2013-2106 los consumos realizados anualmente aún no rebasan el límite anual de extracción de 161 mil 645 m^3 estipulado en 2007 por Conagua. Supongamos que deseamos saber en cuantos años se alcanzaría el límite de la concesión asumiendo el crecimiento promedio anual del 10% en el consumo. En este caso la solución de la ecuación siguiente nos da la respuesta

$$(122\ 332)(1.1)^t = 161\ 645$$

La t representa el tiempo en años en que el consumo de 2016 alcance el nivel 161 mil 645 que estipula la concesión. Aplicando logaritmos se obtiene inmediatamente la solución

$$t = 2.9237 \text{ años}$$

Si el consumo promedio se mantiene creciendo en las tres comunidades, como en el periodo 2013-216, entonces el límite de la concesión de 161 mil 645 m^3 anuales se alcanzaría a finales de 2019.

En la actualidad sabemos que San Marcos aún no se conecta al pozo, dispone de norias y otro pozo. La misma comunidad de Guadalupe Victoria también dispone de norias, alguna con agua contaminada, y su consumo real de agua no es el reportado en el cuadro 5, la cual solo considera los metros cúbicos extraídos del pozo en estos tres años. Esto nos dice que el escenario asentado en el cuadro anterior es difícil que ocurra, solo pasaría si las tres comunidades se mantienen únicamente del pozo.

Si replicamos la ecuación anterior considerando solo a las comunidades de La Cruz y Guadalupe Victoria, la ecuación sería , cuya solución es . Esto se reporta en el siguiente cuadro

Si el consumo promedio se mantiene creciendo como en el periodo 2013-216 solo para las comunidades de La Cruz y Guadalupe Victoria, entonces el límite de la concesión de 161 mil 645 m³ anuales se alcanzaría entre marzo y abril de 2029

Sustentabilidad

No disponemos de datos precisos sobre la dinámica de la concesión de 161 mil 645 m³ anuales. Considerando que esta cantidad se proyectó para 3 mil 543 habitantes, esto nos dice que cada habitante dispone de 45.623 765 m³ anuales. Si convertimos a litros, cada habitante dispone de 45 mil 623.765 l por habitante al año, los cuales **equivalen a 127.736 l al día por cada habitante**. Esta cantidad está por arriba de la recomendación mínima de 20 l que propone la ONU para higiene y alimentos. En el Cuadro 6 proyectamos, por medio de proporciones los requerimientos anuales para las siguientes dos siguientes décadas.

Cuadro 6.
Requerimientos de agua para las tres comunidades

Año	Habitantes	M³ anuales
2008	3,543	161,645
2010	4,266	194,630
2020	5,304	241,988
2030	6,610	301,573

Fuente: elaboración propia con base en documento Conagua y datos de INEGI

La pregunta natural es si el pozo es capaz de soportar estos niveles de gasto o si habrán de perforarse otros pozos. Las comunidades bajo estudio se localizan en la cuenca El Salado, de la Región Hidrológica con el mismo nombre. Los documentos de 2008 de concesión de agua para Guadalupe Victoria y La Cruz, se refieren al mismo pozo pero los datos son un tanto confusos en el acuífero utilizado. En el *Diario Oficial de la Federación* correspondiente al 20 de abril de 2015, la Conagua reporta los siguientes datos (véase Cuadro 7) sobre disponibilidad de agua subterránea en San Luis Potosí, en millones de metros cúbicos anuales.

Cuadro 7.
Localización pozo y acuífero abastecedor para
Guadalupe Victoria y La Cruz

Comunidad	Latitud	Longitud	Concesión en m³ anuales 2008/ (código acuífero)
Guadalupe Victoria	22° 09' 47"	101° 04' 15"	45 990 / (2411)
La Cruz	22° 10' 19"	101° 03' 40"	20 485 / (2405)

Fuente: elaboración propia con datos de los documentos de concesión a cada comunidad

Los datos sobre el pozo difieren según si se consulta el documento de concesión a La Cruz o el de Guadalupe Victoria. La localización del pozo difiere ligeramente según la comunidad.

Con información más agregada sobre los acuíferos en cuestión se elaboró el Cuadro 8

Cuadro 8.
Abastecimiento de agua en Mexquitic de Carmona

Comunidad	Cuenca	Acuífero	Región Hidrológica /Municipio	Recarga región volumen concesionado (millones de m ³ anuales)	Déficit
Guadalupe Victoria	El Salado	San Luis (2411)	El Salado/ Mexquitic de Carmona	78.1 -153.416895	-75.316895
La Cruz	El Salado	Ahualulco (2405)	El Salado Mexquitic /de Carmona	10.9 -17.731639	-6.831639

Fuente: elaboración propia con base en el *Diario Oficial de la Federación* y Conagua del 20 de abril de 2015.

Notamos que para 2015 se tiene ya un déficit en ambos acuíferos. No conocemos cómo se cubre este o cuánto tiempo se puede sostener. Los datos son sólo sobre disponibilidad de agua subterránea. La demanda anual de agua en la región se cubre también con agua de presas como San José, El Realito, entre otras. Es importante notar que en el documento comenta que el acuífero Ahualulco (2405) da servicio a los municipios Ahualulco, Mexquitic de Carmona, San Luis Potosí y Villa de Arriaga. El acuífero San Luis Potosí (2411) da servicio a los municipios San Luis Potosí, Soledad de Graciano Sánchez, Mexquitic de Carmona, Cerro de San Pedro, Ahualulco y Villa de Zaragoza. La cantidad concesionada a las tres comunidades, 161 mil 647 m³ representa muy poco

comparado con la concesión comprometida de los dos acuíferos, la cual asciende a 171 millones 148 mil 534 m^3 anuales, la suma de 153 millones 416 mil 895 con 17 millones 731 mil 639. Esto nos dice que la concesión de las tres comunidades es cercana al 0.094% de la concesión total de ambos acuíferos y la diversidad de puntos de extracción en los municipios aludidos.

Con esto último justificamos la imposibilidad de realizar, con la información disponible, un análisis más completo sobre la sustentabilidad del pozo estudiado para las tres comunidades de nuestro caso.

4.2. Administración actual y propuesta de nuevas tarifas sustentables

Actualmente las tarifas se cobran de diferente manera para cada localidad ya que el pozo profundo es administrado por un Comité Comunitario conformado por una persona de cada localidad, este Comité es encargado de administrar y operar el pozo profundo, enviando agua a depósitos de gran capacidad en cada localidad para su distribución mediante redes internas. A su vez, cada localidad tiene un comité interno que distribuye el agua desde este depósito hacia la red interna para que llegue a cada toma de agua, también se encarga de cobrar las tarifas y hacer reparaciones a la red interna.

4.3. Sistema de cobro actual para cubrir costos

En el relativamente poco tiempo de operación del pozo profundo, los costos anuales se han dividido en dos tipos: costos de equipamiento y costos operativos, estos últimos llevan inmersos costos fijos y costos variables. Los gastos de equipamiento son pagados por las tres comunidades. Los costos operativos que conllevan gastos fijos y variables, únicamente son pagados por las dos localidades que actualmente operan y extraen agua del pozo.

Para cubrir los costos de equipamiento, se fijó el criterio de cobrar la parte proporcional del total del costo en función de la cantidad de usuarios de cada localidad. San marcos reportó 282 usuarios, Guadalupe Victoria 250 y La Cruz 85 usuarios. El consumo real en la actualidad reporta otros datos pero así se procedió al inicio.

Para detallar los costos totales de la operación del pozo profundo se utilizará la estructura general de cuentas mencionada en el decreto 594 para el cálculo de tarifas medias de equilibrio, se observará que rubros está cubriendo la operación del pozo y cuáles no (véase Cuadro 9).

En el Cuadro 10, se presentan los costos del pozo desde el inicio de operaciones en enero de 2013 hasta diciembre de 2016.

Cuadro 9.
Estructura de costos según Decreto 509

Costo	Resultados
Sueldos y salarios	Gastos de Administración
Energía eléctrica	Gastos financieros
Costos de producción	Depreciaciones
	Derechos

Fuente: elaboración propia a partir del Decreto 509.

Cuadro 10.
Erogaciones por año de operación en pesos nominales

Concepto	2013	2014	2015	2016
Velador-operador	124,000	124,000	130,000	130,000
Mantenimiento	2,838	41,309	44,850	3,000
Energía eléctrica (CFE)	120,311	119,994	126,044	150,080
Cloro	Sin consumo	5,196	1,500	2700
Total	247,149	290,499	302,399	285,780

Fuente: elaboración propia con base en los datos del comité local.

El consumo de energía depende de los niveles de extracción para cada comunidad. Se mide el consumo de energía durante el bombeo para cada una de ellas. Las variaciones en el consumo de energía, a través de los años, se deben también al incremento del precio por kilowatt consumido. El gasto en mantenimiento para 2014 y 2015 se aprecia mayor debido a inversiones en construcción de caseta para veladores y una reparación a la bomba por descompostura.

4.4. Tarifas de cobro por usuario

Las tarifas por cobro de servicio de agua son diferentes para cada comunidad. La comunidad de San Marcos cobra 100 pesos de renta bimestral para cada toma, pero esta comunidad actualmente tiene servicio de agua de Interapas y de otro pozo de Mexquitic de Carmona, La comunidad de Guadalupe Victoria está dividida en dos sectores, el primer sector cobra 50 pesos mensual por toma mientras que el segundo sector cobra 50 pesos mensual por toma, La comunidad de La Cruz cobra 100 pesos mensuales por toma (véase Cuadro 11).

Cuadro 11.
Ingresos en pesos en La Cruz y Guadalupe Victoria (2015)

Localidad	Cuota mensual por toma	Anual	Número de tomas	Total, anual
La Cruz	100	1,200	150	180,000
Guadalupe Victoria	50	600	400	200,000

Fuente: elaboración propia con datos del comité local.

Cálculo de la tarifa media de equilibrio para cada año de operación de acuerdo al **Decreto 594** aplicando la formula

$$TMEn = \frac{((SSn + EEn + Dn + DRn) + CFn + In))}{QDn}$$

Cuadro 12.
Cálculo de la tarifa media de equilibrio

Concepto	Año 2013	Año 2014	Año 2015	Año 2016
SSn = importe total de sueldos y prestaciones para el año de estudio. Unidad: \$	124,000	124,000	130,000	130,000
EEn = energía eléctrica para el año de estudio. Unidad: \$.	120,311	119,994	126,044	150,080
Dn= depreciaciones y otros gastos de operación y administración para el año de estudio. Unidad: \$.	10,000	15,196	56,350 (reparación equipo de bombeo)	15,700
CFn = costo financiero o registró del año. Unidad: \$	No se realizó o registró gasto	No se realizó o registró gasto	No se realizó o registró gasto	No se realizó o registró gasto
In = inversiones para ampliación y mejoramiento de los servicios en el año de estudio, incluyendo las aportaciones que efectúen los gobiernos e instancias a que se refiere el artículo 5° de este Decreto. Unidad: \$	0	50,000 (construcción de caseta para veladores)	0	0
DRn = derechos pagados en el año. Unidad: \$	No se realizó o registró gasto	No se realizó o registró gasto	No se realizó o registró gasto	No se realizó o registró gasto
QDn = cantidad de agua entregada (demandada). Unidad: m3 de agua.	41,088	39,313	44,102	50,307
TMEEn= tarifa media de equilibrio para el año de estudio. Unidad: \$	6.18 Por metro cúbico	7.86 Por metro cúbico	7.08 Por metro cúbico	5.87 Por metro cúbico

Fuente: elaboración propia con datos del comité local.

En virtud de que no hay medidores en los hogares, calcularemos las tarifas de modo indirecto usando una muestra representativa de 22 hogares, la proporción de consumo total correspondiente a esos hogares y los pagos realizados por los mismos. Hacemos el ejercicio considerando solamente el año

2015. Posteriormente, en la medida de que dispongamos de mayor información técnica podremos realizar nuevas simulaciones y propuestas de tarifas.

Iniciamos con el cálculo de gastos realizados, lo cual es la base para calcular el parámetro E del modelo (véase Cuadro 13).

Cuadro 13
Gastos realizados por La Cruz en 2015 en pesos

Concepto	Erogación
Velador – Operador	67,600
Mantenimiento	11,202
Energía Eléctrica (CFE)	44,349
Cloro	381
Total	123,532

Fuente: elaboración propia con datos del comité local

De lo anterior notamos que la localidad de La Cruz presenta un balance positivo de 56 mil 468 pesos a favor en 2015. Sin embargo, notamos también inmediatamente que no se está siguiendo una política de ahorro y prevención de los gastos futuros. No se considera la depreciación de equipo y su futuro reemplazo, no se consideran prestaciones laborales del velador como aguinaldos y seguros, no se invierten los sobrantes ni se actualizan las cifras según marca la ley. Se desconoce si el comité ha elaborado informes sobre su gestión anual del 2013 a la fecha. Las inconsistencias en la información son notorias. Se reportan 150 tomas, para una población de 472 habitantes, cuando en la concesión de 2008 solo había 86 tomas.

El cobro por toma tiene muchos problemas de injusticia. Habrá hogares que tengan animales, otros con jardines, algunos con pocos y otros con muchos habitantes. Lo ideal sería medir los consumos y atender las leyes para diseñar ta-

rifas sustentables en función del consumo y el tipo de uso del agua. A falta de medidores y la demás información requerida, presentamos una propuesta intermedia basada por un lado en la teoría de justicia distributiva del capítulo 3 y una muestra de hogares con los que estimamos la distribución de habitantes por hogar.

Partimos de una muestra de 22 hogares con un total de 96 habitantes. Los datos corresponden a un sector de la comunidad de La Cruz, es prácticamente un censo del primer sector. Las tres comunidades son muy homogéneas por lo que las conclusiones son extrapolables. Analizamos entonces 22 tomas de agua que dan servicio a 92 habitantes. La distribución encontrada es la siguiente:

Cuadro 14.
Información sobre la muestra utilizada

Habitantes por hogar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Suma Horizontal
Frecuencia	1	2	4	8	3	0	1	2	1	22 tomas
Producto vertical	1	4	12	32	15	0	7	16	9	96 habitantes

Fuente: elaboración propia con base en la muestra realizada.

Con lo anterior podemos generar una distribución que considera seis tipos de hogar con las siguientes probabilidades de aparición. Hacemos esto para simplificar los cálculos de las tarifas propuestas.

Cuadro 15.
Distribución de la muestra

6 tipos de hogar	1 habitante	2 habitantes	3-4 habitantes	5-6 habitantes	7-8 s habitantes	9 o más habitantes
Probabilidad	0.0454	0.0909	0.5454	0.1363	0.1363	0.0454

Fuente: elaboración propia con base en la muestra realizada.

Usando la información anterior y considerando que el gasto total en 2015 fue de 123 mil 532 pesos para atender a 472 habitantes, a la porción de 96 habitantes de la muestra le correspondería pagar su parte proporcional que consiste en 25 mil 125.15 pesos. Aplicamos a continuación los conceptos de justicia distributiva del capítulo 3 para proponer algunas tarifas alternativas a la que actualmente se usan.

Tomamos como agentes o jugadores a los seis grupos de la distribución. Cada grupo representa un tipo de toma de agua. Para la toma u hogar tipo i se tiene una demanda D_i . En el siguiente cuadro presentamos la adaptación de la solución proporcional a nuestro contexto considerando $E = 25125.15$. Esta cantidad es la que hay que repartir, como cobro, entre los grupos. La tercera columna presenta la cantidad de hogares de cada tipo.

Cuadro 16.
Reparto proporcional del costo del agua para 2015

Grupo	D_i	Frecuencia	Pago del Grupo	Pago anual individual	Pago anual individual con $E=25,125.15$
I	1	1	$E / 95$	$E / 95$	264.475
II	2	2	$4E / 95$	$2E / 95$	528.95
III	3.5	12	$42E / 95$	$3.5E / 95$	925.663
IV	5.5	3	$16.5E / 95$	$5.5E / 95$	1,454.61
V	7.5	3	$22.5E / 95$	$7.5E / 95$	1,983.56
VI	9	1	$9E / 95$	$9E / 95$	2,380.28
	95		E		

Fuente: elaboración propia con base en la muestra representativa

Notemos que por haber considerado promedios de habitantes en los grupos III-V, la suma vertical se convierte en 95 en lugar del 96 inicial. Con el sistema de cobro actual, los hogares con “poca demanda”, niveles I-III, están subsidiando a los hogares con “alta demanda” de los grupos IV-VI. Note-

mos que un poco arriba de las dos terceras partes de los hogares, la mayoría de la población, 15 en el caso de la muestra, subsidia a una tercera parte de los hogares con “altos” consumos, 7 en el caso de la muestra.

Para calcular las soluciones *CEA* y *CEL* tenemos el siguiente contexto. Debemos adaptar nuestra información al contexto de demandas $d_1, d_2, \dots, d_n$ y E la cantidad a repartir como cobro. Podemos considerar que los individuos han realizado aportaciones, como base de las d_i del modelo. En 2015 se recaudaron 180 mil pesos que corresponden a los 472 habitantes de La Cruz. Los 95 habitantes de la muestra pagaron entonces, proporcionalmente hablando la cantidad de 36 mil 228.81 pesos. Esta cifra es nuestra suma de demandas, en este caso inversiones de los agentes. Así pues, consideramos $D = 36,228.81$ pesos. Para calcular E , el monto a repartir, nos basamos en que el gasto total de 2015 fue de 123 mil 532 pesos para los 472 habitantes. La parte proporcional de los 95 habitantes nos determina $E = 24,756.35$ pesos. Tenemos 6 grupos que constituyen los jugadores del modelo. Las demandas $d_1, d_2, \dots, d_6$ se calculan en el Cuadro 17.

Aplicamos ahora sí las soluciones *CEL* y *CEA* con la información obtenida anteriormente. Para el cálculo de *CEA*,

Cuadro 17.
Cálculo de las demandas de cada uno de los seis grupos

Grupo	D_i	Frecuencia	Individuos del grupo	d_i
I	1	1	1	381.35
II	2	2	4	1,525.42
III	3.5	12	42	16,016.95
IV	5.5	3	16.5	6,292.37
V	7.5	3	22.5	8,580.51
VI	9	1	9	3,432.20
	95			D=36.228.81

Fuente: elaboración propia con base en la muestra representativa

reparto igualitario condicionado a que a nadie se le cobre algo mayor a su d_i notamos que al dividir E entre los seis grupos se tiene $E/6 = (24,756.35)/6 = 4,126.06$. Notamos que los “agentes” I, II y VI no pueden pagar ese reparto igualitario. Pagan, más bien si les asigna lo que tienen como demanda, y el resto se reparte entre los otros tres jugadores. Tenemos entonces $x_1^{CEA} = 381.35, x_2^{CEA} = 1,542.42$ y $x_6^{CEA} = 3,432.20$. La suma de estas tres cantidades es 5,355.97. Debemos repartir la diferencia $24,756.35 - 5,355.97$ entre los otros tres jugadores. Esta diferencia es igual a 19 mil 400.39. Al dividirla por tres tenemos 6 mil 466.79. El jugador IV no la puede pagar. Asignamos entonces $x_4^{CEA} = 6,292.37$. Repetimos nuevamente el proceso. Restamos los 6 mil 292.37 de los 19 mil 400.39. Ello nos da un total de 13 mil 108.02 que dividido entre dos resulta 6 mil 554.01. Asignamos entonces este reparto igualitario entre V y III. Tenemos entonces $x_3^{CEA} = x_5^{CEA} = 6,554.01$.

Notemos que la solución *CEA* castiga a las “colas” de la distribución y favorece a los de en medio. A los hogares “atípicos”, con muchos o pocos, se les cobra lo que pusieron de inversión. En este caso los hogares con muchos habitantes se ven beneficiados por lo que paga “la clase de en medio”, los hogares típicos de 3-4 habitantes (véase Cuadro 18).

Ahora bien, para el cálculo de *CEL*, reparto igualitario condicionado a pagar igual las pérdidas, consideremos lo siguiente. La “pérdida” corresponde a los recursos recaudados no usados, en este caso. Su monto es $L = (36,228.81) - (24,765.35) = 11,463.46$. A cada quien le correspondería asumir una pérdida igualitaria de $(11,463.46)/6 = 1,910.57$. Idealmente, a cada quien habría que restarle esta cantidad de su inversión inicial d_i . En este caso notamos que los grupos I y II no podrían contribuir a pagar esta pérdida. Les asignamos entonces una contribución de cero y restamos de la pérdida sus contribuciones iniciales. Tenemos entonces $x_1^{CEL} = x_2^{CEL} = 0$. Ahora restamos su contribución de la

Cuadro 18.
Tarifas propuestas por grupo usando las soluciones Proporcional,
CEA y CEL

Grupo	d_i	Tarifas CEA	Tarifas CEL	Tarifas proporcional	Pago actual
I	381.35 (1)	381.35	0	264.47	1,200
II	1,525.42 (4)	1,542.42	0	1,057.88	2,400
III	16,016.95 (42)	6,554.01	13,627.78	11,107.74	12,400
IV	6,292.37 (16.5)	6,292.37	3,903.20	4,363.75	3,600
V	8,580.51 (22.5)	6,554.01	6,191.34	5,950.57	3,600
VI	3,432.20 (9)	3,432.20	1,043.03	2,380.23	1,200
(n=95)	-95	E=24,765.35	D=36,228.81		(24, 600)

Fuente: Elaboración propia con base en la muestra

pérdida total: $(11,463.46) - (381.35 + 1,525.42) = 9,556.69$.
 Corresponde ahora repartir esto último entre los cuatro jugadores restantes. La división entre 4 arroja 2 mil 389.17. Los cuatro jugadores restantes pueden pagar esta cantidad. La solución *CEL* reparte este costo de modo igualitario entre los jugadores de los grupos del intervalo III-VI. Tenemos que finalmente, *CEL* asigna:

$$x_3^{CEL} = 16,016.95 - 2,389.17 = 13,627.78$$

$$x_4^{CEL} = 6,292.37 - 2,389.17 = 3,903.20$$

$$x_5^{CEL} = 8,580.51 - 2,389.17 = 6,191.34$$

$$x_6^{CEL} = 3,432.20 - 2,389.17 = 1,043.03$$

Notemos que ahora la solución *CEL* protege a los hogares “bajos” en la distribución, en este caso los grupos I y II, no asignándoles ningún cobro. La pérdida la asumen de modo igualitario el resto de los hogares. Es importante ver

que cada solución corresponde a diferentes enfoques de protección, siempre condicionando a la eficiencia. *CEA* y *CEL* son de algún modo antagónicas, mientras que una protege a los de “abajo” la otra protege a los de “arriba”. Esto tiene que ver con el peso que se da a cada uno, a los principios de compensación (protección a bajos) y premiación (protección a los que más aportan). En el caso concreto que estamos abordando la interpretación se complica pues los grupos son de diferente tamaño de acuerdo a nuestra agregación. La relación de equivalencia que define los grupos se refiere al tamaño de los hogares. El Cuadro 19 nos proporciona las tarifas a nivel de individuo para cada uno de nuestros grupos de hogares. Notemos como en el cuadro se verifica lo que comentamos líneas arriba respecto de la dualidad entre *CEL* y *CEA*.

Cuadro 19.
Tarifas individuales en cada grupo usando las soluciones
Proporcional, *CEA* y *CEL*

Grupo	di	Tarifas <i>CEA</i>	Tarifas <i>CEL</i>	Tarifa proporcional
I	381.35 (1)	381.35	0	264.47
II	1,525.42 (4)	385.6	0	264.47
III	16,016.95 (42)	156.04	324.47	264.47
IV	6,292.37 (16.5)	381.35	236.55	264.47
V	8,580.51 (22.5)	291.29	275.17	264.47
VI	3,432.20 (9)	381.35	115.89	264.47
(n=95)	-95	E=24,765.35	D=36,228.81	

Fuente: Elaboración propia con base en la muestra representativa

5. CONCLUSIONES

Hemos presentado un panorama de la disponibilidad, la distribución y el pago del servicio de agua. Hemos partido de descripciones de carácter general y nos hemos enfocado en el caso de la provisión y cobro del servicio para tres comu-

nidades del municipio de Mexquitic de Carmona en san Luis Potosí. El estudio nos hace ver los problemas estructurales de la limitación del recurso, los problemas del alejamiento entre los destinatarios usuarios del servicio y las autoridades y su complicada e ineficiente legislación. La ausencia y aparente libertad que se otorga al comité local de administración para el cobro y gestión del recurso son muy limitadas. El comité no tiene la preparación técnica para entender la parte legal en sus tres niveles de regulación, ni las capacidades técnicas para la gestión y administración técnica del recurso. Menos aún tiene la visión de entender la complicada e incompleta ley para el diseño de las tarifas adecuadas y sustentables. La ley deja muy abiertos los rubros de equidad y se presta para que cualquier experto en legislación la manipule a su favor.

Hemos focalizado las fuentes y causas de la ineficiencia en la asignación del líquido vital. Con el objetivo de remediar, al menos en parte, la ineficiencia se proponemos implementar las siguientes acciones:

- 1). Hacer campañas de información para prevenir el desperdicio del agua. Hay que legislar al respecto. La educación y concientización de los usuarios es vital.
- 2). Es necesario hacer cursos de capacitación a los comités locales de administración del servicio. Estos cursos deben enfocarse tanto en aspectos económicos y financieros como en aspectos técnicos de ingeniería.
- 3). Investigar con mayor profundidad, no solo la contabilidad financiera, el tema de la sustentabilidad. No hay información confiable sobre el rendimiento futuro del pozo, sus limitaciones y alcances.
- 4). Recomendar y convencer a los usuarios de pagar su servicio usando medidores de los consumos por cada toma.

El escenario de tarifas propuestas puede ser mejorado sustancialmente. Se pueden recomendar otras soluciones posibles que atiendan diferentes criterios de justicia distributiva. El trabajo de Aumann (2010) es una buena manera de profundizar en el tema.

Habría que incursionar en el diseño de mecanismos y su implementación. Concretamente se recomienda.

- 1). Analizar la población, para ver la posibilidad de otorgar subsidios a los adultos y a hogares que lo necesiten.
- 2). Diseñar tarifas con cobro discriminado según el uso que se dé al agua.
- 3). Incorporar aspectos financieros y/o posibles seguros en la tarifa. Esto con el fin de estar prevenidos para cualquier posible accidente o falla en el suministro. También para prevenir el cambio de equipo en el mediano plazo.
- 4). Otorgar seguridad social al funcionario responsable de manejar la bomba de extracción del agua.

La realización del trabajo nos invita a continuar con la investigación, profundizando tanto en los temas técnicos de la ingeniería del agua como en los económicos financieros del cobro del servicio. Hay todo un mundo de temas abiertos como podrían ser aspectos de género, pobreza, adultos mayores o el tipo de uso del agua.

BIBLIOGRAFÍA

- Aumann (2010). "Some Non-Superadditive Games and their Shapley Values, in the Talmud". *International Journal of Game Theory*, vol. 39, pp. 3-10.
- Avilés-Polanco, Almendarez-Hernández, G. M. y Beltrán-Morales, L. F. "Estimación de la demanda de agua urba-

- na y asignación de precio en ausencia de micromedición”. *Gaceta de Economía*, año 16, núm. Especial, Tomo II, pp. 295-319.
- Burt, O. R. (1964). “Optimal Resource Use Over Time With an Application to Ground Water”. *Management Science*, vol. 11, pp. 80-93.
- Herrero, C. y Villar, A. (2000). “The three musketeers: four classical solutions to bankruptcy problems”. *Mathematical Social Sciences*, vol. 42, pp. 307-328.
- Moulin, H. (2003). *Fair Division and Collective Welfare*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Neher, P. A. (1990). *Natural Resource Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.
- O’Neill, B. (1982). “A Problem of Rights Arbitration from the Talmud”. *Mathematical Social Science*, vol. 2, pp. 345-371.
- Plata, L. (2013). (Editor) *Bienestar Social, Crecimiento e Internacionalización*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí, ISBN 978-607-8193-52-3.
- Rawls, J. (1971). *A Theory of Justice*. Harvard University Press.
- Rawls, John. (1993). *Political Liberalism*. New York, Columbia University Press.
- Rubio, S. J., Martínez, C. y Castro, J. P. (1994). “Optimal Management of Groundwater with Increasing Demand”. *Revista Española de Economía. Monográfico: Recursos Naturales y Medio Ambiente*, pp. 161-189.
- Sánchez-Pérez, E, Plata-Pérez, L. y Accinelli, E. (2015). “Characterization of Linear Symmetric Solutions for Allocation Problems” *Economics Letters*, vol. 130, pp. 9-12. ISSN: 0165-1765.
- Stiglitz, J. E. (1986). *Economics of the Public Sector*. New York and London, W. W. Norton y Company Ltd.
- Thomson, W. (2003). “Axiomatic and Game-theoretic Analysis of Bankruptcy and Taxation Problems: a Survey”. *Mathematical Social Sciences*, vol. 45, núm. 3, pp. 249-297.

- Varian, H. (2010). *Microeconomía Intermedia*. 8ª edición. Barcelona, Editorial Antoni Bosch.
- Young, P. (1988): “Distributive Justice in Taxation”. *Journal of Economic Theory*, vol. 43, pp. 321-335.

Documentos y páginas electrónicas

- Conagua (2007). Comisión Nacional del Agua. <http://www.conabio.gob.mx/informacion/gis/layouts/rha250kgw.png> y página http://conabio.gob.mx/informacion/metadata/gis/rha250kgw.xml?_xsl=/db/metadata/xsl/fgdc_html.xsl&_indent=no Fecha de consulta: 09/03/2017.
- Conagua (2014). Documento Numeragua <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/Numeragua.pdf> Fecha de consulta: 21/12/2015.
- Conagua (2015). Disponibilidad de agua en altiplano (¿) <http://www.conagua.gob.mx/disponibilidad.aspx?n1=3&n2=62&n3=112> Fecha de consulta: 15 dic 2015.
- Artículos del 1 al 14 del Decreto 594, donde se establece la metodología para el cálculo de cuotas y tarifas para los Servicios Públicos de Agua Potable, Drenaje, Alcantarillado, Tratamiento y Disposición de sus Aguas Residuales en el estado de San Luis Potosí con fecha 14 de septiembre de 2006.
- Ley de Aguas para el estado de San Luis Potosí presentado por el Honorable Congreso del Estado de San Luis Potosí. Fecha de aprobación: 13 de Diciembre de 2005, última reforma publicada en el *periódico oficial*: el martes 01 de abril de 2014.
- Reglamento Interno de la Administración Pública del H. Ayuntamiento de Mexquitic de Carmona, S.L.P., publicado en el *Periódico Oficial del Estado Libre y Soberano de San Luis Potosí* con fecha 27 de agosto del 2009.

PROGRAMACIÓN LINEAL APLICADA A UN CRITERIO DE TITULACIÓN EN LA FACULTAD DE ECONOMÍA DE SAN LUIS POTOSÍ

William Olvera-López*

1. INTRODUCCIÓN

Hasta finales de 2014, en la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí existía un criterio para que un alumno de las licenciaturas en Economía y Comercio y Negocios Internacionales pueda presentar su examen profesional basándose en el puntaje obtenido en el Examen General de Egreso (EGEL). Luego de presentar dicho examen, la institución (en este caso, la Facultad de Economía) recibe un reporte individual de resultados acerca de los puntajes obtenidos por cada alumno en cada área, junto con una leyenda que indica el dictamen general del examen (conocido también como el nivel de desempeño). La Universidad Autónoma de San Luis Potosí cuenta con un criterio para todas sus escuelas, si el alumno obtiene un nivel de desempeño **Sobresaliente**, éste se exime de la presentación del examen profesional y obtiene la titulación de forma automática. De manera interna, la Facultad de Economía tiene un criterio basado en el puntaje

* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, william.olivera@uaslp.mx

promedio obtenido por el alumno en dicho examen y, si el promedio superaba un cierto umbral, tenía la opción de que su examen profesional sólo consistiera de una evaluación oral sobre las áreas evaluadas en el examen. En el reglamento de la Facultad, en la sección sobre las titulaciones, sólo se mencionaba ese umbral y no se daban explicaciones de cómo se había calculado, y así el criterio se iba aplicando a través de las distintas generaciones. En el 2014 algunos alumnos mostraron mediante ejemplos que era posible que un alumno hubiese obtenido el nivel de desempeño **Sobresaliente** pero tener un puntaje promedio que no superara el umbral promedio establecido en el reglamento para una posible (aunque inválida) aplicación del otro criterio: esto es, mediante la aplicación de un criterio un alumno presentaba un tipo de examen profesional pero por el otro, no tenía derecho a ningún examen preferencial. Claramente esto llevaba a una contradicción ya la subsecuente inconformidad por parte de los alumnos. En ese trabajo se pretende establecer un enfoque metodológico para fijar el umbral referido en el reglamento de tal forma que la aplicación de algún criterio no se contradiga con ninguno de los demás existentes y se siga con la búsqueda de la excelencia en cuanto a los egresados de ambas licenciaturas.

Este trabajo se organiza de la siguiente manera: primeramente, se presentarán los detalles concernientes al Examen General de Egreso y la problemática sobre cómo se contradecían los criterios existentes. Luego, se presentarán dos modelos cuya solución fijaban el criterio de decisión basándose en programación lineal clásica. Finalmente, se menciona la implementación de las soluciones presentadas dentro de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí.

