



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
UNIDAD AZCAPOTZALCO**

**DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
POSGRADO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL**

EVALUACIÓN DE LA INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-
ESTRUCTURA EN EL COMPORTAMIENTO INELÁSTICO
DE UN EDIFICIO DE CONCRETO REFORZADO

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

PRESENTA

JUAN ENRIQUE HUERTA ECATL

ASESOR DE TESIS: **DR. LUCIANO ROBERTO FERNÁNDEZ SOLA**

MÉXICO, D. F.

JUNIO DE 2015

*A mi madre, Evelia, por ser ella el origen y el
motivo de que mi labor y mi existencia tengan un
verdadero sentido*

*A mis hermanos, Paco, Isra, Benji y Anilú, quienes
han sido siempre los acompañantes y testigos de
un arduo camino*

AGRADECIMIENTOS

A mi asesor, el Dr. Luciano R. Fernández Sola, por brindarme su dedicación, paciencia y apoyo para lograr la culminación de este trabajo, además de compartir conmigo algunas de sus ideas e inquietudes sobre éste y otros temas del conocimiento

Al Posgrado en Ingeniería Estructural de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, por otorgarme las herramientas y los fundamentos para desarrollar mi profesión con un carácter crítico y honesto

Al Dr. Arturo Tena Colunga, por ser el fundador de un verdadero legado con su talento y compromiso

Al Dr. Edgar Tapia y al Dr. Héctor Sánchez, por sus comentarios y aportaciones en beneficio de mejorar la calidad de este trabajo

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por procurarme una educación de calidad en mis estudios

ÍNDICE GENERAL

	Página
Capítulo 1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 JUSTIFICACIÓN	1
1.2 OBJETIVO GENERAL	1
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	1
1.4 ALCANCE	2
1.5 LIMITACIONES	2
Capítulo 2 MARCO TEÓRICO	4
2.1 CONCEPTOS BÁSICOS EN EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL SUELO	4
2.1.1 Ecuación de Onda Sísmica	4
2.1.2 Determinación del Periodo Dominante del Terreno	8
2.2 INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA	10
2.2.1 Conceptos Generales	10
2.2.2 Rigidez Dinámica	12
2.2.3 Método de Superposición	14
2.2.4 Funciones de Impedancia	16
2.2.5 Componentes de Desplazamiento	18
2.2.6 Relación de Rigidez Suelo-Estructura	20
2.2.7 Efectos en el Periodo Fundamental y Amortiguamiento de la Estructura	21
Capítulo 3 ANTECEDENTES	23
3.1 ESTUDIOS EN SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD	23
3.2 ESTUDIOS EN SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD	23
Capítulo 4 DUCTILIDAD E INTERACCIÓN	26
4.1 DUCTILIDAD	26
4.2 DUCTILIDAD EFECTIVA	27
4.3 REVISIÓN DE LA DUCTILIDAD EFECTIVA	30
Capítulo 5 EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN	32
5.1 DEFINICIÓN	32
5.2 REDUCCIÓN DE LA RESISTENCIA LATERAL POR EFECTOS P- Δ	34
Capítulo 6 MODELO ANALÍTICO	36
6.1 DISEÑO DEL EDIFICIO	36
6.1.1 Características Generales	36
6.1.2 Modelado de la Base	37
6.1.3 Cálculo de Periodos Efectivos	39

6.1.4	Diagrama Momento-Curvatura	40
6.1.5	Longitud y Rotación Plástica	42
6.1.6	Diagrama de Interacción	43
6.1.7	Propiedades plásticas de Vigas y Columnas	44
6.2	ANÁLISIS ESTÁTICO NO-LINEAL	44
6.2.1	Patrón de Cargas	44
6.2.2	Criterios de Aceptación en el Nivel de Daño	45
6.2.3	Comentarios sobre la validez del Análisis Estático No-Lineal	47
6.3	ANÁLISIS DINÁMICO NO-LINEAL PASO A PASO	47
6.3.1	Método de la Aceleración Promedio de Newmark	47
6.3.2	Amortiguamiento de Rayleigh	48
6.3.3	Modelo Histerético de Takeda	49
6.3.4	Registros Acelerográficos	51
6.4	CONSIDERACIÓN DE LOS EFECTOS P-Δ EN LOS ANÁLISIS NO-LINEALES	53
6.4.1	Efectos P-Δ en el programa Sap2000	53
6.4.2	Efectos P-Δ en elementos "Frame"	54
6.4.3	Efectos P-Δ en elementos "Link"	54
Capítulo 7	RESULTADOS	56
7.1	ANÁLISIS ESTÁTICO NO-LINEAL	56
7.1.1	Curvas de Capacidad	56
7.1.2	Ductilidades Efectivas	60
7.1.3	Participación de las Componentes de Desplazamiento	63
7.2	ANÁLISIS DINÁMICO NO-LINEAL PASO A PASO	64
7.2.1	Comportamiento Inelástico en Suelo Blando	64
7.2.2	Comportamiento Inelástico en Suelo de Transición	67
7.2.3	Comportamiento Inelástico en Suelo Firme	69
Capítulo 8	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	72
	REFERENCIAS	74
	APÉNDICE A	78
1.	DEDUCCIÓN DE RIGIDECES EQUIVALENTES EN LA BASE	78
2.	USO DE LA FUNCIÓN "BODY CONSTRAINT" DEL PROGRAMA SAP2000	79
	APÉNDICE B	81
1.	ARMADOS DE VIGAS Y COLUMNAS	81
2.	DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA	82
3.	REVISIÓN DE MOMENTOS ÚLTIMOS DE VIGAS Y COLUMNAS EN LOS NODOS	84

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 2.1 Comportamiento de la respuesta en suelo rígido y suelo blando. Adaptado de Wolf (1985)	12
Figura 2.2 Etapas en la solución de tres pasos. Adaptado de Avilés (2004)	16
Figura 2.3 Componentes de desplazamiento	19
Figura 4.1 Relación fuerza-deformación para establecer los parámetros de ductilidad. Adaptado de Avilés y Pérez-Rocha (2003)	26
Figura 4.2 Modelo elasto-plástico equivalente para representar los efectos de interacción. Adaptado de Avilés y Pérez-Rocha (2003)	27
Figura 4.3 Desplazamientos considerados en la ductilidad efectiva. Adaptado de Moghaddasi (2015)	29
Figura 4.4 Modelo de Priestley y Park (1987)	30
Figura 5.1 Efectos de segundo orden. Adaptado de CSI (2009)	33
Figura 5.2 Gráfica Cortante vs Carga Axial	35
Figura 6.1 Geometría del Edificio	37
Figura 6.2 Distribución de resortes en la base	38
Figura 6.3 Posición de periodos en el espectro de diseño	40
Figura 6.4 Diagrama Momento-Curvatura	41
Figura 6.5 Bloque equivalente de compresión. Tomado de las NTCC-2004	42
Figura 6.6 Diagrama de Interacción. Adaptado de Wight y MacGregor (2012)	43
Figura 6.7 Patrón triangular de carga. Análisis estático no-lineal.	45
Figura 6.8 Modelos de curva del elemento a) FEMA-356 (2000) b) Sap2000	46
Figura 6.9 Modelo histerético de Takeda dentro del elemento "link", Sap2000	50
Figura 6.10 Registro y espectro de respuesta en suelo blando	52
Figura 6.11 Registro y espectro de respuesta en suelo de transición	52
Figura 6.12 Registro y espectro de respuesta en suelo firme	52
Figura 6.13 Caso de carga gravitacional con efectos P- Δ	53
Figura 6.14 Caso de carga a partir del estado de deformación por carga gravitacional con efectos P- Δ	53
Figura 6.15 Esquema interno del elemento "link". Adaptado de CSI (2009)	55
Figura 7.1 Curvas de capacidad con desplazamiento total	56
Figura 7.2 Curvas de capacidad sin componentes de cuerpo rígido	57
Figura 7.3 Acercamiento de la rama inelástica sin componentes de cuerpo rígido	57
Figura 7.4 Curvas de capacidad sin componentes de cuerpo rígido y con efectos P- Δ	58
Figura 7.5 Acercamiento de la rama inelástica con efectos P- Δ	58
Figura 7.6 Distribución de articulaciones plásticas para el desplazamiento último	59
Figura 7.7 Curvas de capacidad idealizadas	60
Figura 7.8 Curvas de capacidad idealizadas con efectos P- Δ	61
Figura 7.9 Gráfica Ductilidad vs Relación de Rigideces Suelo-Estructura	62

Figura 7.10 Comportamiento histerético del edificio con base rígida, registro de SCT	64
Figura 7.11 Comportamiento histerético del edificio con base flexible, registro de SCT	64
Figura 7.12 Comportamiento histerético del edificio con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de SCT	65
Figura 7.13 Comparación entre las curvas de histéresis del edificio con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de SCT	65
Figura 7.14 Curvas histeréticas de columnas del primer nivel, registro de SCT	66
Figura 7.15 Comportamiento histerético del edificio con base rígida, registro de Viveros	67
Figura 7.16 Comportamiento histerético del edificio con base flexible, registro de Viveros	67
Figura 7.17 Comportamiento histerético del edificio con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Viveros	68
Figura 7.18 Comparación entre las curvas de histéresis del edificio con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Viveros	68
Figura 7.19 Curvas histeréticas de columnas del primer nivel, registro de Viveros	69
Figura 7.20 Comportamiento histerético del edificio con base rígida, registro de Manzanillo	69
Figura 7.21 Comportamiento histerético del edificio con base flexible, registro de Manzanillo	69
Figura 7.22 Comportamiento histerético del edificio con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Manzanillo	70
Figura 7.23 Comparación entre las curvas de histéresis del edificio con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Manzanillo	70
Figura 7.24 Curvas histeréticas de columnas del primer nivel, registro de Manzanillo	71

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 2.1 Sistema de Clasificación de Suelos IBC, 2006	7
Tabla 2.2 Clasificación de suelos mediante la prueba de penetración estándar, MDOC-CFE-2008	8
Tabla 2.3 Funciones de impedancia Apéndice A, NTCS-2004	18
Tabla 5.1 Propiedades de los sistemas S_1 y S_2	34
Tabla 6.1 Secciones de vigas y columnas en cada nivel	36
Tabla 6.2 Velocidades de onda de corte del suelo y periodos efectivos del primer modo	39
Tabla 6.3 Asociación de periodos efectivos con la relación de rigideces suelo-estructura	40
Tabla 6.4 Propiedades plásticas de vigas y columnas	44
Tabla 6.5 Coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh	49
Tabla 6.6 Asociación de periodos y acelerogramas según el tipo de suelo	51
Tabla 7.1 Comparación entre ductilidad y ductilidad efectiva	62
Tabla 7.2 Participación de las componentes en el desplazamiento total	63
Tabla 7.3 Capacidad y demandas de ductilidad en suelo blando	66
Tabla 7.4 Capacidad y demandas de ductilidad en suelo de transición	68
Tabla 7.5 Capacidad y demandas de ductilidad en suelo firme	70

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

1.1 JUSTIFICACIÓN

En general, el análisis y la evaluación del comportamiento sísmico de edificios se llevan a cabo con la suposición de que éstos se encuentran desplantados sobre una base rígida, lo que denota que el movimiento del suelo y la cimentación es exactamente el mismo a pesar de los obvios contrastes entre ambos medios. Sin embargo, es evidente que el terreno presenta, aun en suelos firmes, cierto grado de flexibilidad en su composición, lo cual influye directamente en la respuesta dinámica de la estructura. Simultáneamente, el comportamiento del terreno en la interacción es dependiente de las fuerzas inerciales que le transmite la estructura sujeta a las acciones de un evento sísmico determinado.

Es por esta razón, que distintos investigadores se han abocado en encontrar un método analítico que caracterice de forma adecuada la interacción entre el suelo y la estructura; no obstante, dado que incluir el fenómeno de la interacción suelo-estructura complica el modelo analítico y el procedimiento de análisis, la mayoría de los criterios utilizados en estudios previos se han llevado a cabo en modelos elásticos o inelásticos de un solo grado de libertad, por lo que los efectos asociados con el comportamiento inelástico de las estructuras, aún continúan en una etapa limitada de desarrollo en cuanto a la consideración de incluir parámetros más formales para representar las propiedades de un edificio modelado con un mayor detalle.

1.2 OBJETIVO GENERAL

Evaluar el comportamiento inelástico de un edificio de concreto reforzado cuando se considera el efecto de la interacción dinámica suelo-estructura y los efectos de segundo orden.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Evaluar la relevancia de la interacción dinámica suelo-estructura para suelos con distintas velocidades de onda de corte mediante la aplicación de análisis estáticos y dinámicos no lineales en modelos analíticos con distintas flexibilidades de la base.

- Describir la formación de articulaciones plásticas en los elementos viga-columna y verificar el desempeño del edificio al combinar los efectos de la interacción suelo-estructura y los efectos de segundo orden.
- Estimar las curvas de capacidad de cada modelo analítico y comparar el comportamiento inelástico del edificio para distintas flexibilidades de la base con la condición de base rígida.

1.4 ALCANCE

El enfoque de esta investigación está dirigido en incluir parámetros que representen de forma más explícita la no-linealidad en las propiedades estructurales de un edificio de concreto, con el propósito de identificar los efectos de la interacción dinámica en el comportamiento inelástico del mismo. Por este motivo, el presente estudio está escrito de tal manera que funcione como una guía breve en el diseño de edificios de concreto reforzado sujetos a los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura.

1.5 LIMITACIONES

A pesar de que el edificio se modeló como una estructura tridimensional, todos los análisis se llevaron a cabo en una sola dirección, por lo que no se consideraron los efectos de torsión por excentricidad de masa, o por efecto de la configuración geométrica, dado que se trata de un edificio completamente regular.

La cimentación utilizada en esta investigación fue diseñada en un estudio previo (Martínez, G., 2004), por lo que se asume que el diseño es el adecuado, dado que en ambos estudios se supuso una carga uniformemente distribuida de 1ton/m^2 en cada nivel.

En la solución de las funciones de impedancia se asume que la cimentación se comporta como un cuerpo infinitamente rígido carente de masa, y que el suelo está compuesto por un material elástico, isótropo y homogéneo.

La adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo se considera que es perfecta, por lo que no existe un deslizamiento relativo entre ambos materiales, con lo cual, se descarta la componente de desplazamiento que llegase a producir este fenómeno cuando ha comenzado la fluencia de las columnas de la base de la estructura.

La relación entre altura y longitud del edificio es baja, por lo que la condición de esbeltez no se consideró dentro de los parámetros de referencia para evaluar los efectos de interacción, además de que los análisis de esta investigación se llevaron a cabo únicamente en un solo tipo de estructura.

Finalmente, el amortiguamiento del terreno no fue un factor determinante en el comportamiento inelástico del edificio, debido a que las características del suelo considerado y del sistema estructural utilizado, no modificaron significativamente el cinco por ciento de amortiguamiento crítico viscoso, por lo que la investigación estuvo sujeta a una sola estratigrafía.

Capítulo 2 MARCO TEÓRICO

2.1 CONCEPTOS BÁSICOS EN EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL SUELO

2.1.1 Ecuación de Onda Sísmica

Las ondas sísmicas son perturbaciones mecánicas que se propagan a través del terreno como medio continuo, y dada la complejidad que representa modelar las características reales del suelo, éste puede considerarse como un semi-espacio homogéneo a partir de las propiedades que presentan los estratos que lo conforman, los cuales también se considera que están compuestos por un material isótropo, elástico y homogéneo (Wolf, J. P., 1985)

Las ondas sísmicas se dividen en dos grupos principales, las de cuerpo, las cuales se transmiten a través del interior de la Tierra, y las de superficie, las cuales se originan debido a la existencia de una frontera libre en la corteza terrestre. Las ondas de cuerpo se clasifican en ondas de compresión o primarias (P), y en ondas de corte o secundarias (S), mientras que las superficiales se catalogan como ondas de Love y ondas de Rayleigh. Las ondas de Love solo se generan en presencia de una capa de suelo blando sobre un semi-espacio rígido, resultado de la energía atrapada en la capa blanda por las múltiples reflexiones de ondas de cuerpo que se producen en los distintos estratos. La generación de ondas de Rayleigh es siempre inherente a la existencia de una superficie libre en un medio continuo (Shearer, P. M., 2009)

A partir de la ecuación de la segunda ley de Newton (Shearer, P. M., 2009):

$$F = ma \quad (2.1)$$

Donde F es la fuerza, m es la masa y a la aceleración, se puede generalizar una ecuación para un medio continuo como:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_j \tau_{ij} + f_i \quad (2.2)$$

Donde t es el tiempo, ρ es la densidad, u es el desplazamiento, τ el tensor de esfuerzos, f las fuerzas de cuerpo y los subíndices i y j representan las direcciones x , y y z . Esta expresión se conoce como la *ecuación de momento* o como la *ecuación de movimiento* para un medio continuo.

Aunque la fuerza gravitacional es importante para frecuencias muy bajas, se ha observado que para longitudes de onda típicas en sismos, es válido descartar las fuerzas de cuerpo (Shearer, P. M., 2009), por lo que la ecuación 2.2 queda de la siguiente manera:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \partial_i \tau_{ij} \quad (2.3)$$

La expresión 2.3 se denomina entonces como la *ecuación homogénea de movimiento*, la cual determina la forma de propagación de las ondas fuera de la región de la fuente. A partir de las soluciones de las ecuaciones 2.2 y 2.3, es posible estimar los movimientos del terreno en lugares específicos, los cuales se denominan de forma habitual como *sismogramas sintéticos*.