2. PRESENTACIÓN DETALLADA DEL PROBLEMA

El Examen General de Egreso (EGEL) es un método de examinación a los alumnos que terminan sus estudios de licenciatura y que sirve, en la mayoría de los casos, como un criterio para establecer una opción de titulación automática. Para el caso de las licenciaturas en Economía y Comercio y Negocios Internacionales, esta evaluación gira en torno a cinco áreas temáticas, consideradas como del perfil básico del alumno egresado en estas licenciaturas, que son, en caso de la licenciatura en Economía: Economía de la empresa, Economía financiera, Economía pública, Crecimiento y desarrollo económico y Economía internacional. Para el caso de la licenciatura en comercio y negocios internacionales, las áreas son Desarrollo de planes de negocios, Negociación comercial internacional, Aplicación del comercio internacional en el ámbito empresarial, Logística del comercio internacional y Gestión aduanal. En cada área temática del examen el sustentante recibe un puntaje entre 700 y mil 300 puntos, así como una descripción del desempeño del alumno por área: éste puede ser **Sobresaliente** (si se obtuvo entre mil 150 y mil 300 de puntaje), **Satisfactorio** (si el puntaje está entre mil y mil 149) o **Aún no satisfactorio** (equivalente a un puntaje entre 700 y 999). Así mismo, el alumno obtiene un dictamen general del examen, pudiendo ser **Excelente**, si obtenía nivel de desempeño sobresaliente en todas las áreas, **Sobresaliente** si de las cinco áreas en al menos dos obtuvo desempeño sobresaliente y en las restantes, desempeño satisfactorio, **Satisfactorio**, si al menos se tienen tres áreas con desempeños o satisfactorio o sobresaliente y **Aún no satisfactorio** en caso contrario. En el Apéndice puede encontrarse un ejemplo del reporte entregado al alumno.

La Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí tomaba en cuenta este reporte para discernir sobre una opción de titulación: si el alumno obtenía en el

dictamen general **Sobresaliente** o **Excelente**, se procedía a una ceremonia simbólica donde se levantaba el acta respectiva y éste obtenía el grado de licenciatura en forma automática. Esta forma de titulación se encuentra vigente en toda la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. De manera interna se estipulaba en el reglamento de la Facultad de Economía, en el apartado de las titulaciones, que si el alumno obtenía un puntaje entre mil 101 y mil 149 (el reglamento dice eso de esa manera, no siendo claro si es en cada área o en promedio), podrían realizar los trámites correspondientes y sustentar un examen profesional de manera oral sobre las áreas temáticas evaluadas en el EGEL. Sin embargo, la elección de este intervalo es más bien arbitraria y poco justificada. Considérese el siguiente ejemplo de un posible resultado del examen EGEL:

Área 1	Área 2	Área 3	Área 4	Área 5
1,150	1,150	1,000	1,000	1,000

En este ejemplo se tiene un puntaje promedio de mil 060 (5300/5, el cual no es suficiente para alcanzar la marca de mil 101 puntos estipulada en el reglamento interno, aunque el examen se hace acreedor del testimonio de desempeño Sobresaliente de acuerdo con el EGEL. Entonces, se muestra con claridad que a pesar de cumplir con el criterio general universitario de titulación no se cumple con el criterio interno de la facultad para lograrlo, lo que conlleva a la contradicción en la aplicación de los criterios.

3. PROPUESTAS DE SOLUCIÓN

En esta sección se muestran las dos alternativas de solución propuestas para este problema.

A. Misma importancia para los niveles de desempeño

En este criterio se considera que cada nivel de desempeño tiene la misma importancia dentro del examen. Ello conlleva a considerar la media aritmética de los puntajes obtenidos: para establecer el siguiente mecanismo:

- Si el alumno obtiene el testimonio de desempeño **Sobresaliente** o **Excelente** de acuerdo al EGEL, se procederá a la ceremonia simbólica de titulación automática. O sea, este criterio no se modificará.
- Si el alumno no obtuvo algún nivel de desempeño **Aún no satisfactorio** en alguna de las áreas y su puntaje promedio es mayor o igual a mil 060, el alumno presentará el examen profesional oral sobre las temáticas del EGEL. Esto es, se propone reducir la marca del puntaje de mil 101 a mil 060 pero incluyendo la restricción de que no debe tener área alguna en nivel de desempeño **Aún no satisfactorio**.

Justificación del criterio anterior: No está a discusión modificar el criterio sobre la exención del examen profesional a aquellos que obtuvieron el testimonio de desempeño **Sobresaliente** o **Excelente** en el examen EGEL, ya que esto demuestra un dominio importante de todos los temas fundamentales involucrados en la licenciatura: en todas las áreas obtuvieron al menos el 50% de los reactivos correctos y en dos de ellas se obtuvo al menos un 75% de los reactivos correctos, pero se procederá a la búsqueda de un umbral más razonable y justificado para el caso del criterio interno.

El ejemplo presentado en la sección anterior indica los puntajes más bajos que puede obtener un alumno en cada área, pero aun así obtener el testimonio de desempeño **Sobresaliente**. Ningún otro alumno con este testimonio puede obtener un puntaje promedio menor a mil 060. Por ello, si se decide tomar el puntaje promedio como un criterio para deci-

siones sobre cuándo los alumnos sólo deben presentar su examen profesional oral sobre las áreas temáticas del examen, el máximo límite debe ser mil 060 para que al menos todos los alumnos con testimonio de desempeño **Sobresaliente** o **Excelente** cumplan con la normativa. El problema surge cuando, por ejemplo, se tiene el siguiente perfil de calificaciones dentro del EGEL:

Área 1	Área 2	Área 3	Área 4	Área 5
1,300	1,300	999	900	999

En este examen se tiene un puntaje promedio de mil 119.4 5597/5 y corresponde al mejor examen posible de un alumno con testimonio de desempeño ni satisfactorio, sobresaliente o excelente. Para evitar este tipo de irregularidades es que se sugiere exigir que el alumno no obtenga un nivel de desempeño **Aún no satisfactorio** en alguna área: esto asegurará que el alumno con examen profesional sobre las áreas temáticas del EGEL haya obtenido al menos un 50% de los reactivos correctos en todas las áreas del examen, y además, que en promedio su nivel de desempeño global sea al menos tan bueno como el del peor de los alumnos con testimonio de desempeño **Sobresaliente**.

B. Diferentes importancias para los niveles de desempeño

Esta propuesta está basada en considerar que cada nivel de desempeño tiene importancia diferente, siendo más importante el nivel de desempeño **Sobresaliente**, luego el nivel **Satisfactorio** y finalmente el nivel **Aún no satisfactorio**. La premisa en la que se basa es considerar que *un examen con alguna área con nivel de desempeño **Aún no satisfactorio** no debe considerarse para la opción de examen de titulación sobre las áreas temáticas del EGEL, ya que en alguna área no tiene siquiera el 50% de los*

reactivos correctos. Con ello, se planteará el modelo matemático que encontrará la importancia de cada nivel de desempeño utilizando el promedio ponderado y no la media aritmética.

Sea x la importancia para el nivel Satisfactorio, y la importancia para el nivel Sobresaliente y z la importancia del nivel Aún no sobresaliente. Para encontrar estos valores se plantea el siguiente problema de programación lineal:

$$\max x \quad \text{sujeto a} \quad (1)$$

$$5200x + 999z \leq 1149$$

$$2300x + 3000y \geq 1150 \quad (2)$$

$$x \geq y, y \geq z \quad (3)$$

$$x, y, z \geq 0 \quad (4)$$

La desigualdad (1) indica que cualquier examen con al menos un nivel de desempeño Aún no satisfactorio debe tener un promedio ponderado en las áreas del examen (de acuerdo con $(x, y$ ó $z)$ menor a mil 149. Para ello, se está considerando el puntaje ponderado más alto que puede tener un examen con este nivel de desempeño y además las condiciones dadas en (3). La restricción (2) asegura que el peor examen con testimonio de desempeño **Sobresaliente** cumpla con estar, en promedio ponderado, por arriba de mil 150 puntos. Se plantea como un problema de maximización sobre la ponderación x ya que quiere darse la mayor importancia posible al nivel de desempeño **Sobresaliente**. Las restricciones dadas en (3) indican con claridad la prioridad entre las ponderaciones.

Se utilizó un paquete informático para resolver el problema de programación lineal anterior y se obtuvo el siguiente resultado:

$$x = \frac{1149}{5200}, y = \frac{33373}{156000}, z = 0 \quad (5)$$

Con ello, se plantea el siguiente criterio:

- Si el alumno obtiene el testimonio de desempeño **Sobresaliente** o **Excelente** de acuerdo al EGEL, se procederá a la ceremonia simbólica de titulación automática. O sea, este criterio, aplicable en toda la universidad, no se modifica.
- Si no ocurre el punto anterior, calcular el promedio ponderado de cada examen, considerando los pesos dados en (5). Esto es, el puntaje obtenido en cada área multiplíquese por x , y ó z de acuerdo con el nivel de desempeño obtenido en cada área y súmese.
- Si el alumno obtuvo un promedio ponderado mayor o igual a mil 150, éste podrá presentar el examen profesional sobre las temáticas del EGEL.

Por ejemplo, considérese que un examen tiene el siguiente puntaje por área:

Área 1	Área 2	Área 3	Área 4	Área 5
1,076	1,040	1,054	1,162	1,031

Nótese que el dictamen del examen es, en este caso, Satisfactorio. Dado que se obtuvo el nivel de desempeño **Satisfactorio** en las áreas 1, 2, 3 y 5, la suma de los puntajes en estas áreas se suma y se multiplica por y dada en (5). El nivel de desempeño del área 4 fue **Sobresaliente**, por lo que este puntaje se multiplica por x dado en (5). Se suman ambas cantidades y se obtiene un total de mil 155.475083. El alumno podrá presentar el examen sobre las áreas temáticas del EGEL como examen profesional.

La principal diferencia del segundo criterio con respecto al primero es que no hubo necesidad de encontrar umbral alguno, sino que se utilizó el margen de calificaciones establecido en el examen EGEL para emitir el dictamen general (ver Apéndice), considerando que cada nivel de desempeño tiene diferente importancia (lo que puede interpretarse como que el hecho de conseguirlo requiere diferentes niveles de esfuerzo, situación que efectivamente sucede en la realidad).

4. APLICACIÓN DE LOS RESULTADOS

En sesión ordinaria del Honorable Consejo Técnico Consultivo se presentaron ambas propuestas de modificación del criterio de titulación interno mediante examen oral de las áreas temáticas del EGEL, aprobándose la primera propuesta, argumentando su simplicidad y entendimiento para todos los involucrados, especialmente alumnos. Dicho cambio entró en rigor a partir del mes siguiente.

5. AGRADECIMIENTOS

El autor agradece el apoyo recibido por los directivos y administrativos de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí por el apoyo brindado, así como el apoyo dado por CONACYT mediante el proyecto número 240229.

APÉNDICE

A continuación, se presenta un reporte de resultados del examen EGEL para el área de Economía:

REPORTE INDIVIDUAL DE RESULTADOS

Folio: 157157157

Nombre del sustentante: **GARZA PÉREZ JOSÉ ELIAS**

Fecha de aplicación: Viernes, 24 de agosto de 2012

Institución de Educación Superior (IES) UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE HIDALGO

Clave de identificación de la IES 357020

Dictamen general del examen

Satisfactorio

Criterios para el otorgamiento del testimonio de desempeño en el examen

Testimonio de Desempeño Satisfactorio (TDS)

Al menos 3 áreas con DS o DSS

Testimonio de Desempeño Sobresaliente (TDSS)

De las 5 áreas al menos 2 con DSS y las restantes con DS

Desempeño en cada área del examen

Economía en la empresa	Economía financiera	Economía pública	Crecimiento y desarrollo económico	Economía internacional
DS	DS	DS	ANS	DSS
1101	1105	1046	999	1244

Criterios para determinar los niveles de desempeño por área

Aún no satisfactorio (ANS)	700-999
Satisfactorio (DS)	1000-1149
Sobresaliente (DSS)	1150-1300

FIRMA DIGITAL:

<<<

```
38489369B17A54E1A067C3D325D7C864DF4B8884F0144860A8249E9DF36E2677
93946EA833BB82C6B421F7902A5B51F08971BBB046C5E4C1151F7F35A6E3D34A >>>
```

>>>

BIBLIOGRAFÍA

- Bertsimas, D. y Tsitsiklis, J. N. (1997). *Introduction to Linear Optimization*. Belmont, MA: Athena Scientific, vol. 6.
- Hillier F. S. y Lieberman, G. J. (2014). *Operations Research: an Introduction*. Mc. Graw Hill.
- Reglamento interno de la Facultad de Economía de la Universidad Autónoma de San Luis Potosí. Disponible en: <http://www.economia.uaslp.mx/Documents/Normativa/Reglamento%20Facultad%20de%20Econom%C3%ADa.pdf>.

EL MERCADO LABORAL INFANTIL EN EL SECTOR AGROPECUARIO MEXICANO: UN ANÁLISIS SOBRE LA DINÁMICA ESPACIAL

Gabriela Rodríguez-Licea*

Flor del Carmen Pérez-Vera**

Juvencio Hernández-Martínez***

1. INTRODUCCIÓN

Ante la problemática que está enfrentando el sector agropecuario mexicano, el objetivo del presente trabajo es analizar la dinámica del mercado laboral infantil desde una perspectiva espacial para 2007, 2009, 2011 y 2013. A través del análisis exploratorio de datos, de la estimación del índice de Moran y de la prueba de LISA, se buscó encontrar evidencias de dependencia espacial entre la población infantil y el mercado laboral agropecuario. El análisis exploratorio aportó evidencia de que la condición de la población infantil de las entidades del sur, no favorece que ésta se quede a realizar sus estudios, por lo

* Universidad Autónoma del Estado de México, Cerro de Coatepec S/N, Ciudad Universitaria. Toluca, gabyrl1972@hotmail.com

** Doctorado en Economía, Colegio de Posgraduados en Ciencias Agrícolas, florvera_95@hotmail.com; flor@colpos.mx

*** Universidad Autónoma del Estado de México, Centro Universitario UAEM-Texcoco, jh_martinez1412@yahoo.com.mx

que tienen que migrar a entidades vecinas o del norte del país para incursionar en el mercado laboral agropecuario. Por otro lado, los valores de los índices indican que existe correlación espacial positiva baja para los años analizados, lo que significa que la situación de una entidad que demanda mano de obra infantil para el sector agropecuario, no se vería afectada por las condiciones de las entidades vecinas, dado que los flujos migratorios y la especialización en las actividades agropecuarias que se desempeñan ya están bien definidas; y, por tanto, como se ratifica a través de la prueba de LISA, no existe la posibilidad de agrupamientos regionales que afecten la dinámica actual del mercado laboral infantil.

2. EL MERCADO LABORAL INFANTIL EN EL SECTOR AGROPECUARIO

2.1. Dinámica espacial

De acuerdo con estimaciones de la Sedesol (2006), en México existen cerca de 73 mercados de trabajo rural con fuerte demanda de trabajadores migrantes agrícolas, conformando las zonas de alta atracción: Sinaloa, Nuevo León Sonora, Baja California Sur, Tamaulipas, Morelos y la Comarca Lagunera y; las zonas de expulsión Oaxaca y Guerrero, que presentan condiciones de minifundismo, caciquismo, erosión de los suelos, desempleo y altos índices de marginación que inducen a la población local a migrar en busca del trabajo asalariado que les permita subsistir (IMJ, 2008). Uno de los rasgos más característicos de la migración jornalera, es la participación de mujeres, niñas y niños en los procesos migratorios y en el trabajo en los campos agrícolas de destino, como alternativa para incrementar los precarios ingresos familiares.

La zona intermedia, integrada por Veracruz, Puebla, Chihuahua, San Luis Potosí, Jalisco, Guanajuato, Colima, Michoacán, Nayarit, Durango, Tabasco y Chiapas, constituida

por entidades en donde a la vez que se expulsa población local hacia las zonas de atracción, se generan empleos para otras personas que buscan empleo en la región. La dinámica es de carácter regional o local, incluye jornaleros regionales y circunvecinos que no implican grandes desplazamientos territoriales. Por otro lado, de acuerdo con la Sedesol (2006), una característica de la población jornalera migrante es su alto componente étnico, dado que 36% de la población jornalera migrante de cinco años y más, es de origen indígena, aunque, otros estudios la estiman en 40% (Rojas, 2006). Las diferencias socioculturales entre la población jornalera mestiza e indígena se traduce en discriminación y condiciones de vida y trabajo más precarias para estos últimos. Además de la condición étnica, la de género y generación, está presente en el país; las mujeres, los niños y las niñas migrantes (Grammont, 2003).

Las principales rutas migratorias que recorren los infantes jornaleros con sus familias son: la ruta del Pacífico, la del Golfo, la del Sureste, la del Pacífico Centro, la Centro-Norte y la del Centro. Cada una con características particulares en cuanto al origen de los migrantes, campos agrícolas, la duración del periodo de cosecha, destino de cultivos y carácter multiétnico de los jornaleros (Arroyo, citado en Rodríguez, 2005). Sedesol en 2001, reportó la existencia de 405 mil 712 grupos domésticos en permanente movimiento entre zonas de origen y zonas receptoras, dichos grupos estaban integrados por personas con edad promedio de 30 años, 57% eran hombres, 43% mujeres, y 40% niños de ambos sexos.

2.2. Oferta y demanda del trabajo infantil

La migración tiene su origen en el empobrecimiento y descapitalización de los habitantes de las comunidades indígenas y campesinas, quienes ante la imposibilidad de mantener una actividad económica permanente durante todo el año en sus

lugares de origen se ven obligados a emigrar a otras regiones en busca de ingresos económicos. Particularmente, la migración rural-rural temporal o permanente de la población jornalera, entre ella la infantil, ha sido resultado de los procesos de reestructuración económica inducidos por la adopción del modelo económico neoliberal y; de la incorporación de México al proceso de globalización económica, que ha repercutido en el reacomodo de regiones productivas, consolidando nuevas zonas de desarrollo agrícola y agroindustrial que demandan mano de obra en cantidades que no satisface la oferta local (Barrón, 2007).

Por otro lado, ante la falta de ingresos suficientes para sobrevivir y ahorrar en los meses en los que no hay trabajo, los jornaleros viajan con sus hijos y les solicitan a los dueños de los campos agrícolas que los contraten, ante esta situación, los niños nunca están en el mismo lugar durante un ciclo escolar completo, dado que, en muchos casos, al salir de su lugar de origen, recién iniciaba el ciclo escolar. En algunos casos se negocia con los dueños de los campos la asistencia a la escuela, sin embargo, ésta la realizan al regresar del trabajo bajo condiciones de hambre y cansancio que los limitan a retener los conocimientos, aunado a esto, los modelos educativos no están adaptados a las condiciones del niño migrante, ni a la realidad multicultural y multilingüe; por lo que llega a ser discriminatoria para la población infantil migrante, principalmente para la indígena. De acuerdo con Orraca (2014), la participación en el mercado laboral implica una asignación de tiempo de trabajo en perjuicio de las actividades escolares.

Es importante destacar que los niños y niñas que ingresan al mercado del trabajo lo hacen en un puesto que puede ocupar un adulto, por lo que los empleadores privan a éste de un empleo. Les pagan un salario mucho más bajo, es una mano de obra no organizada y dócil, convirtiéndose así en una dura competencia para el trabajador adulto. El trabajo infantil aumenta el desempleo adulto y disminuye los salarios,

y a la vez, este desempleo y disminución de ingresos obliga a que los adultos envíen a los hijos a trabajar para compensar la falta de un presupuesto familiar suficiente; esta situación se agrava por la creciente pérdida de los derechos laborales y los ataques a la seguridad social. La distorsión del cuadro económico y la carencia e insuficiencia de la seguridad social, deja a los trabajadores infantiles, a la responsabilidad de sostener a sus padres enfermos, ancianos o desempleados (Mendelievich, 1980).

Asimismo, el trabajo infantil influye en la división social del trabajo y en el nivel y modalidades del desempleo (Rodgers y Standing, 1983), dado que la presencia de trabajadores infantiles se convierte en una presión sobre los adultos, desplazándolos u obligándolos a aceptar salarios más bajos y peores condiciones de trabajo. Los aspectos referidos anteriormente, se resumen en el Cuadro 1, en el cual se muestran los determinantes de la oferta y la demanda del trabajo infantil en el sector agropecuario, destacando las bajas remuneraciones que perciben los infantes por concepto de las actividades que realizan.

2.3. Riesgos laborales del trabajo infantil

Las actividades agrícolas presentan graves riesgos, especialmente cuando las y los niños deben manipular herramientas y equipos peligrosos o sustancias químicas para los cultivos, como herbicidas; en la mayoría de los casos no disponen de equipos de seguridad o utilizan los de personas adultas, lo que no les aseguran protección adecuada. Muchos trabajos son físicamente difíciles, especialmente si los realizan durante períodos largos; por ejemplo, sentarse en postura inclinada o arrastrarse en espacios reducidos puede causarles deformaciones, lesiones en la columna y dificultad para andar correctamente. Los y las niñas están expuestos a condiciones meteorológicas y a contraer enfermedades; y corren peligro

Cuadro 1.
México: determinantes de oferta y demanda del trabajo infantil
en el Sector Agropecuario

Oferta	Demanda
Necesidad de completar el ingreso familiar para cubrir las necesidades básicas.	Las niñas y niños son mano de obra barata, pues a menudo no son remunerados o sus salarios son inferiores a los las personas adultas.
Reducido número de escuelas en las áreas rurales, y el hecho de considerar peligroso que una niña se desplace para ir al colegio.	Oferta insuficiente de mano de obra en momentos de gran demanda, particularmente en la agricultura (por ejemplo, para el deshierbe o la cosecha).
Poca importancia que se da a la educación.	Cuotas o trabajo a destajo basados en las unidades familiares, lo que empuja a los padres o tutores a incorporar a los niños.
Acceso limitado a servicios financieros y uso del trabajo infantil para pagar deudas.	La poca productividad de las pequeñas granjas y empresas familiares que operan con muy bajos márgenes.
Necesidad de hacer frente a perturbaciones como malas cosechas, la muerte del ganado o la enfermedad o pérdida del sostén del hogar.	Las exigencias de ciertas plantaciones de que las niñas y niños trabajen para vivir con sus familias.
Participación de los infantes en la agricultura, considera una forma de vida, necesaria para transmitir habilidades y conocimientos; y la poca conciencia de los peligros del trabajo agrícola.	La percepción de que, por sus características físicas, las manos de los niños son ideales para ciertas tareas agrícolas (floricultura y horticultura).
Reemplazo de las personas adultas en las labores y tareas domésticas cuando los padres están trabajando.	Se considera a los niños, y en especial a las niñas, como trabajadores más dóciles.

Fuente: elaboración propia con información de FAO, FIDA, OIT, Romper del ciclo en la pobreza: Llevar a los niños y niñas del trabajo a la escuela (www.ilo.org).

cuando el lugar en donde laboran es insalubre, está mal iluminado y poco ventilado; ocurre igualmente cuando no tienen agua potable, servicios sanitarios ni escuelas, particularmente en zonas apartadas.

En un estudio realizado por la OIT (s/f) sobre las condiciones y medio ambiente del trabajo infantil peligros en el cultivo de la caña de azúcar, con énfasis en la etapa de la cosecha, se encontró que los principales riesgos que corre la mano de obra infantil en el cultivo de la caña de azúcar son físicos, químicos, biológicos, de seguridad, mecánicos, eléctricos, sanitarios, ergonómicos y psicosociales (véase Cuadro 2), aunque a estos también están expuestos los infantes que realizan otras actividades como los raramuris o tarahumaras de la región manzanera de Chihuahua y los hijos de los jornaleros agrícolas migrantes del estado de Oaxaca (Becerril-Pérez, *et. al.*, s/f); los del Valle de san Quintín de Baja California (López-Limón, 2002).

2.4. Legislación laboral sobre el trabajo infantil

A nivel mundial, existen tres pilares normativos del trabajo infantil: la Convención sobre los Derechos del Niño, el Convenio 182 de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) sobre las peores formas del trabajo infantil y el Convenio 138 de la OIT sobre la edad mínima para la admisión al empleo. El Convenio de la OIT aprobado en 1973, referente a la edad mínima de admisión al empleo, señala:

Todo miembro para el cual esté en vigor el presente convenio, se compromete a seguir una política nacional que asegure la abolición efectiva del trabajo infantil y eleve progresivamente la edad mínima de admisión al empleo o al trabajo, a un nivel que haga posible el más completo desarrollo físico y mental de los menores.

El artículo 2 precisa: “La edad mínima no deberá ser inferior a la edad en que cesa la obligatoriedad escolar, o en todo caso a quince años”. Es aplicable como mínimo, entre otras a plantaciones y otras explotaciones agrícolas que produzcan principalmente con destino al comercio.

Cuadro 2.
Riesgos que corre la mano de obra infantil en el cultivo de la caña de azúcar

Riesgo	Causas y consecuencias
Físicos	Ruido y vibraciones (sorderas y fatiga auditiva), humedad (resfriados, enfermedades respiratorias, infecciones en la piel, hongos en los pies), calor y radiaciones (agotamiento, deshidratación, insolación, quemaduras y cáncer en la piel).
Químicos	Polvos, líquidos, humo, vapores, neblina, rocío (intoxicaciones, agudas y crónicas, muerte por intoxicación aguda, dermatitis de contacto, afectaciones al sistema nervioso central y periférico, hígado y riñones, asma, alveolitis, fibrosis pulmonar, irritación de vías respiratorias y ojos, atrofia del nervio óptico, cataratas, neoplasia y daños reproductivos).
Biológicos	Gusanos, hormigas, avispas, serpientes, roedores, plantas, virus, bacterias u otros (muerte por mordeduras de serpientes, lesiones por ataques de animales de trabajo o salvajes, malaria, inflamación, infecciones y/o alergias por picaduras de insectos o avispas, o por contacto con plantas, zoonosis, tétano, leptospirosis, infecciones gastrointestinales, parasitismo).
Seguridad	Condiciones de las instalaciones y actividades realizadas bajo condiciones y lugares especiales (ocurrencia de accidentes).
Mecánicos	Maquinaria y equipo agrícola, herramientas manuales y otros implementos (amputaciones, heridas, golpes o hasta la muerte).
Eléctricos	Motores, tableros, subestaciones, instalaciones eléctricas, maquinaria y equipo energizado (accidentes por la exposición a la electricidad, incapacidad permanente o hasta la muerte).
Sanitarios	Ausencia o malas condiciones de las instalaciones higiénico-sanitarias –albergues, casas, agua potable, servicios sanitarios, comedores, baños, duchas, otros– (contaminación de alimentos, ingerir bacterias que provoquen diarreas, malestar estomacal, infecciones gastrointestinales y envenenamiento. En el caso de los albergues y las galeras con fogones y dormitorios deficientes, enfermedades respiratorias y lesiones musculares por dormir en el suelo).
Ergonómicas	Posturas forzadas o incómodas y movimientos para realizar las diferentes labores, levantamiento de cargas (lesiones musculares o crónicas en huesos y columna, torceduras, reumas, fracturas y lesiones físicas a largo plazo).
Psicosociales	Ritmo de trabajo, duración de la jornada, relaciones jerárquicas, comunicación, monotonía, remuneración, supervisión (inconformidad, estrés, irritabilidad y depresión).

Fuente: elaboración propia con información obtenida de OIT (s/f).

En 2002 el gobierno mexicano ratificó el Convenio 182 sobre las peores formas de trabajo infantil de la OIT de 1999 (No. 182), en 1990, el Convenio 169 sobre Pueblos Indígenas y Tribales de la OIT de 1989; y en ese mismo año (1990), la Convención Internacional sobre los Derechos del Niño de 1990; sin embargo, no ha ratificado el Convenio 138 sobre la Edad Mínima de la OIT de 1973 (No. 138). Como resultado de esos acuerdos, la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, la Ley Federal del Trabajo y la Ley Nacional para la Protección de los Derechos de Niñas, Niños y Adolescentes (29:05:2000, art. 35), prohíben el trabajo de las personas menores de 14 años (Constitución Política, artículos: 1, 4 y 123 y Ley Federal del Trabajo, artículos: 5, 22, 23, 29 y Título Quinto Bis).

En México, el artículo 123 constitucional (apartado A, fracción iii), la Ley Federal del Trabajo (artículos 22 y 23) y la Ley para la Protección de los derechos de las niñas, los niños y los adolescentes, establecen lo siguiente: a) queda prohibida la utilización en el trabajo de los menores de 14 años; b) no está permitido que trabajen los menores de 14 años y los mayores de esta edad y menores de 16 años que no hayan terminado su educación obligatoria, salvo casos excepcionales en los que la jornada máxima será de seis horas; c) para los menores de 16 años están prohibidas las labores insalubres o peligrosas que afecten su integridad física o moralidad y todo tipo de trabajo después de las diez de la noche; y d) para los menores de 18 años están prohibidos los trabajos nocturnos industriales.

Es importante destacar que el 21 de abril de 2014 se aprobó la iniciativa de reforma constitucional al Apartado A del Artículo 123 para elevar de 14 a 15 años la edad mínima de trabajo en México, a fin de evitar que niños, niñas y adolescentes se integren al mercado laboral a más temprana edad; no obstante a pesar de lo anterior, México no cuenta con una instancia ni un plan nacional para la prevención y erradica-

ción del trabajo infantil, aunque en años recientes, el gobierno federal y algunos estatales han dado incipientes pasos sobre, siendo un ejemplo de ello el Programa Nacional con Jornaleros Agrícolas (Pronjag), convertido posteriormente en el Programa de Atención a Jornaleros Agrícolas (PAJA) de la Sedesol, aunado al “Grupo de Coordinación Interinstitucional para la Estrategia de apoyo a los jornaleros agrícolas y sus familias”, establecido en 2007 y presidido por la STPS.

3. EVIDENCIA EMPÍRICA

Para el caso de México destaca el trabajo de Córdova (2009), quien analiza los efectos del orden del nacimiento de los hijos sobre la escolaridad y la asignación del tiempo destinado a diferentes actividades; como la recreación, los quehaceres del hogar y el cuidado de otros familiares. Utilizando el método de dos etapas planteado por Heckman (1979), esta autora estimó el efecto del orden de nacimiento sobre los años de educación; y, para conocer su efecto sobre la asignación de tiempo, estimó un modelo de mínimos cuadrados ordinarios, no encontrando evidencia en los resultados de que exista una relación entre el orden, el nacimiento y los años de escolaridad; aunque, observó que el orden del nacimiento y el género tienen un efecto significativo sobre el tiempo destinado a las actividades del hogar y el cuidado de sus integrantes.

Sumado a los anteriores, López (2005) analizó a través de un modelo probit ordinal, la forma en que los individuos eligen; entre asistir a la escuela, trabajar medio tiempo o trabajar tiempo completo y, los determinantes de la participación escolar y laboral en la población de 6 a 17 años. Encontró que el nivel de ingreso y los activos del hogar aumentan la probabilidad de que los menores asistan a la escuela; mientras que, las restricciones crediticias que enfrenta el hogar la reducen. Por otro lado, Levison, *et. al.* (2001), identificaron los determinantes de la asistencia escolar y la participación labo-

ral para población de 12 a 17 años a través de un modelo logit multinomial, encontrando que las mujeres tienen mayor probabilidad de asistir a la escuela, aunque, si en la definición de trabajo se incluyen las actividades del hogar, las mujeres muestran una propensión menor a especializarse en los estudios.

Finalmente, López-Calva y Freije (2001), analizaron la relación entre el trabajo infantil y diversas variables como pobreza del hogar, tasa de desempleo de los padres, salario y aceptación social del trabajo, entre otras. Con información longitudinal de la ENEU para México, y de la Encuesta de Hogares por Muestreo (EHM) para Venezuela, estos autores estimaron diferentes modelos, llegando a la conclusión de que el salario y el desempleo no son determinantes del trabajo infantil pero la pobreza y la incidencia de ésta si lo es.

Asociado a los trabajos anteriores, existen diferentes estudios que miden el efecto del programa Progresá sobre la asistencia escolar y el trabajo infantil, Skoufias y Parker (2001), a través de la aplicación de encuestas, encontraron que éste programa incidió de manera importante sobre las dos variables, incrementado significativamente la asistencia escolar y reduciendo el trabajo infantil. Por su parte, Patinos, *et. al.* (2005), en un estudio enfocado a la población indígena, refieren que el programa tuvo un efecto positivo sobre el trabajo infantil, al reducir la incidencia en 8% entre 1997 y el año 2000. Encontraron que el trabajo infantil está relacionado con las decisiones de fertilidad de la madre y con el mercado laboral de la población adulta, y que, la educación del padre está positivamente relacionada con la probabilidad de que los niños estudien y negativamente relacionada con la propensión a que trabajen.

En el caso específico del sector agropecuario se tiene que, ante el crecimiento de las exportaciones mexicanas de tomate y otras hortalizas hacia Estados Unidos, a finales de la década de los 50's el flujo de migrantes procedentes del sureste (prin-

principalmente Oaxaca y Guerrero) hacia Sinaloa se consolidó, incrementándose en la siguiente década, debido a la cancelación de importaciones estadounidenses oriundas de Cuba. Durante esta época, se produjo el boom de la producción de hortalizas en esa entidad, despuntando la agricultura empresarial con la tecnología más moderna de la época, situación que favoreció que en los años 70 las grandes empresas de Sinaloa se establecieran en San Quintín, dado que en el primer estado se producen hortalizas en invierno, en el segundo se cosechan en el ciclo primavera-verano. La complementariedad regional favoreció una migración pendular entre los valles de Sinaloa y San Quintín y, les permitió a las empresas cubrir el mercado durante todo el año (López-Limón, 2002).

A partir de una encuesta levantada por Carlota Botey durante el ciclo agrícola 1969/70, Paré, estimó que más de 600 mil jornaleros migraban por todo el país; siendo los flujos más importantes en los siguientes cultivos: algodón, 367 mil 799; caña de azúcar, 60 mil 367; café, 111 mil 936; tabaco, 46 mil 823; y jitomate, 21 mil 798. Los flujos migratorios estaban integrados principalmente por hombres adultos que viajaban solos o acompañados de algunas mujeres que se hacían cargo de la comida, lavar la ropa y asear el cuarto que se asignaba a los trabajadores en un campamento o galerón, sin embargo, actualmente, estos flujos migratorios han sufrido cambios significativos. A raíz de la crisis del cultivo de algodón, el empleo en este cultivo ha disminuido; en el tabaco se ha mantenido y, en el jitomate y las hortalizas se ha incrementado. Se estima que en los principales estados productores de hortalizas (Sinaloa, Sonora, Baja California Norte y Sur, Jalisco y San Luis Potosí) laboran 400 mil jornaleros.

Los cambios no solo fueron cuantitativos sino también cualitativos, en regiones hortícolas de México (Sinaloa, Sonora, Baja California Sur y Jalisco) son 8 mil 117 jefes de familia de hogares de jornaleros agrícolas que cubren una población de 32 mil 574 migrantes, los cambios significativos fueron: la

composición de los flujos migratorios derivada de la diversificación de los lugares de origen de los migrantes; los tipos de ciclos migratorios que pueden ser pendulares, (representan el 84% y consisten en migrar temporalmente hacia un solo lugar de trabajo) o circulares (constituyen el 15.9% y radican en pasar por dos o más lugares durante la migración) y; la composición familiar determinada por la migración familiar, de cuadrillas conformadas por pequeños grupos de hombres solos y adultos, o por familias completas; situación que dio pauta para una mayor incorporación de la mano de obra infantil a las actividades agrícolas.

4. METODOLOGÍA

De acuerdo con Anselin (1988), la econometría espacial es una herramienta que permite establecer la relación funcional entre un punto dado en el espacio y lo que ocurra en cualquier otro punto, e identificar si existe o no dependencia espacial para la formación de conglomerados. Dado $y_i = f(y_j)$; $e_i = 1, 2, 3, \dots, n$, con $j \neq i$; la expresión matemática queda expresada como:

$$\text{Cov}[y_i y_j] = E[y_i y_j] - E[y_i] - E[y_j] \neq 0 \text{ para } i \neq j \quad (1)$$

La expresión (1) indica que si una observación asociada a una localización (i) se relacione con otra observación en una localización $j \neq i$, tal relación se expresa por el momento condicional de la covarianza entre ambas localizaciones.

Partiendo de lo anterior para establecer la existencia de patrones de comportamiento en los datos utilizados, sin tener en cuenta factores espaciales, se realizó el análisis exploratorio de datos (EDA); y, a través del “Exploratory Spatial Data Analysis” (ESDA) se estableció la existencia de características espaciales en los indicadores de la mano de obra infantil a tra-

vés de la identificación de *clusters*. Adicionalmente, se efectuó un análisis local a través de indicadores de asociación espacial local (LISA), el cual permitió evaluar la aleatoriedad espacial comparando los valores del indicador (NBI o ICV) en cada estado, con los de los estados vecinos. Finalmente, por medio de la estimación del índice de Morán (I) y su gráfico de dispersión, fue posible descomponer el tipo de asociación espacial, cada una de las cuales corresponde a uno de los cuadrantes del plano cartesiano.

4.1. Autocorrelación espacial

Uno de los supuestos básicos de los modelos econométricos, es que no deben presentar problemas de autocorrelación serial, la cual, de acuerdo a Gujarati (1995), plantea la correlación de rezagos de una serie dada consigo misma rezagada en un número de unidades de tiempo. De acuerdo con este autor, al trasladar este concepto a datos transversales con algún criterio geográfico, los términos del error podrán estar relacionados entre sí y, por tanto, presentar autocorrelación espacial.

De acuerdo con Anselin (1988), la autocorrelación espacial es positiva, cuando un fenómeno determinado en una región dada propicia su expansión a otras regiones circundantes y dicha expansión genera la concentración del mismo; y, negativa, cuando ciertos fenómenos en una región impiden u obstaculizan la aparición de estos en otras regiones vecinas. Las causas de autocorrelación espacial pueden ser: autocorrelación residual (derivados de la posibilidad de escasa correspondencia entre el ámbito espacial del fenómeno de estudio y las unidades espaciales de observación; los errores de medición serán muy probables) y la autocorrelación sustantiva (lo que ocurre en un territorio afecta a otras regiones, lo que ocurre en un punto en el espacio está determinado por lo que pasa en otro u otros puntos, debido a interdependencias en tiempo y espacio en unidades espaciales).

Los fenómenos que causan la autocorrelación espacial deben ser incorporados dentro de los modelos econométricos y estadísticos para detectar su presencia, dado que ésta se vincula con variables no homogéneas agrupadas de formas muy diversas en el espacio, y plantea relaciones multidireccionales, donde cada observación posee distintos tamaños, ubicaciones, distancias entre ellas, etcétera. Un instrumento a través del cual se puede expresar la dependencia espacial y resolver el problema de multidireccionalidad en la modelación de este efecto espacial es la matriz de pesos espaciales.

4.2. Matriz de pesos espaciales

Son instrumentos que fusionan la interdependencia y las relaciones multidireccionales, se definen por la letra W (por la palabra inglesa *weight*, peso) y, matemáticamente se representa de la siguiente forma:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdot & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \cdot & w_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{N1} & w_{N2} & \cdot & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Donde, w_{ij} son los valores binarios de 0 si las regiones i y j no son vecinas y 1, si lo son. Dado que la matriz es simétrica, transpuesta y, por tanto cuadrada, sus elementos w_{ij} , representan la interdependencia existente entre las regiones i y j y serán o estocásticos y exógenos al modelo.

4.3. Estadístico de dependencia espacial: Índice de Morán

Un instrumento para contrastar la correlación espacial dentro del análisis exploratorio es el índice de Morán (I) (1948), a través del cual se puede incorporar la matriz de pesos espaciales (W). Matemáticamente, el índice de puede expresar como:

$$I = \frac{R}{\sum_i \sum_j w_{ij}} \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

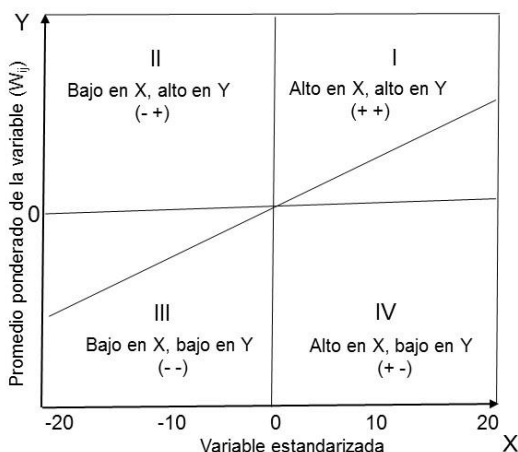
donde X_i es la variable cuantitativa en el estado i , $\bar{x}$, es su media muestra, w_{ij} son los pesos de la matriz W (matriz de pesos espaciales) y R es el tamaño de la muestra (estados).

Bajo la hipótesis nula de autocorrelación, el estadístico de Morán es asintóticamente normal: $IM = [I - E(I)]/\sqrt{V(I)}$. De acuerdo con Vayá y Moreno (2000), el I sigue una distribución normal estandarizada en muestras grandes, de tal forma que un valor positivo (negativo) significativo del índice $Z(I)$ llevará al rechazo de la hipótesis nula de no autocorrelación espacial y a la aceptación de autocorrelación espacial positiva (negativa). La información del índice se puede graficar en un diagrama de dispersión de Moran, el cual presente en el eje horizontal a la variable x normalizada, y en el eje vertical a la variable multiplicada por la matriz de pesos W , lo cual da lugar al retardo espacial de dicha variable.

Como ya se refirió, a través del cálculo del I y su gráfico de dispersión se puede descomponer el tipo de asociación espacial en cuatro categorías, cada una propia a cada uno de los cuadrantes del plano cartesiano. En el cuadrante I se colocarán los estados con alta ocupación de mano de obra infantil y que están rodeados de estados vecinos que también emplean una gran cantidad de mano de obra. En el cuadrante III, por el contrario, se ubicarán los estados con baja contratación de mano de obra infantil que están rodeados por estados que demandan poco trabajo infantil. En contraste con los cuadrantes I y III, en el cuadrante II se encontrarán los estados con baja demanda de obra infantil pero rodeados de regiones con alta ocupación de mano de obra infantil; y, en el cuadrante IV, se ubicarán aquellas regiones en con alta demanda de obra infantil pero rodeados por estados vecinos que poco incorporan la mano de obra infantil.

Si los puntos se encuentran en los cuadrantes I y III el estadístico de Morán tomará un valor positivo, mientras que si los puntos se ubican en los cuadrantes II y IV, el valor será negativo; a partir de esto, la asociación espacial puede ocurrir de la siguiente manera: cuadrante 1, alto en X y alto en $Y(+,+)$; cuadrante II, bajo en X y alto en $Y(-,+)$; cuadrante III, bajo en $Y(-,-)$ y bajo en X ; y cuadrante IV, alto en X y bajo en $Y(+,-)$. La representación gráfica de los cuatro cuadrantes para la producción de carne a nivel estatal se presenta en la Figura 1.

Figura 1.
Diagrama de dispersión del Índice de Morán



Fuente. elaboración propia con información de Vaya y Moreno, 2000.

La condición multidireccional de la dependencia especial: una región puede estar afectada no solamente por otra región contigua o vecina sino por otras que la rodean, al igual que ella puede afectar a las otras; imposibilita la utilización del operador de rezago $L, L^p Y = Y_{t-p}$, presente en el contexto temporal, por lo que para el análisis de dependencia espacial se utilizará la matriz W de efectos espaciales como operador

de rezago espacial, la cual es una media ponderada de los valores vecinos y, matemáticamente se puede expresar como:

$$WY = \sum_{j=1}^N w_{ij} y_j \quad (4)$$

donde y_j es el valor que toma el atributo medido en la vecindad j , y w_{ij} es un ponderador cuya suma es la unidad.

4.4. Indicador local de asociación espacial (LISA)

En procesos donde existen patrones de agrupación local o conglomerados, el I no los puede detectar. Una alternativa para identificar las agrupaciones locales es el índice local de Moran, calculado en cada estado y , definido matemáticamente como:

$$I_i = \frac{z_i}{\sum_i z_i^2 / N_j} \sum_i w_{ij} z_j \quad (5)$$

donde I_i es el índice local, z_i el valor de la variable correspondiente al estado i , N_j , el conjunto de estados vecinos a i . Un valor elevado positivo (negativo) y significativamente estadístico, da lugar a la existencia de un conglomerado alrededor del estado i de valores similares elevados (bajos). Con base a I_i , es posible encontrar su contribución al índice global, I , y detectar sus valores extremos, lo cual lo convierte en un LISA.

4.5. Variables y fuentes de información

El análisis se derivó de la población infantil empleada como mano de obra en el Sector Agropecuario reportada por la Encuesta Nacional de Jornaleros Agrícolas (ENJO), publicada por la Secretaría de Desarrollo Social (Sedesol). Dada la falta de información y a fin de hacer un análisis comparativo espacial

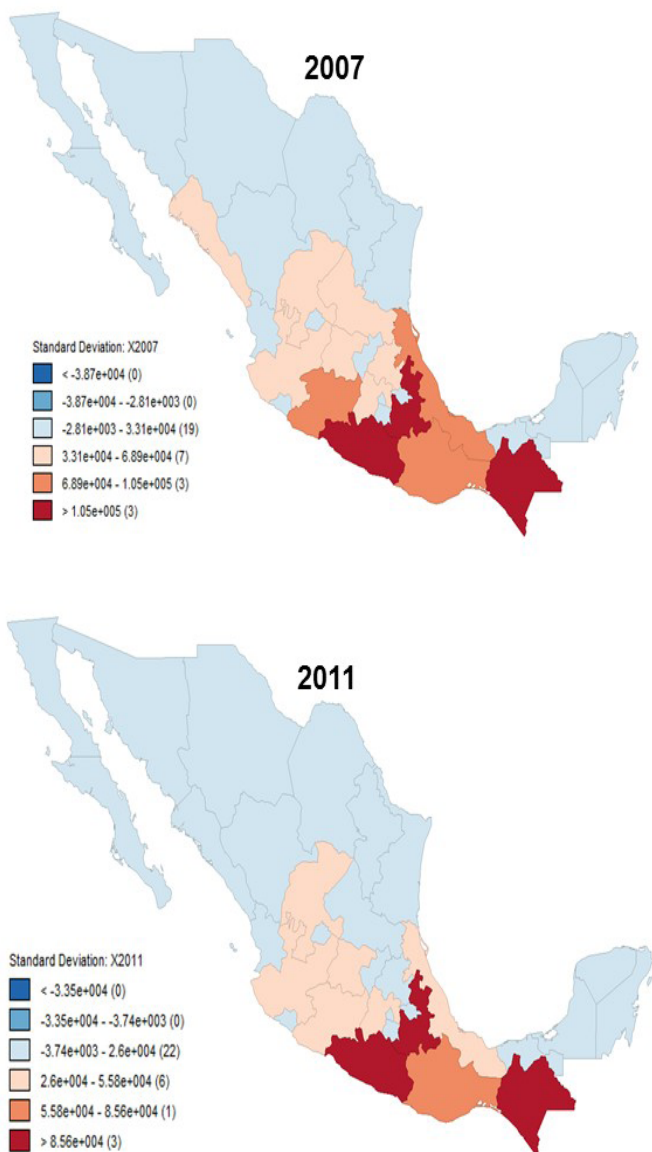
e intertemporal, los años analizados fueron 2007, 2009, 2011 y 2013. Finalmente, las estimaciones se realizaron con el software “OpenGeoDa” ver. 0.9.8.14.

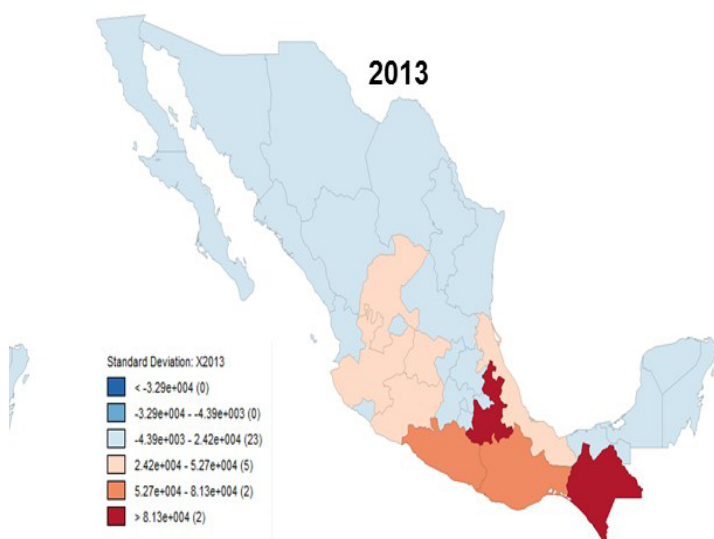
5. RESULTADOS

El análisis exploratorio de los datos, permitió identificar la tendencia de crecimiento de la mano de obra infantil utilizada en el sector agropecuario y mapear su distribución espacial, está sirvió de base para identificar la participación estatal a nivel nacional durante, 2007, 2009, 2011 y 2013. En los mapas de la Figura 2, se puede observar el alto grado de heterogeneidad y dinámica que existe a nivel estatal: el color rojo indica una fuerte asociación espacial entre los estados con mayor demanda de mano de obra infantil en el sector agropecuario, el color naranja los de demanda media-alta, los de color azul demanda media y, los incoloros representan los estados con menor dinámica en la demanda de mano de obra infantil.

El primer grupo refleja una fuerte asociación espacial entre las entidades con el mayor número de niños y niñas en nivel de pobreza multidimensional; siendo estos Chiapas, Guerrero y Puebla, los cuales de manera conjunta demandan en promedio al año 35.06% de los 889 mil 501 menores de edad empleados en actividades agropecuarias. En un segundo grupo se encuentran Veracruz, Michoacán y Oaxaca, este último considerado como un estado con pobreza multidimensional. El tercer grupo está conformado por Guanajuato, Hidalgo, Jalisco, Estado de México, San Luis Potosí, Sinaloa y Zacatecas, los cuales demandan colectivamente el 25.70% de la mano de obra infantil. Finalmente, el último grupo integrado por los 19 estados restantes que se caracterizan por contar con el menor porcentaje de niños en pobreza multidimensional, por lo que únicamente demanda de manera conjunta el 17.53% de la mano de obra infantil.

Figura 2.
México. Mapeo de la distribución geográfica del trabajo infantil en el Sector Agropecuario





Fuente: elaboración propia con “OpenGeoDa” ver. 0.9.8.14, a partir de datos de la ENJO.

Es importante destacar que la dinámica reflejada en la tasa de crecimiento media anual (TCMA) ha conllevado a que algunos estados pasen a conformar parte de otros grupos (véase Figura 2), siendo un ejemplo de ello Guerrero, el cual disminuyó la utilización de mano de obra infantil en (-) 60% durante los años analizados, logrando con ello integrarse al segundo grupo referido. Otro caso es el de Veracruz, el cual con una TCMA superior al (-) 70%, únicamente en 2007 y 2009 formó parte del segundo grupo, logrando formar parte del tercer grupo en 2011 y 2013. El tercer caso es el de Michoacán, que con una TCMA de (-) 67.87% pasó del segundo grupo en 2007 al tercer grupo a partir de 2009.

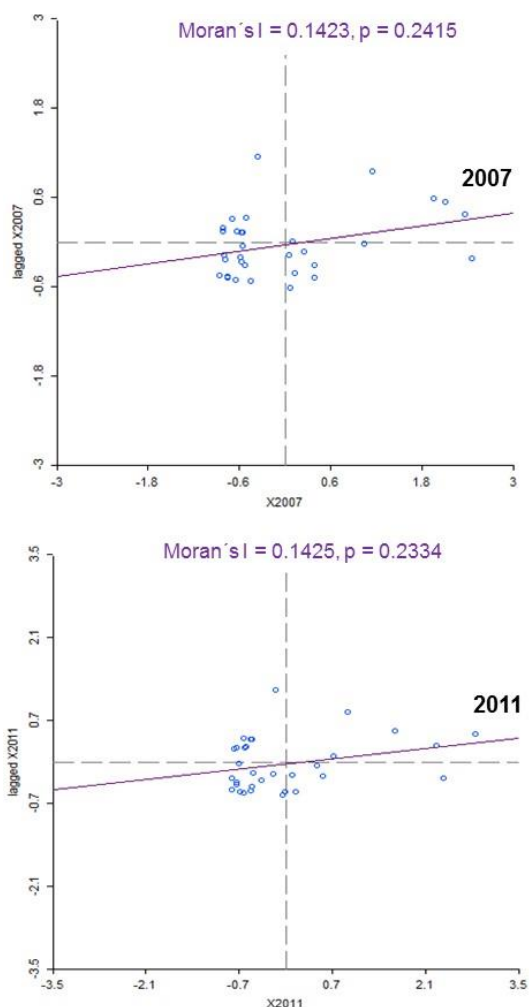
5.1. Autocorrelación espacial

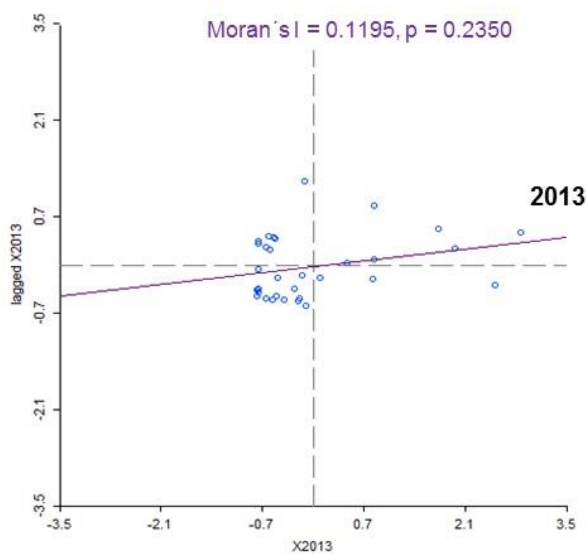
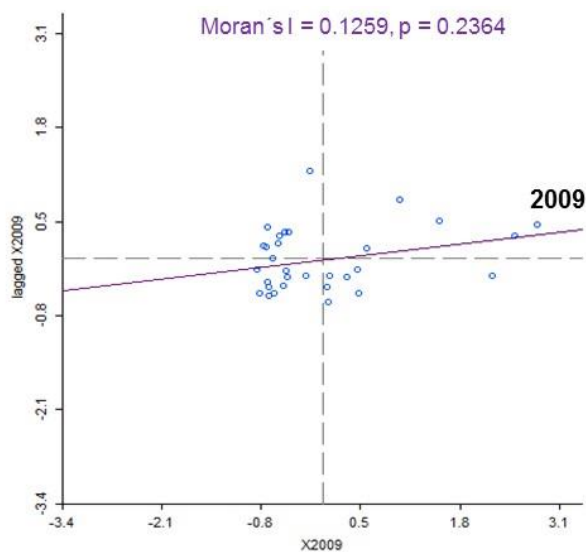
El mapeo de los datos dejó ver que la dependencia espacial es más fuerte en los estados con alto grado de pobreza multidimensional, excepto Guerrero, por lo que para encontrar mayor evidencia de la relación que existe entre la pobreza multidimensional y el empleo de mano de obra infantil en el sector agropecuario y evaluar estadísticamente asociación espacial, se estimó el índice de Morán (I) y se obtuvo su diagrama de dispersión.

Los resultados indican que existe correlación espacial positiva baja para los cuatro años analizados, respaldada en los siguientes valores: $I_{2007} = 0.1423$, $I_{2009} = 0.1259$, $I_{2011} = 0.1425$ y $I_{2013} = 0.1195$; con probabilidades de 0.2415, 0.2364, 0.2334 y 0.2350, respectivamente (véase Figura 3). Los valores del I no muestran evidencia de que la dependencia espacial positiva sea significativa; mientras que, de acuerdo a las probabilidades, en los cuatro casos se rechaza la hipótesis nula de aleatoriedad, por tanto, la dependencia espacial positiva no es significativa. Por lo anterior, la autocorrelación positiva estaría suponiendo que la situación de vecindad de un estado que demanda mano de obra infantil en el sector agropecua-

rio, no se vería afectado por las condiciones de los estados vecinos, por lo que no existe la posibilidad de agrupamientos regionales que afecten la dinámica actual del mercado laboral infantil.

Figura 3.
México: Índices de Moran para la mano de obra infantil utilizada en el sector agropecuario





Fuente: elaboración propia con “OpenGeoDa” ver. 0.9.8.14 CON datos de la ENJO.

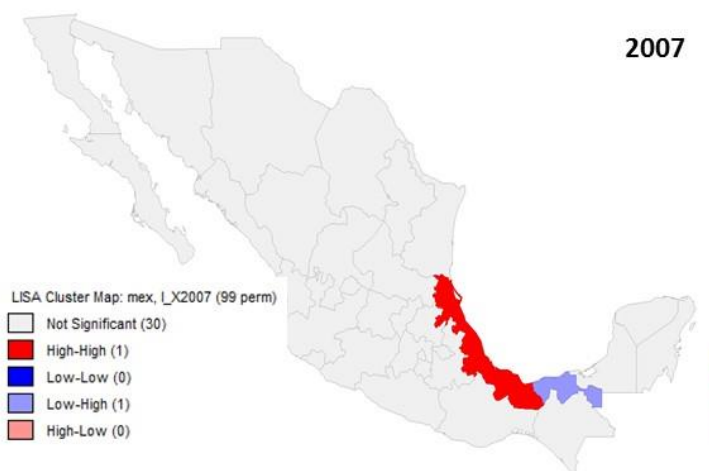
Los resultados anteriores muestran evidencia de que no existe posibilidad de conformar grupos específicos de estados que puedan conformar clústers de mano de obra infantil, dado que no se identificaron grupos de estados que sean estadísticamente significativos, de acuerdo a la prueba de LISA, la cual muestra que para 2007 y 2009 la única entidad que contribuye significativamente al I es Veracruz y que podría en determinado momento formar clúster significativos de dependencia espacial en la dinámica del mercado laboral infantil es Veracruz (entidad de color, Figura 4), el decir que, en determinado momento podría tener afinidad con entidades vecinas que tuvieran la misma demanda de mano de obra infantil (High-High).

Figura 4.

México: Indicadores de Asociación Espacial Local (Prueba de LISA) para el trabajo infantil empleado en el sector agropecuario

Mapa de LISA

Significancia estadística











Fuente: elaboración propia con OpenGeoDa ver. 0.9.8.14, a partir de datos de la ENJO.

Es importante destacar que un estado con el que se pudiera agrupar sería Tabasco (High-Low), dado que las demás no obtuvieron valores significativos.

6. CONCLUSIONES

La investigación tuvo por objetivo analizar la dinámica del mercado laboral infantil en el sector agropecuario mexicano a partir del factor de localización espacial. El estudio se llevó a cabo para los años 2007, 2009, 2011 y 2013. A través del análisis exploratorio de datos, de la estimación del índice de Morán y de la prueba de LISA, se buscó encontrar evidencias de dependencia espacial e identificar *clusters* que expliquen la dinámica de la mano de obra infantil en el sector agropecuario. El análisis exploratorio, aportó evidencia de que la condición geográfica favorece la formación de grupos de población

infantil que se desplaza a ciertas entidades definidas dado que éstos forman parte de las familias que ya tienen bien definidas sus rutas y que, año con año desempeñan determinadas actividades agrícolas. Por otro lado, los valores de los índices no aportaron evidencia de que la vecindad de los estados con mayores flujos migratorios afectaría las de otros estados, dado que, como ya se refirió los flujos migratorios y la especialización en las actividades que desarrollan ya están bien definidos. Finalmente, con la prueba de LISA, se soporta la evidencia de que la concentración espacial de la mano de obra infantil en el sector agropecuario no favorece la conformación de *clústers* entre entidades por las diferencias mencionadas. Estos resultados dejan ver que a pesar de que los estados del norte se han destacado por ser por los principales demandantes de jornaleros agrícolas, y no ofertarles las mejores condiciones laborales; no tienen una gran demanda de mano obra infantil en comparación con los estados, los cuales, dado su rezago educativo son grandes expulsores; aunque también son demandantes internos que no les ofertan las mejores condiciones laborales a la población infantil, por lo que quedan expuestos a diferentes riesgos derivados del rezago que existe en este sector que limita el desarrollo agroindustrial.

Dado lo anterior resulta importante recomendar una mejor coordinación de las políticas de atención a los infantes, para evitar el rezago educativo y sus consecuencias posteriores.

BIBLIOGRAFÍA

- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. London, Kluwer Academic Publishers.
- Barrón-Pastor, J. C. (2007). *Promoting intercultural relations? Racism and Affirmative actions for Indigenous persons in Mexican Higher Education*. Society for Latin American Studies Conference 2007, University of Newcastle.

- Basu, K. y Pham (1998). "The Economics of Child Labor". *American Economic Review*. American Economic Association, vol. 88, núm. 3, Nashville, junio, pp. 412-427.
- Becerril-Pérez, M., González-Aranda, A., Ampudia-Rueda A. (s/f). "Caracterización de hijos e hijas de jornaleros agrícolas migrantes del estado de Oaxaca". *Organización Internacional del Trabajo*. Universidad Nacional Autónoma de México y Universidad Autónoma de Chapingo.
- Becker, G. (1991). *A treatise on the family*. Boston, Harvard University Press, p. 304.
- Botey, C., Zepeda, M. y Heredia, L. (1997). *Los jornaleros agrícolas migrantes*, tomo 1, Secretaria de la Reforma Agraria, Dirección General de Planeación, Departamento de Estudios Sociales.
- Brown, D.K., Deardorff, A.V. y Stern, R.M. (1999). "US Trade and Other Policy Options and Programs to deter Foreign Exploitation of child Labor". Ensayo para discusión 99-04, Departamento de Economía, Tufts University.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos (2008). México, Tribunal Electoral del Poder Judicial de la Federación.
- Córdova, K. (2009). "The Effect of Birth Order on Education Levels and Time Allocation Decisions: Evidence from Mexican Households". *Mimeo*, University of Arizona, Tucson.
- Dammert, A. (2010). "Siblings, Child Labor, and Schooling in Nicaragua and Guatemala". *Journal of Population Economics*, vol. 23, núm. 1, Berlín, ene. pp. 199-224.
- De Haan, M., Erik P., *et al.*, (2012). "Birth Order and Human Capital Development: Evidence from Ecuador". *Iza*, núm. 6706, Bonn, iza.
- Emerson, P. y A. Souza (2008). "Birth Order, Child Labor, and School Attendance in Brazil". *World Development*, vol. 36, núm. 9. Amsterdam, Elsevier, agosto. pp. 1647-1664.

- Freeman, R. (1996). "When Earnings Diverge: Causes, Consequences and Cures for the New Inequality in the US". Documento inédito.
- Grammont, H. (2003). "El Barzón: Clase Media, Ciudadanía y Democracia". *Revista Mexicana de Sociología*, vol. 65, núm. 1.
- Gujarati, D. (1995). *Basic Econometrics*. 3rd Edition, New York, McGraw Hill.
- James H. (1979). "Sample Selection Bias as a Specification Error". *Econometrica*, vol. 47, núm. 1. Nueva Jersey, Wiley, enero. pp. 153-161.
- IMJ (2008). Encuesta Nacional de la Juventud. México.
- INEGI (Instituto Nacional de Geografía y Estadística) (2012). "Módulo de Trabajo Infantil 2011, Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo", Aguascalientes, disponible en: <<http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/encuestas/hogares/modulos/mti/mti2011/default.aspx>>.
- INEGI (Instituto Nacional de Geografía y Estadística) (2009), Resultados del Módulo de Trabajo Infantil. Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo. México: INEGI. http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/estudios/sociodemografico/infantil/2009/MTI_2009.pdf
- Krueger, A.B. (1996). "Observations on International Labor Standards and Trade". *National Bureau of Economic Research (NBER). Working Paper* num. 5632.
- Levison, D., Karine M. *et. al.*, (2001). "Youth education and work in Mexico". *World Development*, vol. 29, núm. 1. Amsterdam, Elsevier, enero, pp. 167-188.
- López, A. (2005). "Schooling and Child Labour in Mexico: An Empirical Analysis". *Análisis Económico*, vol. 20, núm. 45. México, UAM, tercer cuatrimestre. pp. 89-117.
- López-Calva, L. y Freije S. (2001). "Child Labor, School Attendance and Poverty in Mexico and Venezuela". *Centro de Estudios Económicos*. Colegio de México, documento de trabajo, núm. 1, México.

- López-Limón (2002). El trabajo infantil y migración en el Valle de San Quintín, Baja California. Foro Invisibilidad y conciencia: Migración interna de niñas y niños jornaleros agrícolas en México.
- Martínez-Corona, B. y Hernández-Flores, A. (2013). *Migración jornalera de grupos domésticos raramuris y la situación de niños y niñas, en la región manzanera de Chihuahua, en escenarios del trabajo infantil: diferentes estudios de caso*, coordinado por Emma Zapata-Martelo Ema, Martínez-Ruíz, Rosa y Rojo-Martínez Rosa Martínez Gustavo.
- Mendelievich, E. (1980). “El Trabajo de los Niños”. OIT, Ginebra.
- Moran, P. (1948). “The Interpretation of Statistical Maps”. *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 10, núm. 2, pp. 243-255.
- Orraca P. (2014). “El Trabajo Infantil en México y sus Causas”. *Revista Problemas del Desarrollo*, vol. 178, núm. 45.
- OIT (s/f). Condiciones y medio ambiente del trabajo infantil peligroso en el cultivo de la caña de azúcar, con énfasis en la etapa de la cosecha. Programa Internacional para la Erradicación del Trabajo Infantil (IPEC).
- OIT (2010). *Accelerating Action Against Child Labour*. Ginebra, OIT, pp. 98.
- Patrinós, H., López-Calva, L. y Bando G. (2005): Child labor, school attendance, and indigenous households: Evidence from Mexico. World Bank Policy Research *Working Paper* No. 3487. Washington. Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=648014>
- Rodgers, G. y Standing, G. (1983). “Trabajo Infantil, Pobreza y Subdesarrollo”. *Oficina Internacional del Trabajo*, Ginebra.
- Rodríguez, M. (2005). Impactos diferenciados de la liberalización comercial sobre la estructura agrícola de América Latina. *Serie Desarrollo Productivo, División de Desarrollo Productivo y Empresarial*. CEPAL, Santiago de Chile.

- Sedesol-Pronjag (2003). "Diagnóstico de la Situación de los Jornaleros Agrícolas en 17 Estados del País, 2003". Documento de trabajo.
- Sedesol (2006). Encuesta Nacional de Jornaleros Agrícolas (ENJO). Secretaría de Desarrollo Social.
- Sedesol (2009). Encuesta Nacional de Jornaleros. Secretaría de Desarrollo Social. México: Sedesol. <http://www.cipet.gob.mx/jornaleros/>
- Sedesol (2009). Encuesta Nacional de Jornaleros Agrícolas (ENJO). Secretaría de Desarrollo Social, Programa de Atención a Jornaleros Agrícolas (PAJA), Universidad Autónoma Chapingo.
- Skoufias, E, y Parker, S. (2001). "Conditional cash transfers and their impact on child work and schooling: Evidence from the Progres program in Mexico". *Economía*. Brookings Institution Press, vol. 2, núm. 1. Washington, otoño, pp. 45-86.
- Swinerton, K. A. y Rogers, C.A. (1999). "The economics of Child Labour: Comment". *American Economic Review*, vol. 89, núm. 5., diciembre, pp. 1382-85
- Vayá, E. y R. Moreno (2000). *Técnicas econométricas para el tratamiento de datos espaciales: la econometría espacial*, Edicions Universitat de Barcelona, UB44 Manuals.