Adicionalmente, para resolver la ecuación 2.3 se requiere de una ecuación que relacione los esfuerzos con las deformaciones, con la finalidad de expresar el tensor de esfuerzos τ en términos del desplazamiento u , y debido a que las deformaciones asociadas con las ondas sísmicas son muy pequeñas, se puede asumir una relación lineal entre los esfuerzos y las deformaciones, por lo que el tensor de esfuerzos para un material elástico-lineal e isótropo se define como:

$$\tau = \begin{bmatrix} \lambda e + 2G\epsilon_{xx} & 2G\epsilon_{xy} & 2G\epsilon_{xz} \\ 2G\epsilon_{yx} & \lambda e + 2G\epsilon_{yy} & 2G\epsilon_{yz} \\ 2G\epsilon_{zx} & 2G\epsilon_{zy} & \lambda e + 2G\epsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Donde $e \approx \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$ es la deformación cúbica, λ y G son los coeficientes de Lamé y se expresan en términos del módulo de elasticidad E y de la relación de Poisson ν del material del terreno:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.5)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.6)$$

Mientras que el tensor de deformaciones se expresa como:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) & \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Al sustituir los términos correspondientes de la matriz 2.7 en la matriz 2.4, se tiene la siguiente matriz:

$$\tau = \begin{bmatrix} \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2G \frac{\partial u_x}{\partial x} & G \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & G \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \\ G \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2G \frac{\partial u_y}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \\ G \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) & G \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) & \lambda \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2G \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Finalmente, al sustituir la matriz 2.8 en la ecuación 2.3 se obtiene, en notación matricial, una de las formas de la *ecuación de onda sísmica*:

$$\rho \ddot{u} = \nabla \lambda (\nabla \cdot u) + \nabla G \cdot [\nabla u + (\nabla u)^T] + (\lambda + 2G) \nabla \nabla \cdot u - G \nabla \times \nabla \times u \quad (2.9)$$

Donde \ddot{u} es la segunda derivada del vector de desplazamientos con respecto al tiempo t y $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$ es el operador gradiente, el cual permite obtener un campo vectorial a partir de un campo escalar. Obtener la solución de la ecuación de onda sísmica resulta un proceso bastante complejo, es por ello que es común el uso de dos aproximaciones diferentes.

La primera aproximación asume que la velocidad es función de la profundidad únicamente, por lo que el material se puede modelar como una serie de capas homogéneas, con lo cual, el gradiente en los coeficientes de Lamé en cada capa es igual a cero. De este modo, la solución dentro de cada capa se vincula con las capas adyacentes mediante el cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión de las ondas en la interfaz inferior y superior de cada capa. Así, con un número mayor de capas se tiene una mejor aproximación al caso de gradiente continuo, además de que se hace necesario un mayor número de divisiones para frecuencias más altas.

La segunda aproximación se basa en la condición de que el gradiente en los coeficientes de Lamé dependen de la relación $1/\omega$, donde ω es la frecuencia, por lo que para frecuencias altas, estos dos términos son iguales a cero. Sin embargo, esta aproximación falla si el gradiente de velocidad del material tiene una pendiente demasiado pronunciada.

Por lo que si se ignoran los términos asociados con los gradientes $\nabla\lambda$ y ∇G al considerar un medio homogéneo, la ecuación de momento 2.9 queda expresada como:

$$\rho \ddot{u} = (\lambda + 2G) \nabla \nabla \cdot u - G \nabla \times \nabla \times u \quad (2.10)$$

La expresión anterior representa la forma estándar de la ecuación de onda para un medio homogéneo y establece las bases para los métodos que calculan los sismogramas sintéticos para ondas de cuerpo. Es importante recordar que esta expresión es aproximada, y que descarta la fuerza gravitacional y los términos relacionados con el gradiente de velocidad, además de que se considera al suelo como un material elástico-lineal, isótropo y homogéneo.

Para fines prácticos, es posible separar la ecuación estándar en dos soluciones, una para las ondas primarias y otra para las secundarias, mediante el uso del operador vectorial divergente $\nabla \cdot u$ y el operador vectorial rotacional $\nabla \times u$, respectivamente; asimismo, se hace necesario el uso de distintas identidades vectoriales para obtener su expresión final. Así, la ecuación para las ondas P está dada por:

$$\nabla^2 (\nabla \cdot u) - \frac{1}{V_p^2} \frac{\partial^2 (\nabla \cdot u)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

Donde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ es el operador de Laplace, mientras que la velocidad de onda primaria V_p queda definida como:

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}} \quad (2.12)$$

La ecuación para la onda de corte o secundaria se expresa entonces como:

$$\nabla^2(\nabla \times u) - \frac{1}{V_s^2} \frac{\partial^2(\nabla \times u)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.13)$$

Donde la velocidad de propagación de onda de corte V_s se define de la siguiente manera:

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (2.14)$$

En la práctica es más común calcular el módulo a cortante G a partir de la velocidad de propagación de onda de corte V_s :

$$G = \rho V_s^2 \quad (2.15)$$

Mediante diversas técnicas de sondeo es posible determinar los perfiles de velocidad de onda de corte V_s contra la profundidad del terreno, lo que permite hacer una clasificación del suelo a partir de las características de los distintos estratos que lo conforman. Por ejemplo, el International Building Code (IBC, 2006), se basa en los valores promedio de la velocidad de onda de corte en los primeros 30m del terreno (V_{s30}) y considera una profundidad de referencia del estrato basal rocoso, esto es, la profundidad más próxima a la que se halle el estrato cuya velocidad de onda de corte sea $V_s > 720$ m/s.

Tabla 2.1 Sistema de Clasificación de Suelos IBC, 2006

Tipo	V_{s30} (m/s)	Descripción
A	> 1,500	Roca dura
B	760 – 1,500	Roca
C	360 – 760	Roca blanda y suelo muy denso
D	180 – 360	Suelo rígido
E	< 180	Suelo blando
F	Suelos especiales (licuables, colapsables, arcillas muy plásticas, suelos orgánicos)	

En México, el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad 2008 (MDOC-CFE-2008), también establece una velocidad de onda de corte de al menos 720m/s para definir el estrato duro, o bien, llevar a cabo una exploración hasta una profundidad de 45m en el terreno. Para la clasificación del suelo, el Manual de Diseño de Obras Civiles recomienda hacer

una medición directa de las propiedades dinámicas del mismo; sin embargo, para estudios preliminares o con fines comparativos, se puede utilizar la prueba de penetración estándar (SPT) para estimar los pesos volumétricos γ_s y las velocidades de propagación de onda de corte V_s del terreno, tabla 2.2.

Tabla 2.2 Clasificación de suelos mediante la prueba de penetración estándar, MDOC-CFE-2008

Tipo de Suelo	Número de Golpes (SPT)	V_s (m/s)	γ_s (ton/m ³)
Roca	-	> 720	2.0
Suelo Firme	> 50	360	1.8
Suelo Medio	15 - 50	180	1.5
Suelo Blando	< 15	90	1.3

2.1.2 Determinación del Periodo Dominante del Terreno

La función de transferencia se define como la relación entre la señal de salida y la señal de entrada, ambas en el dominio de la frecuencia, de un sistema lineal dinámico. A partir de esta relación, es posible obtener la respuesta en la superficie de un estrato blando homogéneo que yace sobre un semi-espacio rígido, mediante la siguiente función de transferencia (Wolf, J. P., 1985):

$$H(\omega) = \frac{e^{i\frac{\omega H_s}{V_0}}}{\cos\left(\frac{\omega H_s}{V_s}\right) + i\frac{\rho V_s}{\rho_0 V_0} \sin\left(\frac{\omega H_s}{V_s}\right)} \quad (2.16)$$

Donde H_s es la profundidad a la que se encuentra el estrato basal rígido, ω es la frecuencia de la excitación de entrada, y ρ_0 y V_0 son la densidad y la velocidad de onda de corte del estrato basal, respectivamente. Si se considera al estrato basal como un semi-espacio infinitamente rígido, la velocidad de onda de corte $V_0 \rightarrow \infty$, por lo tanto, $1/V_0 = 0$, con lo cual la expresión 2.16 se puede escribir como:

$$H(\omega) = \frac{1}{\cos\left(\frac{\omega H_s}{V_s}\right)} \quad (2.17)$$

A partir de la ecuación 2.17 se puede derivar la expresión que define al periodo dominante del estrato homogéneo, recordando que en resonancia la frecuencia de la excitación de entrada debe ser igual a la del estrato blando; es decir, $\omega = 2\pi/T_s$, donde T_s es el periodo dominante del estrato homogéneo, por lo que la función de transferencia $H(\omega) \rightarrow \infty$, lo cual sólo se cumple si el denominador

es igual a cero, $\cos(\omega H_s/V_s)=0$, por lo que el argumento del coseno debe ser $\omega H_s/V_s=\pi/2$, de esta manera, el periodo dominante queda definido como:

$$T_s = \frac{4H_s}{V_s} \quad (2.18)$$

En el Apéndice A de las Normas Técnicas Complementarias por Sismo del 2004 (NTCS-2004) del Gobierno del Distrito Federal, se incluyen mapas que ilustran mediante curvas de nivel, el periodo dominante T_s del suelo y la profundidad H_s de los depósitos firmes para distintas zonas de la Ciudad de México.

En el caso de un suelo estratificado, es decir, no homogéneo, el Manual de Diseño de Obras Civiles y las Normas Complementarias establecen una ecuación para determinar el periodo dominante del terreno a partir de las propiedades del material y el espesor de los distintos estratos que lo conforman:

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{\left(\sum_{n=1}^N \frac{h_n}{G_n} \right) \left(\sum_{n=1}^N \gamma_n h_n (w_n^2 + w_n w_{n-1} + w_{n-1}^2) \right)} \quad (2.19)$$

Donde γ_n es el peso volumétrico del n-ésimo estrato, G_n es el módulo a cortante del n-ésimo estrato calculado con la ecuación 2.15, h_n es el espesor del n-ésimo estrato, N es el número de estratos, con $w_0=0$ en el estrato basal, $w_n=1$ en el estrato superficial, y el uso de la expresión 2.20 en los estratos intermedios:

$$w_n = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\gamma_i v_i^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{\gamma_i v_i^2}} \quad (2.20)$$

Donde v_i es la velocidad de propagación de onda de corte del i-ésimo estrato. Por lo que la velocidad efectiva del terreno se obtiene a partir de la ecuación 2.18 y 2.19 como:

$$V_s = \frac{4H_s}{T_s} \quad (2.21)$$

El método experimental de la *relación espectral H/V* desarrollado por Nakamura en 1989 (Nakamura, 2008), el cual consiste en el registro de microtemblores en la superficie del terreno, confirma algunos de los conceptos que rigen el comportamiento dinámico del suelo. La *relación espectral H/V* proviene de la función de transferencia entre el espectro de Fourier de la componente horizontal y el espectro de Fourier de la componente vertical del movimiento del terreno.

Nakamura concluye, que el valor máximo de la *relación espectral H/V* es provocado por las múltiples reflexiones de las ondas de corte que se generan en una capa blanda que yace sobre un estrato basal rígido. Por lo que en suelos blandos, la componente horizontal tiene una relevancia mucho mayor que la vertical, mientras que en suelos duros ambas componentes pueden llegar a tener la misma amplitud y forma de onda en el registro. Otro nombre con el que se le conoce a este método es el de *Espectro de Cuasi Transferencia* (Quasi Transfer Spectra, QTS). Así, la frecuencia dominante F_s de la capa superficial asociada con el QTS es:

$$F_s = \frac{V_s}{4H_s} \quad (2.22)$$

2.2 INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO-ESTRUCTURA

2.2.1 Conceptos Generales

Inicialmente, para determinar el movimiento del terreno sólo se consideran los efectos de sitio, los cuales están representados principalmente por las características y propiedades del suelo existente, la estratigrafía, el periodo dominante de vibración del terreno y la aceleración medida en función del tiempo de acuerdo con el peligro sísmico esperado en una zona determinada. Regularmente, el registro de los parámetros de sitio se lleva a cabo en condiciones de campo libre; es decir, en ausencia de la estructura y previo a la excavación del terreno.

Por este motivo, se hace evidente que la existencia de la estructura sobre el suelo modifica este movimiento de campo libre del terreno, como consecuencia directa de la reflexión y difracción de las ondas incidentes que se produce debido al contraste de rigideces entre ambos medios.

Otros factores con una influencia relevante en la dinámica del suelo y la estructura son la fuente y la distancia en donde se origina el sismo. Asimismo, es importante identificar en términos generales los conceptos de base y estructura desde un inicio, debido a que se hace necesario tenerlos en cuenta para comprender de forma clara la manera en que la base y la estructura participan dentro de los mecanismos que componen la interacción suelo-estructura; así, la estructura se puede definir como el sistema conformado por la superestructura y la cimentación, mientras que la base es el conjunto constituido por la cimentación y el suelo circundante a ésta misma.

El mecanismo asociado con el movimiento del terreno en campo libre y su modificación por la geometría y rigidez de la cimentación se denomina, entonces, como *interacción cinemática*.

En la interacción cinemática, las ondas inducidas originalmente por el movimiento sísmico en el terreno, presentan un efecto de filtración para las frecuencias más altas en la interfaz suelo-cimentación, mientras que las frecuencias más bajas permanecen, por lo que durante este proceso de filtración se origina un movimiento rotacional en la estructura, comúnmente denominado como cabeceo, resultado de la incompatibilidad de deformaciones que se presenta entre el suelo y la cimentación existente, figura 2.1.

A este fenómeno de filtrado de frecuencias se le conoce en la interacción como el efecto promediador de la cimentación. Cabe mencionar que la efectividad de este filtrado depende tanto de la geometría como del nivel de desplante de la cimentación, por lo que es en el sentido más largo de la estructura en donde se presenta de forma más marcada este efecto promediador (Housner, 1957), mientras que a una mayor profundidad de desplante, el fenómeno de cabeceo comienza a presentar un efecto de acoplamiento con las deformaciones laterales entre ambos medios, como es el caso de cimentaciones constituidas por pilas o pilotes.

De acuerdo con lo anterior, se puede considerar que la única manera posible en que el movimiento de campo libre es igual al movimiento de entrada, es bajo la condición de que la cimentación se halle desplantada de forma horizontal sobre la superficie del terreno; es decir, sin enterramiento alguno, y que el movimiento del terreno tenga una propagación vertical de ondas de corte a través del subsuelo (Avilés, 2004).

El movimiento de entrada originado en la interacción cinemática se transmite hacia la estructura a través de su cimentación, sin embargo, la oposición a este movimiento por parte de la estructura produce fuerzas inerciales proporcionales a su masa, lo que subsecuentemente ocasiona un comportamiento oscilatorio producto de la aceleración que se ejerce sobre la estructura y cuya respuesta está determinada por las características dinámicas propias, así como por las características de la excitación sísmica en particular.

Por lo que a su vez, existe la transferencia de las fuerzas inerciales de la superestructura hacia la vecindad de la cimentación que yace sobre el suelo de soporte, por lo que también ocurre una alteración en el comportamiento del terreno inducido por la misma estructura, figura 2.1. El mecanismo relacionado con la transmisibilidad de las fuerzas inerciales y momentos de la superestructura hacia la base se identifica con el nombre de *interacción inercial*. Ambos mecanismos participan simultáneamente y componen de esta manera, lo que se conoce como interacción dinámica suelo-estructura (IDSE), términos acuñados por Robert V. Whitman en 1970 (Roesset, J. M., 2013).

En suelos blandos, el proceso que se desarrolla entre la interacción cinemática e inercial y sus efectos, pueden dar origen a cambios significativos en el comportamiento mecánico del suelo,

así como en la respuesta y demanda sísmica de un sistema estructural determinado con respecto al comportamiento que éste tendría sobre una base rígida. Debido a que en suelos blandos la deformabilidad del terreno en sus estratos superficiales contribuye de forma directa al incremento en la flexibilidad y modifica el amortiguamiento del sistema acoplado suelo-estructura.

Por lo tanto, puede establecerse que uno de los principales efectos de la interacción dinámica suelo-estructura en presencia de suelos blandos, es la componente de cabeceo que ésta produce en el desplazamiento total de azotea del sistema estructural completo. Por esta razón, existe la posibilidad de fomentar los efectos $P-\Delta$, como consecuencia directa del aumento en la amplitud del desplazamiento por causa del cabeceo, y con ello, las distorsiones de entrepiso. Igualmente, puede propiciarse la reducción del cortante basal de diseño de la superestructura, en caso de que ésta incurriera en su intervalo de comportamiento inelástico ante un evento sísmico determinado.

En el caso de suelos constituidos por roca, los desplazamientos relativos en la interfaz suelo-cimentación producto de la interacción cinemática y las deformaciones del terreno inducidas por la interacción inercial, son usualmente despreciables, debido a la gran capacidad de carga y rigidez que presenta un material rocoso como medio de soporte, por lo que el contraste de rigideces entre este tipo de suelo y la cimentación es mucho menos severo que en suelos blandos.