EL PROBLEMA DE LOS PLURINOMINALES: UNA APLICACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE BANCARROTA

Julio César Macías Ponce*

Luis Alejandro Escobar López**

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, los procesos electorales de México se han caracterizado por un incremento del abstencionismo y del voto nulo. Además, el principio de representación proporcional (PRP) ha sido cuestionado por ciudadanos, politólogos,¹ comunicadores y por las mismas fuerzas políticas.

El impacto en las cifras electorales del abstencionismo ha provocado la propuesta y aprobación de iniciativas de las cuales podemos destacar la correspondiente a las candidaturas independientes. Atendiendo a lo anterior, nosotros en este trabajo proponemos modelos de asignación de curules por el principio de representación que son más simples y que asignan de manera “justa” y que además reconocen al voto nulo

* Universidad Autónoma de Aguascalientes, jlmacias@correo.uaa.mx

** Universidad Autónoma de Aguascalientes, laescob@correo.uaa.mx

¹ ver <http://aristeginoticias.com/0306/mexico/denise-dresser-en-defensa-del-voto-nulo-video/>

cómo una fuerza política capaz de exigir espacios de representación proporcional. Lo que se traduce —*según nuestra propuesta*— en una disminución en la cantidad de legisladores por este principio. Cada legislador que “obtenga” —*en la asignación que proponemos*— el voto nulo, será descontado de la cantidad de legisladores que inicialmente se definió para el PRP.

Nuestro proceder se basa en ideas muy básicas: Supongamos que se tiene un proceso electoral donde se eligen legisladores por los principios de mayoría y de representación proporcional; entonces para cada partido se cuenta (en los resultados oficiales) el porcentaje de votos y el número de legisladores que el partido ganó por el principio de mayoría. Así, para cada partido es fácil saber cuántos legisladores por el PRP necesita para que su total de legisladores corresponda a su proporción de votos. A esta cantidad le llamaremos demanda del partido.

Si la suma de las demandas de los partidos es mayor que el total de legisladores que serán asignados, decimos que tenemos un problema de bancarrota (Aumann y Maschler, 1985), y aplicamos las soluciones que aparecen en la literatura de teoría de juegos para dar una propuesta de asignación. Otra alternativa en la que procedimos, fue construir modelos multiobjetivos donde el orden de prioridad (de los objetivos) está basado en el número de votos de cada partido. El partido con más votos es el primero que buscamos que después de la asignación quede “bien” representado.

Presentamos también condiciones suficientes y necesarias en los datos de votación para tener problemas de bancarrota. Además, hacemos un análisis con los datos electorales del proceso federal de México en 2015 y comparamos las asignaciones de diputados hechas por el Instituto Nacional Electoral (INE), contra las que se obtendrían con nuestra propuesta y enfatizamos lo que ocurriría con la fuerza política “Voto nulo”.

En la sección 2 iniciamos con la descripción del modelo matemático y lo relacionamos con los problemas generales de bancarrota que aparecen en la literatura. En la sección 3 presentamos los conceptos básicos relativos a los juegos cooperativos y al “juego de bancarrota” (a partir de un problema de bancarrota). Una aplicación de nuestra propuesta de asignación mediante problemas de bancarrota aparece en la sección 4 con los datos de la elección de la LXIII legislatura federal de México; adicionalmente, presentamos otra propuesta de asignación, pero en lugar de los problemas de bancarrota, proponemos un modelo de programación por objetivos, mismo que aplicamos también en el proceso electoral 2015 ya mencionado. Las conclusiones y propuestas de trabajos futuros se mencionan en la sección 5.

2. EL MODELO MATEMÁTICO

2.1. Preliminares

La siguiente notación nos permitirá formular de manera clara los modelos matemáticos que usaremos en el resto del capítulo:

$N = \{1, 2, \dots, n\}$: conjunto de partidos políticos que participan en un proceso electoral;

m : total de escaños por el principio de mayoría (PM) —*los que se ganan por voto directo*—;

E : total de escaños a asignar por el principio de representación proporcional (PRP);

m_i : #: de escaños ganados por el partido $i \in N$ por PM.

p_i : porcentaje de votos que captó el partido $i \in N$ el día de la elección.

Llamaremos solución o asignación a cualquier n -vector real $E = (E_1, \dots, E_n)$ $E_i \in \mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, \dots, m + E\}$ para cada $i \in N$ y $\sum_{i \in N} E_i = E$.

2.2. La sobrerrepresentación

Un partido que gana —el día de la elección— más escaños que la proporción con respecto a sus votos lo identificamos como partido *sobre-representado*; más formalmente, denotamos con $\hat{S} \subseteq N$ al conjunto de partidos sobre-representados y $j \in \hat{S} \Leftrightarrow m_j > (m + E)p_j$.

Al complemento de $\hat{S}$ lo denotamos por $T \subseteq N$ y le llamaremos conjunto de partidos no sobre-representados: $j \in T \Leftrightarrow m_j \leq (m + E)p_j$.

La definición de sobre-representación que damos, está basada en el siguiente principio: Cada partido debería estar representado de acuerdo al porcentaje de votos que obtuvo el día de la elección, es decir si p_i es la proporción de votos del partido i entonces debería de obtener un total de $(m + E)p_i$ de representantes o escaños, pero si ya ganó m_i por PM entonces le faltan (demanda),

$$d_i = \max \{0, (m + E)p_i - m_i\} \quad (1)$$

2.3. Los problemas de bancarrota

Si $\sum_{i \in N} d_i > E$, —se demanda más de lo que se tiene para repartir— diremos que se tiene un problema de bancarrota. Los problemas generales de bancarrota han sido estudiados en la literatura de Guerrero, Hinojosa y Sánchez (2006), cada d_i es un número positivo —lo que demanda o requiere el agente — i — y E es la cantidad de recurso disponible; y el problema consiste en encontrar un n -vector de números reales no negativos (no necesariamente enteros) cuya suma sea la cantidad de recurso disponible.

Regresando al contexto de los partidos y las asignaciones, tenemos que

$$N = \hat{S} \cup T, \hat{S} \cap T = \emptyset \text{ y } d_i = \begin{cases} (m + E)p_i - m_i, & i \in T \\ 0 & i \in \hat{S} \end{cases}$$

Si $\hat{S} = \emptyset$ entonces $\sum_{i \in N} d_i = \sum_{i \in N} [(m + E)p_i - m_i] = E$, luego una condición necesaria para tener un problema de bancarrota es que $\hat{S} \neq \emptyset$.

La siguiente proposición señala las condiciones que garantizan la obtención de un problema de bancarrota.

Proposición: Si $T \neq N$, se obtiene un PBR sí, y sólo si

$$E < \frac{m \sum_{j \in T} p_j - \sum_{j \in T} m_j}{1 - \sum_{j \in T} p_j} = \frac{\sum_{j \in T} (mp_j - m_j)}{1 - \sum_{j \in T} p_j}$$

Demostración:

$$(m + E) \sum_{j \in T} p_j - \sum_{j \in T} m_j > E$$

$\Leftrightarrow$

$$m \sum_{j \in T} p_j - \sum_{j \in T} m_j > E \left(1 - \sum_{j \in T} p_j \right)$$

$\Leftrightarrow$

$$E < \frac{m \sum_{j \in T} p_j - \sum_{j \in T} m_j}{1 - \sum_{j \in T} p_j}$$

■

2.4. Juegos cooperativos

Un juego cooperativo sobre el conjunto N es una función $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ con la condición $v(\emptyset) = 0$. A cada $S \in 2^N$ se le llama coalición y denotamos con s a la cardinalidad de S . Si $G = \{v \mid v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}, v(\emptyset) = 0\}$ es el conjunto de todos los

juegos de n agentes llamamos solución a cualquier función $\varphi: G \rightarrow \mathbb{R}^n$. La solución más aceptada en la literatura de los juegos cooperativos es el valor de Shapley (1953) el cual denotamos por $Sh = (Sh_1, \dots, Sh_n)$ y está dado por (2)

$$Sh_i(v) = \sum_{\{S \subseteq N: i \notin S\}} \frac{s!(n-s-1)!}{n!} [v(S \cup \{i\}) - v(S)] \quad (2)$$

para cada $i \in N$

2.4.1. El juego de bancarrota

O'Neill (1982) define un juego cooperativo $v_{d,E}$ para cada problema de bancarrota con vector de demandas d y recurso disponible E :

$$v_{d,E}(S) = \max \{0, E - \sum_{i \notin S} d_i\} \text{ para cada } S \subseteq N \quad (3)$$

y demuestra que el valor de Shapley aplicado al juego $v_{d,E}$ equivale a la solución “realización recursiva” de los problemas de bancarrota que describiremos más adelante. Esta solución es de las más aceptadas en la literatura y en particular la usaremos para proponer asignaciones de representación proporcional que difieren de las reglas actuales que rigen a los sistemas electorales en México.

3. APLICACIÓN DE PROBLEMAS DE BANCARROTA EN LA LXIII LEGISLATURA

El Cuadro 1 está basado en los resultados electorales del proceso federal celebrado en México 2015 para renovar la cámara de diputados. En ella, tenemos el porcentaje de votos que obtuvo cada partido el día de la elección, el número de diputados por el principio de mayoría y lo que demandaría —según

Cuadro 1.
Demandas por partidos con base en los
porcentajes de votos captados

PARTIDO²	% Votos	#Dip. PM (m_i)	Demanda (d_i)
PAN	21.01	55	50.078
PRI	29.18	156	0
PRD	10.87	28	26.37
PT	2.84	6	8.226
PVEM	6.91	29	5.587
MC	6.09	10	20.496
NA	3.72	1	17.646
MORENA	8.39	14	27.963
PES	3.32	0	16.62
PH	2.14	0	10.745
C.INDEP	0.56	1	-
VOTO NULO	4.76	-	23.837
C. NO REG.	0.13	-	-

Fuente: elaboración propia.

nuestra propuesta— cada fuerza política para “quedar bien representada”.

La suma de las demandas es de 207.568 —*pero sólo se deben de repartir 200 diputados*—.

Para comprender la solución de realización recursiva para problemas de bancarrota —*que también se obtiene al aplicar el valor Shapley al juego de bancarrota correspondiente*— imaginemos que se citan a cada uno de los líderes de los partidos cuya demanda es mayor a cero; en este caso tendríamos a diez representantes (el PRI no se considera porque ya está sobre representado, es decir, su demanda es cero). Consideremos un orden de llegada particular, por ejemplo:

² En el Apéndice aparecen las siglas junto con los nombres completos de los partidos políticos.

Entonces se procede como sigue:

Al inicio se tienen 200 diputados plurinominales; por ser el PT el primer partido en el orden, se le “asignan” 7.447 diputados (los que demanda) y se actualiza la cantidad disponible de diputados por asignar: .

El segundo partido es el PAN, se le asignan 49.299 y se actualiza lo disponible: $192.55 - 49.299 = 143.25$.

Para el PRD, que es el tercer partido se le asignan 26.37, quedando disponibles $143.25 - 26.37 - 116.88$; procediendo de manera análoga se asignarían respectivamente 27.963, 5.587, 20.496, 17.646, 16.62, 23.837, 4.73 a los partidos MORENA, PVEM, MC, NA, PES, VOTO NULO y PH.

De hecho, todos los partidos a excepción del PH obtienen *—en dicho orden—* tantos diputados como su demanda, mientras que PH obtendría 4.73 de los 10.745 que demanda.

Dependiendo del orden de llegadas se pueden tener hasta dos partidos que no satisfacen sus demandas; por ejemplo, existen 8! Ordenes de llegadas en los que el penúltimo partido es PT y el ultimo PVEM; luego entonces cuando llega el PT sólo hay 6.24 diputados por asignarle (de 8.226 que demanda) y al PVEM ya no se le asignan.

Si se promedian los diputados a asignar para cada uno de los 10! Ordenes posibles, obtendríamos lo que se conoce como asignación de realización recursiva que aparece en la cuarta columna del Cuadro 2. En la quinta columna se está redondeando para obtener números enteros de diputados *—una solución—*.

Los 23 que se asignan al Voto Nulo se interpretan como la cantidad que el ciudadano está descontando de los 200 que en principio se asignarían por el PRP; es decir, la cámara de diputados que se conformó en 2015, debería de tener 477 diputados (y no 500). Obsérvese además que en nuestra asig-

Cuadro 2.
Demandas por partidos y asignaciones de INE y la regla recursiva

Partido	d_i	INE	REC	⌘
PAN	50.078	53	49.299	49
PRI	0	47	0	0
PRD	26.37	28	25.591	26
PT	8.226	0	7.447	7
PVEM	5.587	18	5.028	5
MC	20.496	16	19.717	20
NA	17.646	9	16.867	17
MORENA	27.963	21	27.184	27
PES	16.62	8	15.841	16
PH	10.745	0	9.966	10
C.INDEP	-	-	-	-
VOTO NULO	23.837	-	22.968	23
C. NO REG.	-	-	-	-

Fuente: elaboración propia.

nación reconocemos a todas las fuerzas políticas si pedir un porcentaje mínimo de votos en el día de la elección.

4. UN MODELO DE PROGRAMACIÓN POR OBJETIVOS

Otra alternativa que proponemos para la asignación de escaños por PRP es usar la programación lineal, en particular proponemos un modelo de programación por objetivos.

Usando la notación ya definida; sería deseable que para cada $i \in N$ se cumpliera la siguiente condición o meta:

$$\frac{m_i + \tilde{E}_i}{m_i + E} = p_i \quad (4)$$

donde $\tilde{E}_i$ es la cantidad de escaños por el PRP que se asignan al partido i (las variables de decisión): La tilde $\sim$ la usaremos para diferenciar

del número entero E_i definido previamente ($\tilde{E}_i$ no necesariamente es un número entero).

El lado izquierdo de la expresión está midiendo la proporción de representantes que el partido i tendrá en una legislatura y se iguala a p_i para que corresponda con la proporción de votos captados —*por el partido i* — el día de la elección.

Cuando el sistema es inconsistente (¡casi siempre!) se introducen las variables de decisión no negativas h_i^- y h_i^+ que miden las desviaciones por abajo y por arriba respectivamente de cada meta:

$$m_i + \tilde{E}_i + h_i^- - h_i^+ = (m + E)p_i \quad (5)$$

Luego, se pretende minimizar la desviación negativa de cada meta, pero priorizando según el número de votos: el partido con más votos debe estar menos subrepresentado que los que le siguen en cantidad de votos captados.

4.1. Programación por objetivos para la LXII Legislatura

En particular, para la legislatura federal 2015 de México que hemos estado analizando se tienen 11 funciones objetivo que listamos en orden de prioridad:

$$\begin{aligned} & \text{Min } h_{PRI}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{PAN}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{PRD}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{MORENA}^- ; \rightarrow \\ & \rightarrow \text{Min } h_{PVEM}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{MC}^- ; | \rightarrow \text{Min } h_{VOTO\ NULO}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{NA}^- ; \\ & \rightarrow \text{Min } h_{PES}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{PT}^- ; \rightarrow \text{Min } h_{PH}^- \end{aligned}$$

Sea

$$\begin{aligned} F = \{ & PRI, PT, PAN, PRD, MORENA, PVEM, MC, \\ & NA, PES, VOTO\ NULO, PH \} \end{aligned}$$

el conjunto de todos los partidos políticos. Así, las restricciones de nuestro modelo son:

$$m_i + \tilde{E}_i + h_i^- - h_i^+ = (500)p_i \quad \text{con } i \in F ;$$

$$\sum_{i \in F} \tilde{E}_i = 200;$$

$$\tilde{E}_i, h_i^-, h_i^+ \geq 0$$

Si se agrega la condición $\tilde{E}_i \in \mathbb{Z}$ (o simplemente E_i) se tendría un modelo de programación entera (MPE). Resolviendo ambos modelos de programación multiobjetivo obtenemos la siguiente asignación que se muestra en el Cuadro 3:

Obsérvese que el hecho de imponer la condición de variables enteras se obtiene una solución muy desfavorable para PH pues de 10.70 se reduce a cero el número de diputados por

Cuadro 3.
Asignación de diputados con
programación multiobjetivo

PARTIDO	#Dip. PRP ($\tilde{E}_i$)	MPE (E_i)
PAN	50.05	51
PRI	0	0
PRD	26.35	27
PT	8.2	8
PVEM	0	6
MC	20.45	21
NA	17.6	18
MORENA	26.25	28
PES	16.6	17
PH	10.7	0
VOTO NULO	23.8	24

Fuente: elaboración propia.

el PRP; en cambio un simple redondeo le podría asignar hasta 11 diputados a PH.

5. CONCLUSIONES

Este trabajo pretende ser una propuesta de reforma de las reglas electorales que simplifican a las reglas actuales; además son más justas en cuanto a que los partidos quedan mejor representados con respecto a su porcentaje de votos captados y al mismo tiempo, el ciudadano inconforme identifica incentivos para que, por medio de la anulación de la boleta electoral, se disminuya el número de representantes por el PRP.³

Otras alternativas de modelación que se pueden considerar pueden ser motivadas a partir de tratar de contestar la pregunta ¿por qué la cantidad de representantes por el PRP es fija? Sería deseable, una vez que se tienen los resultados electorales del día de la elección, determinar el mínimo número de representantes que garanticen la representación “justa”; por ejemplo, resolver un problema del tipo *Min E*.

APÉNDICE

Siglas y nombres de los partidos políticos:

- PAN: Partido Acción Nacional.
- PRI: Partido Revolucionario Institucional.
- PRD: Partido de la Revolución Democrática.
- MORENA: Movimiento de Regeneración Nacional.
- PVEM: Partido Verde Ecologista de México.
- MC: Movimiento Ciudadano.

³ En caso de una eventual reforma habría que considerar las distintas manifestaciones de inconformidad: abstencionismo, voto nulo, voto de candidato no registrado, etcétera.

- NA: Nueva Alianza.
- PES: Partido Encuentro Social.
- PT: Partido del Trabajo.
- PH: Partido Humanista.

BIBLIOGRAFÍA

- Aumann R. y Maschler M. (1985). “Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud”. *Journal of Economic Theory*, vol. 36, num. 2, pp. 195-213.
- Brams S. J. (2004). *Game Theory and Politics*. New York University. Dover Books on Mathematics.
- Guerrero M., Hinojosa M. A. y Sánchez F. J. (2006). “Teoría de Juegos Aplicada a Problemas de Bancarrota”. *Contribuciones a la Economía*. Texto completo en <http://www.eu-med.net/ce/>
- Instituto Estatal Electoral de Aguascalientes (2015). <http://ieeags.org.mx>
- O’Neill, B. (1982). “A Problem of Rights Arbitration from the Talmud”. *Mathematical Social Sciences*, vol. 2, pp. 345–371.
- Shapley L.S. (1953). “A value for n-person games”. En: H. W. Kuhn and A. W. Tucker, Eds., *Contributions to the Theory of Games*, Princeton University Press, vol. II, pp. 307-317.

REPARTICIÓN DE COSTOS EN PROBLEMAS DE PLANIFICACIÓN DE TAREAS

Joss Sánchez-Pérez*

1. INTRODUCCIÓN

El costo compartido entre agentes de problemas de planificación de tareas es un problema fundamental en muchas aplicaciones prácticas. Por ejemplo, estos problemas aparecen en muchos servicios públicos (oficinas de correos, bancos, etcétera) y el estudio de estos problemas ha atraído a economistas por un largo tiempo.

En este capítulo se estudian las situaciones de planificación de tareas, donde los agentes tienen que procesar sus trabajos. En particular, consideramos el problema como un planificador que tiene que proporcionar un servidor para un grupo finito de agentes. Cada agente tiene una tarea a procesar utilizando este servidor. El servidor puede ser utilizado por un solo agente a la vez; por tanto, el planificador tendrá que ordenar los agentes en una fila.

* Universidad Autónoma de San Luis Potosí, joss.sanchez@uaslp.mx
El autor agradece el apoyo financiero de Conacyt, a través del proyecto 130515.

Una corriente de la literatura relacionada con los problemas de planificación de tareas está en los juegos de secuencia, primero introducidas por Curiel, *et. al.* (1989), donde se asume la presencia de un pedido inicial de las tareas. En resumen, el objetivo de esta corriente de investigación es cómo compartir los ahorros en costos desde el ordenamiento inicial al ordenamiento óptimo entre las tareas (véase también Hamers, *et. al.* (1996) y Curiel, *et. al.* (1994)).

En este trabajo, se propone un mecanismo de repartición de costos para el problema anterior y supone una extensión del artículo de Sánchez-Pérez (2014). En el citado artículo, se consideran dos hipótesis principales: En primer lugar, se supone que hay conocimiento sobre los costos de procesamiento de cualquier conjunto de tareas en cualquier orden. En segundo lugar, se supone que los agentes procesarán sus tareas según el orden que genera el mínimo coste para ellos, por lo tanto, no tienen preferencias en el orden en que se procesan sus tareas. Para dar solución a estos problemas, el autor utiliza una modificación al concepto de potencial (Hart y Mas-Colell, 1989) de un juego cooperativo para establecer este mecanismo de repartición en los costos.

La extensión que se propone en este trabajo es la siguiente; Se mantiene la suposición de que el servidor puede procesar una tarea a la vez, cada tarea tiene un tiempo finito de procesamiento y ahora se considera un costo de espera por unidad de tiempo; Las tareas se procesarán en un orden minimice el costo total incurrido por todas las tareas y para compensar la espera de procesamiento, se permitirán transferencias monetarias entre agentes. Así entonces, la cuestión abordada es el cómo debería ser repartido el costo entre los agentes para procesar sus tareas. Aquí se propone definir y asociar un juego cooperativo a cada problema de planificación de tareas, para después repartir el costo total en ese problema, de acuerdo a su respectivo valor de Shapley. La real

aportación de este trabajo radica en la caracterización de la solución anterior, utilizando un sistema de axiomas.¹

El artículo de Maniquet (2003) es el más cercano al modelo y solución presentados aquí y representa parte de la motivación detrás de este trabajo. En él, el autor estudia un modelo que supone que todos los tiempos de procesamiento son de una unidad. Para tal modelo, caracteriza el valor de Shapley usando axiomas clásicos de justicia distributiva. Debido a la consideración de tiempo de procesamiento de tareas y el costo de espera por unidad de tiempo, los axiomas tratados en Maniquet (2003) son insuficientes para caracterizar la solución propuesta en este esquema.

El capítulo está organizado de la siguiente manera. Como punto de partida, se presenta una breve descripción del modelo empleado en Sánchez-Pérez (2014), donde se detallan las características básicas de los problemas de planificación de tareas. En la Sección 3 se describe el nuevo modelo, considerando el parámetro de costo de espera por unidad de tiempo, así como su respectivo juego cooperativo asociado. En la Sección 4 se presentan los axiomas utilizados para la caracterización de la solución, así como la caracterización misma. El capítulo concluye con una breve sección de comentarios finales.

2. EL MODELO BÁSICO

Aquí se presenta una breve descripción del modelo empleado en Sánchez-Pérez (2014). Consideremos un conjunto finito de agentes participantes, denotado por $N = \{1, 2, \dots, n\}$. El grupo de permutaciones de un conjunto de agentes $S \subseteq N$, será denotado por $\theta_S = \{\theta: S \rightarrow S \mid \theta \text{ es biyectiva}\}$. Por cada subconjunto $S \subseteq N$, S_π , denota la lista de tareas ordenada de acuer-

¹ En la Sección 3 se presentan formalmente.

do a la permutación $\pi \in \theta_S$. Una lista sin tareas se denota por $[\emptyset]$.

Por otra parte, $\Pi(S)$ denota el conjunto de listas de S considerando todos los posibles órdenes de procesamiento, *i.e.*, $\Pi(S) = \{S_\pi | \pi \in \theta_S\}$.

También, sea $E_N = \bigcup_{S \subseteq N} \Pi(S)$ el conjunto de todas las listas de tareas en cualquier orden.

En este modelo, se define un *problema de planificación de tareas* como una función $f: E_N \rightarrow \mathbb{R}$ que asigna un número real, $f(S_\pi)$, a cada lista de tareas S_π . El conjunto de todos los problemas de planificación de tareas (en este modelo con las consideraciones antes descritas), con conjunto de agentes N se denota por $P^N = \{f: E_N \rightarrow \mathbb{R} | f[\emptyset] = 0\}$. Si $f \in P^N$ y $S_\pi \in E_N$, entonces el número $f(S_\pi)$ representa el costo de procesamiento de las tareas de la lista S_π .

Una solución sobre P^N es una función $\psi: P^N \rightarrow \mathbb{R}^n$. Si ψ es una solución y $f \in P^N$, entonces podemos interpretar a $\psi_i(f) \in \mathbb{R}$ como el costo que el agente i debería de esperar del problema f . Si N_o representa la lista en $\Pi(N)$ que genera el mínimo costo de procesamiento de las tareas en N ,² entonces sería natural buscar una solución que reparta exactamente el monto $f(N_o)$ entre todos los agentes.

Para una revisión más detallada de los conceptos de teoría de juegos cooperativos que se mencionan aquí, tal como el valor de Shapley, se recomienda consultar Driessen (1988).

Shapley (1953) caracteriza una única solución (denotada por Sh) para juegos cooperativos:³

$$Sh_i(v) = \sum_{\{S \subseteq N: i \notin S\}} \frac{s!(n-s-1)!}{n!} [v(S \cup \{i\}) - v(S)] \quad (1)$$

en donde, $s = |S|$.

² Formalmente, N_o es $c(N_o) = \min\{c(N_\pi)\}_{\pi \in \theta_N}$.

³ Un juego cooperativo sobre el conjunto (finito y fijo) de agentes $N = \{1, \dots, n\}$ es una función $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ con la propiedad $v(\emptyset) = 0$.

En el trabajo de Sánchez-Pérez (2014) se utilizan ideas del potencial⁴ de un juego cooperativo para encontrar la asignación para el problema de planificación de tareas f . Allí, se propone asociar un juego cooperativo a cada problema en P^N como un proceso natural de negociación: cuando la coalición de agentes $S \subsetneq N$ se forma, pueden generar eficientemente el monto $\frac{1}{s!} \sum_{T_\pi \in \Pi(S)} f(T_\pi)$, y si se forma N , pueden generar $f(N_o)$. En otras palabras, si $f \in P^N$, se define un juego cooperativo w_f (asociado a f) como:

$$w_f(S) = \begin{cases} 0, & \text{si } S = \emptyset \\ \frac{1}{s!} \sum_{T_\pi \in \Pi(S)} f(T_\pi), & \text{si } S \subsetneq N \\ f(N_o), & \text{si } S = N \end{cases} \quad (2)$$

Finalmente, el mecanismo de reparto de $f(N_o)$ entre todos los agentes se obtiene mediante

$$\psi(f) = Sh(w_f).$$

3. EL NUEVO MODELO

En esta extensión, también se considera que las n tareas necesitan ser procesadas por un servidor, el cual puede procesar una sola tarea a la vez. El conjunto $\theta_N = \{\theta: N \rightarrow N \mid \theta \text{ es biyectiva}\}$ contiene todos los órdenes en que las tareas en N serán procesadas y para $\theta \in S_n$, θ_i denota la posición de la tarea i en el orden θ . También, dado un orden θ , definimos $D_i(\theta) = \{j \in N \mid \theta_j < \theta_i\}$ y $A_i(\theta) = \{j \in N \mid \theta_j > \theta_i\}$.

Ahora, cada tarea es identificada por dos parámetros: (t_i, p_i) . t_i es el tiempo de procesamiento y p_i es el costo por

⁴ Ver Hart y Mas-Colell (1989).

unidad del tiempo de espera para procesar la tarea i . Así en este nuevo modelo, un *problema de planificación de tareas* es definido por una terna

$$q = (N, t, p)$$

Al conjunto de todos los problemas de planificación de tareas lo denotaremos por Ω .

Dado un orden de procesamiento de tareas, θ , el costo incurrido por la tarea i está dado por

$$c_i(\theta) = p_i t_i + p_i \sum_{j \in A_i(\theta)} t_j$$

El costo total incurrido por todas las tareas debido a un orden de procesamiento θ puede ser descrito en dos maneras:

- i) Suponiendo el costo incurrido por cada tarea.
- ii) Suponiendo los costos infligidos por una tarea en otras tareas con sus respectivos costos de procesamiento.

$$\begin{aligned} C(N, \theta) &= \sum_{i \in N} c_i(\theta) \\ &= \sum_{i \in N} \left[p_i t_i + p_i \sum_{j \in A_i(\theta)} t_j \right] \\ &= \sum_{i \in N} p_i t_i + \sum_{j \in D_i(\theta)} p_j \sum_{i \in N} t_i \end{aligned}$$

Llamaremos un *orden eficiente* $\theta^* \in S_n$ a aquel que minimiza el costo total incurrido por todas las tareas. Así, entonces $C(N, \theta^*) \leq C(N, \theta) \quad \forall \theta \in S_n$. Para simplificación en la notación, escribiremos $C(N)$ para denotar el costo total en un orden eficiente en N , siempre que no haya lugar a confusión. En ocasiones, se trabajarán con subconjuntos de tareas $S \subseteq N$. Así, un orden θ estará definido sobre las tareas en S y escribiremos $C(S)$ para representar el costo total a partir de un orden eficiente de tareas en S .

Definimos $\lambda_i = \frac{p_i}{t_i}$. El siguiente resultado muestra que las tareas son ordenadas de forma decreciente para λ en un orden eficiente.⁵

Proposición 1 *Por cada $S \subseteq N$, sea $\theta^* \in S_n$ un orden eficiente de tareas en S . Por cada $i \neq j, i, j \in S$, si $\theta_i^* > \theta_j^*$, entonces $\lambda_i \leq \lambda_j$.*

Demostración. *Se procederá por contradicción. Supongamos que podemos encontrar dos tareas consecutivas $i, j \in S$ ($\theta_i^* = \theta_j^* + 1$) tales que $\lambda_i > \lambda_j$. Definimos ahora un nuevo orden θ' intercambiando i y j en θ^* . Los costos de las tareas en $S \setminus \{i, j\}$ no cambian de θ^* a θ' . La diferencia entre los costos totales en θ^* y θ' está dada por*

$$C(S, \theta) - C(S, \theta^*) = p_j t_i - p_i t_j$$

Por eficiencia, obtenemos $p_j t_i - p_i t_j \geq 0$. Esto implica $\lambda_j \geq \lambda_i$, lo cual es una contradicción. ■

Una *asignación* para $q = (N, t, p) \in \Omega$ consta de dos componentes: un orden θ y una transferencia r_i para cada tarea $i \in N$. r_i denota el pago que recibe la tarea i . Dada una transferencia r_i y un orden θ , la *porción del costo* asignada a la tarea i se define como:

⁵ Este procedimiento fue introducido por Smith (1956).

$$\omega_i = c_i(\theta) - r_i = p_i \sum_{j \in N: \theta_j \leq \theta_i} t_j - r_i$$

Una asignación (θ, r) es *eficiente* para el problema $q = (N, t, p)$ siempre que θ sea un orden eficiente y $\sum_i r_i = 0$. El conjunto de los órdenes eficientes de q se denotará por $\Sigma^*(q)$ y $\theta^*(q)$ denota un elemento típico del conjunto anterior.

La siguiente proposición establece que para dos órdenes eficientes diferentes, la porción del costo en una asignación eficiente es posible de alcanzar en el otro orden al modificar apropiadamente las transferencias.

Proposición 2. *Sea (θ, r) una asignación eficiente y sea ω el vector de porciones de costo de las tareas para esta asignación. Si $\theta^* \neq \theta$ es un orden eficiente y $r_i^* = c_i(\theta^*) - \omega_i \forall i \in N$, entonces (θ^*, r^*) es también una asignación eficiente.*

Demostración. Como (θ, r) es eficiente, $\sum_{i \in N} r_i = 0$. Con esto se obtiene $\sum_{i \in N} \omega_i = C(N)$. Como θ^* es un orden eficiente, $\sum_{i \in N} c_i(\theta^*) = C(N)$. Esto significa

$$\sum_{i \in N} r_i^* = \sum_{i \in N} [c_i(\theta^*) - \omega_i] = 0$$

Así entonces, (θ^, r^*) es una asignación eficiente. ■*

Dependiendo de las transferencias, las porciones de costos en asignaciones diferentes pueden variar. Una *regla de asignación* φ asocia a cada $q \in \Omega$, un subconjunto no vacío $\varphi(q)$ de asignaciones.

3.1. Repartición de costos usando valor de Shapley

En esta sección, se define el costo coalicional de un juego (asociado a un problema de planificación de tareas) y se analiza la solución propuesta por su respectivo valor de Shapley. Dado un problema de planificación de tareas $q = (N, t, p) \in \Omega$, el costo de una coalición de tareas $S \subseteq N$ se define como el costo incurrido por las tareas en S si éstas son las únicas tareas procesadas usando un orden eficiente. Formalmente, el costo de una coalición $S \subseteq N$ está dado por

$$C(S) = \sum_{i \in S} \sum_{j \in S: \theta_j^* \leq \theta_i^*} p_i t_j \quad (3)$$

donde $\theta^* = \theta^*(S)$ es un orden eficiente que considera únicamente tareas de S . La valía de una coalición S es justamente $C(S)$.

Es para esta función característica C , que se usará el valor de Shapley para obtener la porción de costo para cada agente i en el problema (N, t, p) :

$$Sh_i(C)$$

En la asignación determinada por este valor, las tareas son ordenadas usando un orden eficiente y las transferencias son asignadas a las tareas de forma que la porción del costo de la tarea i está dada por la expresión (1) aplicada a la función C .

Maniquet (2003) propone otra forma equivalente para definir la valía de una coalición usando el dual⁶ de la función costo $C(\cdot)$. Otras formas interesantes de definir la valía de una coalición en este tipo de juegos se discute en Chun (2004), el cual supone que una coalición de tareas es proce-

⁶ Formalmente, el dual de la función costo $C(\cdot)$, $C^*(S)$, se define como $C^*(S) = C(N) - C(N \setminus S) \forall S \subseteq N$.

sada después de que las tareas que están fuera de S son procesadas.

Proposición 3. *Sea θ^* un orden eficiente en N . Para todo $i \in N$, el valor de Shapley dado por (1) aplicado a la función C , se puede escribir como*

$$Sh_i(C) = p_i t_i + \frac{1}{2} [L_i + R_i] \quad (4)$$

donde, $L_i = p_i \sum_{j \in A_i(\theta^*)} t_j$ y $R_i = t_i \sum_{j \in D_i(\theta^*)} p_j$.

Demostración. *De acuerdo a Harsanyi (1959),*

$$Sh_i(C) = \sum_{\{S \subseteq N: i \in S\}} \frac{\Delta(S)}{s}$$

donde $\Delta(S)$ se obtiene recursivamente mediante $\Delta(S) = C(S) - \sum_{T \subseteq S} \Delta(T)$, y $\Delta(\emptyset) = 0$. Así pues, $\Delta(\{i\}) = C(\{i\}) = p_i t_i \quad \forall i \in N$. Para cada $i, j \in N \quad i \neq j$, se tiene que

$$\begin{aligned} \Delta(\{i, j\}) &= C(\{i, j\}) - C(\{i\}) - C(\{j\}) \\ &= \min\{p_i t_i + p_j t_j + p_i t_j, p_i t_i + p_j t_j + p_j t_i\} \\ &\quad - p_i t_i - p_j t_j \\ &= \min\{p_i t_j, p_j t_i\} \end{aligned}$$

Se procederá por inducción para demostrar que $\Delta(S) = 0$ si $s > 2$. Para $s = 3$, sea $S = \{i, j, k\}$. Sin pérdida de generalidad, supongamos $\frac{p_i}{t_i} \geq \frac{p_j}{t_j} \geq \frac{p_k}{t_k}$. Así, $\Delta(S) = C(S) - \Delta(\{i, j\}) - \Delta(\{j, k\}) - \Delta(\{i, k\}) - \Delta(\{i\}) - \Delta(\{j\}) -$

$$\Delta(\{k\}) = C(S) - p_j t_i - p_k t_j - p_k t_i - p_i t_i - p_j t_j - p_k t_k = C(S) - C(S) = 0.$$

Ahora, supongamos que para $T \subsetneq S$, $\Delta(T) = 0$, si $|T| > 2$. Sin pérdida de generalidad, supongamos que θ es el orden identidad. Así,

$$\begin{aligned} \Delta(S) &= C(S) - \sum_{T \subsetneq S} \Delta(T) \\ &= C(S) - \sum_{i \in S} \sum_{j \in S: j < i} \Delta(\{i, j\}) - \sum_{i \in S} \Delta(\{i\}) \\ &= C(S) - \sum_{i \in S} \sum_{j \in S: j < i} p_i t_j - \sum_{i \in S} p_i t_i \\ &= C(S) - C(S) = 0 \end{aligned}$$

Esto prueba que $\Delta(S) = 0$ si $s > 2$.

Finalmente,

$$\begin{aligned} Sh_i(C) &= \sum_{\{S \subseteq N: i \in S\}} \frac{\Delta(S)}{s} = \Delta(\{i\}) + \frac{1}{2} \sum_{j \in N: j \neq i} \Delta(\{i, j\}) \\ &= p_i t_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{j < i} \Delta(\{i, j\}) + \sum_{j > i} \Delta(\{i, j\}) \right] \\ &= p_i t_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{j < i} p_i t_j + \sum_{j > i} p_j t_i \right] = p_i t_i + \frac{1}{2} [L_i + R_i] \end{aligned}$$

■

4. LOS AXIOMAS Y CARACTERIZACIÓN

En esta sección, se definirán algunos axiomas que caracterizan el valor de Shapley para problemas de planificación de tareas. Para $q \in \Omega$ dado, se denotará por $\varphi(q)$ al conjunto de asignaciones de una regla de asignación φ . También, se denotará por ω al vector de porciones de costo asociado con la regla de asignación (θ, r) y por ω' al asociado con la regla de asignación (θ', r') , etcétera.

El primer axioma establece que un orden eficiente debería ser seleccionado y transferencias entre tareas suman cero.

Axioma 1 (Eficiencia). *La regla de asignación φ satisface el axioma de eficiencia si por cada $q \in \Omega$ y $(\theta, r) \in \varphi(q)$, (θ, r) es una asignación eficiente.*

Si una regla eficiente elige un orden θ $\theta_i < \theta_j$ para algunos $i, j \in N$, entonces la tarea i está infligiendo un costo de $p_j t_i$ sobre la tarea j , y la tarea j está infligiendo un costo nulo sobre la tarea i . Para algún $\lambda \geq 0$, definimos $E(\lambda) = \{i \in N | \lambda_i = \lambda\}$. En una regla eficiente, los elementos de $E(\lambda)$ pueden ser ordenados en cualquier manera ($|E(\lambda)|!$ distintas formas). Si $i, j \in E(\lambda)$, entonces tenemos que $p_i t_j = p_j t_i$. La probabilidad de que $\theta_i < \theta_j$ es $\frac{1}{2}$ y así también para la probabilidad de que $\theta_i > \theta_j$. El costo esperado que i inflige sobre j es $\frac{1}{2} p_j t_i$ y el costo que inflige j sobre i es $\frac{1}{2} p_i t_j$. El siguiente axioma establece que i y j deberían ser responsables tanto por sus propios costos de procesamiento, como por los costos esperados que infligen uno sobre el otro. Considerando todos los pares de tareas $i, j \in E(\lambda)$ se establece una cota para la porción del costo de tareas en $E(\lambda)$.

Axioma 2 (Cota de costo esperado). *La regla de asignación satisface el axioma de cota de costo esperado si para todo $q \in \Omega$, $(\theta, r) \in \varphi(q)$ con ω siendo la porción de costo resultante, para cualquier $\lambda \geq 0$ y para cada $i \in E(\lambda)$; se tiene:*

$$\omega_i \geq p_i t_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{j \in E(\lambda): \theta_j < \theta_i} p_i t_j + \sum_{j \in E(\lambda): \theta_j > \theta_i} p_j t_i \right]$$

La idea central del axioma anterior es la siguiente. Si una regla de asignación elige múltiples asignaciones, podemos fijar iguales probabilidades al seleccionar una de las asignaciones. En este caso, el costo esperado infligido por una tarea i sobre otra tarea j puede ser calculado en la regla de asignación. Este axioma establece que la porción del costo de una tarea debería ser al menos su propio costo de procesamiento y el costo total esperado que inflige sobre las otras tareas. Observemos que si $E(\lambda)$ contiene una sola tarea, este axioma asegura que esa tarea debe cubrir su propio costo de procesamiento. Una consecuencia directa del axioma de cota de costo esperado se resume en el siguiente resultado.

Proposición 4. *Sea φ una regla de asignación que satisface el axioma de cota de costo esperado. Para $q \in \Omega$, si $E(\lambda) = N$, entonces para cada $(\theta, r) \in \varphi(q)$ el cual asigna una porción de costo ω ,*

$$\omega_i = p_i t_i + \frac{1}{2} [L_i + R_i]$$

para todo $i \in N$.

Demostración. *A partir del axioma de cota de costo esperado, obtenemos $\omega_i \geq p_i t_i + \frac{1}{2} [L_i + R_i] \forall i \in N$. Supongamos por contradicción que existe $j \in N$ $\omega_j \geq p_j t_j + \frac{1}{2} [L_j + R_j]$. Utilizando el axioma de eficiencia y el hecho de que $\sum_{i \in N} L_i = \sum_{i \in N} R_i$, obtenemos que $\sum_{i \in N} \omega_i = C(N) > \sum_{i \in N} p_i t_i + \frac{1}{2} \sum_{i \in N} [L_i + R_i] = C(N)$. Lo cual resulta una contradicción. ■*

Ahora, introducimos un axioma que considera cómo dividir la transferencia de una tarea entre el grupo de tareas restantes. En particular, si la última tarea abandona el sistema, entonces se requiere que el orden no cambie. Pero se pide que la transferencia de la última tarea sea repartida entre las otras tareas. Aquí se propone que esta repartición sea en proporción de los tiempos de procesamiento.

Axioma 3 (Proporcionalidad). *Una regla de asignación φ satisface el axioma de proporcionalidad si para todo $q \in \Omega$, para todo $(\theta, r) \in \varphi(q)$, $k \in N$ $\theta_k = n$, $q' = (N \setminus \{k\}, t', p') \in \Omega$, para todo $i \in N \setminus \{k\}$: $p'_i = p_i$, $t'_i = t_i$, existe $(\theta', r') \in \varphi(q')$ para todo $i \in N \setminus \{k\}$:*

$$\theta'_i = \theta_i \quad \text{y} \quad r'_i = r_i + r_k \frac{t_i}{\sum_{j \neq k} t_j}$$

Introducimos el último axioma considerado para la caracterización. El costo de espera de una tarea no depende de los costos de espera de las tareas que le preceden. Esta propiedad de independencia debería considerarse en reglas de repartición.

Axioma 4 (Independencia de tareas anteriores). *Una regla de asignación φ satisface el axioma de independencia de tareas anteriores si para todo $q = (N, t, p)$, $q' = (N, t', p') \in \Omega$, $(\theta, r) \in \varphi(q)$, $(\theta', r') \in \varphi(q')$ si para todo $i \in N \setminus \{k\}$: $p_i = p'_i$, $t_i = t'_i$ y $\lambda_k = \lambda'_k$, $t_k = t'_k$, entonces para todo $j \in N$ $\theta_j > \theta_k$: $\omega_j = \omega'_j$, donde ω es la porción de costo en (θ, r) y ω' el correspondiente en (θ', r') .*

Teorema 1. *Existe una única regla de asignación φ sobre Ω que satisface los axiomas de eficiencia, cota de costo esperado, proporcionalidad e independencia de tareas anteriores. Más aún, ésta está dada por*

$$Sh_i(C) = p_i t_i + \frac{1}{2} [L_i + R_i]$$

Demostración. La demostración consiste en dos partes:

i) *Existencia.*

El valor de Shapley elige un orden eficiente y por definición, los pagos suman cero. Así, satisface el axioma de eficiencia.

Considerando la expresión dada por (4), la regla de asignación claramente satisface el axioma de cota de costo esperado.

Por otra parte, supongamos sin pérdida de generalidad que las tareas están ordenadas de forma eficiente como $1, 2, \dots, n$. Denotemos por r_i a la transferencia de la tarea $i \neq n$ de acuerdo al valor de Shapley con conjunto de tareas N (respectivamente por r'_i si el conjunto de tareas es $N \setminus \{n\}$). La transferencia de la última tarea es $r_n = \frac{1}{2} p_n \sum_{j < n} t_j$. Así,

$$\begin{aligned} r_i &= \frac{1}{2} \left[p_i \sum_{j < i} t_j - t_i \sum_{j > i} p_j \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[p_i \sum_{j < i} t_j - t_i \sum_{j > i, j \neq n} p_j \right] - \frac{1}{2} p_n t_i \\ &= r'_i - \frac{1}{2} p_n \sum_{j < n} t_j \frac{t_i}{\sum_{j < n} t_j} \\ &= r'_i - r_n \frac{t_i}{\sum_{j < n} t_j} \end{aligned}$$

por lo que también satisface el axioma de proporcionalidad.

Finalmente consideremos cualquier tarea i , en un orden eficiente θ , si incrementamos el valor de λ_j para algún $j \neq i$ $\theta_j > \theta_i$, entonces el conjunto A_i (de tareas anteriores) no cambia en el nuevo orden eficiente. Si λ_j es modificado t_j permanece igual, entonces la

expresión $\sum_{j \in A_i} p_i t_j$ tampoco cambia. Si los valores en (t, p) de las otras tareas no cambian, entonces el valor de Shapley tampoco lo hará al incrementar λ_j para algún $j \in$, manteniendo A_i sin modificación t_j . Así, la regla de asignación satisface el axioma de independencia de tareas anteriores.

II. Unicidad.

Definamos $p_j^i = \lambda_i t_j \quad \forall i, j \in N$. Supongamos sin pérdida de generalidad que θ es un orden eficiente $\theta_i = i \quad \forall i \in N$. Ahora consideremos una lista de tareas en el conjunto $K = \{1, \dots, i, i+1\}$, donde $i < n$. Definamos ahora $q' = (K, t, p')$, donde $p_j' = p_j^{i+1} \quad \forall j \in K$. También definamos $\theta_j' = \theta_j \quad \forall j \in K$ (θ' es un orden eficiente para q'). Por el axioma de cota de costo esperado y la Proposición 4, la porción de costo de la tarea $i+1$ en cualquier regla de asignación en Φ debe ser $\omega_{i+1} = p_{i+1} t_i + \frac{1}{2} \sum_{j < i+1} p_{i+1} t_j$. Ahora, consideremos $q'' = (K, t, p'')$ $p_j'' = p_j^i \quad \forall j \leq i$ y $p_{i+1}'' = p_{i+1}$. θ' sigue siendo un orden eficiente en q'' y por el axioma de independencia de tareas anteriores, la porción de costo de la tarea $i+1$ permanece como ω_{i+1} . En $q''' = (K \setminus \{i+1\}, t, p'')$, podemos calcular la porción de costo de la tarea i usando nuevamente el axioma de cota de costo esperado y la Proposición 4, como $\omega_i = p_i t_i + \frac{1}{2} \sum_{j < i} p_i t_j$. Así pues, usando el axioma de proporcionalidad obtenemos la nueva porción de costo de la tarea i en q'' , como $\omega_i' = \omega_i + r_{i+1} \frac{t_i}{\sum_{j < i} t_j} = p_i t_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{j < i} p_i t_j + p_{i+1} t_i \right]$. Ahora, para $K \cup \{i+2\}$ podemos encontrar la porción de costo de la tarea $i+2$ en esta lista mediante $\omega_{i+2} = p_{i+1} t_{i+2} + \frac{1}{2} \sum_{j < i+2} p_{i+2} t_j$. Empleando el axioma de proporcionalidad, obtenemos la nue-

va porción de costo para la tarea i en la nueva lista mediante $\omega_i = p_i t_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{j < i} p_i t_j + p_{i+1} t_i + p_{i+2} t_i \right]$. Este proceso se puede repetir hasta que añadamos la tarea n , en lo cual la porción de costo para la tarea i sería $p_i t_i + \frac{1}{2} \left[\sum_{j < i} p_i t_j + \sum_{j > i} p_j t_i \right]$. Así entonces, podemos ajustar el parámetro p de tareas anteriores al valor original y después aplicar el axioma de independencia de tareas anteriores, los pagos asociados a las tareas de i a n no cambiarán. Tomando $i = 1$, este esquema proporciona el valor de Shapley para las porciones de costo en φ .

■

Ejemplo 1. A manera de ilustración, consideramos 3 tareas por completar ($N = \{1, 2, 3\}$). El siguiente cuadro resume los tiempos de procesamiento, así como los costos por unidad del tiempo de espera para procesar las tareas:

i	p_i	t_i
1	10	5
2	8	11
3	20	6

Por ejemplo, la tarea 2 tarda 11 unidades de tiempo en ser procesada y tiene un costo de 8 unidades monetarias por unidad de tiempo de espera para ser procesada.

Ahora, estas tareas pueden ser procesadas en $3! = 6$ formas posibles con los siguientes costos incurridos:

Donde podemos observar que el orden eficiente (que minimiza el costo total incurrido por todas las tareas) es aquel que procesa en primer lugar la tarea 3, después la tarea 1 y por último la tarea 2. Así, hay un costo total de 406 unidades monetarias que debe ser cubierto por 3 agentes.

θ	$C_1(\theta)$	$C_2(\theta)$	$C_3(\theta)$	$C(N, \theta)$
123	50	128	440	618
132	50	176	220	446
213	160	88	440	688
231	220	88	340	648
312	110	176	120	406
321	220	136	120	476

De acuerdo a la función característica definida en (3), el juego cooperativo C asociado a este problema está dado por:

S	[1]	[2]	[3]	[1,2]	[1,3]	[2,3]	[1,2,3]
C[S]	50	88	120	178	230	256	406

De donde, calculando el valor de Shapley del juego C :

$$Sh(C) = (100, 132, 174),$$

es la única asignación que satisface las propiedades del Teorema 1.

De forma alternativa, de acuerdo a la Proposición 3:

i	L_i	R_i		
1	60	40		$Sh_1(C) = 50 + (1/2)(60 + 40) = 100$
2	88	0	$\Rightarrow$	$Sh_2(C) = 88 + (1/2)(88 + 0) = 132$
3	0	108		$Sh_3(C) = 120 + (1/2)(0 + 108) = 174$

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió el problema de repartición de costos para problemas de planificación de tareas con un único servidor, en donde se considera el tiempo de procesamiento de las tareas, así como el costo de espera por unidad de tiempo. Se presentó un enfoque axiomático para resolver el problema a partir del valor de Shapley de un juego cooperativo en particular y se demostró que satisface y se caracteriza con cuatro axiomas de justicia.

En un futuro sería interesante estudiar otros mecanismos de repartición de costos para estos problemas, diferentes al valor de Shapley. Investigar el poder estratégico de los agentes en tales mecanismos es otra línea de investigación futura.

BIBLIOGRAFÍA

- Chun Y. (2004). "A note on Maniquet's characterization of the Shapley value in queueing problems". *Working paper*. Rochester University.
- Curiel I., Pederzoli G. y Tijs S. (1989). "Sequencing Games". *Journal of Operational Research*, vol. 40, pp. 344-351.
- Curiel I., Potters J., Prasad R., Tijs S. y Veltman B. (1994). "Sequencing and cooperation". *Operations Research*, vol. 42, núm. 3, pp. 556-568.
- Driessen T. (1988). *Cooperative games, solutions and applications*. Springer, Theory and Decision Library.
- Hamers H., Suijs J., Tijs S. y Borm P. (1996). "The split core for sequencing games". *Games and Economic Behavior*, vol. 15, pp. 165-176.
- Harsanyi J. (1959). "A bargaining model for cooperative n-person games", *Contributions to theory of games*, Princeton University Press.

- Hart S., y Mas-Colell A. (1989). "Potential, value and consistency". *Econometrica*, vol. 57, núm. 3, pp. 589-614.
- Maniquet F. (2003). "A characterization of the Shapley value in queueing problems". *Journal of Economic Theory*, vol. 109, pp. 90-103.
- Sánchez-Pérez J. (2014). "A cost sharing mechanism for job scheduling problems". En D. Zilberman and A. Pinto, Eds., *Modeling, Optimization, Dynamics and Bioeconomy*, Springer-Verlag Proceedings in Mathematics y Statistics, pp. 601-611.
- Shapley L. (1953). "A value for n-person games". *Contributions to the Theory of Games*, vol. 2, pp. 307-317.
- Smith W. (1956). "Various optimizers for single stage production". *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 3, pp. 59-66.

LA SEGMENTACIÓN Y LA DISCRIMINACIÓN DE PRECIOS DE TERCER GRADO

Manuel Castillo Soto*

María Guadalupe García-Salazar**

1. INTRODUCCIÓN

La naturaleza de la economía de mercado genera desigualdad en los ingresos de los agentes. Independientemente de este hecho, las personas tienen diferentes percepciones de la utilidad de los bienes que consumen. De esta forma, los consumidores se segmentan en función de su diferente disposición a pagar por los “mismos” productos. La fijación de precios diferenciados, basada en las diferentes elasticidades precio de los compradores, es una de las avenidas más prolijas de los especialistas de la organización industrial.

El concepto de “discriminación de precios de tercer grado” (Dp3), se refiere a una estrategia de precios, que consiste en aplicar precios diferentes de un “mismo” bien a segmentos heterogéneos de consumidores. Donde el concepto de “heterogeneidad” proviene de diferentes fuentes más allá de la capacidad de compra.

* Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, castillo.manuel@telmexmail.com

** Departamento de Economía, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, mggasa@azc.uam.mx

En este trabajo, se analizan algunos modelos simples, provistos por la teoría de la organización industrial, con el propósito de mostrar la naturaleza de esta estrategia de captura de valor y su eficacia para generar bienestar tanto para compradores como proveedores.

La práctica de la Dp3 es muy amplia y tiene muchos matices. Uno de los ejemplos más frecuentes es la presencia de consumidores que quieren ser los primeros en tener un bien (por ejemplo, poseer el último modelo de teléfono inteligente). Las empresas conocen a estos consumidores y usan esta conducta como mecanismo de segmentación. La discriminación de tercer grado aparece cotidianamente. Es común observar bienes y servicios que tienen precios diferentes dependiendo de la estación del año, del día de la semana, de la hora del día, del ciclo de vida del producto, entre otros. Habrá consumidores que compran sólo en épocas donde se ofrecen rebajas, pasajeros que vuelan en ciertos días y en determinado horario, donde el boleto se compra con descuento, etcétera.

Como se comenta, las empresas que aplican la Dp3 tienen información que les permite segmentar a sus clientes y saben que algunos grupos de consumidores son muy sensibles al precio y otros grupos lo son en menor medida. Tiene sentido, por tanto, cargar precios más altos a los que asignan un alto valor al bien y son menos sensibles al precio, que los que valoran menos el bien y que son más sensibles al precio.

Las formas de segmentación son muy variadas, por ejemplo, la segmentación con cupones. Algunos periódicos dominicales vienen plagados de cupones que se pueden usar en algunas tiendas y obtener descuentos. Las empresas prefieren asumir este costo que reducir directamente el precio, porque es un mecanismo que asegura la segmentación. Habrá personas (los jubilados son sensibles al precio) dispuestas a recortar cupones y otras (las personas activas laboralmente menos sensibles), que tienen menor disposición y que pueden pagar precios más elevados.

Los modelos teóricos que aquí se revisan, son modelos simples de una problemática compleja en el curso de la toma de decisiones, sin embargo, tienen la virtud analítica de orientar mejor la definición de una estrategia eficiente e ir más allá de las simples reglas de dedo, tan populares en la práctica empresarial.

El uso del concepto “elasticidad-precio” es muy abundante en este trabajo. El proveedor debe separar a sus consumidores, de acuerdo a su elasticidad precio. De igual manera, las firmas deben cuidar, que no haya traslapes de los “beneficios” entre segmentos. Los consumidores que están dispuestos a pagar precios altos no deben confundirse con los que pagan precios bajos. En algunos casos es relativamente fácil la segmentación, como cuando se clasifica por edad, no es complicada la revisión de credenciales y es fácil distinguir entre niños de adultos o estudiantes de profesores, o turistas de residentes.

Sin embargo, en algunos mercados no es sencillo y es costosa la segmentación. En ciertos casos los consumidores deben de firmar contratos y respetar ciertas condiciones (el precio del Office de Microsoft para académicos es sólo para de la facultad, etcétera). Uno de los ejemplos más claros es el de la separación de los pasajeros por negocios, de los turistas en las aerolíneas. Los primeros pagan precios más altos que los segundos, ya que estos últimos que son más sensibles al precio. La separación no siempre es tan fácil. Usualmente, las empresas ponen candados para evitar que se traslapen los descuentos dirigidos al segmento que tiene una alta elasticidad precio.

Por tanto, la implementación de una estrategia de Dp_3 , es sin duda un reto para los administradores. Los autores consideramos que una revisión de los modelos elementales que ofrece la organización industrial, puede ser de mucha utilidad, para que las empresas formulen modelos analíticos que superen en eficiencia a los modelos estrictamente mentales.

2. LA DIFERENCIACIÓN DE PRECIOS Y LA SEGMENTACIÓN DE MERCADO

La segmentación¹ es posible, cuando la empresa puede identificar a los diferentes grupos de consumidores y es capaz de inducir comportamientos para proponer diferentes precios para las distintas demandas, ejecutando así, una estrategia de discriminación de precios de tercer grado (Dp_3) como usualmente se conoce.

Los ejemplos de esta política de precios abundan: el transporte aéreo de pasajeros (clase turista versus clase ejecutiva), transporte terrestre (personas adultas), museos (maestros y estudiantes), etcétera. Las diferencias de precios en estos casos, encuentran su explicación en las diferentes elasticidad-precio de los usuarios. No es precisamente el costo lo que hace diferentes los precios de estos ejemplos. A continuación, se verá un ejemplo hipotético de la demanda de complementos vitamínicos

Ejemplo 1. Segmentación en el mercado de vitaminas

Se supone que hay dos tipos de consumidores: personas jóvenes, activas laboralmente (S) cuya demanda es " D_s " y personas adultas mayores (K) con la demanda " D_k ". Las personas en retiro (jubilados) y las personas activas son diferentes porque tienen distinta dotación de dos recursos: tiempo e ingreso. Los jubilados son más sensibles a los precios porque tienen ingresos limitados. Sin embargo, cuentan con suficiente tiempo para buscar alternativas (como recortar cupones o hacer filas más largas, entre otras), a diferencia de las personas que laboran. El concepto de la elasticidad-precio da la pauta para establecer un esquema de diferenciación de precios de

¹ Los conceptos y algoritmos presentados en esta sección se basan en el libro de *Economics of Strategy* de Besanko, Dranove, Shanley y Schaefer (2010).

tercer grado, o “segmentación” como también le llaman los especialistas de la mercadotecnia.

El problema consiste, para cada mercado, en maximizar sus beneficios (Π), los cuales son la diferencia de los ingresos totales (IT) y los costos totales (CT).

$$\text{Max } \Pi(q) = IT(q) - CT(q) \quad (1)$$

O análogamente

$$\text{Max } \Pi(q) = p(q) q - CT(q)$$

donde p es el precio y q la cantidad. La solución de este problema se encontrará donde

$$\frac{d \Pi}{d q} = \frac{d IT}{d q} - \frac{d CT}{d q} = 0 \quad (2)$$

De lo cual resulta que el precio es igual al costo marginal,

$$p = Cmg \quad (3)$$

donde $d IT/d q = Img$ es el ingreso marginal y $d CT/d q = Cmg$ es el costo marginal. Cabe recordar que en competencia perfecta, el ingreso marginal (Img) es igual al precio de mercado, con lo cual se deduce la condición de equilibrio para cada mercado:

$$Img = Cmg. \quad (4)$$

Suponga que las demandas de las personas jóvenes está dada por $D_s: q_s = 50 - p_s$ y de las personas adultas mayores

por $D_k: q_k = 50 - 2p_k$. Las funciones de demanda inversa de D_s y D_k son:

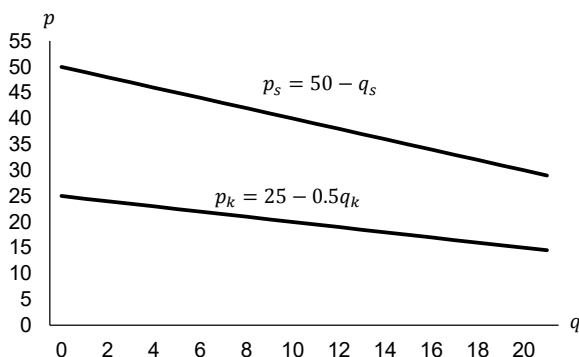
$$p_s = 50 - q_s \quad (5)$$

$$p_k = 25 - 0.5q_k \quad (6)$$

donde q_s es la cantidad de complementos vitamínicos solicitada al precio, p_s y q_k es la cantidad de vitaminas demandada por las personas jubiladas al precio p_k .

En la Figura 1, se muestran las funciones inversas de estas demandas y como se puede observar, los demandantes jóvenes son más insensibles al precio y están dispuestos a pagar más por el bien. Una vez detectada la naturaleza diferente de la demanda, las empresas pueden aplicar Dp3. Se supone que los productos demandados por cada grupo son los mismos y la única diferencia es la marca. La marca “Spring” es la marca con mayor precio y la marca “Kirklan” es mucho más barata, sólo que se accede a ella presentando una serie de cupones provistos por la tienda.

Figura 1.
Demandas inversas



Fuente: elaboración propia.

Los ingresos totales de cada segmento son:

$$IT_s = 50 q_s - q_s^2 \quad (7)$$

$$IT_k = 25 q_k - 0.5 q_k^2 \quad (8)$$

y se supone que el costo marginal de comprar cualquiera de las dos vitaminas es de $Cmg_s = Cmg_k = Cmg = 10$. Derivando las ecuaciones (7) y (8) respecto a la cantidad, se obtienen los ingresos marginales de cada segmento, los cuales son:

$$Img_s = 50 - 2q_s \quad (9)$$

$$Img_k = 25 - q_k \quad (10)$$

Aplicando la condición de equilibrio, $Img = Cmg$ a cada segmento, se obtienen las cantidades de equilibrio:

$$q_s^* = 20 \quad (11)$$

$$q_k^* = 15 \quad (12)$$

Ahora bien, los precios se encuentran sustituyendo q_s^* y q_k^* (ecuaciones 11 y 12) en las funciones de demanda inversa, ecuaciones (5) y (6), con lo cual se tienen los precios de equilibrio:

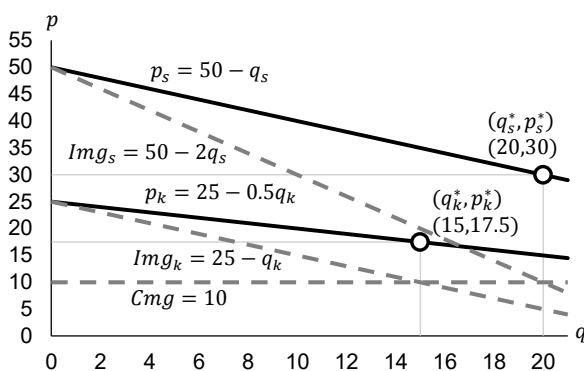
$$p_s^* = 30 \quad (13)$$

$$p_k^* = 17.5 \quad (14)$$

Como se observa en la Figura 2, aún con costos iguales, el precio que pagan las personas activas laboralmente es de

30, que es más alto que el que pagan las personas mayores (17.5). Aunque lo discutido previamente represente una simplificación teórica; se llega a la conclusión de que una estructura de precios diferenciados es lo más conveniente cuando hay segmentos con diferentes precios de reserva y por supuesto diferentes sensibilidades al precio.

Figura 2.
Segmentación en el mercado de vitaminas



Fuente: elaboración propia

Ejemplo 2. Segmentación en las aerolíneas

En la industria de transporte aéreo, se practica exitosamente la discriminación de precios de primer² y tercer grado. Las aerolíneas asignan precios muy diferentes a dos servicios (clase ejecutiva y clase turista) cuyas diferencias en estos no justifican la discrepancia en sus costos. Aún en la misma clase turista, los precios del boleto pueden variar considerablemente.

² La discriminación de precios de primer grado se refiere al acto de transacción, donde la firma puede extraer del consumidor exactamente el precio máximo que está dispuesto a pagar. La empresa es capaz, de alguna manera, de inferir esta información.

Este modelo funciona porque los pasajeros tienen distintas disposiciones a pagar por el “casi” mismo servicio. Por ejemplo, las personas que piensan vacacionar procuran hacer su reservación anticipadamente, consiguiendo pagar tarifas más bajas. Los vacacionistas son sensibles al precio. En contraste con otros pasajeros que viajan por motivos de negocios, que son menos sensibles a los precios.

Las aerolíneas saben que su mercado tiene diferentes grupos de consumidores, con diferentes elasticidades precio. Entonces, su sistema computacional utiliza la regla de la elasticidad inversa para fijar los precios a sus diferentes segmentos. Además, tienen varios mecanismos para separar a sus clientes. Por ejemplo, imponen restricciones en usos de días y de horarios. Saben que la gente de negocios no programa con mucha anticipación su viaje, algunos viajes son inesperados y ocupan días hábiles. Los turistas por su parte, programan con antelación sus vuelos y generalmente son días de asueto. Por tanto, se puede distribuir la demanda de forma de que los vacacionistas usen días y horarios no tan demandados por la gente que puede pagar precios elevados.

Se supone para cada grupo las siguientes elasticidades: $E_{pN} = -1.5$ y $E_{pT} = -3.0$, donde E_{pN} es la elasticidad precio de la gente de negocios y E_{pT} es la elasticidad precio de los turistas. Usando la regla de la elasticidad inversa,³ se tiene lo siguiente:

$$\frac{(p - cmg)}{p} = \frac{1}{|E_p|} \quad (15)$$

³ Ejemplos más detallados donde se aplica esta regla los puede encontrar en Castillo y Juárez (2018).