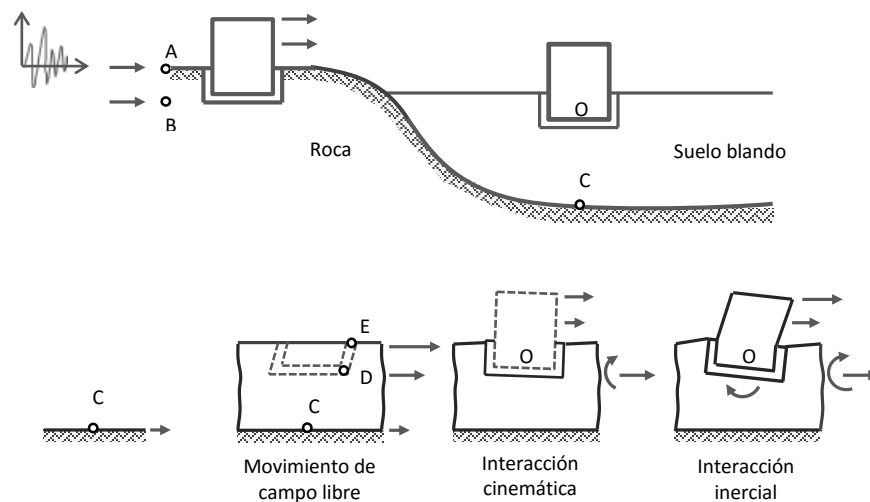


Figura 2.1 Comportamiento de la respuesta en suelo rígido y suelo blando. Los puntos A, B, C, D y E representan los puntos de control en el registro del movimiento sísmico. Adaptado de Wolf (1985)

2.2.2 Rigidez Dinámica

A partir de la discretización de un sistema elástico continuo en un número finito de nodos y elementos, es posible obtener de forma aproximada la ecuación de movimiento del sistema a partir

del ensamble de las matrices de cada uno de los elementos que lo conforman, los cuales se interconectan en cada nodo del mismo sistema (Wolf, J. P., 1985). Así, la ecuación de movimiento del sistema se expresa como:

$$[M_s]\{\ddot{u}_s\} + [C_s]\{\dot{u}_s\} + [K_s]\{u_s\} = \{p\} \quad (2.23)$$

Donde los vectores $\{u_s\}$ y $\{\dot{u}_s\}$ están en función del tiempo e incluyen los desplazamientos y velocidades, respectivamente, de todos los grados de libertad en los nodos, $[M_s]$ es la matriz de masas, $[C_s]$ es la matriz de amortiguamiento, $[K_s]$ es la matriz de rigidez estática, las cuales son constantes para un sistema lineal elástico, y $\{p\}$ es el vector de fuerzas en función del tiempo en la dirección de los desplazamientos.

Para un caso de carga en el que los nodos de apoyo o restringidos están sometidos a un movimiento representado por una función en el tiempo, por ejemplo un acelerograma, la ecuación de movimiento también debe ser formulada para estos grados de libertad, por lo que en este caso el vector $\{p\}$ relacionado con los desplazamientos de los nodos restringidos, ahora representa las fuerzas desconocidas de reacción en los apoyos.

Asimismo, el amortiguamiento considerado en esta ecuación se asume como viscoso, por lo que el amortiguamiento asociado con el suelo en este caso, está constituido por la radiación de energía que se produce debido a la propagación de ondas más allá de la vecindad de la base.

Entonces, para una excitación armónica $\{p\} = \{P\}e^{i\omega t}$, la respuesta será $\{u_s\} = \{U_s\}e^{i\omega t}$, por lo que la ecuación 2.23 queda expresada como:

$$([K_s] + i\omega[C_s] - \omega^2[M_s])\{U_s\} = \{P\} \quad (2.24)$$

A partir de la ecuación 2.24 se tiene, entonces, que la matriz de rigidez dinámica del sistema es:

$$[K_s(\omega)] = [K_s] + i\omega[C_s] - \omega^2[M_s] \quad (2.25)$$

La cual está en función de la frecuencia e incluye todos los parámetros dinámicos del sistema. El amortiguamiento por histéresis es independiente de la frecuencia, por lo que para incluir en el dominio de la frecuencia el amortiguamiento histerético ξ asociado con los materiales del suelo y la estructura, se utiliza la sustitución de las constantes elásticas por las complejas, esto es:

$$[K_s^*] = [K_s](1 + i2\xi) \quad (2.26)$$

De esta manera, con el concepto de discretización, es posible ensamblar las matrices de un sistema que represente al suelo y un sistema que represente al edificio mediante una técnica de subestructuración, lo que permite establecer de forma directa los grados de libertad del nuevo sistema

ensamblado suelo-estructura. Asimismo, una ventaja importante de la sub-estructuración es la eficiencia que se logra en la solución de la ecuación de movimiento, ya que ésta reduce notablemente la complicación que representa el modelado del suelo como medio continuo.

Con el propósito de simplificar el ensamble entre el suelo y la estructura y reducir el número de grados de libertad en la interfaz suelo-cimentación, se asume que la cimentación se comporta como un cuerpo infinitamente rígido. Con la idea anterior y con la suposición de una estructura carente de masa, se componen las hipótesis con las que se lleva a cabo el análisis de la interacción cinemática y la derivación de las funciones de impedancia. Estos supuestos obligan a que la incompatibilidad de deformaciones entre el suelo y la cimentación se vea sometida a ajustarse a las mismas restricciones en los nodos de la interfaz suelo-cimentación; de igual manera, al no producirse fuerzas inerciales en la base por la ausencia de masa, el comportamiento del terreno no se ve modificado por esta causa en particular.

A partir de las suposiciones anteriores, los grados de libertad dinámicos del sistema acoplado sólo se incrementan en dos grados de libertad más con respecto a los de la condición de base rígida de la estructura. Los nuevos grados de libertad consisten en el desplazamiento horizontal relativo entre el suelo y la cimentación y el desplazamiento rotacional de cabeceo, ambas componentes introducen un comportamiento de cuerpo rígido de la estructura completa.

2.2.3 Método de Superposición

En las secciones previas se definió a la interacción suelo-estructura como el conjunto de mecanismos dinámicos que se desarrollan en la interfaz suelo-cimentación durante un evento sísmico, como resultado de la participación simultánea de dos medios que contrastan tanto en sus propiedades físicas y mecánicas como en su comportamiento dinámico.

De esta manera, los métodos de superposición identifican a la interacción cinemática y a la interacción inercial como los mecanismos que componen a la interacción suelo-estructura, lo que permite caracterizar de forma razonable la contribución que cada componente aporta, así como también, determinar el nivel de acoplamiento que se puede desarrollar entre el suelo y la estructura, mediante el ensamble de las matrices correspondientes a partir de los grados de libertad elegidos en la sub-estructuración. Asimismo, cada componente puede modelarse por separado, lo que hace posible emplear modelos analíticos complementarios cuyas soluciones se suman entre sí, con el propósito de determinar la solución final del sistema completo.

La validez del método de superposición en la interacción dinámica puede demostrarse a partir de la ecuación de movimiento del sistema ensamblado suelo-estructura:

$$[M_s]\{\ddot{u}_s\} + [C_s]\{\dot{u}_s\} + [K_s]\{u_s\} = -[M_s]\{\ddot{u}_g\} \quad (2.27)$$

Donde $[M_s]$, $[C_s]$ y $[K_s]$ son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivas del sistema, $\{u_s\}$ es el vector de desplazamientos del sistema y $\{u_g\}$ es el vector de desplazamientos del terreno.

Recordando que el sistema está conformado por un modelo para la interacción cinemática y uno para la interacción inercial, se tiene, entonces, que la masa y el desplazamiento del sistema son la suma de sus componentes $[M_s] = [M_c] + [M_i]$ y $\{u_s\} = \{u_c\} + \{u_i\}$, en donde $[M_c]$ corresponde a la matriz de masas que interviene en la interacción cinemática, es decir, la masa del suelo y excluye la de la estructura; $[M_i]$ es la matriz de masas que participa en la interacción inercial, asociada sólo con la masa del edificio y descarta la del suelo; $\{u_c\}$ es el vector de desplazamientos debido a la interacción cinemática; y $\{u_i\}$ es el vector de desplazamientos producido por las fuerzas inerciales en la estructura. Al sustituir las componentes correspondientes en la ecuación de movimiento 2.27, se obtienen las siguientes expresiones:

$$[M_c]\{\ddot{u}_c\} + [C_s]\{\dot{u}_c\} + [K_s]\{u_c\} = -[M_s]\{\ddot{u}_g\} \quad (2.28)$$

$$[M_s]\{\ddot{u}_i\} + [C_s]\{\dot{u}_i\} + [K_s]\{u_i\} = -[M_i]\{\ddot{u}_c\} \quad (2.29)$$

La ecuación 2.28 representa la interacción cinemática, la cual se define como la modificación del movimiento de campo libre debido al contraste de rigideces entre el suelo y la estructura, y en la que se considera una cimentación infinitamente rígida carente de masa, como previamente se había explicado.

La ecuación 2.29 está asociada con la interacción inercial, descrita anteriormente como la transferencia de las fuerzas inerciales de la superestructura hacia la base, producto de la aceleración que ejerce el movimiento de entrada de la interacción cinemática sobre la masa del edificio.

Así, ambos mecanismos se interconectan mediante el ensamble de las matrices correspondientes, lo cual está dado por las funciones de impedancia básicamente, las cuales se definen en el siguiente subcapítulo.

De acuerdo con lo anterior, se ha establecido una solución de la interacción suelo-estructura que puede caracterizarse mediante un procedimiento de tres pasos (Kausel, 1978):

1. Interacción cinemática. En este paso se determina la respuesta de la cimentación, la cual se asume como infinitamente rígida y carente de masa, ante el movimiento de campo libre producido por las ondas sísmicas incidentes del terreno. Este movimiento efectivo de entrada presenta tanto componentes de traslación como de rotación en la base.

2. Funciones de impedancia. Estas funciones, dependientes de la frecuencia de la excitación sísmica, representan la rigidez y amortiguamiento equivalentes del suelo, el cual es el medio en el que se encuentra insertada la cimentación. Las funciones de impedancia se pueden modelar mediante el uso de resortes y amortiguadores equivalentes en la interfaz suelo-cimentación. Para un análisis en el tiempo, las funciones deben ser resueltas para la frecuencia de resonancia de la estructura con base rígida.
3. Interacción inercial. Es la determinación de la respuesta de la estructura sometida al movimiento efectivo obtenido en el primer paso, la cual el modelo considera que está apoyada sobre los resortes y amortiguadores equivalentes obtenidos en el segundo paso.

La figura 2.2 ilustra de forma esquemática la solución en tres pasos.

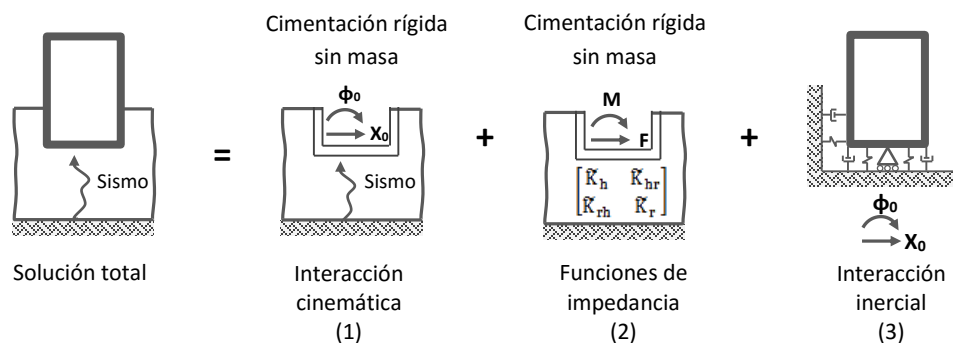


Figura 2.2 Etapas en la solución de tres pasos. Adaptado de Avilés (2004)

Finalmente, a pesar de que la superposición es válida sólo para modelos elástico-lineales, esta limitación puede ser compensada tanto para la no-linealidad del suelo, como de la estructura, dado que ambas componentes han sido modeladas por separado. Así, el comportamiento no-lineal del suelo puede ser resuelto de forma razonable, mediante un proceso iterativo en el cual se estiman valores aproximados de las propiedades mecánicas del suelo que sean compatibles con las deformaciones de campo libre del terreno. En el caso de la no-linealidad de la estructura, ésta puede incluirse en el modelo analítico directamente, debido a que el comportamiento inelástico del edificio sólo interviene en la interacción inercial del sistema.

2.2.4 Funciones de Impedancia

Las funciones de impedancia se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza aplicada y el desplazamiento en dirección de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa

y excitada armónicamente (Avilés, 2004). Es decir, la fuerza necesaria para producir un desplazamiento armónico unitario de la cimentación.

De esta manera, cada nuevo grado de libertad en la interacción dinámica suelo-estructura está asociado con una función de impedancia o rigidez dinámica en la base, por lo que la respuesta de la interacción inercial en el terreno está determinada por las reacciones que se originan en los resortes que representan a las funciones de impedancia en la base del sistema.

Con el propósito de darle un enfoque más claro al concepto de función de impedancia, es útil introducir un sistema de un grado de libertad equivalente sin efectos de interacción, con propiedades k_0 , ω_0 , ξ_0 y sujeto a una excitación armónica u_g , lo cual se expresa de la siguiente manera:

$$(k_0 + i\omega c_0 - \omega^2 m)u = m\omega^2 u_g \quad (2.30)$$

Que al utilizar:

$$\omega_0^2 = \frac{k_0}{m} \quad (2.31)$$

$$c_0 = \frac{2k_0\xi_0}{\omega_0} \quad (2.32)$$

Se tiene:

$$k_0 \left(1 + \frac{i2\omega\xi_0}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) u = m\omega^2 u_g \quad (2.33)$$

Donde $k_0 \left(1 + \frac{i2\omega\xi_0}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)$ es la rigidez dinámica del oscilador, por lo que si se utilizan las variables $K=k_0$, $k=1-\omega^2/\omega_0^2$ y $c=i2\xi_0/\omega_0$, y se sustituyen en la ecuación 2.33, se obtiene la forma estándar de la función de impedancia en términos de la rigidez estática K y de los coeficientes de impedancia k y c :

$$\tilde{K}(\omega) = K(k + i\omega c) \quad (2.34)$$

Si se incluye el amortiguamiento por histéresis del suelo ξ_g , es necesario incorporar la ecuación 2.26, con lo cual se obtiene la función compleja generalizada de rigidez dinámica (Gazetas, 1983):

$$\tilde{K}(\eta_m) = K_m^0 [k_m(\eta_m) + i\eta_m c_m(\eta_m)] (1 + i2\xi_g) \quad (2.35)$$

Donde:

$$\eta_m = \frac{\omega R_m}{v_s} \quad (2.36)$$

K_m^0 es la rigidez estática, V_s es la velocidad de onda de corte, R_m es el radio equivalente de la cimentación, ω es la frecuencia de excitación y el subíndice m indica el grado de libertad de la base al que se hace referencia; es decir, x =horizontal, v =vertical y r =rotacional.

En el Apéndice A de las NTCS-2004, se incluyen las funciones de impedancia ya resueltas en el dominio de los números reales, y en términos de la rigidez estática y de los coeficientes de rigidez y amortiguamiento. Es importante notar la separación que se realiza entre los términos de rigidez y amortiguamiento dinámicos.

Tabla 2.3 Funciones de impedancia Apéndice A, NTCS-2004

CIMENTACIONES SOMERAS	$K_m=K_m^o (k_m-2\zeta\eta_m c_m)$ y $C_m=K_m^o (\eta_m c_m+2\zeta k_m)/\omega$; $m = x, v, r$ ω = frecuencia de interés	Parámetros de frecuencia:	$\eta_m=\omega R_m/V_s$; donde $V_s=4H_s/T_s$ y $R_v=R_x$ $\eta_x=\pi R_x/2H_s$ $\eta_p = \sqrt{2(1-\nu)/(1-2\nu)} \pi R_r/2H_s$
Modo de Vibración	Rigidez Estática	Coefficiente de Rigidez	Coefficiente de Amortiguamiento
Horizontal	$K_x^o = \frac{8 G R_x}{2-\nu} \left(1 + \frac{R_x}{2 H_s}\right) \left(1 + \frac{2 D}{3 R_x}\right) \left(1 + \frac{5 D}{4 H_s}\right)$	$k_x = 1$	$c_x = \frac{0.65 \zeta \eta_{xs}}{1 - (1 - 2 \zeta) \eta_{xs}^2}$; si $\eta_{xs} = \eta_v/\eta_s \leq 1$ $c_x = 0.576$; si $\eta_{xs} = \eta_v/\eta_s > 1$
Vertical	$K_v^o = \frac{4 G R_v}{1-\nu} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + 0.5 \frac{D}{R_v}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R_v}\right) \frac{D/H_s}{1-D/H_s}\right]$	$k_v = 1$	$c_v = 0$; si $\eta_v < \eta_p$ $c_v = 0.85 \frac{1 + 1.85 (1-\nu) D/R_v}{1 + 0.5 D/R_v}$; si $\eta_v \geq \eta_p$
Cabeceo	$K_r^o = \frac{8 G R_r^3}{3(1-\nu)} \left(1 + \frac{R_r}{6 H_s}\right) \left(1 + \frac{2 D}{R_r}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right)$	$k_r = 1 - 0.2 \eta_r$	$c_r = \frac{0.5 \zeta \eta_{rp}}{1 - (1 - 2 \zeta) \eta_{rp}^2}$; si $\eta_{rp} = \eta_r/\eta_p \leq 1$ $c_r = 0.3 \eta_r^2 / (1 + \eta_r^2)$; si $\eta_{rp} = \eta_r/\eta_p > 1$

2.2.5 Componentes de Desplazamiento

Anteriormente, se mencionó que la interacción introduce dos componentes adicionales en el desplazamiento total de la estructura. De igual manera, se introdujo el uso de un oscilador de un grado de libertad equivalente para representar al sistema completo; sin embargo, es importante aclarar que los efectos de la interacción en el oscilador sustituto se considera que están asociados únicamente con el primer modo de vibración de la estructura original por ser el modo dominante, por lo que se requiere el cálculo de la altura efectiva H_e y el peso efectivo W_e del edificio con base rígida, los cuales se definen en el Apéndice A de las NTCS-2004 como:

$$H_e = \frac{\sum W_i \Phi_i h_i}{\sum W_i \Phi_i} \tag{2.37}$$

$$W_e = \frac{(\sum W_i \Phi_i)^2}{\sum W_i \Phi_i^2} \tag{2.38}$$

Donde h_i y Φ_i son la altura y la amplitud del desplazamiento modal del i -ésimo nivel, respectivamente, sobre el nivel de desplante. La participación de los modos superiores se trata de la misma manera que en la condición de base rígida.

Así, el desplazamiento total con efectos de interacción está integrado por las siguientes componentes:

$$u_t = u_g + u_x + (H_e + D) \cdot \theta + u \quad (2.39)$$

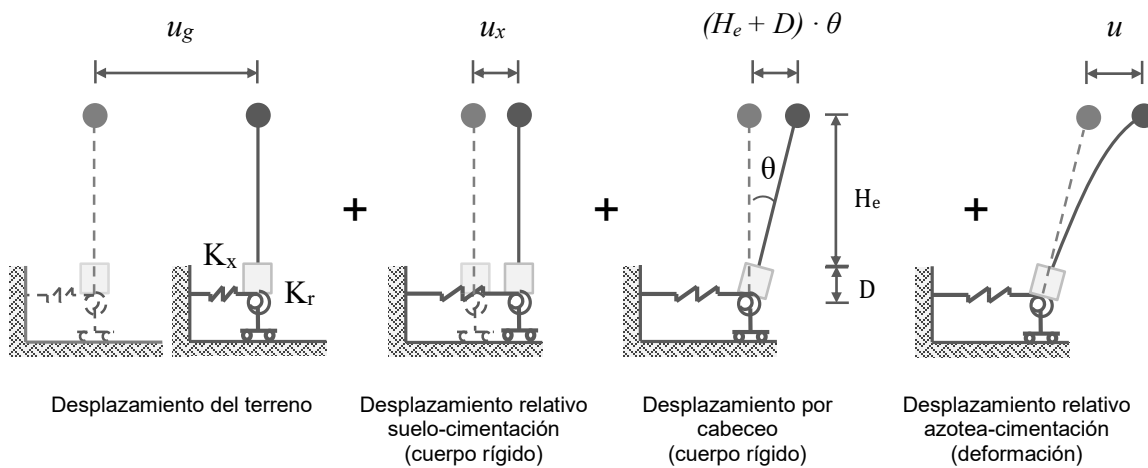


Figura 2.3 Componentes de desplazamiento

Las ecuaciones de movimiento del sistema acoplado para una excitación armónica entonces se expresan como (Wolf, J. P., 1985):

$$-m\omega^2(u + u_x + (H_e + D) \cdot \theta) + k(1 + i2\xi_0)u = m\omega^2u_g \quad (2.40a)$$

$$-m\omega^2(u + u_x + (H_e + D) \cdot \theta) + k_x(1 + i2\xi_x + i2\xi_g)u_x = m\omega^2u_g \quad (2.40b)$$

$$-m(H_e + D)\omega^2(u + u_x + (H_e + D) \cdot \theta) + k_r(1 + i2\xi_r + i2\xi_g)\theta = m(H_e + D)\omega^2u_g \quad (2.40c)$$

Los parámetros relacionados solo con las propiedades del oscilador son:

$$\omega_0^2 = \frac{k_0}{m} \quad (2.41)$$

$$c_0 = \frac{2k_0\xi_0}{\omega_0} \quad (2.42)$$

Mientras que los relacionados con el movimiento horizontal en la interfaz suelo-cimentación son:

$$\omega_x^2 = \frac{k_x}{m} \quad (2.43)$$

$$c_x = \frac{2k_x(\xi_x + \xi_g)}{\omega} \quad (2.44)$$

Y los relacionados con el movimiento por cabeceo son:

$$\omega_r^2 = \frac{k_r}{m(H_e + D)^2} \quad (2.45)$$

$$c_r = \frac{2k_r(\xi_r + \xi_g)}{\omega} \quad (2.46)$$

Mediante la sustitución de las expresiones 2.41 a 2.46 en el sistema de ecuaciones 2.40 se obtiene la ecuación de desplazamiento u como:

$$\left(1 + i2\xi_0 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega^2}{\omega_x^2} \cdot \frac{1+i2\xi_0}{1+i2\xi_x+i2\xi_g} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \cdot \frac{1+i2\xi_0}{1+i2\xi_r+i2\xi_g}\right) u = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} u_g \quad (2.47)$$

La frecuencia efectiva por interacción $\tilde{\omega}$ se puede determinar a partir de la ecuación 2.47, si se observa que para un sistema sin amortiguamiento la respuesta u tiende a infinito, lo cual sólo se cumple si $\left(1 + i2\xi_0 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} - \frac{\omega^2}{\omega_x^2} \cdot \frac{1+i2\xi_0}{1+i2\xi_x+i2\xi_g} - \frac{\omega^2}{\omega_r^2} \cdot \frac{1+i2\xi_0}{1+i2\xi_r+i2\xi_g}\right) = 0$, por lo que es necesario que el amortiguamiento del oscilador ξ_0 , el amortiguamiento por traslación ξ_x , el amortiguamiento por cabeceo ξ_r , y el amortiguamiento por histéresis del terreno ξ_g sean iguales a cero, esto es, $\xi_0 = \xi_x = \xi_r = \xi_g = 0$, y si adicionalmente se hace $\omega = \tilde{\omega}$, entonces se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{1}{\tilde{\omega}^2} = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_x^2} + \frac{1}{\omega_r^2} \quad (2.48)$$

Si se considera un oscilador equivalente con efectos de interacción y propiedades \tilde{k} , $\tilde{\omega}$ y $\tilde{\xi}$, el movimiento de entrada efectivo \tilde{u}_g a partir de las ecuaciones 2.33 y 2.47, queda definido como:

$$\tilde{u}_g = \frac{\tilde{\omega}^2}{\omega_0^2} u_g \quad (2.49)$$

2.2.6 Relación de Rigidez Suelo-Estructura

La relación de rigidez entre el suelo y la estructura está dada por la expresión (Wolf, J. P., 1985):

$$\tilde{S} = \frac{\omega_0 h}{V_s} \quad (2.50)$$

Si se relacionan las variables $T_e = T_0 = 2\pi/\omega_0$ y $h = H_e$ con las propiedades de la estructura con base rígida y se recuerda que $V_s = 4H_s/T_s$, la relación de rigidez anterior queda como:

$$\tilde{S} = \frac{2\pi}{4} \cdot \frac{T_s H_e}{T_e H_s} \quad (2.51)$$

En el apéndice A de las NTCS-2004, se define un parámetro muy similar al anterior que establece la condición para la cual se pueden despreciar los efectos de la interacción dinámica, lo cual está dado si se cumple con la siguiente desigualdad:

$$\frac{T_e H_s}{T_s H_e} \geq 2.5 \quad (2.52)$$

Mientras que en el MDOC-CFE-2008 se establece que los efectos de la interacción dinámica deberán ser siempre considerados en el diseño de la estructura cuando se cumpla con la desigualdad:

$$\frac{T_e H_s}{T_s H_e} \leq 2.5 \quad (2.53)$$

Es importante distinguir la redacción que emplea cada documento en su descripción de incluir o descartar los efectos de la interacción suelo-estructura en el diseño.

2.2.7 Efectos en el Periodo Fundamental y Amortiguamiento de la Estructura

El principal efecto de la interacción en el periodo fundamental de la estructura es su alargamiento (Jennings y Bielak, 1973; Veletsos y Meek, 1974), lo cual se debe específicamente al incremento en la flexibilidad de la base de la superestructura, y que en un modelo analítico, está representado por las funciones de impedancia definidas previamente.

Uno de los mayores riesgos en el aumento del periodo, es la posibilidad que existe de que el sistema estructural entre en resonancia con el periodo del terreno, sobre todo cuando el suelo presenta un intervalo amplio de frecuencias dominantes, como es el caso de algunos de los suelos encontrados en la Ciudad de México y su área conurbada.

Otro aspecto importante a considerar, mencionado anteriormente, es el amortiguamiento adicional que proporciona el terreno al ser un medio deformable, sin embargo, es importante señalar que un incremento en el amortiguamiento producto de la interacción, no necesariamente implica una efectividad en el amortiguamiento de la estructura con respecto a la condición de base rígida, dado que el amortiguamiento por histéresis de la superestructura se debe completamente a la deformación

de la misma y es independiente de la frecuencia de excitación, por lo que las componentes de desplazamiento de cuerpo rígido por interacción no contribuyen a este propósito. Adicionalmente, la suposición de asumir al suelo como un semi-espacio homogéneo tiende a sobrestimar el amortiguamiento viscoso por efecto de la radiación de ondas, además de que existen frecuencias relativas para las cuales este tipo de amortiguamiento no se activa (Avilés y Pérez-Rocha, 2004).

Diversos códigos, como las NTCS-2004 y el MDOC-CFE-2008 en México, han incluido los efectos de la interacción mediante el uso de parámetros que modifican el amortiguamiento y el periodo natural de la estructura con base rígida a partir de las características geométricas de la cimentación y de las propiedades del suelo, con la finalidad de que el periodo de la estructura coincida de forma más precisa con el espectro de diseño de una zona sísmica en particular.

Cada componente de desplazamiento de la estructura con interacción, con excepción de la componente del terreno, está asociada con una componente de periodo, por lo que el periodo fundamental efectivo de la estructura con base flexible se deriva de la ecuación 2.48, el cual queda definido como (Apéndice A-NTCS, 2004):

$$T_e = \sqrt{T_x^2 + T_r^2 + T^2} \quad (2.54)$$

Periodo por traslación:

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_x}} \quad (2.55)$$

Periodo por cabeceo:

$$T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e+D)^2}{K_r}} \quad (2.56)$$

Periodo de base rígida:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K}} \quad (2.57)$$

Donde W_e es el peso efectivo y H_e es la altura efectiva, ambos asociados con el primer modo de la estructura con base rígida, D es la profundidad de desplante de la cimentación, g es la aceleración gravitacional, K es la rigidez de la estructura con base rígida, y K_x y K_r son las rigideces dinámicas horizontal y rotacional de la base, respectivamente.

Capítulo 3 ANTECEDENTES

3.1 ESTUDIOS EN SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Una de las razones por las que se suele excluir la influencia de la interacción dinámica en los procedimientos de análisis y diseño, es la creencia de que ésta es benéfica en el desempeño de la estructura, creencia respaldada por los resultados obtenidos en varios estudios analíticos realizados en osciladores elasto-plásticos con base rígida (Newmark y Hall, 1973; Ridell y Newmark, 1979; Hidalgo y Arias, 1990), y con base flexible (Ciampoli y Pinto, 1995; Elnashai y McClure, 1996), los cuales indican que la demanda de ductilidad tiende a disminuir conforme el periodo fundamental de la estructura aumenta.

Sin embargo, estudios basados en registros del movimiento en suelos blandos (Miranda y Bertero, 1994), muestran que la tendencia se invierte para ciertos intervalos de la frecuencia, lo que sugiere, en contraposición de considerar siempre benéficos los efectos de la interacción, que un incremento en el periodo también puede producir incrementos en la demanda de la ductilidad para un sistema determinado.

Estudios similares realizados en pilas de puentes (Priestley y Park, 1987) que confirman lo anterior, exponen de forma analítica que el aumento en la flexibilidad del sistema debido a la disposición de la cimentación, produce una disminución en la capacidad del comportamiento dúctil de la estructura. Con lo cual, no puede afirmarse que existe un desempeño adecuado en las pilas de puente, lo que resulta análogo al caso de una estructura si se representa con este modelo, el cual es semejante a un oscilador de un grado de libertad.

Avilés y Pérez-Rocha (2003) proponen, entonces, un modelo que considera los efectos de la interacción dinámica a partir de un sistema equivalente de un grado de libertad con base rígida, el cual asume que el desplazamiento y la resistencia de fluencia son los mismos que presenta el sistema con base flexible correspondiente.

3.2 ESTUDIOS EN SISTEMAS DE VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

Halabian y Kabiri (2004) muestran en su investigación que al ingresar en el intervalo plástico, las estructuras exhiben un incremento en la amplitud de los desplazamientos debido a los efectos de la interacción dinámica, por lo que es necesario incluir la participación de los efectos $P-\Delta$ en los métodos de análisis utilizados. También concluyen que los efectos de interacción pueden reducir o

amplificar las fuerzas en la base de la estructura, y por lo tanto, modificar el espectro de respuesta con el que se calculan las fuerzas de diseño correspondientes. En la actualidad, este aspecto ya está considerado dentro de las especificaciones de distintos códigos y reglamentos vigentes.

En un estudio analítico de historia en el tiempo realizado en edificios estructurados con base en marcos dúctiles de concreto y desplantados sobre suelo blando (Bárcena y Esteva, 2006), los investigadores señalan que la incorporación de las funciones de impedancia mediante un método de sub-estructuración para sistemas lineales es válida, incluso con la relevancia que puede adquirir el comportamiento no-lineal de un suelo blando en la interacción dinámica suelo-estructura. Dado que es posible llevar a cabo un diseño de la cimentación tal, que permita lograr un comportamiento estable del terreno, mediante la definición de valores límite admisibles en la deformación permanente del mismo, con el propósito de adoptar propiedades elásticas equivalentes en representación de las propiedades no-lineales del suelo ante un sismo intenso. Cabe mencionar, que los análisis de este estudio se realizaron en modelos de un solo marco, por considerar que la simetría y regularidad de los edificios permitía hacer esta simplificación de acuerdo con sus autores.

En la investigación presentada por Bárcena y Esteva, la demanda de ductilidad sujeta a los efectos de interacción se estima mediante el uso del cociente entre el periodo efectivo de las estructuras y el periodo dominante del terreno, y de la relación de esbeltez de cada modelo. A partir de los resultados obtenidos, la amplitud de la respuesta sísmica y la demanda de ductilidad en cada sistema, están asociadas directamente con la activación del amortiguamiento por radiación del terreno, lo cual está determinado por los distintos valores que toma la relación entre los periodos del suelo y la estructura, así como por la relación de esbeltez de cada edificio. Sin embargo, estos autores también señalan que, cuando el periodo fundamental de la estructura presenta una diferencia significativa con respecto al periodo dominante del terreno, la demanda de ductilidad disminuye independientemente de la esbeltez del edificio.

Ghannad y Jahankhah (2007), indican en su estudio que la interacción dinámica, en general, disminuye el factor de reducción de fuerzas (Q') en el caso de suelos blandos, por lo que si se utiliza un factor calculado a partir de un modelo con base rígida cuyo periodo se encuentre en la rama ascendente del espectro de diseño, se puede conducir a emplear fuerzas no conservadoras que pongan en riesgo a la estructura ante un evento sísmico importante.

Mahsuli y Ghannad (2009), además, demuestran que la profundidad de desplante de la cimentación, así como la esbeltez de la estructura, modifican la demanda de ductilidad de la misma, por lo que confirman que el principal efecto de la interacción, es el cabeceo que ésta produce en el desplazamiento total de la estructura.

Es por este motivo, que puede existir un incremento o decremento tanto en la respuesta como en la demanda de ductilidad de la estructura con respecto a las estimadas en los modelos con base rígida correspondientes. Asimismo, indican que para ciertos valores del cociente entre periodos, la amplitud de la respuesta y la demanda de ductilidad son independientes de la relación de esbeltez.

Ganjavi y Hao (2011), estudian las demandas de ductilidad y resistencia en sistemas de varios grados de libertad que consideran los efectos de interacción y los comparan con modelos de un grado de libertad equivalentes, y cuyos resultados muestran que las demandas pueden llegar a ser considerablemente distintas entre ambos sistemas, sobre todo al modelar edificios de mediana y gran altura, debido a que los modos superiores comienzan a tomar una relevancia importante en la respuesta de las estructuras.

También señalan que los sistemas equivalentes de un grado de libertad con efectos de interacción presentan un periodo específico a partir del cual las demandas de ductilidad disminuyen, mientras que en el caso de los sistemas de varios de libertad, aunque también existe una disminución en la demanda de ductilidad con el aumento del periodo, esta tendencia no continúa como en el caso de los sistemas de un grado de libertad, por lo que al alcanzar una valor mínimo, los valores de la demanda de ductilidad vuelven a incrementarse.

Es entonces que a partir de esta relación entre fuerza y deformación, que se puede establecer una asociación, similar a la de las deformaciones, entre la resistencia elástica R_m y la resistencia de fluencia R_y de la estructura, la cual se denota con la expresión conocida como factor de reducción de fuerzas:

$$R_\mu = \frac{R_m}{R_y} \quad (4.2)$$

El parámetro que relaciona la fuerza con la deformación, como se puede apreciar en el diagrama de la de la figura 4.1, es la pendiente K_e , la cual representa la rigidez de la estructura, que de acuerdo con la ley de Hooke, permite establecer la expresión para sistemas elástico lineales.

$$R_y = K_e u_y \quad (4.3)$$

4.2 DUCTILIDAD EFECTIVA

A partir de los conceptos anteriores, Avilés y Pérez-Rocha (2003) proponen incluir los efectos de la interacción dinámica en la ductilidad del sistema estructural, mediante la siguiente postulación: la respuesta no lineal de una estructura con base flexible es aproximadamente igual a la de un oscilador equivalente con base rígida, con la misma masa que la estructura y cuyos periodo natural y fracción de amortiguamiento son iguales al periodo y amortiguamiento efectivos del sistema para la condición elástica.