Caso de los viajeros por motivos de negocios.

$$\frac{(p_N - Cmg)}{p_N} = \frac{1}{|-1.5|} = 0.66 \quad (16)$$

Despejando de la ecuación anterior se tiene el costo marginal de los viajeros,

$$p_N - Cmg = 0.66p_N \quad (17)$$

$$Cmg = (1 - 0.66) p_N$$

$$Cmg = 0.33 p_N$$

Caso de los turistas.

$$\frac{(p_T - Cmg)}{p_T} = \frac{1}{|-3.0|} = 0.33 \quad (18)$$

Despejando de la ecuación (18) se tiene el costo marginal de los turistas,

$$p_T - Cmg = 0.33p_T \quad (19)$$

$$Cmg = (1 - 0.33) p_T$$

$$Cmg = 0.66 p_T$$

Igualando los respectivos costos marginales (ecuaciones 17 y 19),

$$0.33 p_N = 0.66 p_T \quad (20)$$

Finalmente se obtiene que la relación de precios entre los dos segmentos es:

$$\frac{p_N}{p_T} = 2 \quad (21)$$

Como se supone que los costos marginales entre los dos grupos es el mismo, la ecuación anterior permite postular que la aerolínea puede cargar dos veces más el precio de los boletos para el consumidor menos sensible (viajeros por motivos de negocios).

3. NATURALEZA DE LA SEGMENTACIÓN

Se comentó ya, que muchas empresas tienen la habilidad para segmentar y asignar un precio para cada grupo, donde cada segmento paga un precio diferente por “casi” el mismo producto. Con la segmentación (a diferencia con la diferenciación de precios de primer y segundo grado) no es necesario negociar con el consumidor en forma individual. Aquí, la firma conoce perfectamente a los sub-mercados, y carga diferentes precios a los diferentes grupos de consumidores. Entre algunos ejemplos se encuentran: cines que cobran menos por las mañanas, farmacias que hacen descuentos a los adultos mayores, estudiantes que paguen precios más bajos en museos, etcétera. En muchos casos, las formas de identificar a los segmentos son prácticas legales y de bajo costo. La pregunta obligada es: ¿cómo asignar en forma óptima el nivel de oferta en cada segmento? La respuesta se basa en el siguiente principio:

Si una firma tiene una oferta limitada para maximizar sus utilidades en dos mercados, debe hacer la asignación de forma que su ingreso marginal sea igual en los dos mercados.

Este es un principio muy conocido en la microeconomía aplicada. Los economistas le llaman: “Equal marginal-reve-

nue principio”. Por otro lado, el costo marginal de vender una unidad adicional en el mercado “A” debe ser igual al costo marginal de venderla en el mercado “B”, $Cmg_A = Cmg_B$. Esto no implica que los precios sean iguales, sino que el precio más alto debe estar en el mercado menos sensible. En el mercado más elástico cualquier incremento en precios debe ser a expensas de una menor cantidad demandada.

En el caso del ejemplo 1, de las vitaminas que vende la tienda Costco, las funciones de demanda inversa (ecuaciones 5 y 6), las de los ingresos marginales (ecuaciones 9 y 10) y los costos marginales correspondientes son:

Mercado Spring:

$$p_s = 50 - q_s, \quad Img_s = 50 - 2q_s, \quad Cmg_s = 10$$

Mercado Kirklan:

$$p_k = 25 - 0.5q_k, \quad Img_k = 25 - q_k, \quad Cmg_k = 10$$

Las condiciones de equilibrio en el mercado de las vitaminas Spring son $(q_s^*, p_s^*) = (20, 30)$ y en el del mercado de Kirklan son $(q_k^*, p_k^*) = (15, 17.5)$. De acuerdo, al ejemplo 1, el mercado que compra la marca “Kirklan” es más sensible al precio, que el que compra las vitaminas “Spring”, de este modo, se cumple que $|E_{pk}| > |E_{ps}|$.⁴ Imagine que la empresa quiere colocar en los dos grupos una oferta aproximada de 35 mil unidades. Como no se maximizan las utilidades si se determina un precio uniforme para ambos segmentos, un método alternativo (si se cuenta con la información pertinente) es optimizar por separado. Así, se ofrecen mil unidades, pero con una discriminación que considera la diferente disposición a pagar de cada grupo de compradores.

⁴ Este supuesto es fuerte, ya que la elasticidad precio, en una demanda lineal, es función del punto que se seleccione sobre la línea. Sin embargo, en este trabajo se toman funciones lineales y costos constantes por propósitos didácticos.

Sean p_s (precio vitaminas Spring) y p_k (precio vitaminas Kirkland) los precios en los dos mercados y E_{ps} , E_{pk} las elasticidades respectivas. Se sabe que la empresa maximiza utilidades asignando todo su producto en ambos mercados, de manera que se cumple el principio, lo cual se puede escribir:

$$Img_s = p_s \left[1 - \frac{1}{|E_{ps}|} \right] = Img_k = p_k \left[1 - \frac{1}{|E_{pk}|} \right] \quad (22)$$

Para que sean positivos los ingresos marginales, la elasticidad debe ser mayor a la unidad en términos absolutos.

Suponga que $p_k < p_s$, el precio es más bajo en el mercado “k”. La asignación de la oferta se llevará a cabo respetando la igualdad de $Img_k = Img_s$. Entonces, manipulando la ecuación (22) se tiene:

$$p_s \left[1 - \frac{1}{|E_{ps}|} \right] = p_k \left[1 - \frac{1}{|E_{pk}|} \right] \Rightarrow \frac{p_s}{p_k} = \frac{\left[1 - \frac{1}{|E_{pk}|} \right]}{\left[1 - \frac{1}{|E_{ps}|} \right]} \quad (23)$$

Como se ha supuesto que: $|E_{pk}| > |E_{ps}| \Rightarrow 1 - 1/|E_{pk}| > 1 - 1/|E_{ps}|$ lo que implica $p_s/p_k > 1$. Es decir, el mercado más elástico debe contar con el precio más bajo. Si la empresa quiere aplicar Dp3 (véase Figura 2) debe establecer 17.5 como el precio bajo, en el que la elasticidad es: $-2.33 = (17.5 / [17.5 - 25])$. En el otro mercado, el precio debe ser de 30, donde la elasticidad es $-1.5 = (30 / [30 - 50])$.

Principio: La firma que practica Dp3, con dos segmentos, maximizará utilidades para un nivel dado de q, si fija el precio más bajo en el mercado elástico y el más alto en el mercado inelástico.

4. OPTIMIZACIÓN ESTÁNDAR EN LA PRÁCTICA DE LA SEGMENTACIÓN

Como se ha considerado anteriormente, una vez que está determinado el nivel de oferta, se aplica el principio de igualdad de los ingresos marginales para asignar la cantidad y precio óptimos para cada segmento.⁵ Es necesario repasar en este punto como se fijan las cantidades. Se supone que el costo marginal del producto total repartido en los dos mercados A y B no depende de la asignación relativa. A diferencia del ingreso que si depende de ésta. Por tanto, se deriva la curva de ingreso marginal en función del producto total q , donde $q = q_A + q_B$, q_A , es el producto del mercado A y q_B es el producto del mercado B), con la condición de que el producto sea repartido en los dos mercados de acuerdo al principio de que el ingreso marginal del mercado sea igual al ingreso marginal de al mercado B : $Img_A = Img_B$.

A este ingreso marginal total, Img_T , se le interpreta como el cambio del ingreso que se consigue en los dos mercados ($Img_A + Img_B$), cuando se incrementa el nivel de producción total, q . De esta manera, se distribuye el producto de tal forma que se dé la igualdad del ingreso marginal en ambos mercados.

El Img_T debe ser igual al costo marginal y obtener el nivel de q total que maximiza los beneficios. El ingreso marginal total se deriva; sumando horizontalmente los ingresos marginales individuales de cada mercado. Esta suma horizontal nos conduce al principio de igualdad entre Img_A e Img_B en el proceso de obtener el Img_T . Retomando las demandas e ingresos marginales del ejemplo 1, en la Figura 3.b se muestra la demanda total (D_T) y el ingreso marginal total (Img_T), que se deriva de la suma del producto del mercado de las vitami-

⁵ La estrategia en generar diferentes segmentos con “casi” los mismos bienes con distintos precios, es un proceso de discriminación económica. (Courty, P. y Pagliero, M, 2012).

nas Kirklan (q_k) y del producto del mercado de las vitaminas Spring (q_s), para un precio dado de 15 (Figura 3.a).

Figura 3.a

$$Img_s \in Img_k$$

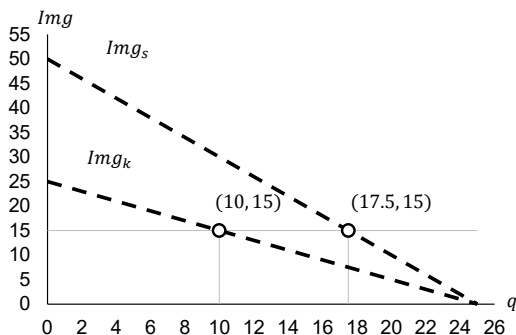
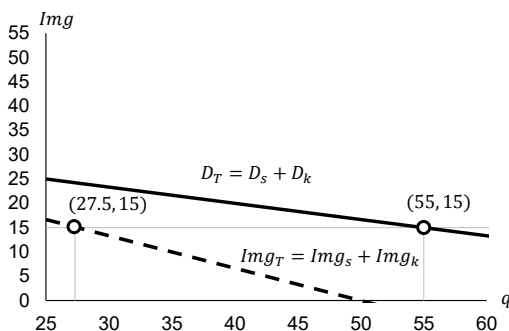


Figura 3.b

$$D_T \in Img_T$$



Fuente: elaboración propia

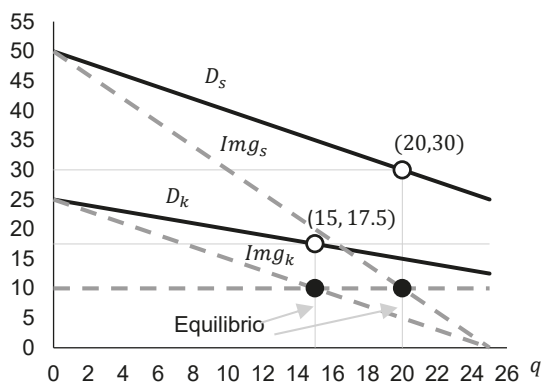
Se verá que, si la empresa produce 27.5 mil unidades en total, el ingreso marginal será de 15, la firma maximizará sus utilidades, vendiendo 10 mil unidades en el mercado K y 17.5 mil en el mercado S . En esos niveles de q , el ingreso marginal de la firma es 15, como se muestra en la gráfica anterior (pa-

nel A). Nótese que las 27.5 mil unidades es el único nivel que permite la igualdad de los dos ingresos marginales (panel B).⁶

La Figura 4.a y 4.b, muestran la forma en que se usa el ingreso marginal total para encontrar el producto total que maximiza utilidades. Para simplificar, se tomarán los costos marginales constantes igual a 10. El producto total de equilibrio es de 35 mil unidades ($Cmg = Img$), (véase Figura 4.a) misma que es asignada entre los dos mercados. De esta manera cuando se igualan a 10 los respectivos ingresos marginales, la solución óptima es $q_s = 20$ y $q_k = 15$.

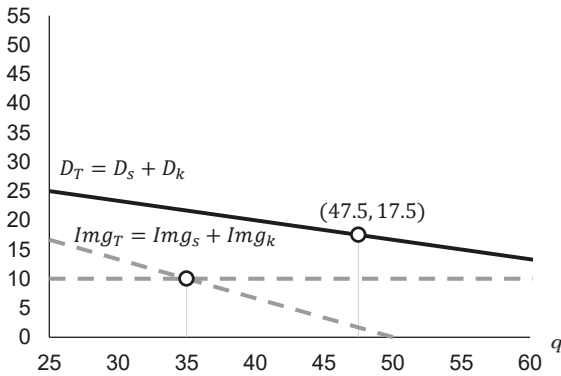
Esta distribución condiciona la fijación de precios siguiente: 30 en el mercado S (20 mil unidades asignadas) y 17.5 en el mercado k (15 mil unidades), con ingresos de 600 mil en el mercado S y 262.5 mil en el mercado k , con un total de 862.5 mil. Por su parte, los costos de producir 35 mil unidades es de $10(35) = 350$ mil. Por lo tanto, la utilidad de la empresa que ejerce Dp3 es de 512.5 mil.

Figura 4.a



⁶ Cuando se suma horizontalmente dos curvas “lineales” de ingreso marginal, el total también será lineal. Sin embargo, se debe tener precaución ya que la curva resultante, sólo aplica para valores de Img_T de cero hasta el punto donde la curva del mercado más pequeña cruza el eje vertical.

Figura 4.b



Fuente: elaboración propia.

Para verificar el hecho de que cargar dos precios diferentes puede generar más utilidades, que cuando se aplica un precio uniforme por separado, se deben calcular primeramente los ingresos que se obtienen cuando se venden 35 mil unidades a precio uniforme. Se puede verificar que el nivel de producto total óptimo (q) de 35 mil, y se decide cargar a todos los consumidores el mismo precio que sería de 21.66 (véase Figura 4,b), que surge cuando las dos curvas de demanda se suman horizontalmente para construir la curva de demanda total. Por lo tanto, con precio uniforme se tendrían utilidades de \$408 mil, cantidad menor que cuando se practica la discriminación de tercer grado.

Principio general: la firma que vende su producto en “n” mercados separados, maximizará sus beneficios, si produce un nivel de q y lo distribuye entre los “n” mercados de forma tal que, $Img_T = Img_1 = Img_2 = \dots = Img_n = Cmg$.

Los precios y cantidades de equilibrio serán determinados por la curva de demanda en cada mercado.

Ejemplo 4.

Segmentación en las entradas de un Delfinario

Un conocido delfinario en la ciudad de Cancún ofrece sus servicios tanto a turistas (t) como residentes (r). La compañía puede separar fácilmente a sus consumidores en dos segmentos, solicitando su identificación a la hora de comprar el boleto.

En este ejemplo se comparan los beneficios de ambos consumidores, cuando se considera un precio uniforme para ambos y cuando se consideran precios diferenciados.

Caso 1. Precio uniforme

Se suponen demandas lineales para ambos consumidores, de la forma:

$$\text{Turistas: } q_t = a - bp \quad (24)$$

$$\text{Residentes: } q_r = a - 2bp \quad (25)$$

donde q_t es la cantidad demandada de los turistas, q_r la cantidad demanda de los residentes, y p es el precio. El costo total de atender a cualquier de los dos tipos de consumidores es de $CT = cq$, no hay costos fijos.

Los segmentos tienen el mismo precio de reserva, pero con diferente sensibilidad al precio. Para un precio específico, la demanda total es la suma de las dos demandas individuales (ecuaciones 24 y 25):

$$\text{Demanda total: } q = q_t + q_r = 2a - 3bp \quad (26)$$

Y la función de demanda inversa es:

$$\text{Demanda total inversa: } p = \frac{2a}{3b} - \frac{1}{3b}q \quad (27)$$

Con esta información, se pueden encontrar la cantidad y precio que maximizan los beneficios utilizando el proceso de optimización usual.

$$\begin{aligned} \text{Max } \Pi &= IT - CT \\ \text{Max } \Pi &= \left(\frac{2a}{3b} - \frac{1}{3b} q \right) q \end{aligned} \quad (28)$$

donde el ingreso total es $IT = pq = (2a/3b - (1/3b)q)q$ y el costo total es $CT = cq$.

La condición de primero orden es:

$$\frac{d\Pi}{dq} = \frac{2a}{3b} - \frac{2}{3b}q - c = 0 \quad (29)$$

donde el ingreso marginal es $Img = 2a/3b - (2/3b)q$ y el costo marginal es $Cmg = c$.

Aplicando la condición de equilibrio (ecuación 4): $Img = Cmg$,

$$\frac{2a}{3b} - \frac{2}{3b}q = c \quad (30)$$

despejando q de la ecuación (30), se obtiene la cantidad de demanda total de equilibrio, q^* , y sustituyendo está en la ecuación (27) se obtiene el precio de equilibrio, p^* . Por consiguiente, el punto de equilibrio está dado por:

$$q^* = a - \frac{3}{2}bc \quad (31)$$

$$p^* = \frac{a}{3b} + \frac{c}{2} \quad (32)$$

Por lo tanto, el beneficio total es:

$$\begin{aligned}\Pi &= IT - CT \\ \Pi &= \frac{a^2}{3b} - ac + \frac{3bc^2}{4}\end{aligned}\quad (33)$$

Sustituyendo p^* (ecuación 32) en las funciones de demandas de ambos grupos (ecuación 24 y 25), se obtienen las cantidades de demanda de ambos mercados:

$$\text{Turistas: } q_t = a - b \left[\frac{a}{3b} + \frac{c}{2} \right] \quad (34)$$

$$\text{Residentes: } q_r = a - 2b \left[\frac{2a}{6b} + \frac{3c}{6} \right] \quad (35)$$

Caso 2. Precios diferenciados

Sin embargo, la empresa puede tener mayores utilidades si asigna precios diferentes a consumidores diferentes. Dichos precios son encontrados al ejecutar la condición de equilibrio $Cmg = Img$, pero de forma separada, es decir para cada grupo. Para esto, se debe cumplir lo siguiente: $Img_t = Cmg_t$ y $Img_r = Cmg_r$, donde Img_t , es el ingreso marginal de los turistas e Img_r , el de los residentes y Cmg_t es el costo marginal de los turistas, Cmg_r el costo marginal de los residentes.

Turistas

$$\text{Demanda directa: } q_t = a - bp_t \quad (36)$$

$$\text{Demanda inversa: } p_t = a/b - (1/b)q_t \quad (37)$$

El problema de maximización para los turistas está dado por:

$$Max \Pi_t = IT_t - CT_t \quad (38)$$

$$Max \Pi_t = \left[\left(\frac{a}{b} \right) - \left(\frac{1}{b} \right) q_t \right] q_t - cq_t$$

donde $IT_t = p_t q_t = (a/b - (1/b) q_t) q_t$ son los ingresos totales y $CT_t = cq_t$ los costos totales de los turistas.

La condición de primer orden es:

$$\frac{d \Pi_t}{d q_t} = \left(\frac{a}{b} \right) - 2 \left(\frac{1}{b} \right) q_t - c = 0 \quad (39)$$

donde $Img_t = (a/b) - 2(1/b)q_t$ y $Cmg_t = c$. Despejando de la ecuación (39) a q_t , se obtiene la cantidad de equilibrio: $q_t^* = a/2 - bc/2$. Sustituyendo esta cantidad en la ecuación (37) se obtiene el precio de equilibrio para este mercado, $p_t^* = a/2b + c/2$. El mismo proceso de maximización es aplicado para los residentes.

Residentes:

$$\text{Demanda directa: } q_r = a - 2bp_r \quad (40)$$

$$\text{Demanda inversa: } p_r = (a/2b) - (1/2b)q_r \quad (41)$$

El problema de maximización para los turistas está dado por

$$Max \Pi_r = IT_r - CT_r$$

$$Max \Pi_r = \left[\left(\frac{a}{2b} \right) - \left(\frac{1}{2b} \right) q_r \right] q_r - cq_r \quad (42)$$

donde $IT_r = p_r q_r = (a/2b - (1/2b) q_r) q_r$ son los ingresos totales y $CT_r = cq_r$, los costos totales de los residentes.

La condición de primer orden está dada por:

$$\frac{d \Pi_r}{d q_r} = \left(\frac{a}{2b} \right) - \left(\frac{1}{b} \right) q_r - c = 0 \quad (43)$$

donde $Img_r = (a/2b) - (1/b)q_r$ y $Cmg_r = c$. Despejando de la ecuación (43) a q_r , se obtiene la cantidad de equilibrio: $q_r^* = a/2 - bc$. Sustituyendo esta cantidad en la ecuación (41) se obtiene el precio de equilibrio para este mercado, $p_r^* = a/4b + c/2$.

En resumen, las condiciones de equilibrio para ambos segmentos son:

$$\text{Turistas: } q_t^* = \frac{a}{2} - \frac{bc}{2}, \quad p_t^* = \frac{a}{2b} + \frac{c}{2} \quad (44)$$

$$\text{Residentes: } q_r^* = \frac{a}{2} - bc, \quad p_r^* = \frac{a}{4b} + \frac{c}{2} \quad (45)$$

donde q_t^* y q_r^* son las demandas “óptimas” en cada segmento y p_t^* , p_r^* sus respectivos precios óptimos. Ahora bien, el ingreso total con esta segmentación es:

$$IT_{t+r} = p_t q_t + p_r q_r = \frac{a^2}{4b} - \frac{bc^2}{4} + \frac{a^2}{8b} - \frac{bc^2}{2} = \frac{3a^2}{8b} - \frac{3bc^2}{4} \quad (46)$$

Los costos totales son:

$$CT_{t+r} = Cmg \cdot q_{t+r} = c \cdot q_{t+r} = ac - \frac{3bc^2}{2} \quad (47)$$

donde la producción total es

$$q_{t+r} = q_t + q_r = a - \frac{3}{2}bc \quad (48)$$

Las utilidades son:

$$\Pi_{t+r} = IT_{t+r} - CT_{t+r} = \left[\frac{3a^2}{8b} - \frac{3bc^2}{4} \right] - \left[ac - \frac{3bc^2}{2} \right]$$

Simplificando

$$\Pi_{t+r} = \frac{3a^2}{8b} - ac + \frac{3bc^2}{4} \quad (49)$$

Estos beneficios son superiores a los que se obtenían con el primer modelo (véase la diferencia de la ecuación 33 y 49), produciendo la misma cantidad (véase la ecuación 31 y 48), pero cobrando diferente precio según la sensibilidad del segmento. Fijando un precio más alto al sector insensible, beneficiando así al otro segmento con un precio menor, la empresa captura una mayor utilidad.⁷

A continuación, se analiza la regla de la elasticidad para constatar que los resultados obtenidos en el ejemplo anterior son consistentes, para ello se presenta una simulación con los siguientes valores de los parámetros $a = 30$ y $b = 2$. Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (24) y (25) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\text{Turistas: } q_t = 30 - 2p \quad (50)$$

$$\text{Residentes: } q_r = 30 - 4p \quad (51)$$

La elasticidad punto, para los dos mercados, en los puntos óptimos son:⁸

⁷ Una versión más completa puede consultarse en Besanko y Braeutigam (2010).

⁸ El punto óptimo (q, p) para cada mercado se encuentra cuando el ingreso marginal es igual a su costo marginal y en este caso el punto óptimo del mercado de turistas es (13,8.5) de y el del mercado de residentes es (11,4.75), suponiendo un costo marginal igual a 2.

$$\text{Turistas: } E_{pt} = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} = -2 \left(\frac{8.5}{13} \right) = -1.30 \quad (52)$$

$$\text{Residentes: } E_{pr} = \frac{dq}{dp} \frac{p}{q} = -4 \left(\frac{4.75}{11} \right) = -1.72 \quad (53)$$

Aplicando la regla de la elasticidad inversa, $p^* = Cmg/[1 - 1/|E_p|]$, a ambos mercados, se obtienen los siguientes precios:

$$\text{Turistas: } p_t^* = \frac{2}{\left[1 - \frac{1}{(1.30)}\right]} = 8.66 \quad (54)$$

$$\text{Residentes: } p_r^* = \frac{2}{\left[1 - \frac{1}{(1.72)}\right]} = 4.75 \quad (55)$$

Por tanto, el margen por arriba del costo marginal en el segmento de los residentes es de 2.75, mientras que en el de los turistas es de 6.66. De esta manera, la empresa separa a los dos mercados y aplica una solución de monopolio para cada uno de ellos. Como era de esperar, el margen de beneficio es más bajo en el mercado más elástico. Aquí el problema es la aplicación de diferentes precios.

5. CASOS TÍPICOS DE LA FORMACIÓN DE SEGMENTOS

Las firmas con sistemas de información sofisticados pueden contar con indicadores como la elasticidad precio de la demanda. Otras pueden recopilar información en forma directa, observando directamente las características de sus compradores como son: edad, nivel de ingreso, años de educación, lugar de residencia, tipo de ocupación, etcétera. Hoy en día, con el desarrollo de las comunicaciones, las firmas pueden incluso construir buenas mediciones sin tener información completa del historial de sus clientes potenciales.

Algunas características, o atributos que las empresas ponderan, con el propósito de segmentar y usar la política de la discriminación de precios de tercer grado son las siguientes:

1. **Edad:** Los jubilados y personas mayores consiguen tarifas más bajas en el transporte terrestre.
2. **Ocupación:** Los estudiantes y maestros pagan menos en museos y en eventos académicos.
3. **Picos de demanda.** Los cines cobran menos a mitad de la semana. Algunos bares ofrecen 2 x 1 en ciertos horarios. En algunas ciudades en Estados Unidos, el servicio de autobús es más barato a medio día.
4. **Ingreso:** Hay supermercados que venden más barato, los mismos bienes, en zonas de bajos ingresos. Las empresas que hacen “versioning” colocan las versiones más baratas en las regiones menos acaudaladas.
5. **Bienes públicos.** La energía eléctrica, el agua potable y servicios de sanidad, tienen precios diferenciados, según la zona habitacional.
6. **Tiempo de espera.** Hay gente que puede pagar entrega exprés y habrá otras personas que esperarán el tiempo normal con el propósito de pagar menores precios. Los jubilados tienen más tiempo para recortar cupones y enviarlos por correo para recibir descuentos.
7. **Usos:** Libros de texto. Los estudiantes quieren acreditar la materia así que compraran la versión de cubierta blanda y el profesor que lo usará más tiempo adquirirá la versión de cubierta dura que es más cara. El software para usos académicos es más barato que para usos profesionales.
8. **Oportunidad.** El costo de transporte en centros turísticos es más alto para turistas que para los residentes. Las empresas que ofrecen servicios de entretenimiento también discriminan entre turistas y residentes.

Las firmas que producen bienes digitales pueden hacer diferentes versiones ya que el costo de producir bienes “diferenciados” es mínimo. El ejemplo del software y de los libros, citados anteriormente, reflejan este hecho. Las casas editoriales, producen una primera edición con cubierta dura, atendiendo a ciertos consumidores que pagan precios altos para esta versión. Posteriormente, liberan las versiones más baratas, libros con cubierta blanda, libros electrónicos etcétera. En esta segunda etapa, satisfacen a los compradores más sensibles al precio.

6. CONCLUSIONES

Los modelos básicos estudiados en este trabajo muestran la utilidad del pensamiento analítico para analizar situaciones económicas de mayor complejidad. Aún en su forma más simple, los modelos muestran su ventaja con respecto a los esquemas estrictamente mentales. Más aún, hoy en día, las estructuras analíticas se pueden apoyar en el desarrollo de la tecnología (sistemas de información y cómputo sofisticados).

Una preocupación del presente estudio es orientar a estudiantes y analistas de mercado en el uso de los conceptos elementales de la teoría microeconómica para desarrollar esquemas más robustos; los cuales, permitan fijar precios de manera que aumente la rentabilidad del proveedor y el bienestar del consumidor.

En el caso de la segmentación, en muchas ocasiones las firmas no cuentan con la suficiente información para agrupar a sus consumidores. Sin embargo, por medio del proceso “self-select” las empresas estiman de alguna manera esta distribución; ya que, en muchos casos, los consumidores se agrupan a sí mismos (telefonía celular). Para aprovechar la auto-segmentación, los negocios ofrecen un menú de opciones, de manera que los consumidores revelen datos de su sensibilidad al precio al realizar una elección.

Son evidentes las ventajas de la empresa cuando puede identificar y clasificar a sus demandantes. En consecuencia, se fijarán los precios en función de esta información. Cuando no es fácil hacer la clasificación de los segmentos, se diseñan mecanismos como es la emisión de cupones o hacer rebajas para distribuirse en medios impresos o directamente en las tiendas donde se apliquen los descuentos. Así, se encontrarán personas con tiempo suficiente para recortar cupones, mandar por correo algún mensaje, y de este modo acceder a precios menores. Evidentemente, otros compradores no estarán dispuestos a realizar ciertas acciones.

Los cupones y las rebajas son una herramienta muy común para realizar Dp3. El beneficio que se logra con esta agrupación no es el mismo que se lograría simplemente con bajar el precio, lo que se trata es de discriminar. El objetivo último es atrapar al consumidor que tiene la demanda más elástica. Siempre habrá consumidores dispuestos a pagar precios más altos y a perder menos tiempo en llenar formas y recortar cupones. En cambio, habrá otros que sí lo hagan y asuman esos costos para obtener el bien a un menor precio.

BIBLIOGRAFÍA

- Besanko, D., Braeutigam, D. (2010). *Microeconomics*. 4 edition. USA, John Wiley y Sons, Inc.
- Besanko, D., Dranove, D., Shanley, M. y Schaefer, S. (2010). *Economics of Strategy*. 5th Edition, John Wiley y Sons.
- Castillo, S.M. y Juárez G. (2018). *La discriminación de precios y otras estrategias para capturar valor. Una interpretación económica*. Serie Estudios, Biblioteca de Ciencias Sociales y Humanidades, UAM.
- Courty, P. y Pagliero, M. (2012). "The Impact of Price discrimination on Revenue: Evidence from the concert industry". *Review of Economics and Statistics*, vol. 94, núm. 1. pp. 359-369.

APLICACIONES DE SOLUCIONES DE PROBLEMAS DE BANCARROTA EN MUESTREO ESTRATIFICADO

Julio César Macías Ponce*

Luis Alejandro Escobar López**

1. INTRODUCCIÓN

El muestreo en general se aplica en situaciones donde es imposible hacer un censo y por ello se encuestan sólo u unidades de un total de U con $u < U$. Hay un déficit entre el total de encuestas que se pueden hacer y el total de unidades de la población, esto motiva la idea de modelarlo como un problema de bancarrota, más en particular cada estrato lo podemos ver como un agente o jugador, y el problema de bancarrota-muestreo busca asignar un tamaño de muestra adecuado por agente (estrato).

Las encuestas por muestreo se centran en maximizar la cantidad de información sujeto, a un costo dado. El muestreo estratificado incrementa (en muchas ocasiones) la cantidad de información para un costo dado.

El muestreo estratificado es un diseño de muestreo probabilístico en el que se particiona a la población en subgru-

* Universidad Autónoma de Aguascalientes, jlmacias@correo.uaa.mx

** Universidad Autónoma de Aguascalientes, laescob@correo.uaa.mx

pos o estratos. La estratificación puede basarse en una amplia variedad de atributos o características de la población como edad, género, nivel socioeconómico, etcétera.

Luego entonces, para una población heterogénea dada por un conjunto finito con U unidades, si se particiona en K subconjuntos ajenos, denominados estratos lo más homogéneos posibles, de acuerdo a criterios relativos al estudio que se pretende hacer de la población, con tamaños $U_1, \dots, U_k$ $U = \sum_{i=1}^k U_i$.

En un problema de muestreo estratificado se debe responder cómo definir las características que sirvan para dividir la población en estratos, cómo determinar el número de estratos, o cuántas unidades seleccionar de cada estrato.

Este trabajo se centra en el último problema, es decir, encontrar $u_1, \dots, u_k$, pero desde un enfoque de soluciones a problemas de bancarrota.

El trabajo se ha organizado de la siguiente manera. En la sección dos se presenta el modelo teórico tanto para el problema de bancarrota como del muestreo estratificado. En ambos casos se presenta un ejemplo que ilustra la forma de reparto según cada una de las reglas, y en el caso de muestreo estratificado un caso de distribución de la muestra en los estratos de acuerdo con los tipos de asignación. En la sección tres se describe el problema de bancarrota para el problema de muestreo estratificado. En la sección cuatro se aplica la metodología propuesta a un caso donde la población de estudio son los 110 vecindarios de la ciudad de Los Angeles, Ca., USA., la cual se estratificó en cuatro capas con base al ingreso anual promedio por familia. Con la finalidad de comparar el desempeño de las reglas de reparto y las asignaciones de muestreo, se plantean experimentos por simulación. Mostrando con los resultados de las simulaciones que las reglas de reparto para estimar los parámetros, son comparables con los tipos de asignación en terminos del desempeño de tales estimaciones.

2. MODELO TEÓRICO

2.1. El problema de bancarrota

Un problema de bancarrota para l agentes que define como una pareja $(d; E)$ donde d es un l -vector real $d_i \geq 0$ para cada $i \in \{1, \dots, l\}$, y significa la demanda del agente i , y E es un número real que indica la cantidad disponible. Además $0 \leq E \leq d_1 + \dots + d_l = D$.

Una regla de reparto es una función f que a cada problema de bancarrota $(d; E)$ le asigna el vector $f(d; E) = (f_1, \dots, f_l)$ con $f_i \geq 0$ para cada $i \in \{1, \dots, l\}$ y $\sum_{i=1}^l f_i = E$.

En la literatura existen varias reglas de reparto.