A través de esta postulación, queda definido el concepto de ductilidad efectiva. De esta manera, se tiene que los desplazamientos, ductilidad y rigidez del sistema con base rígida están representados por u_y , u_m , μ_e y K_e , mientras que los relacionados con el oscilador equivalente sustituto se escriben como \tilde{u}_y , \tilde{u}_m , $\tilde{\mu}_e$ y \tilde{K}_e , los cuales se ilustran en los diagramas fuerza-deformación de la figura 4.2.

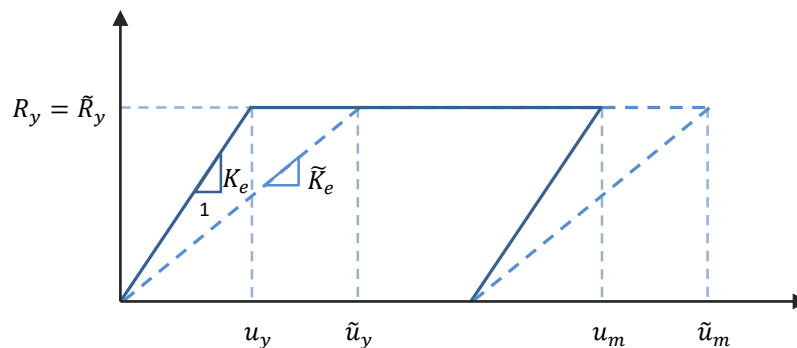


Figura 4.2 Modelo elasto-plástico equivalente para representar los efectos de interacción. Adaptado de Avilés y Pérez-Rocha (2003)

Dado que la resistencia de fluencia en los dos sistemas es igual, ambos se relacionan mediante la ecuación:

$$u_y = \frac{\tilde{K}_e}{K_e} \tilde{u}_y \quad (4.4)$$

Recordando la expresión $T = 2\pi \sqrt{M/K}$, y despejando K para cada sistema, se obtiene la ecuación 4.4 en términos de los periodos como:

$$u_y = \frac{T_e^2}{\tilde{T}_e^2} \tilde{u}_y \quad (4.5)$$

Donde T_e es el periodo con base rígida y \tilde{T}_e es el periodo efectivo con interacción. Además, si se asume que la capacidad de deformación plástica es la misma, el área bajo las dos curvas debe ser igual, de esta manera:

$$(\tilde{u}_m - \tilde{u}_y) \tilde{R}_y = (u_m - u_y) R_y \quad (4.6)$$

Finalmente, si $\mu_e = u_m/u_y$ y $\tilde{\mu}_e = \tilde{u}_m/\tilde{u}_y$, y se sustituye la ecuación 4.5 en la 4.6, se obtiene la expresión asociada con la ductilidad efectiva del sistema:

$$\tilde{\mu}_e = \frac{T_e^2}{\tilde{T}_e^2} (\mu_e - 1) + 1 \quad (4.7)$$

La ecuación 4.7 denota que para un suelo muy rígido, $V_s > 1500 \text{ m/s}$, la ductilidad efectiva es igual a la ductilidad estructural, mientras que para un suelo con una rigidez casi nula, la ductilidad efectiva es igual a 1.

Dado que $\tilde{\mu}_e < \mu_e$, Avilés y Pérez-Rocha indican que esto podría llevar a la conclusión de que el daño en una estructura con efectos de interacción es menor que en la condición de base rígida; sin embargo, estos mismos autores señalan que el nivel de daño es exactamente el mismo para ambas ductilidades, ya que el comportamiento histerético del oscilador equivalente se asume que es el mismo que el que presentaría la estructura real.

La expresión 4.7 se incluye en el Apéndice de las NTCS-2004, para estimar la ductilidad efectiva de la estructura con efectos de interacción.

Moghaddasi, et al. (2015), introducen una definición de ductilidad para estructuras con base flexible muy similar a la de ductilidad efectiva, en la cual, la ductilidad del sistema con base flexible se obtiene a partir de incorporar en la ductilidad del sistema con base rígida las componentes de desplazamiento provocadas por interacción.

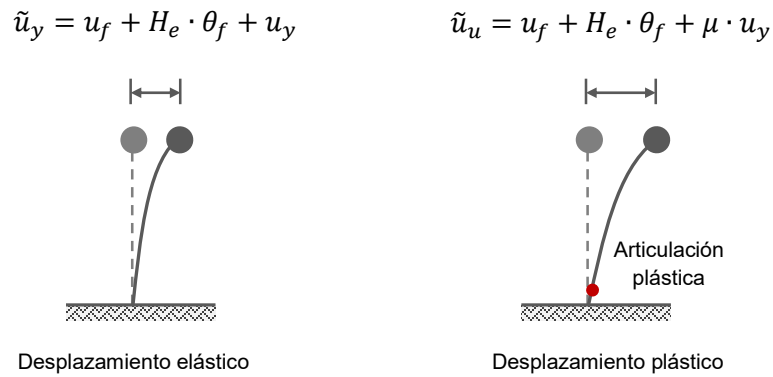


Figura 4.3 Desplazamientos considerados en la ductilidad efectiva. Adaptado de Moghaddasi (2015)

De esta manera, el desplazamiento elástico o de fluencia del modelo idealizado con interacción suelo-estructura se define como:

$$\tilde{u}_y = u_f + H_e \cdot \theta_f + u_y \quad (4.8)$$

En forma similar, el desplazamiento último está constituido por el desplazamiento inelástico de la estructura, producido por la formación de la articulación plástica, más los desplazamientos elásticos de la cimentación:

$$\tilde{u}_u = u_f + H_e \cdot \theta_f + \mu \cdot u_y \quad (4.9)$$

Donde u_f y θ_f son, respectivamente, los desplazamientos traslacional y rotacional de la cimentación ocasionados por efectos de interacción, mientras que μ y u_y son la ductilidad y el desplazamiento asociados con la deformación propia del sistema con base rígida.

Por lo que de acuerdo con la definición de ductilidad, se tiene que la ductilidad del sistema con base flexible se expresa como:

$$\tilde{\mu} = \tilde{\mu} \cdot \tilde{u}_y \quad (4.10)$$

Así, al sustituir las ecuaciones 4.8 y 4.9 en la ecuación 4.10, la ductilidad del sistema equivalente queda en términos de la ductilidad de la estructura con base rígida:

$$\tilde{\mu} = \frac{u_y}{\tilde{u}_y} (\mu - 1) + 1 \quad (4.11)$$

Si se aplica la definición de ductilidad y se utiliza la expresión para el periodo $T = 2\pi \sqrt{M/K}$, y se sustituyen en la ecuación 4.11, se obtiene de nuevo la ecuación 4.7.

4.3 REVISIÓN DE LA DUCTILIDAD EFECTIVA

Mylonakis y Gazetas (2000) emplean el modelo de Priestley y Park (1987) para evaluar la relevancia de la interacción dinámica en el desempeño inelástico de pilas de puentes.

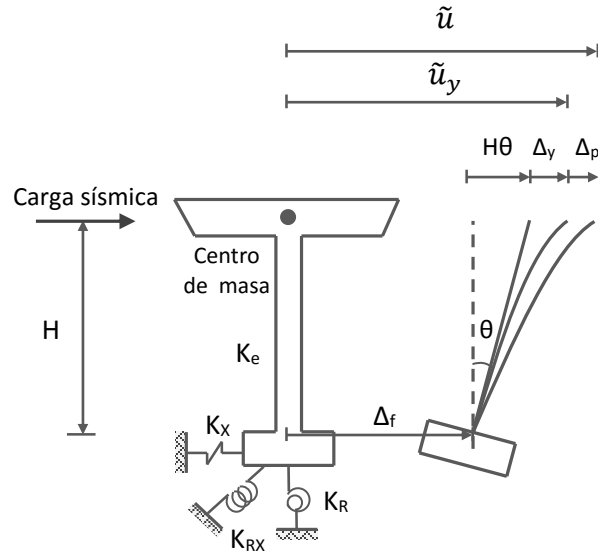


Figura 4.4 Modelo de Priestley y Park (1987)

Por lo que el desplazamiento elástico total está dado por la expresión:

$$\tilde{u}_y = \Delta_f + H \cdot \theta_f + \Delta_y \quad (4.12)$$

Mientras que el desplazamiento plástico total tiene las siguientes componentes:

$$\tilde{u} = \Delta_f + H \cdot \theta_f + \Delta_y + \Delta_p \quad (4.13)$$

Donde θ_f y Δ_f son los desplazamientos de cuerpo rígido debido al movimiento rotacional y traslacional de la base, respectivamente, $\Delta_y = F_y / K_e$ es el desplazamiento de fluencia, y Δ_p es el desplazamiento causado por la formación de la articulación plástica en la base de la columna. Es importante notar la semejanza que existe entre las ecuaciones 4.12 y 4.8, así como entre las ecuaciones 4.13 y 4.9.

Entonces, la ductilidad con base rígida queda definida como:

$$\mu_c = \frac{\Delta_y + \Delta_p}{\Delta_y} \quad (4.14)$$

Para el caso de base flexible, se tiene que la ductilidad es:

$$\mu_s = \frac{\tilde{u}}{\tilde{u}_y} = \frac{\Delta_f + \theta_f H + \Delta_y + \Delta_p}{\Delta_f + \theta_f H + \Delta_y} \quad (4.15)$$

Al dividir entre Δ_y el numerador y el denominador de la ecuación 4.15, se tiene lo siguiente:

$$\mu_s = \frac{c + \mu_c}{c + 1} \quad (4.16)$$

Donde el término c es la relación entre las componentes de cuerpo rígido y el desplazamiento de fluencia:

$$c = \frac{\Delta_f + \theta_f H}{\Delta_y} \quad (4.17)$$

En la ecuación 4.16 se tiene que para una capacidad de ductilidad dada μ_c y $c > 0$, la capacidad de ductilidad es menor que la resultante para base rígida, donde $c = 0$.

Sin embargo, si se obtiene una demanda de ductilidad a partir de la solución de la ecuación no lineal de movimiento y se obtiene un valor máximo Δ_p (Ciampoli y Pinto, 1995), y a partir de este resultado se obtiene la ductilidad empleando la ecuación 4.16, se observa un efecto benéfico de la interacción al dar como resultado una reducción en la demanda de ductilidad.

Por lo que, al comparar lo expuesto anteriormente, existe cierta contradicción en el uso de esta ecuación que puede conducir a una interpretación errónea, y que es precisamente a partir de esta interpretación, que se hace necesario subrayar que esta expresión no distingue entre capacidad y demanda, además de poseer una naturaleza cinemática.

Otro aspecto importante que hay que señalar, es el que las componentes de desplazamiento de cuerpo rígido no están asociadas con las deformaciones de la pila, por lo que la ductilidad μ_s definida en la ecuación 4.16, no es un parámetro que esté relacionado completamente con los esfuerzos existentes en la misma, tal y como lo señalaron en su momento Ciampoli y Pinto (1995). Por este motivo, las componentes de desplazamiento de cuerpo rígido no deben considerarse en el desplazamiento efectivo del sistema (Mylonakis y Gazetas, 2000).

A partir de los enfoques anteriores, es posible decir que el concepto de ductilidad efectiva funciona más bien como un parámetro que estima la tendencia del comportamiento inelástico de la estructura con interacción, en lugar de su capacidad de deformación, dado que lo que realmente se modifica al considerar la interacción dinámica, es la condición de apoyo del sistema estructural completo, lo cual está determinado fundamentalmente por la relación de rigideces que existe entre el suelo y la estructura.

Capítulo 5 EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN

En el capítulo anterior se presentaron algunas de las suposiciones con las que se estima el comportamiento dúctil de una estructura con efectos de interacción. Bajo estas hipótesis, la estructura con base flexible es reemplazada por un oscilador equivalente de un grado de libertad con base rígida, cuya flexibilidad, masa y cortante de fluencia son los mismos que la estructura original con interacción. Entonces, a partir de la ecuación 4.6, se tiene que el desplazamiento plástico es el mismo en ambos sistemas, $\tilde{u}_m - \tilde{u}_y = u_m - u_y$, incluso con la participación de los desplazamientos de cuerpo rígido.

Sin embargo, aun desde el enfoque del oscilador equivalente, el aumento en la flexibilidad de una estructura promueve, evidentemente, el incremento de los efectos de segundo orden, lo cual no está considerado, entre otros aspectos, en la definición de la ductilidad efectiva.

5.1 DEFINICIÓN

En la teoría fundamental de flexión, la relación entre fuerza y deflexión es lineal, por lo que la deflexión final es igual a la suma de las deflexiones producidas por fuerzas individuales (Timoshenko, S. P., 1985)

En cambio, cuando actúan de forma simultánea fuerzas laterales y carga axial, el comportamiento de un elemento o una estructura es completamente diferente, debido a que la relación fuerza-deflexión deja de ser lineal para su configuración geométrica, aun dentro del intervalo elástico del material.

Así, los efectos de segundo orden, mejor conocidos como efectos P- Δ o no linealidad geométrica, representan las condiciones de equilibrio y compatibilidad de un sistema estructural cargado a partir de su configuración deformada (CSI, 2009). Los efectos P- Δ están asociados con el movimiento relativo entre los extremos de un elemento o sistema estructural, por lo que, dado que la interacción dinámica incorpora un giro adicional en la base de la superestructura, el aumento en la amplitud del desplazamiento puede llegar a comprometer la estabilidad de la estructura por este motivo.

En el caso de la configuración deformada local, o efectos P- δ , éstos son relevantes solo cuando la amplitud de los desplazamientos es excesiva o cuando los elementos estructurales, sobre todo columnas, poseen una esbeltez importante, que dentro del contexto de diseño sismorresistente

actual, las relaciones de esbeltez establecidas en los códigos vigentes procuran reducir la susceptibilidad de los miembros estructurales a este tipo de efectos.

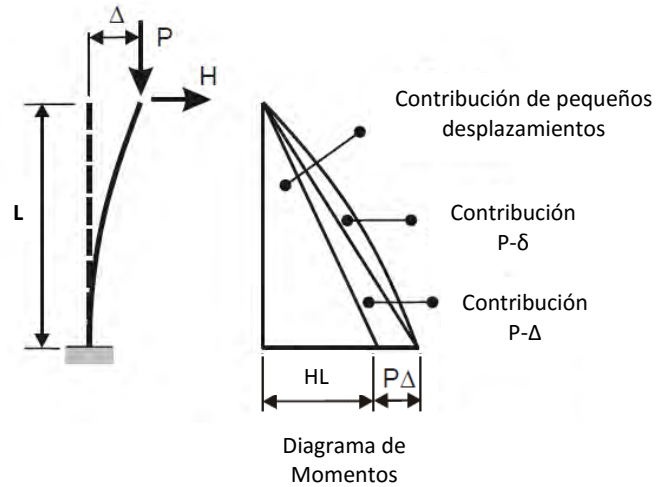


Figura 5.1 Efectos de segundo orden. Adaptado de CSI (2009)

A partir de lo anterior, la inestabilidad se puede definir brevemente como la amplificación excesiva del desplazamiento debido a un aumento pequeño en la fuerza aplicada, lo cual, evidentemente, puede derivar en el colapso de una estructura.

Uno de los parámetros fundamentales en la teoría de la estabilidad elástica es la carga crítica de Euler:

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (5.1)$$

Donde E es el módulo de elasticidad del material, I es el momento de inercia de la sección transversal y L es la longitud del miembro. Para un elemento igual al mostrado en la figura 5.1, el cual es semejante a un oscilador de un grado de libertad, se puede demostrar que la carga crítica de pandeo es:

$$P_{cr} = \frac{P_e}{4} \quad (5.2)$$

Y dado que un análisis de segundo orden toma en cuenta la configuración deformada desde un inicio, es claro que existe una amplificación de los desplazamientos y momentos obtenidos en un análisis de primer orden. El factor de amplificación de desplazamientos para un elemento igual al de la figura 5.1 se expresa como (derivado de Galambos, T., 2008):

$$F_{AD} = \frac{3 \left(\tan \left(\sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \right) - \sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \right)}{\left(\sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \right)^3} \quad (5.3)$$

Por lo que el desplazamiento lateral máximo queda expresado como:

$$v_{max} = v \cdot \left[\frac{3 \left(\tan \left(\sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \right) - \sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \right)}{\left(\sqrt{\frac{PL^2}{EI}} \right)^3} \right] \quad (5.4)$$

Donde $v = HL^3/3EI$ es el desplazamiento elástico de primer orden y H es la fuerza cortante.

5.2 REDUCCIÓN DE LA RESISTENCIA LATERAL POR EFECTOS P-Δ

La ecuación 5.4 permite demostrar la reducción que se produce en la resistencia a cortante, cuando en conjunto, se incrementan la carga axial y la flexibilidad del sistema. Para esto, se definen las siguientes variables: $H = V$, $v_{max} = \Delta_y$, $K_e = (4\pi^2 W_e) / (gT_e^2) = 3EI/L_c^3$, por lo que al sustituir estos parámetros en la ecuación 5.4, ésta queda en función del cortante V , el desplazamiento de fluencia Δ_y y de la rigidez lateral K_e del elemento. Despejando para obtener el cortante V , se tiene la siguiente ecuación:

$$V = K_e \Delta_y \left[\frac{\left(\sqrt{\frac{3P}{K_e L_e}} \right)^3}{3 \left(\tan \left(\sqrt{\frac{3P}{K_e L_e}} \right) - \sqrt{\frac{3P}{K_e L_e}} \right)} \right] \quad (5.5)$$

Ahora, si se emplea un sistema de un grado de libertad (S_1) que represente a la estructura con base rígida y un sistema equivalente (S_2) con una flexibilidad mayor para representar los efectos de interacción, ambos con el mismo cortante de fluencia, como se definió en el capítulo de ductilidad, y con las propiedades del edificio con base rígida y con la base más flexible presentadas en el capítulo 6:

Tabla 5.1 Propiedades de los sistemas S_1 y S_2

Sistema S_1	Sistema S_2
$T_1 = 0.82787$ s	$T_2 = 1.35275$ s
$K_1 = 19,030.92$ ton/m	$K_2 = 7,125.26$ ton/m
$V_y = 960$ ton	$V_y = 960$ ton
$\Delta_{y1} = V_y / K_1 = 5.044$ cm	$\Delta_{y2} = V_y / K_2 = 13.47$ cm
$W = 3,240$ ton	$W = 3,240$ ton
$L = 30.5$ m	$L = 30.5$ m

Se obtiene la gráfica de cortante contra carga axial correspondiente, figura 5.2.

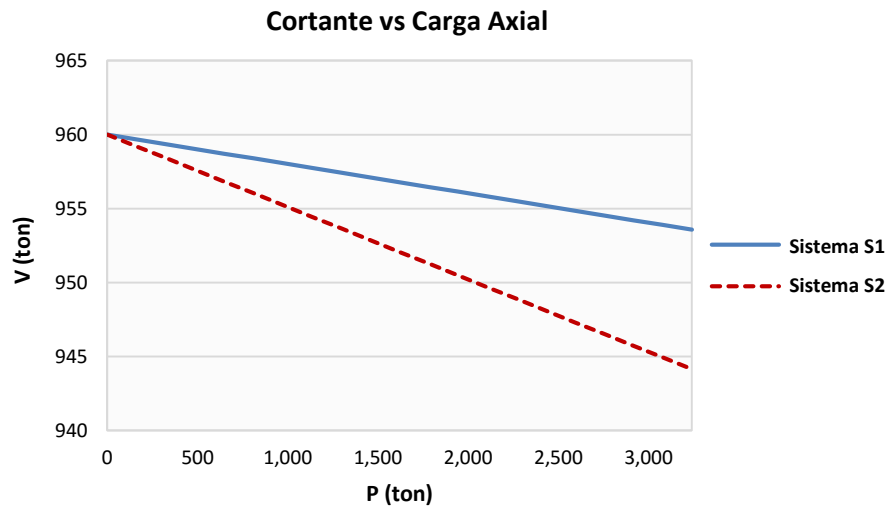


Figura 5.2 Gráfica Cortante vs Carga Axial

En la gráfica se observa que al excluir la carga axial, esto es, $P=0$, los dos sistemas presentan el mismo cortante basal de fluencia V_y , y conforme la carga axial P se aproxima al peso de la estructura $W=3240\text{ton}$, el sistema S_2 presenta una reducción mucho más marcada en su resistencia lateral que el sistema S_1 , debido precisamente a una mayor influencia de los efectos $P-\Delta$. De esta manera, al alcanzar cada sistema su carga crítica correspondiente, $P=P_{cr}=P_e/4$, la resistencia a cortante V es igual a cero, lo que indica que ambos sistemas se vuelven inestables aun con la condición de base rígida.

Asimismo, hay que notar que el producto $K_e \Delta_y$ en la ecuación 5.5 es el cortante de fluencia y tiene un valor constante, independientemente si se trata del sistema S_1 o S_2 , por lo que se comprueba la influencia negativa que tienen los efectos $P-\Delta$ sobre la resistencia lateral de un sistema, sobre todo cuando éste posee una flexibilidad mayor.

No obstante, es importante recordar que la interacción presenta una componente rotacional de cuerpo rígido en la estructura, lo que implica que esta componente agregada de desplazamiento en particular, no contribuye a la deformación lateral de la superestructura, contrario a como se asume en el modelo de un grado de libertad equivalente. Por lo tanto, la disminución de la resistencia y rigidez lateral no está asociada con el cabeceo de cuerpo rígido de la estructura directamente, aunque si con los efectos de segundo orden ocasionados por el aumento en la amplitud del desplazamiento que esta componente produce.

Capítulo 6 MODELO ANALÍTICO

6.1 DISEÑO DEL EDIFICIO

6.1.1 Características Generales

El edificio está estructurado con base en marcos a momento, consta de un primer nivel de $3.5m$ de altura y nueve superiores de $3m$ cada uno, la planta es simétrica y tiene claros de $6m$ de longitud en las dos direcciones principales; los sistemas de piso en todos los niveles se modelaron como diafragmas rígidos, por lo que no existen vigas secundarias.

Asimismo, no se consideraron los huecos en la zona de escaleras, debido a que lo que se procura evaluar es la influencia de la interacción dinámica suelo-estructura en el comportamiento inelástico de la superestructura, por lo que se puede prescindir de las discontinuidades e irregularidades del edificio, con la finalidad de descartar condiciones que pudiesen complicar la identificación directa de los efectos de la interacción dinámica en la respuesta de la estructura.

La combinación por sismo de carga viva, carga muerta y carga instantánea se simplificó para fines prácticos, por lo que cada nivel tiene un peso uniformemente distribuido de $1ton/m^2$; así, el peso total de la superestructura es $W=3,240ton$. El concreto tiene una resistencia a compresión $f'_c=300kg/cm^2$, mientras que el acero de refuerzo tiene un esfuerzo de fluencia $f_y=4200kg/cm^2$.

Las fuerzas de diseño se calcularon a partir del espectro de la zona III-b de las NTCS-2004, con un factor de comportamiento sísmico $Q=2$ y una aceleración espectral de $0.225g$ en un análisis elástico. El periodo fundamental de la estructura con base rígida es $T=0.82787s$, en ambas direcciones. En la tabla 6.1 se presentan las secciones transversales de las vigas y columnas utilizadas en cada nivel, cabe mencionar que los marcos interiores y exteriores del edificio tienen las mismas secciones.

Tabla 6.1 Secciones de vigas y columnas en cada nivel

	Nivel	Sección
Vigas	1	50cm X 70cm
	2-6	45cm X 70cm
	7-10	40cm X 70cm
Columnas	1	80cm X 80cm
	2-7	70cm X 70cm
	8-10	65cm X 65cm

La subestructura fue diseñada en un estudio previo (Martínez, G., 2014), la cual consiste en un cajón de cimentación de dos niveles, desplantado a $5m$ bajo la superficie del terreno. La profundidad de los depósitos firmes H_s se consideró de $40m$.

En la figura 6.1 se muestra la geometría del edificio en estudio.

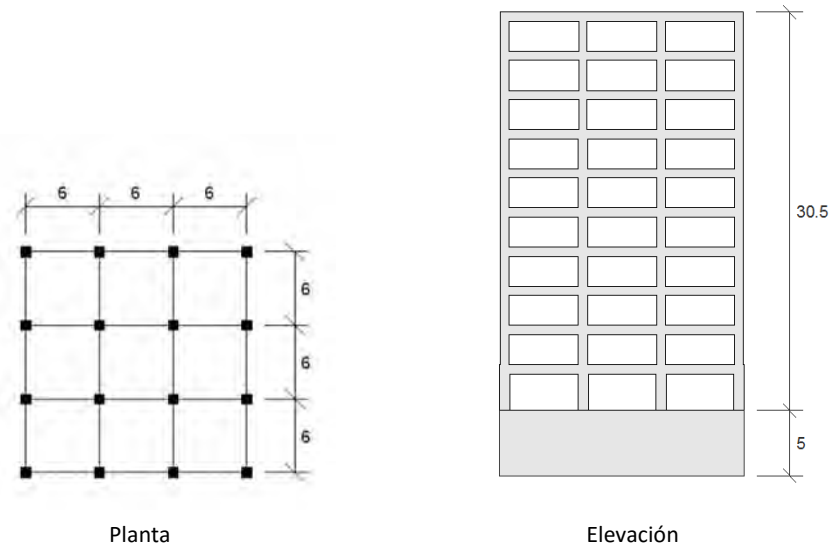


Figura 6.1 Geometría del Edificio

A partir del modelo con base rígida realizado con ayuda del programa Sap2000, se modelaron los sistemas con base flexible, en los cuales se incorporaron los resortes traslacionales y rotacionales, obtenidos de las funciones de impedancia calculadas con el programa Dyna6 (Martínez, G., 2014) para representar la deformabilidad de la base.

6.1.2 Modelado de la Base

En la ecuación para el cálculo del periodo fundamental efectivo de las estructuras con base flexible, solo se consideran los resortes con rigidez horizontal $K_x(\omega_e)$ y los resortes con rigidez rotacional $K_r(\omega_e)$, donde $\omega_e=7.5896 s^{-1}$ es la frecuencia fundamental del edificio con base rígida; sin embargo, en los modelos analíticos se puede hacer una distribución de estos resortes con el propósito de tener un sistema equivalente de resortes con rigidez horizontal y vertical únicamente, en sustitución de los resortes con rigidez rotacional. En la figura 6.2 se ilustra la distribución original (*DOr*) y la distribución equivalente (*DEq*) de los resortes en la base.

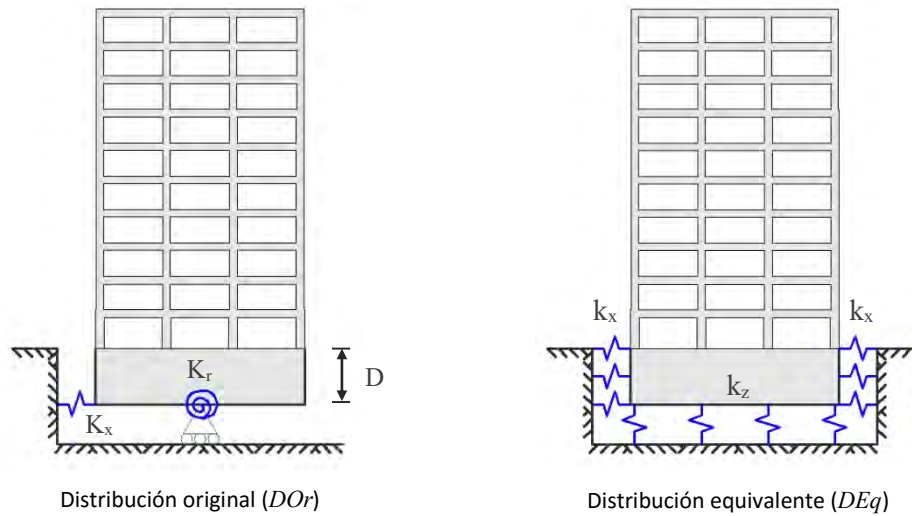


Figura 6.2 Distribución de resortes en la base

Para llevar a cabo la distribución equivalente, primero se dividió la rigidez dinámica traslacional K_x entre 24 resortes; es decir, 3 resortes a cada lado de la cimentación para cada uno de los 4 marcos, por lo que la rigidez dinámica en cada resorte horizontal equivalente es la siguiente:

$$k_x = \frac{K_x}{24} \quad (6.1)$$

Dado que los resortes horizontales distribuidos verticalmente se oponen al giro, si se considera la rigidez completa del resorte rotacional se estaría sobrestimando dicha rigidez, es por ello que se debe sustraer la rigidez que aportan los resortes horizontales a la rigidez rotacional. Con la hipótesis de pequeños desplazamientos, la rigidez rotacional que aportan los resortes horizontales en cada marco se calculó como:

$$k_\theta = \left(\frac{10D^2 - 3DL + 2L^2}{4} \right) k_x \quad (6.2)$$

Donde D es la profundidad de desplante de la cimentación. De esta manera es posible obtener la rigidez dinámica efectiva para cada resorte vertical:

$$k_z = \frac{9}{5L^2} \left(\frac{K_r}{4} - k_\theta \right) \quad (6.3)$$

Donde K_r es la función de impedancia rotacional y L es el ancho de la cimentación en la dirección de análisis. Es importante mencionar que las ecuaciones 6.1, 6.2 y 6.3 son válidas únicamente para la configuración de resortes mostrada en la figura 6.2, por lo que son aplicables solo para análisis en una dirección y edificios similares en planta.

Para proporcionar un comportamiento de cuerpo rígido a la cimentación, se utilizó la función “*Body Constraint*” incluida en el menú de restricciones dentro del programa Sap2000.

La deducción de las ecuaciones 6.2 y 6.3, así como el uso de la función “*Body Constraint*” se describen en el apéndice A, al final del documento.

6.1.3 Cálculo de Periodos Efectivos

Las funciones de impedancia se obtuvieron a partir de cuatro distintas velocidades de onda de corte V_s del terreno. Una vez incorporadas las funciones de impedancia en la base del modelo analítico con base rígida, se calcularon y compararon los periodos efectivos con el programa Sap2000 para la distribución original (*DOr*) y la distribución equivalente (*DEq*) de los resortes en cada modelo con base flexible.

Asimismo, se determinaron los periodos efectivos teóricos del primer modo a partir de la ecuación 2.54, tanto para las funciones de impedancia obtenidas con el Apéndice A de las NTCS-2004, como para las funciones de impedancia calculadas con el programa Dyna6, tabla 6.2.

Tabla 6.2 Velocidades de onda de corte del suelo y periodos efectivos del primer modo

	V_s ∞ m/s	V_{s1} 400 m/s	V_{s2} 250 m/s	V_{s3} 100 m/s	V_{s4} 69 m/s
Periodo de Edificio	T_{Rigida} (s)	T_{e1} (s)	T_{e2} (s)	T_{e3} (s)	T_{e4} (s)
Sap2000 <i>DOr</i>	0.82787	0.84234	0.86990	1.08826	1.35275
Sap2000 <i>DEq</i>	0.82787	0.84216	0.86954	1.08971	1.36325
Funciones NTC	0.82787	0.84200	0.86900	1.08100	1.33400
Funciones Dyna6	0.82787	0.84200	0.86900	1.08100	1.33600

Una vez obtenidos los periodos efectivos de los modelos, se determinó la posición de los mismos dentro del espectro de diseño de la zona III-b de las NTCS-2004, con el propósito de verificar que la aceleración espectral utilizada en el diseño del edificio con base rígida no se viese modificada por efectos de interacción.

Igualmente, se verificó que el 5% del amortiguamiento crítico no tuviese cambios significativos por influencia de la interacción. A partir de los resultados anteriores, se consideró que la ordenada espectral fue la misma para todos los modelos. En la figura 6.3 se muestra la posición de los periodos efectivos dentro del espectro de diseño utilizado.

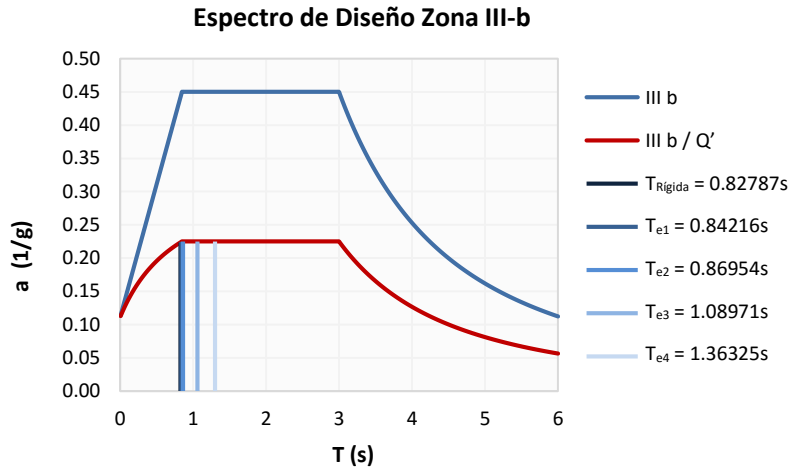


Figura 6.3 Posición de periodos en el espectro de diseño

Con el uso del parámetro $\tau = T_{e\ Rigida} H_s / T_s H_{e\ Rigida}$, el cual representa la relación de rigideces entre la estructura y el suelo, se realizó la clasificación de los periodos efectivos de los modelos analíticos, tabla 6.3.

Tabla 6.3 Asociación de periodos efectivos con la relación de rigideces suelo-estructura

		V_s (m/s)	H_s (m)	$T_s = \frac{4H_s}{V_s}$ (s)	$T_{e\ Rigida}$ (s)	$H_{e\ Rigida}$ (m)	$\tau = \frac{T_{e\ Rigida} H_s}{T_s H_{e\ Rigida}}$
T_{Rigida}	0.82787s	∞	-	0.00000	0.82787	21.254	Base Rígida
T_{e1}	0.84216s	400	40	0.40000	0.82787	21.254	3.90
T_{e2}	0.86954s	250	40	0.64000	0.82787	21.254	2.43
T_{e3}	1.08971s	100	40	1.60000	0.82787	21.254	0.97
T_{e4}	1.36325s	69	40	2.31884	0.82787	21.254	0.67

Finalmente, se eligió la distribución de resortes denominada como equivalente (DEq), ya que con esta configuración se puede determinar de forma más clara y directa las fuerzas a las que se ve sometida la cimentación durante los análisis no-lineales. En total se analizaron cuatro modelos con distinta flexibilidad en la base y uno con base rígida.