- **Proporcional:** $f_i = E \cdot \frac{d_i}{d_1 + \dots + d_l}$ para cada $i \in \{1, \dots, l\}$ (1)
- **Igualitaria:** $f_i = \frac{E}{l}$ para cada $i \in \{1, \dots, l\}$ (2)
- **Regla de ganancia igualitaria o “Constraint Equal Award” (regla-CEA):** Esta regla da prioridad a los agentes que tienen menor demanda. $f_i = \min\{d_i, \lambda\}$ para cada $i \in \{1, \dots, l\}$ donde λ es $\sum_{i=1}^l \min\{d_i, \lambda\} = E$.
- **Regla de pérdida igualitaria o “Constraint Equal Loss” (CEL):** Esta regla da prioridad a los agentes con mayor demanda; $f_i = \max\{d_i - \lambda, 0\}$ para cada $i \in \{1, \dots, l\}$ donde λ es $\sum_{i=1}^l \min\{d_i - \lambda, 0\} = E$.
- **Método de realización recursiva (REC):** Dado un orden de llegada π entonces se genera el vector de repartos $g^\pi \in \mathbb{R}^l$ como sigue:

$$g_i^\pi = \left\{ \begin{array}{ll} d_i & \text{si } E \geq d_i + \sum_{j \in P(\pi, i)} d_j \\ E - \sum_{j \in P(\pi, i)} d_j & \text{si } 0 \leq E - \sum_{j \in P(\pi, i)} d_j \leq d_i \\ 0 & \text{si } E \leq \sum_{j \in P(\pi, i)} d_j \end{array} \right\}$$

donde $P(\pi, i)$ es el conjunto de agentes que preceden a i en el orden π

Luego la regla de realización recursiva esta dada por:

$$f_i = \frac{1}{|\Pi|} \sum_{\pi \in \Pi} g_i^\pi \quad (3)$$

- **Regla del Bien Disputado o “Contested Garment Consistent” (CG):** En esta regla se toma en cuenta la relación que hay entre el capital disponible E y la mitad de la cantidad total (de todos los agentes) que se demanda. La regla CG esta en función de la regla CEA enunciada previamente:

La regla CG es el vector f dado por:

$$f = CEA\left(\frac{(d_1, \dots, d_n)}{2}; E\right) \text{ si } E \leq \sum_{i=1}^l d_i \quad (4)$$

$$f = (d_1, \dots, d_l) - CEA\left[\frac{(d_1, \dots, d_l)}{2}; \quad (5)$$

$$\left(\sum_{i=1}^l d_i - E\right) \right] \text{ si } E \geq \sum_{i=1}^l d_i$$

- **Regla de Ajuste proporcional (AP):** Esta regla consiste en que cada agente recibe primero una cantidad, en particular el agente i recibe primero $m_i = \max\{0, E - \sum_{k=1, k \neq i}^l d_k\}$ Después de que cada agente recibe m_i se actualizan

sus demandas, es decir, ahora la demanda del agente i es $\tilde{d}_i = d_i - m_i$ y la cantidad disponible ahora es $\tilde{E} = E - \sum_{i=1}^l m_i$.

Sin embargo para que cada agente no pida más de lo que queda disponible se redefinen las demandas de los agentes haciendo $\tilde{\tilde{d}}_i = \min\{\tilde{E}, \tilde{d}_i\}$. Así la regla de reparto AP está dada por el vector f donde;

$$f = \begin{cases} m & \text{si } \tilde{E} = 0 \\ m + \frac{\tilde{E}(\tilde{\tilde{d}}_1, \dots, \tilde{\tilde{d}}_l)}{\sum_{i=1}^l \tilde{\tilde{d}}_i} & \text{si } \tilde{E} > 0 \end{cases} \quad (6)$$

2.2. Ejemplo sobre el problema de bancarrota y las reglas de reparto

Debido a las variaciones en el tipo de cambio, una empresa exportadora ha obtenido ganancias en el último trimestre. Los cuatro socios de la empresa han reclamado el pago de tales ganancias, las cuales con base en las estimaciones de cada socio suman un total de 981 mil pesos. Sin embargo después del balance trimestral las ganancias reales son por 700 mil pesos. ¿De qué manera deberían repartirse las ganancias reales? En este caso se tiene un problema de bancarrota toda vez que la suma de las demandas por los socios respecto a las ganancias supera lo disponible que corresponde a la ganancia real. A través de las reglas de reparto, antes descritas, se proponen las soluciones para este caso.

Cuadro 1.
Asignación de la ganancia real a cada socio, según regla de reparto

Socio	Demandas	Proporcional	Igualitaria	CEA	CEL	Recursiva	CG	AP
1	625	445.973	175	344	542.67	500	516	501
2	34	24.261	175	34	0	20	17	19
3	230	164.118	175	230	147.67	125	121	129
4	92	65.647	175	92	9.67	55	46	51

De esta manera, conforme a las características de cada regla de reparto, se obtiene una solución para el problema de reparto de las ganancias reales entre los socios de la empresa. ¿Cuál es la mejor?, bueno, definitivamente cada una de las soluciones dadas por estas reglas de reparto dan una solución buena. Es decir, si se consideran argumentos como la cantidad de inversión de cada socio o no, el hecho de que los socios trabajan lo mismo para obtener sus ganancias, etcétera. Lo importante es que con estas opciones para resolver el problema de bancarrota se cuenta con una herramienta útil y sencilla para resolver este tipo de casos.

2.3. Muestreo estratificado

Para un problema de muestreo estratificado se considera lo siguiente:

- Una población U de tamaño N , particionada en l subconjuntos ajenos $U_1, \dots, U_l$ de tamaños $N_1, \dots, N_l$ respectivamente.
- Un tamaño de muestra n con $n \leq N$.

El problema consiste en la asignación de la muestra en cada uno de los l estratos.

Asignación de la muestra en muestreo estratificado

- Se consideran dos tipos de asignación de la muestra:
 1. Asignación Proporcional.
 2. Asignación de Neyman.

Existen otras formas de asignación, a saber, Igualitaria y Óptima (que considera los costos de cada estrato).

Para $i = 1, \dots, l$

1. Asignación Proporcional.

$$n_i = \left(\frac{N_i}{N}\right)n \quad (7)$$

donde n_i es el número de unidades de la muestra que se asignan al estrato i .

2. Asignación de Neyman

$$n_i = \left(\frac{N_i\sigma_i}{\sum_{i=1}^l N_i\sigma_i}\right)n \quad (8)$$

con σ_i la desviación estándar de la variable auxiliar, en el estrato i .

2.4. Ejemplo de asignaciones de muestra en muestreo estratificado

- La población que se estudia está formada por 2 mil 420 municipios de México con el objetivo de caracterizar la producción agrícola en el ciclo otoño invierno del año 2007, en la modalidad de riego y temporal para todos los cultivos. Se considera la variable valor de la producción en miles de pesos.

Cuadro 2.
Distribución de la población por estrato, y parámetros de la variable

Estrato	N_i	μ_i	σ_i^2
1 Bajo	2,054	17,636.99	439,965,705
2 Medio	198	124,611.52	659,431,977
3 Alto	168	338,534.79	29,218,831,008
Total	2,420	48,666.65	1,014,791

De acuerdo con las características observadas en la población estratificada con base en el valor de la producción, se calcula un tamaño de muestra para estimar la producción promedio con un nivel de confianza de 95% y un error relativo de 5% mediante

$$n = \frac{\frac{Z^2}{N^2} (\sum_{i=1}^L N_i \sigma_i)^2}{e^2 + \frac{Z^2}{N^2} \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2} \quad (9)$$

donde Z es el cuantil de la distribución normal estándar para un nivel de confianza dado, e es el error absoluto de estimación. El tamaño de muestra para estimar el valor de la producción promedio es:

$$n = \frac{\frac{Z^2}{N^2} (\sum_{i=1}^3 N_i \sigma_i)^2}{e^2 + \frac{Z^2}{N^2} \sum_{i=1}^3 N_i \sigma_i^2} = 395$$

Por ejemplo, la signación de la muestra en el estrato 1, de manera proporcional es:

$$n_1 = n \left(\frac{N_1}{\sum_{i=1}^l N_i} \right) = 395 \left(\frac{2054}{2054 + 198 + 168} \right) = 335.26$$

mientras que la signación de la muestra en el estrato 1, con base en Neyman es:

$$\begin{aligned} n_1 &= n \left(\frac{N_1 \sigma_1}{\sum_{i=1}^l N_i \sigma_i} \right) \\ &= 395 \left(\frac{2054 \sqrt{439,965,705}}{(2054 \sqrt{439,965,705}) + (198 \sqrt{659,431,977})} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{+ (168\sqrt{29,218,831,008})}{= 221}$$

Así, la asignación de la muestra $n = 395$ en los tres estratos de acuerdo con cada una de las tres maneras descritas anteriormente es:

Cuadro 3.
Distribución de la muestra por estrato, según tipo de asignación

Estrato	Igualitaria	Proporcional	Neyman
1 Bajo	131.67	335.26	221
2 Medio	131.67	32.32	26
3 Alto	131.67	27.42	148
Total	395	395	395

De esta manera, para estimar la producción promedio agrícola en el ciclo otoño invierno en la modalidad de riego y temporal para todos los cultivos, bajo la asignación igualitaria se requiere seleccionar aleatoriamente 131 o 132 municipios de cada estrato, mientras que bajo la asignación proporcional se necesita seleccionar 335, 32 y 28 municipios de los estratos 1, 2 y 3 respectivamente. En tanto que bajo la asignación de Neyman hay que seleccionar 221, 26 y 148 municipios en los estratos 1, 2 y 3.

3. METODOLOGÍA

3.1. El problema de bancarrota para el problema de muestreo estratificado

Una manera natural de definir el problema de bancarrota (PBR) asociado a un problema de muestreo estratificado (PME) es la siguiente.

$$((N_1, \dots, N_l); n)$$

Y las respectivas reglas de reparto asignan vectores de la forma:

$$(n_1, \dots, n_l) \text{ con } \sum_{i=1}^l n_i = n.$$

4. CASO DE APLICACIÓN DEL PROBLEMA DE BANCARROTA EN MUESTREO ESTRATIFICADO

Simulaciones

Con la finalidad de comparar el desempeño de las reglas de reparto y las asignaciones de muestreo, se plantean experimentos por simulación.

- La población de estudio son los 110 vecindarios de la ciudad de Los Ángeles, Ca. USA., la cual se estratifico en cuatro estratos con base al ingreso anual promedio por familia.

Cuadro 4.
Distribución de la población por estrato y parámetros de la variable ingresos

Estrato	N_i	μ_i	σ_i^2
1. Bajo	32	32,201.44	123,928,209
2. Medio	33	50,326.48	42,380,510
3. Medio Alto	26	65,051.50	88,851,161
4. Alto	19	108,044.37	1,298,426,012
Total	110	58,503.65	55,331,037

- El objetivo es estimar el ingreso anual promedio por familia y la proporción de propietarios de viviendas.

- Para cada tipo de asignación y regla de reparto se tomaron 300 muestras de diferentes tamaños considerando la variable ingresos (véase Cuadro 5).

Cuadro 5.

Tamaño de muestra, según asignación, confianza y error relativo

Asignación	Confianza	Error relativo	<i>n</i>
Proporcional	95%	5%	59
Neyman	95%	5%	38
Neyman	90%	5%	32

- Para cada tamaño de muestra se obtuvieron los tamaños de muestra por estratos, según el tipo de asignación y regla de reparto.

Cuadro 6.

**Distribución de la muestra de tamaño *n* = 59,
según asignación y regla**

Estrato	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
1	17	14	14	19	17	10	17
2	18	8	15	20	18	13	18
3	14	10	15	13	14	18	14
4	10	27	15	7	10	19	10
Total	59	59	59	59	59	59	59

Cuadro 7.

**Distribución de la muestra de tamaño *n* = 38,
según asignación y regla**

Estrato	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
1	11	9	9	14	11	9	11
2	11	6	10	14	11	10	11
3	9	6	9	8	9	9	9
4	7	17	10	2	7	10	7
Total	38	38	38	38	38	38	38

Cuadro 8.
Distribución de la muestra de tamaño $n = 32$,
según asignación y regla

Estrato	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
1	9	8	8	12	10	8	9
2	10	5	8	12	10	8	9
3	8	5	8	6	7	8	8
4	5	14	8	2	5	8	6
Total	32	32	32	32	32	32	32

- Para cada muestra se estiman el ingreso anual promedio por familia y la proporción de propietarios de viviendas.

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^l w_i \bar{y}_i \quad (10)$$

$$\hat{P} = \sum_{i=1}^l w_i \hat{P}_i \quad (11)$$

con w_i el peso del estrato i , $\bar{y}_i$ es la media estimada de la variable y en el estrato i y $\hat{P}_i$ es la proporción estimada en el estrato i .

4.1. Resultados

- Para medir el desempeño de las $R = 300$ muestras de cada uno de los tamaños de muestra y cada una de las variables se estimó el error cuadrático medio y su raíz cuadrada de cada estimación.

$$ECM(\hat{\theta}) = \frac{1}{R-1} \sum_{r=1}^R (\hat{\theta}_r - \theta)^2 \quad (12)$$

Con R el número de muestras, θ es el valor del parámetro, $\hat{\theta}_r$ es la estimación del parámetro en la muestra r y $ECM(\hat{\theta})$ es el error cuadrático medio de la estimación del parámetro.

Cuadro 9.
Resultados del promedio de las estimaciones de la media
poblacional de los ingresos para $n = 59$

	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
$\hat{\mu}$	58490.8	58465.9	58333.2	58402.7	58590.6	58740.7	58428.1
$ECM(\hat{\mu})$	4862446.7	3058259.9	4078773.9	5961241.5	4745223.7	3238812.8	4454804.2
$RECM(\hat{\mu})$	2205	1748.7	2019.5	2441.5	2178.3	1799.6	2110.6

Cuadro 10.
Resultados del promedio de las estimaciones de la media
poblacional de los ingresos para $n = 38$

	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
$\hat{\mu}$	58433.7	58453.8	58329.6	58237.5	58706.6	58577.1	58784.2
$ECM(\hat{\mu})$	7624071.8	5472257	5645154.1	19412356.7	7015644.1	5346187.8	7295642.7
$RECM(\hat{\mu})$	2761.1	2339.2	2375.9	4405.9	2648.7	2312.1	2701

Cuadro 11.
Resultados del promedio de las estimaciones de la media
poblacional de los ingresos para $n = 32$

	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
$\hat{\mu}$	58423.2	58550.2	58674.2	58805.8	58480.7	58614.6	58637.3
$ECM(\hat{\mu})$	10522884.8	5788101.4	6446286.8	20812957.9	9763307.1	7007727.9	8826264.5
$RECM(\hat{\mu})$	3243.8	2405.8	2538.9	4562.1	3124.6	2647.2	2970.9

Cuadro 12.
Resultados del promedio de las estimaciones de la proporción
poblacional de los propietarios de viviendas para $n = 59$

	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
$\hat{\mu}$	0.3543	0.3539	0.356	0.3554	0.3553	0.3534	0.3552
$ECM(\hat{P})$	0.000195	0.000219	0.000209	0.000243	0.000203	0.000168	0.000192
$RECM(\hat{P})$	0.013986	0.014816	0.01447	0.015592	0.014248	0.01299	0.013887

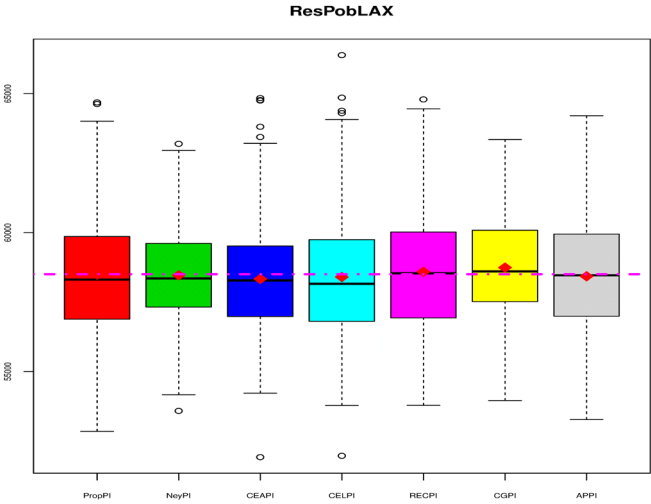
Cuadro 13.
Resultados del promedio de las estimaciones de la proporción poblacional de los propietarios de viviendas para $n = 38$

	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
$\hat{p}$	0.3556	0.3543	0.3553	0.3555	0.3545	0.3553	0.3536
$ECM(\hat{p})$	0.000338	0.000371	0.00027	0.000562	0.000308	0.000283	0.000312
$RECM(\hat{p})$	0.018387	0.019272	0.016446	0.02372	0.017557	0.01684	0.017664

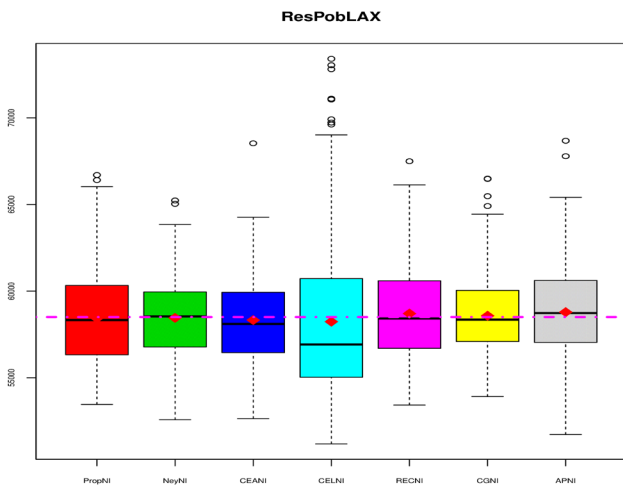
Cuadro 14.
Resultados del promedio de las estimaciones de la proporción poblacional de los propietarios de viviendas para $n = 32$.

	Prop.	Neyman	CEA	CEL	REC	CG	AP
$\hat{p}$	0.3536	0.3527	0.3549	0.3563	0.3546	0.3544	0.3553
$ECM(\hat{p})$	0.000382	0.000367	0.000348	0.000675	0.000385	0.000348	0.00033
$RECM(\hat{p})$	0.019551	0.01918	0.018663	0.025985	0.01964	0.018681	0.018357

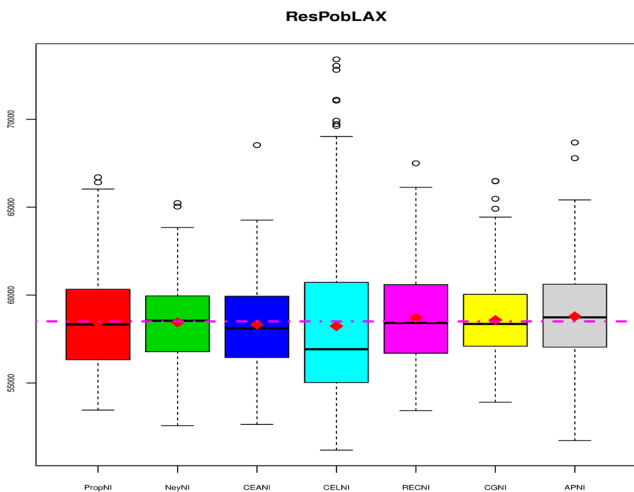
Figura 1.
Resultados para los ingresos



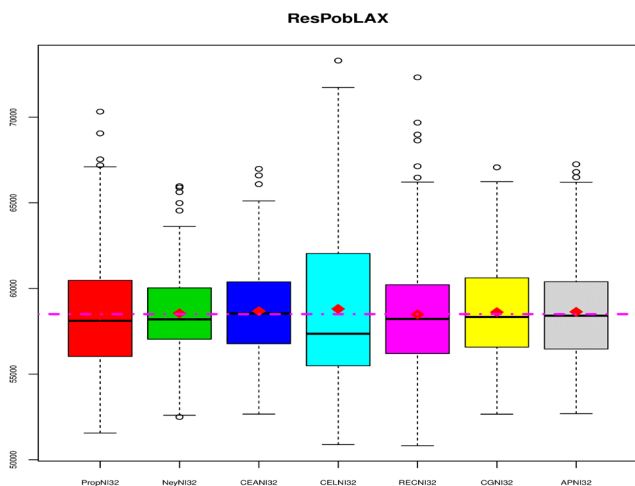
$n = 59$ y 300 simulaciones



$n = 38$ y 300 simulaciones



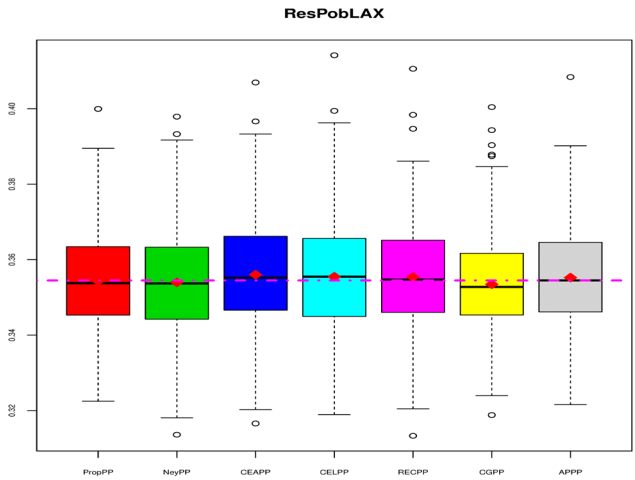
$n = 38$ y 300 simulaciones



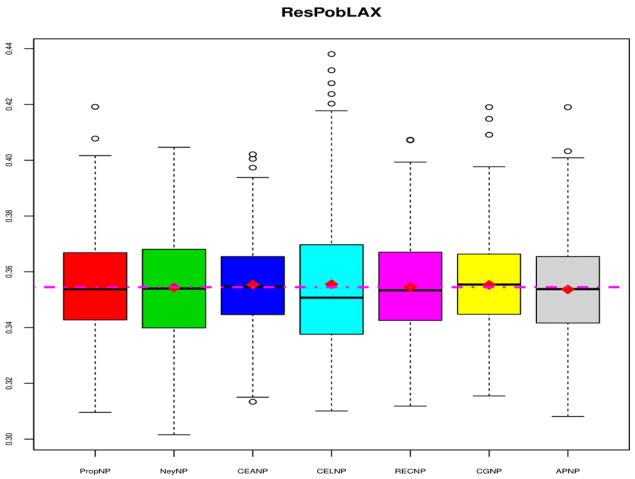
$n = 32$ y 300 simulaciones

En las figuras anteriores se puede observar que la estimación de los ingresos promedio anual por familia en los 110 vecindarios de Los Angeles, Ca., independientemente del tamaño de muestra, es aproximadamente el mismo, sin importar el tipo de asignación o regla de reparto utilizada. Sin embargo, al comparar los resultados en términos de precisión de las estimaciones basadas en las simulaciones, se tiene que las reglas de reparto CEA y CG pueden competir con la asignación de Neyman debido a que la raíz cuadrada del error cuadrático medio de las estimaciones con las reglas antes mencionadas son las que más se acercan a la raíz cuadrada del error cuadrático medio, obtenida con la asignación de Neyman. Esto se puede apreciar al comparar el tamaño de las cajas de los diagramas.

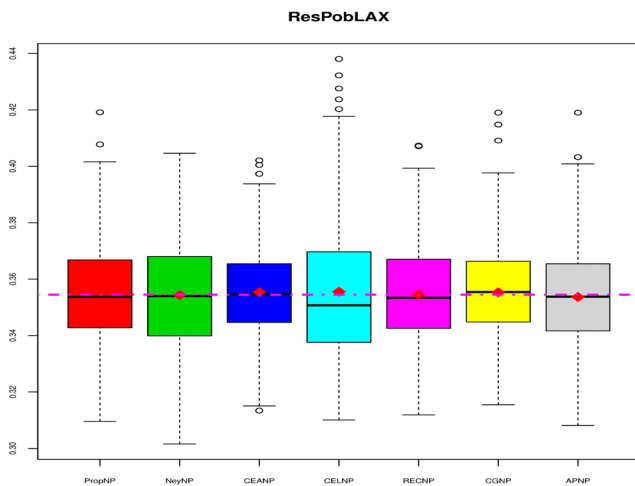
Figura 2.
Resultados para la proporción



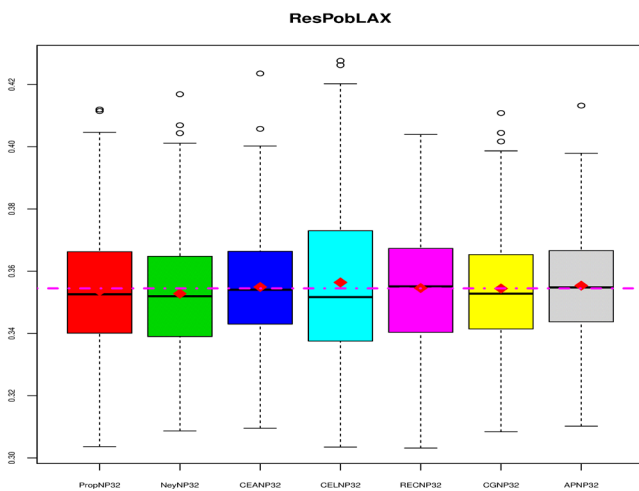
$n = 59$ y 300 simulaciones



$n = 38$ y 300 simulaciones



$n = 38$ y 300 simulaciones



$n = 322$ y 300 simulaciones

En las figuras anteriores se puede observar que la estimación proporción poblacional de los propietarios de viviendas en los 110 vecindarios de Los Angeles, Ca., independientemente del tamaño de muestra, es aproximadamente el mismo sin importar el tipo de asignación o regla de reparto utilizada. Sin embargo, al comparar los resultados en términos de precisión de las estimaciones basadas en las simulaciones, se tiene que al incrementar el tamaño de muestra, las reglas de reparto CEA, REC, CG y AP pueden competir con la asignación de Neyman debido a que la raíz cuadrada del error cuadrático medio de las estimaciones con las reglas antes mencionadas son inferiores numéricamente a la raíz cuadrada del error cuadrático medio obtenida con la asignación de Neyman. Esto se puede apreciar al comparar el tamaño de las cajas de los diagramas. Cabe mencionar que los tamaños de muestra fueron calculados para estimar el ingreso promedio y no la proporción de propietarios de viviendas.

Con los resultados de las simulaciones, se puede observar que las reglas de reparto (excepto la regla *CEL*) para estimar los parámetros, son comparables con los tipos de asignación en terminos del desempeño de tales estimaciones.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una alternativa a la asignación de un tamaño de muestra dado en cada uno de los estratos en que se divide una población específica. Esta alternativa se basa en las reglas de reparto del problema de bancarrota. En particular cuando se compara un muestreo estratificado bajo la asignación de Neyman, la cual considera el promedio y varianza de la variable de estratificación en cada estrato. De acuerdo con los resultados de simulación, se observa que las reglas de reparto *CEA* y *CG* pueden competir con las fórmulas tradicionales de asignación de la muestra cuando se trata de promedio, mientras que para proporciones, las reglas de

reparto *CEA*, REC, CG y AP son las que compiten con las asignaciones de muestreo. Una ventaja de las reglas de reparto es que éstas no necesitan más información que las demandas y lo disponible, en tanto que en muestreo estratificado en particular para la asignación de Neyman o la óptima, es necesario contar con información de una variable auxiliar para determinar el promedio, varianza y costo por estrato.

BIBLIOGRAFÍA

- Bierman, H. S. y L. Fernández (1998). *Game Theory with economic applications*. Addison-Wesley.
- Cochran William, G. (1977). *Sampling Technic*. Third Edition, John Wiley and Sons, pp 195-213.
- Flor María G. C., Miguel Ángel H. R., Francisca Jesús S. (2017). “*Teoría de Juegos Aplicada a Problemas de Bancarrota*”. Departamento de Economía y Empresa. Universidad Pablo de Olavide.
- R Development Core Team (2010). R: “*A language and environment for statistical computing*”. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.Rproject.org>
- SOCR Data LA Neighborhoods Data. URL [http://wiki.stat.ucla.edu/socr/index.php/SOCR Data LA Neighborhoods Data](http://wiki.stat.ucla.edu/socr/index.php/SOCR_Data_LA_Neighborhoods_Data).

LA DEMANDA DE SEGUROS DE VIDA EN MÉXICO

Roberto Gallardo Del Angel*

1. INTRODUCCIÓN

Las primeras compañías de seguros de vida en México comenzaron operaciones durante el segundo Imperio Mexicano de Maximiliano I de Habsburgo de 1865. Poco después de asumir el poder en la Ciudad de México, el gobierno de Maximiliano comenzó reformas importantes para modernizar la economía mexicana. En ese año el gobierno de Maximiliano autorizó algunas compañías de la pérdida y de seguros de vida. Las compañías nombradas “La Bienechora” y “El Porvenir”, fueron las primeras empresas en México en ofrecer seguros de vida. Aunque en tiempos de la corona Española se establecieron algunas compañías de seguros comerciales con el fin de proteger a el comercio transatlántico, fue el Gobierno

* Facultad de Economía, Universidad Veracruzana, rogallardo@uv.mx. Este artículo inició como un trabajo durante los años de estudio de posgrado en Japón, cuando se conoció los modelos de generaciones traslapadas. Una primera versión se presentó en la reunión número 43 de la *Japan Society of Social Science on Latin America*. Agradezco las evaluaciones de cuatro referees anónimos en ese entonces. El autor es el único responsable de cualquier error en este documento.

de Maximiliano el primer esfuerzo coherente y exitoso para el establecimiento de una industria de los seguros. Durante la dictadura del presidente Porfirio Díaz (1876-1910) las industrias de la banca y de seguros comenzaron a prosperar, pero la revolución mexicana y la guerra civil de 1910-1921 trajo paró el crecimiento de este sector. De 1940 a 1960 la recuperación económica y la industrialización se reanudó y la industria de seguros creció junto con el sector bancario. Durante la década de los años 70's los bancos comerciales estaban haciendo todo tipo de servicios financieros incluyendo banca comercial, seguros, cambio de divisas, comercio de acciones, fianzas y garantías, y muchos otros. Pero subsecuentes desequilibrios macroeconómicos debilitaron el crecimiento del sector financiero. A principios de 1980, como respuesta al tipo de cambio y la crisis de la deuda, el gobierno mexicano decidió nacionalizar todos los bancos comerciales. Durante esta década la economía no creció y los salarios reales se deterioraron. No sería hasta la década de los años 90's cuando se privatiza la banca y se impulsa un nuevo auge en la industria de los seguros.

Después de la crisis financiera de 1994-1995 casi todos los bancos estaban al punto de la insolvencia, incluyendo muchos de sus negocios de seguros. Algunos fueron intervenidos por el Gobierno Federal y finalmente muchos bancos fueron adquiridos por bancos extranjeros. Un periodo de apertura en el sector financiero inició al inicio del siglo xx.

Para el 2004, el número de compañías de seguros de vida era de alrededor de 40 y donde ocho eran operadas por los bancos comerciales los que controlaban alrededor de un tercio del mercado. La mitad de las compañías de seguros de vida eran de capital extranjero, las cuales controlaban 87% del mercado. El número de pólizas de seguro de vida fue de 12 millones.

La nueva cara del sistema financiero en México planteó la hipótesis del poder oligopólico de los bancos extranjeros, lo que genera cierta preocupación sobre la estructura competi-

tiva de la industria. Otra preocupación es que, a pesar de que los servicios y productos financieros se han expandido en los últimos 20 años, todavía no hay muchos hogares que compren voluntariamente pólizas de seguro de vida. Esto plantea las preguntas detrás de los motivos y preferencias de los hogares e individuos mexicanos, su aversión al riesgo y la forma en que cubren el riesgo de pérdida inesperada de ingresos debido a la muerte de uno de los miembros del hogar.

El presente trabajo se divide en seis secciones. La primera es una breve introducción con algunos hechos históricos. El segundo es la revisión de la literatura utilizada para el presente análisis. La tercera parte contiene un modelo teórico para explicar la demanda de seguros de vida en presencia del motivo herencias. La quinta sección contiene un análisis económico utilizado para estimar la demanda de seguros de vida. La última sección contiene las conclusiones del artículo.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Desde el trabajo seminal de Yaari (1965), se ha hecho mucho para explicar el comportamiento del consumidor cuando hay seguros de vida y rentas vitalicias (annuities) disponibles para cubrir la incertidumbre durante toda la vida. Abel (1986) también analizó el problema de la demanda de rentas vitalicias bajo selección adversa, sin embargo, no incluyó los seguros en el análisis. Campbell (1980) analiza teóricamente la asignación de portafolio entre el patrimonio (por ejemplo, activos de riesgo) y el seguro de vida. En su análisis, el seguro de vida puede utilizarse para cubrir la pérdida de ingresos de por vida derivados del capital humano.

Lewis (1989) construyó un modelo teórico para explicar el comportamiento de los dependientes y la demanda de seguro de vida del hogar. Su principal resultado es que el seguro de vida está inversamente relacionado con su factor de carga, que puede considerarse un costo por unidad de seguro y pue-

de considerarse como el precio del seguro. Su tratamiento de la función de demanda del seguro de vida para el jefe de familia es simétrico a los de los dependientes.

Fortune (1973) estudió la relación positiva entre ingresos y demanda de seguros. Browne y Kim (1993) hicieron un análisis comparativo entre países para incluir diferencias en la aversión al riesgo. Utilizaron la religión como una variable explicativa para medir las diferencias de aversión al riesgo. Clapp, Fields y Gosh (1990) estudiaron la localización de compañías de seguros de vida en áreas metropolitanas utilizando técnicas econométricas para estimar las funciones de producción, costo y ganancias. Truett D. y Truett L. (1990) realizaron un análisis comparativo y empírico sobre la demanda de seguros de vida en México y EE. UU. Su conclusión es que la elasticidad ingreso de la demanda es mucho mayor para México que para EE. UU, sin embargo, no estimaron la elasticidad precio de la demanda para México puesto que la educación y el ingreso son las únicas variables explicativas.

Siguiendo el camino teórico de Abel (1986), Lewis (1989) y Campbell (1980), construimos un modelo en la sección cuatro para estudiar la demanda de seguros de vida de los consumidores. Utilizamos este modelo para respaldar el análisis empírico de la sección cinco, sin embargo, no profundizamos en el análisis de selección de cartera que ya estaba bien desarrollado por Yaari (1965), Abel (1986) y Campbell (1980). En cambio, nos enfocamos en la demanda de seguros de vida con un motivo herencia y el comportamiento del consumidor bajo incertidumbre. Como paso siguiente, especificamos un modelo econométrico utilizando los resultados de la sección cuatro y los trabajos anteriores de Browne y Kim (1993) y Truett. D. y Truett L. (1990). Realizamos un análisis econométrico para estimar la demanda de seguros para México utilizando datos transversales de la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares de México (ENIGH).