6.1.4 Diagrama Momento-Curvatura

En el capítulo anterior se abordó brevemente la no-linealidad geométrica, en este subcapítulo se describe el procedimiento que se siguió para incluir la no-linealidad del material en el diseño de los elementos estructurales.

El comportamiento no-lineal en elementos de concreto reforzado, generalmente se estima mediante el uso de los diagramas momento-curvatura, los cuales se determinan a partir de las propiedades constitutivas del concreto y del acero en un procedimiento iterativo, el cual se describe a continuación (Vargas, G. y González, J., 2005):

1. Proponer una deformación unitaria ε por cada punto de interés en el diagrama.
2. Obtener la profundidad del eje neutro c mediante iteraciones, hasta obtener el equilibrio de fuerzas en la sección:

$$C_c + C_s = T_s \quad (6.4)$$

Donde C_c es la fuerza de compresión en el concreto, y C_s y T_s son, respectivamente, la fuerza de compresión y la fuerza de tensión en el acero.

3. Calcular el momento interno en la sección al multiplicar las fuerzas resultantes por su brazo de palanca.
4. Determinar la curvatura mediante la relación $\varphi = \varepsilon/c$.

Los puntos de interés en la curva son: el inicio del agrietamiento, el inicio de la fluencia en el acero, la resistencia última de la sección y un valor intermedio entre la fluencia del acero y la resistencia última de la sección. La figura 6.4 ilustra el diagrama momento-curvatura.

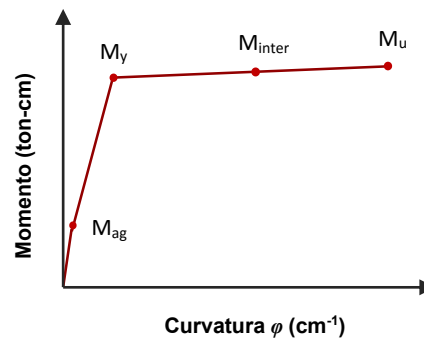


Figura 6.4 Diagrama Momento-Curvatura

Los diagramas de interacción y las curvas momento-curvatura de los elementos se construyeron a partir del equilibrio de fuerzas y de las hipótesis de la sección 2.1 de las NTC-2004 para Concreto. También se consideraron los requerimientos de acero de refuerzo mínimo y máximo, así como de una cuantía de acero a tensión por debajo del 75% de la correspondiente a la falla balanceada, tal y como se indica en la sección 2.2 de las normas mencionadas.

En el programa Sap2000, es posible ingresar de forma manual los diagramas momento-curvatura o momento-rotación a partir de los elementos “hinges”. En el caso de vigas generalmente

solo se considera la flexión, mientras que en el caso de columnas, al estar sometidas a flexo-compresión, el programa modifica la curva ingresada de acuerdo con la carga axial actuante en un instante determinado.

Por este motivo, se incluyó la acción de la carga axial de diseño de las columnas en los diagramas momento curvatura como referencia, con el propósito de comparar el momento de fluencia y el momento último con los que calcula el Sap2000 a partir del diagrama momento-curvatura original. El equilibrio con carga axial que debe cumplirse en la sección transversal se expresa entonces como:

$$P = \sum_{i=1}^n f_{ci} A_{ci} + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} = \beta_1 f_c'' (bc) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \quad (6.5)$$

Donde P es la carga axial, f_c , A_c y f_s , A_s son los esfuerzos y áreas del concreto y del acero, respectivamente, e i es el i -ésimo lecho de acero o concreto (Park y Paulay, 1976). El término $\beta_1 f_c'' (bc)$ indica el uso del bloque equivalente de compresión en el cálculo de los diagramas. En esta investigación, la validez en el uso del bloque equivalente para determinar los diagramas momento-curvatura fue comprobada con el modelo de concreto de Hognestad.

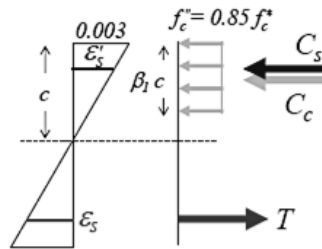


Figura 6.5 Bloque equivalente de compresión. Tomado de las NTCC-2004

6.1.5 Longitud y Rotación Plástica

Además del diagrama momento-curvatura, en elementos de concreto, es necesario estimar la longitud que tendrá la articulación plástica del elemento, con el propósito de calcular el giro que puede desarrollar el miembro en su intervalo inelástico. La longitud plástica l_p utilizada en este estudio está basada en la ecuación empírica propuesta por Mattock (Park, R. y Paulay, T., 1974):

$$l_p = 0.5d + 0.05z \quad (6.6)$$

Donde d es el peralte efectivo y z es la distancia entre la sección crítica y el punto de inflexión del elemento. Así, el giro o rotación de la articulación plástica queda definida mediante la ecuación:

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y)l_p \tag{6.7}$$

Donde φ_u es la curvatura asociada con el momento último y φ_y es la curvatura asociada con el momento de fluencia de la sección. Para todos los elementos, la longitud plástica considerada en esta investigación fue $l_p = 0.6d$.

6.1.6 Diagrama de Interacción

La estimación en las posibles combinaciones de flexión y carga axial se realiza mediante el uso del diagrama de interacción. La construcción de este diagrama se lleva a cabo mediante la suposición de una serie de distribuciones lineales de las deformaciones a lo largo de la sección transversal del elemento, así, cada punto de la serie representa un punto en el diagrama de interacción, figura 6.6.

De esta manera, los esfuerzos se calculan mediante el uso de las propiedades constitutivas del acero y del concreto, de acuerdo con la compatibilidad de deformaciones que presenta cada material en la sección; en cuanto a la forma de la distribución de los esfuerzos a compresión en el concreto, ésta sigue el método del bloque equivalente, utilizado también en el cálculo de los diagramas momento-curvatura.

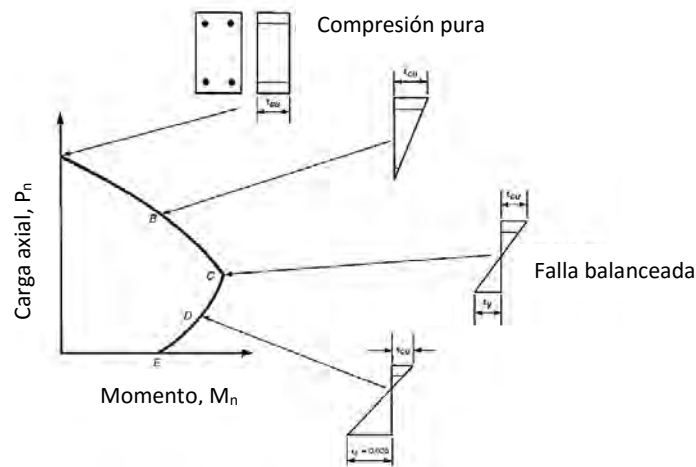


Figura 6.6 Diagrama de Interacción. Adaptado de Wight y MacGregor (2012)

La resistencia nominal a carga axial se calcula entonces como:

$$P_n = C_c + \sum_{i=1}^n F_{si} \tag{6.8}$$

Mientras que el momento nominal para una sección simétrica se obtiene con la expresión:

$$M_n = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \sum_{i=1}^n F_{si} \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \quad (6.9)$$

Donde F_{si} es la fuerza en el i -ésimo lecho de acero, h es el peralte de la sección y d_i es la distancia entre la capa extrema a compresión y el i -ésimo lecho de acero.

6.1.7 Propiedades plásticas de Vigas y Columnas

El diseño de los elementos cumple con la desigualdad $\Sigma M_c \geq 1.5 \Sigma M_v$ para marcos dúctiles en un nodo, donde M_v y M_c son las resistencias últimas a momento de vigas y columnas, respectivamente; si bien, para un factor $Q=2$ no es necesario cumplir con este requisito. La revisión $\Sigma M_c \geq 1.5 \Sigma M_v$ se presenta en el apéndice B. En la tabla 6.4 se muestran las propiedades plásticas de vigas y columnas.

Tabla 6.4 Propiedades plásticas de vigas y columnas

	Nivel	Elemento	M_y (ton-m)	M_u (ton-m)	$\mu_\phi = \phi_u / \phi_y$ ($\text{cm}^{-1} / \text{cm}^{-1}$)	I_p (cm)	θ_p (rad)
Vigas	1	V50X70	81.85	87.52	7.35	40.00	0.01030
	2-6	V45X70	90.58	97.79	6.66	40.00	0.00941
	7-10	V40X70	63.25	65.76	9.71	40.00	0.01332
Columnas	1	C80X80	162.17	200.41	5.53	45.00	0.00724
	2-7	C70X70	136.01	168.46	4.40	40.00	0.00594
	8-10	C65X65	92.12	112.66	4.92	35.00	0.00625

6.2 ANÁLISIS ESTÁTICO NO-LINEAL

6.2.1 Patrón de Cargas

El documento de la Federal Emergency Management Agency (FEMA-356) de los Estados Unidos, establece diversos procedimientos de análisis para estimar el comportamiento lineal y no lineal en estructuras de concreto. Uno de ellos es el análisis estático no-lineal o “pushover”, el cual consiste en aplicar gradualmente a un modelo analítico alguno de los distintos patrones de carga lateral de forma monótonica creciente para representar las cargas inerciales producidas por sismo. Uno de estos patrones, utilizado en los análisis de este estudio, es el triangular invertido, figura 6.7, el cual asume que las fuerzas son proporcionales a la altura de la estructura y que la relación entre ellas es constante, por lo que se considera irrelevante la participación de los modos superiores, debido a que

es en el modo fundamental donde se asume la influencia de los efectos de la interacción dinámica principalmente.

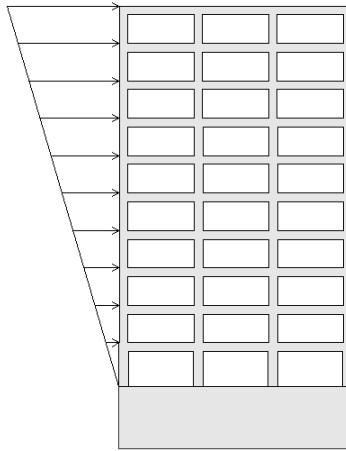


Figura 6.7 Patrón triangular de carga. Análisis estático no-lineal.

En este tipo de análisis, cuando las acciones son controladas por deformación, se debe definir un desplazamiento objetivo, a partir del cual se puede establecer el desplazamiento máximo que es capaz de desarrollar la estructura en su intervalo inelástico. El desplazamiento objetivo se considera que representa el desplazamiento esperado durante el sismo de diseño. En esta investigación, el desplazamiento último se consideró como el desplazamiento asociado con la aparición de la primera articulación de columna que hubiese alcanzado el nivel de colapso.

6.2.2 Criterios de Aceptación en el Nivel de Daño

Dada la finalidad de un análisis no-lineal, es necesario definir los niveles de desempeño de la estructura a partir del desempeño de cada uno de sus elementos individuales; es decir, establecer los criterios adecuados para definir niveles de daño aceptables y una deformación límite de colapso razonable, a partir de la curva de capacidad de cada miembro, que en este caso, hace referencia a los diagramas momento-curvatura.

En el programa Sap2000 se tiene la opción de realizar un análisis estático no-lineal a partir de los criterios de aceptación basados en el documento del FEMA-356, denominados como Immediate Occupancy (IO), Life Safety (LS) y Collapse Prevention (CP). Estos valores están incluidos dentro de las opciones pre-configuradas del programa Sap2000; sin embargo, dado que las curvas han sido calculadas independientemente, los niveles de desempeño han sido ajustados

en proporción de la rotación plástica calculada en esta investigación con la rotación plástica establecida en el FEMA-356 para elementos primarios, lo cual, el programa Sap2000 también es capaz de realizarlo automáticamente.

El programa Sap2000 adopta un formato similar al del FEMA-356 (2000) para definir el modelo de la curva de capacidad de los elementos y los criterios de aceptación de daño, figura 6.8.

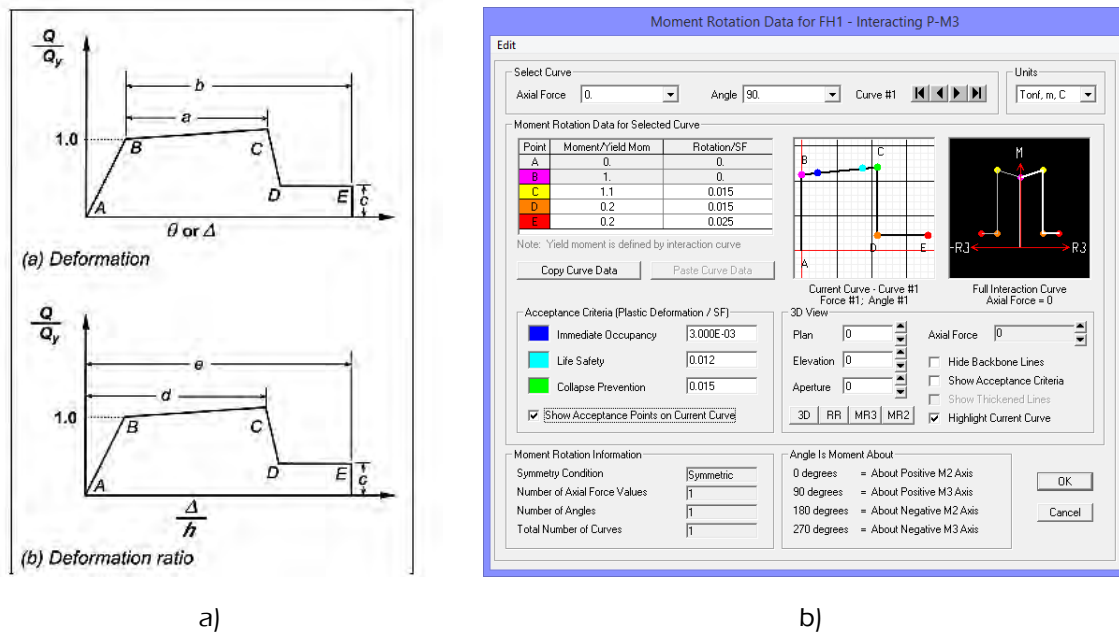


Figura 6.8 Modelos de curva del elemento a) FEMA-356 (2000) b) Sap2000

El tramo A-B representa el comportamiento elástico del elemento, la curva B-C representa el intervalo inelástico, el tramo C-D está asociado con la pérdida de resistencia y el tramo C-E indica un intervalo de resistencia residual. Q_y es la carga asociada con el inicio de fluencia del elemento. Las constantes a y b , en un diagrama momento-rotación, representan el ángulo en radianes de la rotación plástica y la rotación posterior al colapso, respectivamente, figura 6.8a. Los valores de a y b dependen de la cuantía de acero, la carga axial, el cortante actuante, así como del confinamiento del acero longitudinal, lo cual está indicado explícitamente en las tablas correspondientes del documento FEMA-356.

El punto C en la curva está asociado con el nivel de colapso, figura 6.8b, que en este estudio, está asociado con el momento último de la sección. Es importante notar que en el formato del Sap2000, se utiliza el momento último normalizado M_u/M_y y la longitud l_p o la rotación θ_p de la articulación plástica para definir el nivel de colapso correspondiente.

6.2.3 Comentarios sobre la validez del Análisis Estático No-Lineal

Dado que la validez de un análisis estático no-lineal ha sido cuestionada en diversas ocasiones, como resultado de la simpleza de su aplicación y de excluir las propiedades dinámicas de la estructura en su solución, este tipo de análisis debe funcionar más bien como un complemento de un análisis dinámico modal espectral o dinámico paso a paso.

Sin embargo, a pesar de existir una incertidumbre inherente debido a las suposiciones implícitas en su procedimiento, en este estudio se considera que el propósito principal de un análisis estático no-lineal está dirigido en mostrar de forma aproximada la tendencia en el desempeño de la estructura; es decir, realizar una estimación del desarrollo y distribución de los mecanismos de colapso que pudiesen presentarse en cada uno de los elementos que la conforman y verificar si en conjunto cumplen con el comportamiento esperado en el diseño.

6.3 ANÁLISIS DINÁMICO NO-LINEAL PASO A PASO

6.3.1 Método de la Aceleración Promedio de Newmark

Encontrar la solución analítica de la ecuación de movimiento para una excitación que varía en el tiempo, generalmente un acelerograma, es un proceso prácticamente imposible de llevar a cabo, es por ello que se suele recurrir a métodos numéricos para resolver este problema. Uno de los procedimientos más notables y precisos, es el método de la aceleración promedio de Newmark, el cual funciona tanto para análisis lineales como no-lineales paso a paso. A partir de la ecuación de movimiento:

$$[M]\ddot{u} + [C]\dot{u} + [f_s(u, \dot{u})] = \{p(t)\} \quad (6.10)$$

donde $p(t) = -[M]\{\ddot{u}_g(t)\}$ y $[f_s(u, \dot{u})]$ es la matriz de fuerzas restitutivas en función del desplazamiento $u(t)$ y la velocidad $\dot{u}(t)$ debido al cambio de pendiente en el ciclo de carga y descarga de la excitación sísmica en un análisis no-lineal, se puede discretizar la solución $\{u(t)\}$ en intervalos de tiempo $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$. A su vez, se hace necesario incorporar el método iterativo de Newton-Raphson dentro de cada paso del método de Newmark, con el propósito de ajustar la rigidez tangente del sistema en cada intervalo de tiempo.