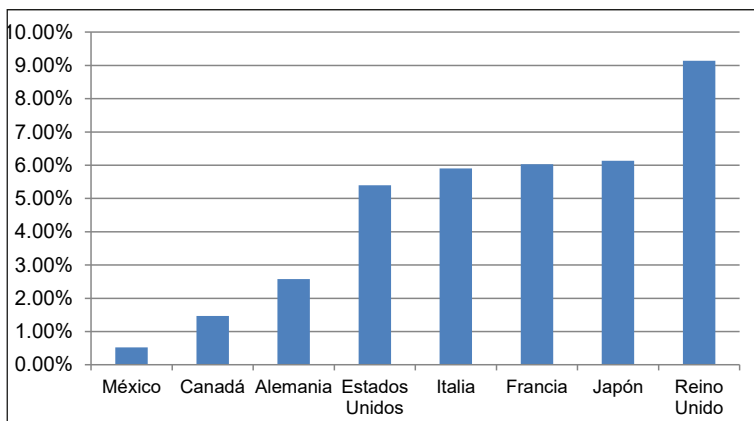
3. EL MERCADO DE SEGUROS DE VIDA

A pesar de que el sector de seguros mexicano está creciendo, está lejos del tamaño de otros países desarrollados. Comparativamente, la totalidad de las primas de la industria de seguros fue de aproximadamente el 0,6% del PIB en 2003. Esto fue aproximadamente 1/20 del tamaño de Japón o el Reino Unido (ver Figura 1) y es pequeño en comparación con el 2% de Canadá y el 5% de EE. UU. Por cantidad de primas *per cápita*, observamos que en promedio, un mexicano gastó aproximadamente 105 USD en seguros de vida en 2013, un canadiense de 916 USD y un estadounidense de mil 881 USD. El pequeño tamaño del mercado de seguros de vida en México puede ser el resultado de algunas características y problemas importantes en los mercados de seguros de vida que merecen atención. Un conjunto de problemas puede estar relacionado con el mercado de seguros en sí mismo, como por ejemplo en la competencia imperfecta (oligopolios), los altos costos y el estado incompleto del mercado mismo, entre otros problemas. Otro conjunto de causas está relacionado con las preferencias de los individuos y los hogares. Desde este punto de vista, los mexicanos pueden ser personas que aman el riesgo o quizás el motivo herencias no esté bien arraigado en los hogares mexicanos. Decidimos abordar el problema del lado de las preferencias de los hogares mexicanos (véase Figura 1).

La Figura 1, muestra el hecho de que el mercado de seguros de vida en México es notablemente pequeño en comparación con otros países desarrollados. La Figura 1 muestra las primas totales de seguros de vida recaudadas por las compañías de seguros divididas por el PIB total en algunos países de la OCDE. Esto es la principal motivación para este breve análisis, donde pretendemos indagar sobre algunos posibles determinantes de los seguros de vida en México.

También debemos mencionar algunas características particulares del mercado de seguros en México. Una es que las

Figura 1.
Porcentaje entre total de pólizas de seguros de vida sobre PIB
para algunos países de la OCDE, 2015.



Nota: Datos sobre primas brutas totales sobre Producto Interno Bruto en dólares internacionales (Purchasing Power Parity).

Fuente: OCDE “Insurance Statistics 2018” y “World Economic Outlook Database” 2019.

compañías de seguros no suelen tratar con rentas vitalicias puras, porque ya existe un mercado de pensiones privado que pretende vender rentas vitalicias por separado. Las rentas vitalicias vendidas por las compañías de seguros generalmente están vinculadas a accidentes o pólizas de seguro de vida. Otra característica es que muchas pólizas de seguro de vida están vinculadas a otros productos financieros provistos por instituciones financieras y bancos, como tarjetas de crédito, hipotecas, etcétera. Luego, muchas personas obtienen un seguro de vida al comprar algunos productos financieros o se ven obligadas a comprar en algún momento. Se puede ofrecer un seguro de vida como un beneficio adicional a los salarios. Por ejemplo, algunos trabajadores sindicalizados en el sector público y algunas empresas pueden ser incluidos en una póliza de grupo como parte de un contrato colectivo. Esta seg-

mentación puede plantear preguntas sobre los supuestos de información perfecta y elección individual. Pero aun así, trataremos el consumo de pólizas de seguro de vida utilizando la mayoría de los supuestos clásicos, por lo que consideramos que una póliza de seguro de vida se decide por separado de cualquier contrato laboral.

Cuando se firmó el Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN) en 1994, se siguió con la apertura de los mercados financieros a la inversión extranjera. Después de la “crisis del peso” de 1995, muchos bancos se fusionaron y casi toda la industria bancaria mexicana fue adquirida por bancos extranjeros. Con este nuevo sistema financiero algunos estaban preocupados por el nivel de competencia y regulación.

Si bien no pretendemos profundizar en la estructura competitiva de la industria de seguros de vida, un vistazo rápido al Índice Herfindahl-Hirschman (HHI) muestra que la concentración de poder de mercado en la industria de seguros de vida es relativamente pequeña, con un HHI de 0.12 para Contratos individuales y 0.14 para pólizas grupales en 2014. El índice está por debajo del HHI general de 0.17 de 2004. Parece que el mercado de seguros de vida se parece más a un mercado competitivo que a un oligopolio.

También es bien sabido que los problemas de información asimétrica afectan a la industria de seguros de vida, como lo podría ser el riesgo moral. En un enfoque intergeneracional, asumimos que las compañías de seguros de vida conocen la probabilidad de muerte de las personas aseguradas con tiempo suficiente para clasificar los tipos de hogares, y luego establecen las primas correspondientes. La aversión al riesgo también es una consideración importante, pero por el bien de la exposición dentro de un enfoque intergeneracional, decidimos asumir una aversión al riesgo idéntica y neutral.

4. UN MODELO DE GENERACIONES TRASLAPADAS CON MOTIVO HERENCIA Y RIESGO DE PÉRDIDA DE LA CABEZA DEL HOGAR

En esta sección construimos un modelo simple de generaciones traslapadas con dos períodos, siguiendo el model de Abel (1986) y de Campbell (1980). Consideremos un consumidor que pueden vivir solo un período con probabilidad p o dos períodos con probabilidad $(1 - p)$. En el primer período recibe ingresos de dos tipos de fuentes, la primer fuente es en forma de riqueza (endowment) W y el segundo de un flujo adicional de ingresos derivado de su capital humano H producto de la experiencia y la educación formal. Suponemos que este flujo de ingresos de capital humano se paga al final de su primer período.

En el segundo periodo de vida el consumidor no produce más y consume sus ingresos acumulados en forma de ahorro. Este consumidor cubre su riesgo de muerte en sus años productivos al adquirir un contrato de seguro de vida I . Con la inclusión del seguro de vida en su presupuesto de por vida el consumidor compensa la posible pérdida del flujo de ingresos de por vida cuando es joven, específicamente la pérdida de ingreso proveniente de su capital humano H , del cual depende el hogar. Por simplicidad, excluimos de este marco las anualidades, los impuestos y la seguridad social. En este trabajo, el seguro de vida no se trata como parte de ningún beneficio complementario al salario (fringe benefits).

Antes del final del primer período, el individuo consolida su hogar con el nacimiento de su descendencia y debe decidir cuánto seguro de vida comprar para enfrentar su incertidumbre en su periodo de trabajo. Si el individuo muere en su primer período de vida deja un legado $W - c1 + I(1 - p(1 + \lambda))$ que paga un retorno de R (si ocurre la realización de p , entonces $H = 0$). Esto se debe a que pierde un monto de H de ingreso de capital humano pero deja un seguro de I a su so-

brevivientes. Es decir, en caso de la realización de p la herencia B^y en su tiempo productivo es

$$B^y = R(W - c_1 + I(1 - p(1 + \lambda))) \quad (1)$$

Este legado se hace a partir de ahorros normales y seguros de vida. La póliza de seguro de vida también tiene en cuenta la prima de seguro que excede la pérdida esperada λ .¹ Este factor λ , da cuenta de otros factores que pueden impedir al consumidor estimar correctamente p y se supone que es una referencia del costo real de seguro de vida. Al final del primer período, la incertidumbre de p se resuelve² y el jefe de familia consume una cantidad de c_2 y el resto de sus ahorros queda a su heredero como herencia B^o . Esta herencia se deja a su descendencia si el individuo consigue sobrevivir hasta el segundo periodo:

$$B^o = R(W + H - c_1 - Ip(1 + \lambda)) - c_2 \quad (2)$$

Esta herencia incluye el ingreso adicional de capital humano H que el consumidor llega a disfrutar si sobrevive hasta el segundo período. Las transferencias intergeneracionales surten efecto entre los dos períodos porque la incertidumbre se resuelve durante este tiempo. De cualquier forma, el consumidor debe resolver el problema de cobertura del riesgo de muerte considerando tanto el consumo de por vida como el motivo de legado. Para esto utilizamos un índice de utilidad del consumidor como en Abel (1986):

$$U(c_1) + p\delta\gamma V(B^y) + (1 - p)\delta U(c_2) + (1 - p)\delta\gamma V(B^o) \quad (3)$$

¹ Campbell (1980) se refiere a λ como el “factor de carga”.

² Bajo el supuesto de ganancia económica cero, en una industria de seguros competitiva la probabilidad de pérdida es igual al cargo de la prima.

Donde δ es el factor de descuento de preferencia de tiempo ($0 < \delta \leq 1$) y γ refleja la preferencia por legados donde $0 \leq \gamma$. $U(\bullet)$ y $V(\bullet)$ los índices de utilidad derivados del consumo y de dejar una herencia a sus familiares sobrevivientes. Estos índices de utilidad se maximizan por la restricción presupuestal de por vida que puede ser obtenida sustituyendo (1) en (2), dando como resultado:

$$B^o = B^\gamma + RH - RI - c_2 \quad (4)$$

Combinando (1) y (4) para eliminar tenemos:

$$B^o = H R + \frac{R W}{1-p(1+\lambda)} - \frac{(p+p\lambda) B^\gamma}{1-p(1+\lambda)} - \frac{R c_1}{1-p(1+\lambda)} - c_2 \quad (5)$$

El problema del consumidor es maximizar (3) sujeto a (5). Para obtener soluciones explícitas y por simplicidad, asumamos que el anterior índice de utilidad en (3) tiene una forma logarítmica.³ Describimos el proceso de maximización en el Apéndice al final de este ensayo. La función de demanda de seguros de vida es:

$$I(W, H, \lambda) = \xi W + \vartheta H \quad (6)$$

La ecuación (6) expresa la demanda de seguro de vida en términos de ingresos de por vida W y H , así como p y λ . Vemos que el seguro está positivamente relacionado con los ingresos del capital humano como $\frac{\partial I}{\partial H} > 0$. Si ξ es negativo, podríamos concluir que el seguro de vida pudiera tener otros sustitutos en forma de otro tipo de riqueza.⁴ Pero en general

³ Una utilidad logarítmica la función asume que la aversión al riesgo relativo es igual a 1.

⁴ Estos resultados son similares a los de Campbell (1980).

aceptamos que las pólizas de seguro de vida son instrumentos únicos para la cobertura de riesgos.

El costo del seguro de vida para cada individuo es el factor de carga, que es considerado el precio por unidad de ingreso asegurado.⁵ El parámetro λ contiene información sobre los costos marginales de la industria. Por otro lado encontramos que $\frac{\partial I}{\partial \lambda} < 0$ que refleja esta relación negativa: cuanto más alto sea λ , menor será el seguro de vida que se exigirá.

El modelo teórico ofrece el marco básico para el análisis donde el precio y el ingreso son las principales variables para explicar la demanda de seguros de vida. El seguro de vida es un bien como cualquier otro donde el consumidor recibe servicios y decide su demanda de acuerdo con el precio y considerando su restricción presupuesta. El ingreso de por vida está representado por W pero de manera separada por ingresos del capital humano H . Por ello se requiere incluir esas variables en el estudio como factores centrales a ser considerados para cualquier proceso de decisión del consumidor.

La razón principal para una persona de comprar un seguro de vida es la de proteger sus sobrevivientes en caso de muerte. El seguro de vida permite a sus dependientes superar la pérdida financiera inmediata debido a la muerte de la cabeza de familia. Un supuesto central es que los consumidores se preocupan por la utilidad de sus dependientes. La pérdida del flujo de ingresos que proviene del capital humano será ciertamente mayor cuando el hogar tenga altos niveles de capital humano, por lo que habrá una conciencia mayor acerca de los problemas involucrados al enfrentar incertidumbre de la muerte cuando se tiene una inversión mayor en capital humano acumulado.

⁵ Por lo general, confundimos la prima de seguro con el precio del seguro. Las primas de seguro están determinadas por factores actuariales y de riesgo en lugar del costo marginal de la industria.

5. LA DEMANDA POR SEGUROS DE VIDA: EL ANÁLISIS ESTADÍSTICO

5.1. La forma funcional

En esta sección, realizamos un análisis estadístico sobre los determinantes de la demanda de seguros de vida en México. Una forma reducida para estimar la función de demanda anterior es:

$$\begin{aligned} \ln I_i = & \beta_0 + \beta_1 \ln H_i + \beta_2 \ln P_i + \beta_3 \ln W_i + \\ & \beta_4 Z_i + \beta_5 \ln S_i + \varepsilon_i \end{aligned}$$

Donde $\ln I$ es el contrato de la póliza de seguro de vida para un hogar i en logaritmos, $\ln S$ es un vector de ingresos del trabajo (salarios, salarios, beneficios complementarios, etcétera) en logaritmos, P es el factor de carga del seguro de vida (precio) pagado por la póliza de seguro, W es una variable que captura el nivel de activos o el estado económico del hogar y Z es un vector de otras variables que influyen en la demanda de seguro de vida por el lado de la oferta. Esta es una forma funcional muy simple y estándar que expresa los contratos de seguro en términos del tamaño de los ingresos de por vida y las primas pagadas por los hogares. Adicionalmente, la variable $\ln H$ contiene información sobre el nivel de capital humano que puede expresarse en términos de educación formal, condición de salud o experiencia laboral del jefe del hogar i .

El modelo anterior expresa la demanda de seguro en función del precio y el ingreso de por vida, en términos de su riqueza patrimonial así como de su ingreso laboral junto con su capital humano. La interpretación intergeneracional es que en un momento determinado, varias generaciones están tomando decisiones económicas y un análisis estadístico de corte

transversal puede capturar las diferencias entre los hogares. De acuerdo con esto, los signos esperados para la regresión son:

Parámetro	Signo
β_1	Positivo
β_2	Negativo
β_3	Positivo

Si el ingreso por salarios aumenta, manteniendo constante el ingreso por activos, entonces el ingreso de por vida también aumenta. Si el ingreso de por vida aumenta, la póliza de seguro de vida debe ser mayor porque la pérdida es mayor para los dependientes en caso de muerte del jefe de familia. La educación y la experiencia laboral tienen un efecto de dotación porque los niveles más altos de capital humano también aumentan los ingresos de por vida. Una pérdida más alta debe ser compensada por primas más altas pagadas por los hogares. Una prima más alta también puede ser el resultado de una mayor probabilidad de muerte que se puede observar en agregando y promediando tipos de hogares y generaciones. Como se mencionó anteriormente, descartamos los problemas de riesgo moral por el momento y dejamos el tema para futuras investigaciones. Para simplificar el análisis empírico, asumimos que todos los hogares tienen un valor similar de p .

5.2. Los datos

Podemos utilizar técnicas econométricas adecuadas para la estimación del modelo anterior. Necesitamos información sobre el ingreso de por vida de los hogares, información sobre la cantidad de capital humano, así como información sobre pólizas de seguro de vida y las primas pagadas. Una importante fuente de información son los microdatos proporcionados

por la Comisión Nacional Mexicana de Seguros y Garantías, que es una institución reguladora del Gobierno Federal para toda la industria de seguros en México. Este conjunto de datos proporciona información sobre los contratos de seguros de vida y primas, pero no incluye mucha información individual importante como son los niveles de ingreso, nivel de educación y otras características individuales del poseedor de la póliza.

Otra fuente de información es la Encuesta de ingresos y gastos de los hogares, que contiene información sobre los ingresos, el capital humano y las primas de seguro de vida que pagan todos los hogares de la muestra. Decidimos utilizar los microdatos de la ENIGH 2012, que ofrecen más opciones en términos de proxies e instrumentos que podemos elegir. En esta encuesta, la información sobre el seguro de vida se encuentra tanto en los ingresos como en los gastos de los hogares. Por el lado de los ingresos, a los hogares se les proporciona un seguro de vida como beneficio adicional que forma parte del ingreso salarial total. Es normal que muchos trabajadores formales reciban seguro de vida de sus empleadores, sindicatos u otra agencia de seguridad social. En este caso, las pólizas de seguro se agrupan en contratos colectivos (grupales) de naturaleza y el monto total de los pagos de seguro no está determinado por las condiciones individuales. Por el lado de la demanda, hay individuos y hogares que voluntariamente e individualmente exigen pólizas de seguro de vida y están dispuestos a pagar por cubrir el riesgo de pérdida de ingresos del hogar. La información sobre el monto de las primas pagadas se contabiliza como gasto del hogar. Este último grupo de hogares es nuestra principal muestra de análisis. Esta submuestra representa solo a aquellos hogares que no exigen seguro de vida en grupo, sino que lo hacen individual y voluntariamente.

En un contexto de equilibrio de mercado, tanto los contratos de seguro de vida como el factor de carga son endó-

genos. En nuestro modelo, el capital humano también es un factor determinante de la demanda de seguros de vida. Luego, el método adecuado para el análisis estadístico es utilizar variables instrumentales para tomar en cuenta las covariables endógenas. Decidimos ejecutar primero una regresión OLS estándar y luego una regresión 2LS utilizando instrumentos. También debemos considerar el uso de proxies ya que no tenemos información directa en algunas variables importantes.

La submuestra de hogares que compran pólizas de seguro de vida es sólo 149. Después de una expansión adecuada utilizando los pesos ENIGH, es posible tabular la cantidad de hogares en México que pagan el seguro de vida por su cuenta. Podemos inferir que menos de 2% del total de hogares mexicanos decidieron comprar pólizas de seguro de vida en 2012. La muestra se reduce aún más para tener en cuenta solo a los trabajadores asalariados.

Un problema en nuestro conjunto de datos es que no hay información sobre los contratos de seguro. No sabemos cuánto está asegurando cada hogar por posibles pérdidas de ingresos. Una idea importante de la teoría es que el valor nominal de un contrato de seguro debe ser proporcional al ingreso de por vida. Las personas con altos ingresos de por vida deben pagar una póliza alta con una prima más alta y lo contrario también es cierto. Por otro lado, el premium pagado por cada poliza (gasto del hogar) toma en cuenta el riesgo que tiene cada persona. Por estas razones, decidimos utilizar el ingreso per cápita del hogar (ingreso monetario total del hogar dividido por los miembros del hogar) como proxy del contrato de seguro. El supuesto es que se debe pagar una cantidad individual promedio en caso de una pérdida repentina de ingresos de una persona que percibe ingresos (cabeza de familia) y se correlaciona positivamente con el valor nominal de una póliza de seguro de vida.

El factor de carga, como lo explican Browne y Kim (1993) fue una variable que toma su forma teórica a partir de la defi-

nición de Lewis (1989) del factor de carga como una medida del precio del seguro que es: $f = \frac{d}{l p_i}$. En esta fórmula f es el valor nominal de los certificados de seguro, d son los gastos del consumidor en seguros de vida, primas, l es el factor de carga y p es la probabilidad de muerte de una persona i , y es la relación entre las primas de seguro de vida pagadas sobre el valor nominal total de los contratos de seguros. Este factor muestra el costo por unidad de cobertura de seguro y se utiliza como una medida del precio de seguro de vida.

La teoría predice que el nivel de educación superior junto con un ingreso salarial más alto inducen un contrato de seguro de vida más alto. Las personas contratan más seguros de vida a medida que acumulan educación y experiencia formal. Los ingresos totales de por vida de los hogares dependen en parte de los ingresos del trabajo. También sabemos que el nivel de ingreso laboral depende del capital humano. El ingreso laboral es una función directa en la educación, la capacitación, la experiencia laboral y la salud en general. Podemos usar esta definición para incluir en nuestro modelo de regresión la renta laboral variable junto con la educación o la experiencia laboral.

Las estadísticas descriptivas de los datos para el análisis de regresión se muestran en los Cuadros 1 y 2, tanto para las principales variables como para los instrumentos.

Utilizamos instrumentos para estimar la demanda de seguro de vida en una estimación de mínimos cuadrados en dos etapas (2SLS). Usamos principalmente instrumentos relacionados con la estructura del hogar, como el número de hijos, miembros femeninos y personas que ganan ingresos dentro del hogar. También construimos una variable para capturar el efecto de riqueza de en el modelo teórico. Utilizamos un índice de Engel para capturar el efecto de la riqueza en el análisis de regresión. Un mayor índice de Engel describe los hogares pobres y un índice bajo es evidencia de hogares ricos. Los principales resultados de la regresión se muestran en el

Cuadro 1.
Estadísticas estándar: variables principales

Variable	Observaciones	Media	Desviación Estándar	Mínimo	Máximo
Ln Ingreso total	149	11.209	0.687	9.102	13.549
Ln Ingreso salarial	130	10.547	0.857	6.557	12.874
Nivel educativo (Cabeza de hogar)	149	7.913	2.466	1	11
Ln Factor de carga	149	-4.251	1.106	-7.961	-1.514
Edad (Cabeza de hogar)	149	47.369	11.88	21	79
Mujeres en el hogar	149	1.966	1.087	0	6
Dependientes en el hogar	149	0.758	1.004	0	4
Ocupados en el hogar	149	1.826	0.998	0	5

Cuadro 2.
Resultados de regresión para demanda de seguros de vida

Variable	MCO	MCO (Riqueza)	MC Bietápicos
Constante	5.8719** (0.6185)	10.2347** (0.3490)	4.7393** (1.1768)
Ln Factor de carga	-0.1751** (0.0434)	-0.1559** (0.0391)	-0.3855** (0.1867)
Nivel de educación	0.0458* (0.0201)	0.0589** (0.0183)	0.0467* (0.0215)
Ln Ingreso salarial	0.3425** (0.0579)		0.3608** (0.0639)
Edad	0.0132** (0.0039)	0.0095** (0.0037)	0.0137** (0.0042)
Riqueza (Engel)		-3.0898** (0.4330)	
R2	0.41	0.45	
R2 Ajustada	0.39	0.45	0.3
Número de observaciones	130	149	130

Nota: Los símbolos ** y * representan coeficientes que son estadísticamente significativos diferentes de cero al 1% y 5% respectivamente. Los errores estándares están en paréntesis. Los instrumentos adicionales utilizados son: número de niños, mujeres, receptores de ingresos (empleados) dentro del hogar.

cuadro 3. La primera columna muestra una regresión OLS típica y la segunda columna usa la misma regresión OLS, pero usamos aquí el índice Engle para probar los efectos de riqueza. La tercer columna es un 2LS donde estimamos el factor de carga endógeno utilizando variables instrumentales.

Como se predijo, los ingresos salariales, la educación, el precio y la riqueza son factores importantes para comprender la demanda de seguros de vida en México. La elasticidad de la demanda por ingresos salariales es positiva, pero inferior a uno, lo que significa que el seguro de vida no es un bien superior. El seguro de vida parece ser normal porque un aumento de los ingresos del hogar aumentará la demanda de seguros de vida, pero ciertamente no es un bien de lujo. Cuando los ingresos salariales disminuyeron la respuesta es una caída en las compras de seguros de vida. Una variable que muestra un comportamiento similar es el índice de Engel que captura el efecto de la riqueza. El signo negativo muestra que la demanda de seguros de vida aumenta a medida que el índice disminuye porque este índice debe ser bajo para los hogares ricos (una proporción menor de sus ingresos se gasta en alimentos). Aunque esto no es una elasticidad, ciertamente muestra el simple hecho de que los hogares ricos tienen una mayor preferencia por el seguro de vida.

La educación superior también explica cambios importantes en la demanda de seguros de vida. Cuanto mas las personas reciben instrucción de nivel terciario, mayor es la demanda de seguros de vida. Cuando los aumentos de capital en términos de educación y experiencia en seguros de vida aumentan de la misma forma veremos un aumento en el monto de los contratos de seguro de vida. Podemos considerar que la educación tiene un efecto de expansión en el ingreso de por vida por lo que hace el seguro de vida más atractivo.

Otro resultado importante proviene de la variable precio del seguro o factor de carga. El parámetro para el factor de carga tiene un signo negativo como predice la teoría. El pará-

metro del factor de carga también se puede interpretar como la elasticidad precio del seguro de vida, que es inelástica. Este es quizás un resultado desconcertante y quizás la razón por la cual el mercado de seguros de vida en México es diferente. Lewis (1989) concluyó que:

This follows from the observation that an insured's purchase of life insurance generally represents a transaction made on behalf of his beneficiaries. Second, the demand for life insurance is probably price elastic because the price of insurance, as reflected by the loading factor, directly affects the household's total wealth if the insured dies and life insurance ownership in most households represent a small proportion of wealth. (...)

Pero este no es el caso de México. Dado que el mercado es tan pequeño y limitado en su escala; es sólo posible explicar que la demanda de seguros de vida sea inelástica dado que sólo estamos trabajando con la demanda efectiva. Es posible que exista una demanda de seguros donde existe un truncamiento importante y una demanda escondida o latente que no se manifiesta en los datos.

6. CONCLUSIONES

En este documento ofrecimos una introducción a la situación actual de la demanda de seguros de vida en México. Se explicaron los principales componentes de la demanda en el contexto de los hogares. A pesar de las adquisiciones y fusiones en la última década, la industria de seguros de vida todavía goza de un cierto grado de competencia.

Nuestro tratamiento teórico del seguro de vida refleja el hecho de que este seguro, depende del ingreso de por vida y el nivel de capital humano. Los consumidores eligen la cantidad de cobertura de seguro de acuerdo con el costo de cada unidad de cobertura.

El análisis empírico muestra que el ingreso, la educación y el precio de los seguros son variables significativas. Cuando aumentan los ingresos y la educación, la demanda de seguros de vida también aumenta y cuando las primas aumentan, la demanda de seguros de vida disminuye. Podemos explicar la demanda de seguros de vida como una combinación de estas importantes variables.

Más allá del alcance de este análisis, hay variables que pueden afectar la demanda y la oferta de seguros de vida como regulación gubernamental, políticas fiscales, barreras de la industria, etcétera y debe ser considerado en futuras investigaciones. En general, los seguros de vida en México son una industria en crecimiento, pero aún sujeto a las realidades económicas actuales. En magnitud; capital humano y los niveles de ingreso en México aún no están cerca de los de las economías desarrolladas y esto se refleja en un mercado tan pequeño, comparado con los países desarrollados.

El hecho de que el precio (factor de carga) sea inelástico se explica porque solamente aquellos hogares con ingresos de por vida y capital humano suficientes y con una aversión al riesgo determinada son los que demandan seguros de vida de manera individual. El mercado de seguros de vida voluntario es relativamente pequeño en comparación con otros países desarrollados porque como ya se dijo, sólo pocos tienen un nivel de capital humano e ingreso de por vida, lo suficientemente grande como para pensar en la prevención del riesgo por muerte prematura de la cabeza del hogar. Por ello, a pesar de mayores riesgos y mapas altas primas de seguros, la demanda total de seguros de vida crece menos de lo esperado. Esto implica que las preferencias mexicanas para los contratos de seguro de vida, son débiles, a pesar del creciente número de riesgos; tales como crímenes, violencia, accidentes, desastres naturales, etcétera. Ciertamente, las preferencias cambian con el tiempo, y lo mejor sería apostar que el capital humano aumente junto con los ingresos de por vida, para

poder esperar un repunte en la demanda de seguros de vida. De esta forma podemos pensar que los seguros de vida son un indicador sobre el nivel de capital humano e ingreso real de por vida de las familias de México; y su bajo nivel no habla bien del estado actual del bienestar de los hogares Mexicanos.

APÉNDICE

Para encontrar la demanda de seguros de vida, primero debemos hacer algunas sustituciones preliminares que utilizan las condiciones de primer orden y la restricción presupuestaria. Las condiciones de primer orden con utilidad logarítmica son:

$$c_1 = B_o \left(\frac{R}{1-p} (1+\lambda) \right)^{-1} (1-p) \gamma \delta \quad (\text{A.1})$$

$$c_2 = B_o \gamma^{-1} \quad (\text{A.2})$$

$$B_y = B_o \left(\frac{1-p}{p} \frac{p(1+\lambda)}{1-p(1+\lambda)} \right)^{-1}. \quad (\text{A.3})$$

Sustituya (A.1), (A.2) y (A.3) en la restricción presupuestal (5) para obtener:

$$B_o = \frac{(-1+p) R \gamma \delta (W-H(-1+p+p\lambda))}{(1-(-1+p-\gamma)\delta)(-1+p+p\lambda)} \quad (\text{A.4})$$

Ahora, sustituya (A.4) en (A.1) para obtener:

$$c_1 = \frac{W-H(-1+p+p\lambda)}{1+(1-p+\gamma)\delta} \quad (\text{A.5})$$

Sustituyendo (A.4) en (A.3) arroja:

$$B^y = \frac{R \gamma \delta (-W + H (-1 + p + p \lambda))}{(-1 + (-1 + p - \gamma) \delta) (1 + \lambda)} \quad (\text{A.6})$$

Para obtener la demanda de seguros de vida, primero debemos sustituir (A.2) y (A.3) en (4). La ecuación resultante se debe usar en combinación con (A.4) para cancelar B^o . Finalmente la demanda de seguros de vida es:

$$I = \xi W + \vartheta H \quad (\text{A.7})$$

donde

$$\xi = \frac{R \delta (-1 + p - \lambda + p \lambda - \gamma \lambda)}{(-1 + (-1 + p - \gamma) \delta) (1 + \lambda) (-1 + p + p \lambda)} \quad (\text{A.8})$$

y

$$\vartheta = - \frac{1 + \lambda + \delta (1 + \gamma + \lambda + \gamma \lambda + p (-1 + R) (1 + \lambda) - R (1 + \lambda + \gamma \lambda))}{(-1 + (-1 + p - \gamma) \delta) (1 + \lambda)} \quad (\text{A.9})$$

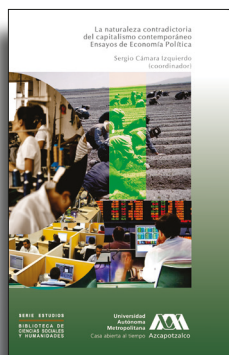
BIBLIOGRAFÍA

- Abel, A. (1986). "Capital accumulation and uncertain lifetime with adverse selection". *Econometrica*, vol. 54, núm. 5. pp. 1079-1098.
- Browne, M. and Kim, K. (1993). "An international analysis of life insurance demand". *The journal of risk and insurance*, vol. 60, núm. 4. pp. 616-634.

- Campbell, R. (1980). "The demand for life insurance: An application of the economics of uncertainty". *The Journal of Finance*, vol. 35, núm. 5. pp. 1155-1172.
- Clapp J. M., Fields J. A. y Ghosh C. (1990). "An examination of profitability in spatial markets: The case of life insurance agency locations". *The Journal of Risk and Insurance*, vol. 57, núm. 3. pp. 431-545.
- Ferber, R. and Chao, L. (1980). "Acquisition and accumulation of life insurance in early married life". *The journal of risk and insurance*, vol. 47, núm. 4. pp. 713-734.
- Fortune, P. (1973). "A theory of optimal life insurance: development and test". *Journal of finance*, vol. 28, núm. 3. pp. 587-600.
- Lewis, F.D. (1989). "Dependents and the demand for life insurance". *American Economic Review*. vol. 79, núm. 3, pp. 452-467.
- Minzoni, A. (2005). Crónicas de los seguros en Mexico. Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF).
- Truett, D. y Truett, L. (1990). "The demand for life insurance in Mexico and the United States: A comparative study". *The journal of risk and insurance*, vol. 57, núm. 2, pp. 321-328.
- Yaari, M. (1965). "Uncertain lifetime, life insurance and the theory of the consumer". *The Review of Economic Studies*, vol. 32, núm. 2. pp. 137-150.

Paginas de internet

www.inegi.gob.mx
www.cnsf.gob.mx
www.conapo.gob.mx
www.iii.org



La naturaleza contradictoria del capitalismo contemporáneo Ensayos de Economía Política



Estancamiento y recuperación: once años después

ADMINISTRACIÓN
DERECHO
ECONOMÍA
HUMANIDADES
SOCIOLOGÍA

El objetivo de este libro es lograr un mayor acercamiento entre los trabajos meramente cuantitativos y los puramente teóricos. Así, los quince trabajos presentados desarrollan modelos teóricos para representar la situación a estudiar de la realidad mexicana y son complementados con información cuantitativa. Se incluyen diversos temas que van desde el análisis de la conducta de los delincuentes y el entorno en que actúan, hasta el análisis de legislaciones que rigen diversas actividades y mercados. Se habla de seguridad social, impuestos, banca de desarrollo, sector externo, servicios públicos como agua, educación, trabajo infantil, costo compartido, discriminación de precios, reglas de reparto y seguros de vida. La intención es invitar al lector a conocer la relevancia de la teoría económica y sus modelos cuantitativos en las decisiones de la vida real.