El procedimiento de la aceleración promedio de Newmark y el método de Newton-Raphson se pueden encontrar particularmente bien detallados en el libro "Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering", Chopra, A. K., Ed. Pearson-Prentice Hall, en cualquiera de sus ediciones.

6.3.2 Amortiguamiento de Rayleigh

En estructuras con una distribución más o menos regular de los mecanismos de amortiguamiento internos, es válido considerar una matriz de amortiguamiento clásico; es decir, una matriz diagonal. Sin embargo, al considerar el amortiguamiento del terreno en el sistema suelo-estructura, la aplicación de un amortiguamiento clásico puede no ser válida, por esta razón, se verificó que el amortiguamiento de la estructura no tuviese cambios significativos por efectos de interacción, con la finalidad de poder emplear una matriz desacoplada de amortiguamiento clásico.

A partir de la consideración anterior, es posible utilizar el amortiguamiento de Rayleigh en los análisis con interacción suelo-estructura. De esta manera, se tiene un amortiguamiento proporcional a la masa y un amortiguamiento proporcional a la rigidez (Chopra, A. K., 2012):

$$[c] = a_0[m] \quad (6.11)$$

$$[c] = a_1[k] \quad (6.12)$$

Donde a_0 tiene unidades s^{-1} y a_1 tiene unidades s , y dada la propiedad de ortogonalidad de los modos se tiene que:

$$[C] = [\phi]^T [c] [\phi] \quad (6.13)$$

Una vez establecido lo anterior, se puede relacionar el amortiguamiento del n-ésimo modo con el coeficiente a_0 , mediante la expresión:

$$C_n = a_0 M_n \quad (6.14)$$

Mientras que la relación de amortiguamiento modal queda como:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} \quad (6.15)$$

De manera similar se tiene que el amortiguamiento y la relación modal proporcionales a la rigidez son:

$$C_n = a_1 \omega_n^2 M_n \quad (6.16)$$

$$\xi_n = \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (6.17)$$

Así, y con base en datos experimentales, el amortiguamiento de Rayleigh se define como:

$$c = a_0 m + a_1 k \quad (6.18)$$

La relación de amortiguamiento para el n-ésimo se obtiene mediante la expresión:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (6.19)$$

Los coeficientes a_0 y a_1 se pueden obtener a partir de la relación de amortiguamiento conocido de los modos i y j , que en modo matricial y utilizando la expresión 6.19 se puede escribir como:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (6.20)$$

Por lo que las ecuaciones para calcular las constantes a_0 y a_1 para un mismo amortiguamiento ξ en los modos i y j , quedan definidas como:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (6.21)$$

$$a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (6.22)$$

Mediante este procedimiento es posible obtener las relaciones de amortiguamiento de forma razonable para todos los modos restantes. En este estudio se emplea una relación de amortiguamiento de $\xi=0.05$ para el primer y tercer modo. Adicionalmente, se verificó que los coeficientes que calcula el Sap2000 a partir de los periodos del primer y tercer modo de cada modelo fueran iguales a los obtenidos con las ecuaciones 6.21 y 6.22, ver tabla 6.5.

Tabla 6.5 Coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh

T_e	T_1 Modo	T_3 Modo	$\omega_1 = 2\pi / T_1$	$\omega_3 = 2\pi / T_3$	Sap2000		Ecuación 6.21	Ecuación 6.22
					a_0	a_1	a_0	a_1
T_{Rigida}	0.81671s	0.15381	7.69329	40.85030	0.64740	0.00206	0.64740	0.00206
T_{e2}	0.85880s	0.15650s	7.31624	40.14815	0.61890	0.00211	0.61885	0.00211
T_{e3}	1.08064s	0.22970s	5.81432	27.35388	0.47950	0.00302	0.47951	0.00302
T_{e4}	1.35456s	0.31095s	4.63854	20.20642	0.37720	0.00403	0.37725	0.00403

6.3.3 Modelo Histerético de Takeda

Este modelo fue desarrollado por Takeda, Sozen y Nielsen en 1970, a partir de pruebas experimentales, con el objetivo de incluir en los análisis la degradación de rigidez asociada con el

inicio del agrietamiento y la fluencia de elementos de concreto sujetos a flexión ante una carga cíclica. Para utilizar este modelo, es necesario el uso de la curva de Fuerza-Desplazamiento o de la curva Momento-Rotación, lo que hace posible calcular la rigidez de descarga K_d (Esquivel, J. C., 1992):

$$K_d = \frac{F_c + F_y}{D_c + D_y} \left(\frac{D_m}{D_y} \right)^{-\alpha} \quad (6.23)$$

Donde F_c y D_c son la fuerza y el desplazamiento asociados con el inicio del agrietamiento, F_y y D_y son la fuerza y desplazamiento asociados con la fluencia, D_m es el desplazamiento máximo previo y α es el parámetro de degradación de la rigidez de descarga. El parámetro α tiene un valor entre 0.0 y 0.6; en el estudio de Takeda, Sozen y Nielsen de 1970, se propone un valor de 0.4.

Si se descartan la fuerza y el desplazamiento asociados con el inicio del agrietamiento, dado que las pendientes de la curva antes de la fluencia se puede considerar que son iguales; esto es, $F_c = nF_y$ y $D_c = nD_y$, la ecuación 6.23 puede escribirse como:

$$K_d = \frac{F_y}{D_y} \left(\frac{D_m}{D_y} \right)^{-\alpha} \quad (6.24)$$

Mediante el uso del elemento "link" del programa Sap2000, es posible introducir por el usuario la curva correspondiente de la sección y elegir el modelo histerético de Takeda, el cual viene incluido dentro de las propiedades del elemento "link", específicamente el denominado como "MultiLinear Plastic", figura 6.9.

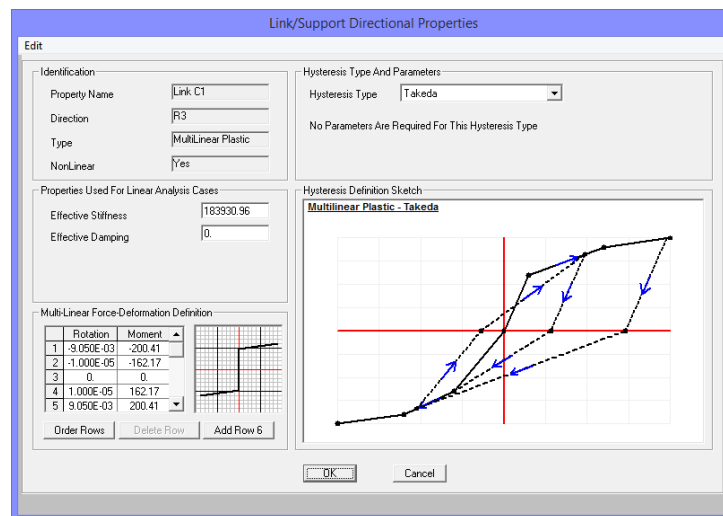


Figura 6.9 Modelo histerético de Takeda dentro del elemento "link", Sap2000

En cada modelo utilizado para llevar a cabo los análisis dinámicos no-lineales, los elementos “link” representan la articulación plástica ubicada en los extremos de vigas y columnas, por lo que tienen la misma longitud que la longitud plástica que presenta cada articulación.

6.3.4 Registros Acelerográficos

Para representar un suelo blando y un suelo de transición se utilizaron, respectivamente, los registros de la Secretaria de Comunicaciones y Transportes (SCT) y de Viveros de Coyoacán del sismo de la Ciudad de México de 1985; para representar un suelo firme se empleó el registro de Manzanillo del sismo de Colima de 1995.

En el cálculo de los periodos efectivos con el programa Sap2000, al utilizar los elementos “link” en lugar de los elementos “hinges” en los análisis dinámicos no-lineales, todos los periodos tuvieron una pequeña variación debido al cálculo de la rigidez equivalente que se tiene que llevar a cabo para poder incorporar este tipo de elementos en los modelos analíticos.

En todos los análisis, el modelo del edificio con base rígida sirvió como referencia, dado que no considera en ningún caso los efectos de la interacción dinámica. Adicionalmente, cada registro se tuvo que escalar para así obtener un desplazamiento significativo de la estructura en su intervalo plástico y hacer más visibles los efectos de la interacción dinámica.

En la tabla 6.6 se muestran los periodos efectivos del primer modo de la estructura y las relaciones de rigidez que se asociaron con cada registro, así como la escala correspondiente.

Tabla 6.6 Asociación de periodos y acelerogramas según el tipo de suelo

Suelo	τ	$T_e = \tilde{T}_{e\text{hinges}}$	$T_e = \tilde{T}_{e\text{link}}$	Registro	Escala
Blando	0.67	1.36247s	1.35456s	SCT	2.5
Transición	0.97	1.08971s	1.08064s	Viveros	7
Firme	2.43	0.86954s	0.85880s	Manzanillo	2
Blando, Transición y Firme	Base Rígida	0.82787s	0.81671s	SCT, Viveros, Manzanillo	Como se indica

También se calcularon los espectros elásticos de pseudo-aceleración de cada registro, para determinar la posición del periodo de la estructura con base rígida T_e y el periodo efectivo con interacción $\tilde{T}_{e\text{link}}$ dentro de ellos. Los registros y los espectros de pseudo-aceleración para cada sitio se presentan en las gráficas de las figuras 6.10, 6.11 y 6.12; asimismo, se incluye la duración del movimiento y la aceleración máxima del terreno, así como la magnitud del sismo en escala de magnitud a momento (M_w).

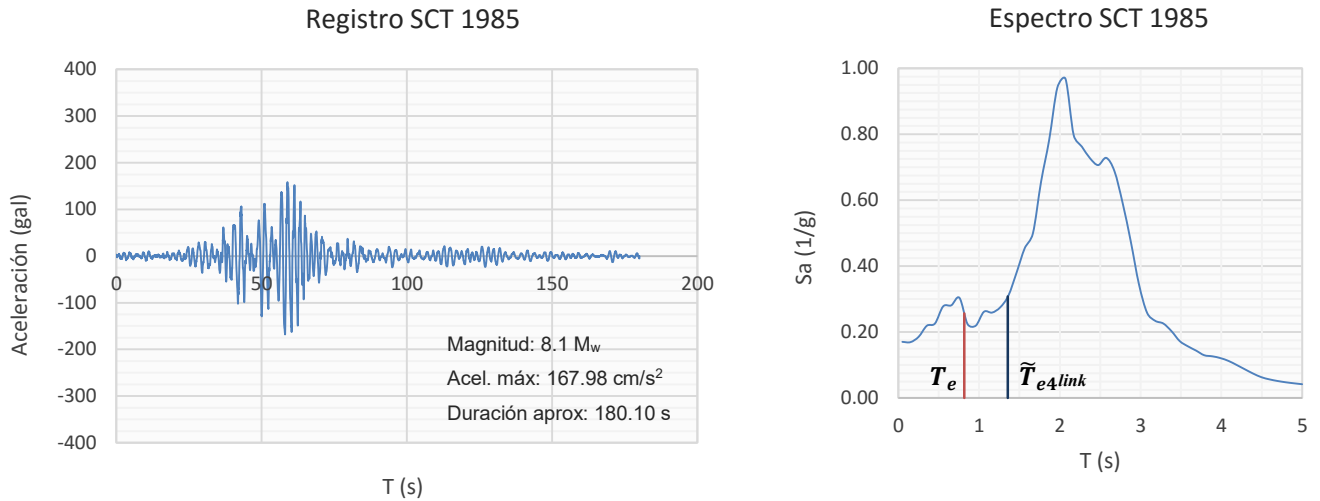


Figura 6.10 Registro y espectro de respuesta en suelo blando

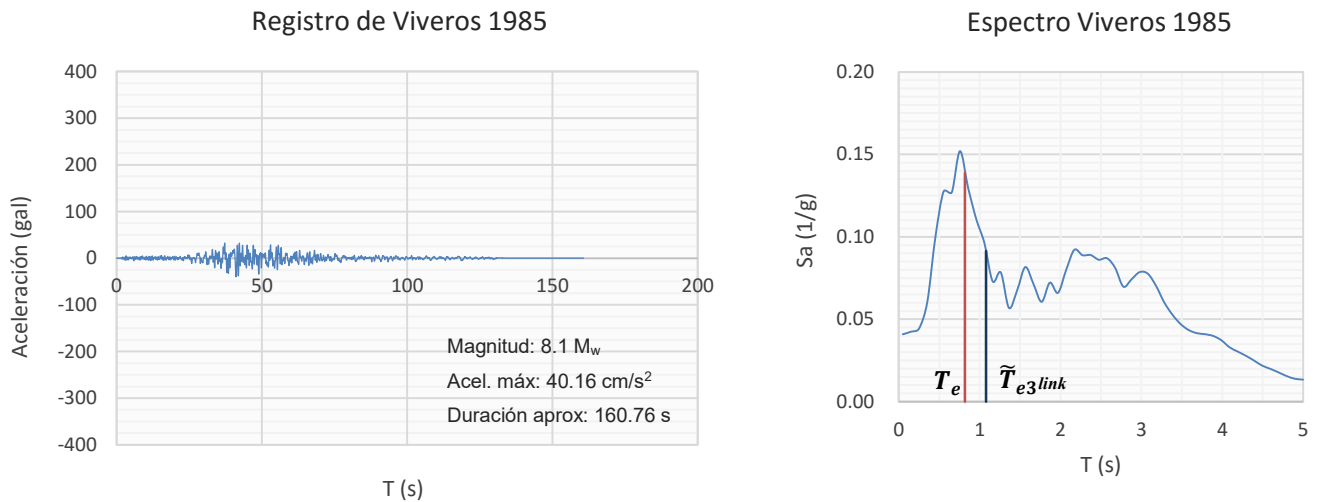


Figura 6.11 Registro y espectro de respuesta en suelo de transición

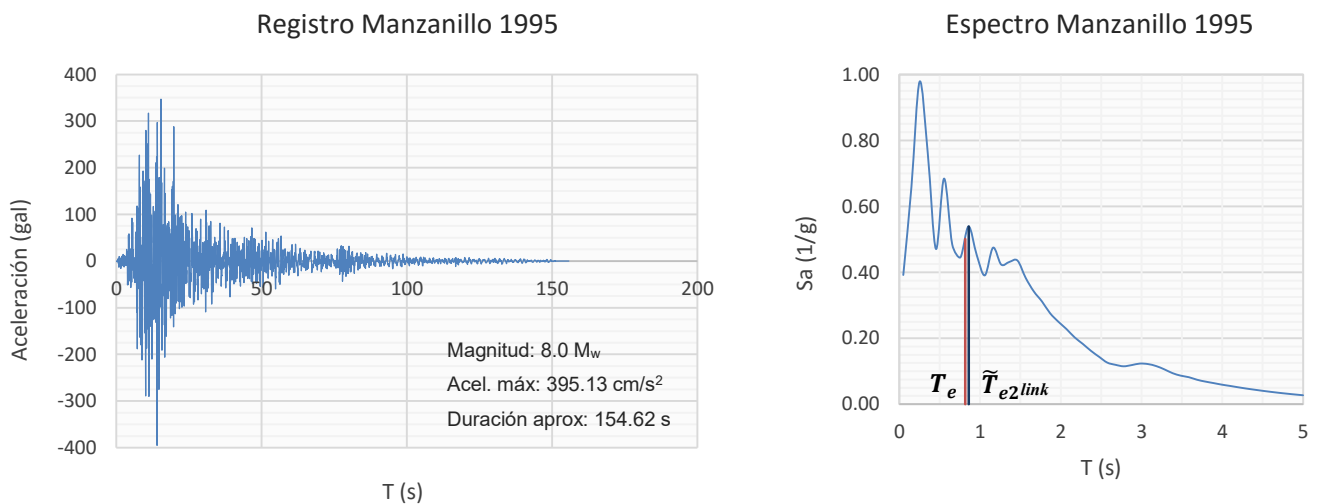


Figura 6.12 Registro y espectro de respuesta en suelo firme

6.4 CONSIDERACIÓN DE LOS EFECTOS P-Δ EN LOS ANÁLISIS NO-LINEALES

6.4.1 Efectos P-Δ en el programa Sap2000

Dentro de las funciones del programa Sap2000, se encuentra la opción de incluir los efectos de no linealidad geométrica en los análisis, tanto elásticos como inelásticos, mediante el uso de la matriz de rigidez obtenida a partir de un primer análisis que incluya un caso de carga no-lineal específico, generalmente el debido a cargas gravitacionales, lo cual es válido y aplicable para cualquier tipo de análisis, ya sea estático no-lineal o dinámico paso a paso.

En la figura 6.13 se muestra el caso de carga no-lineal a partir del cual se obtiene la matriz asociada con la configuración de la estructura deformada por efectos P-Δ debido a la carga gravitacional. Cabe mencionar que es necesario crear un caso de carga distinto para cada acción que pudiese originar efectos de segundo orden significativos.

Una vez realizado un primer análisis no-lineal con la carga gravitacional, en el siguiente análisis, sea elástico o inelástico, el nuevo caso de carga debe comenzar con el estado de deformación obtenido en el análisis previo, lo cual se logra al elegir el marcador “*Continue from State at End of Nonlinear Case*” y el caso específico de carga gravitacional con efectos P-Δ, figura 6.14.

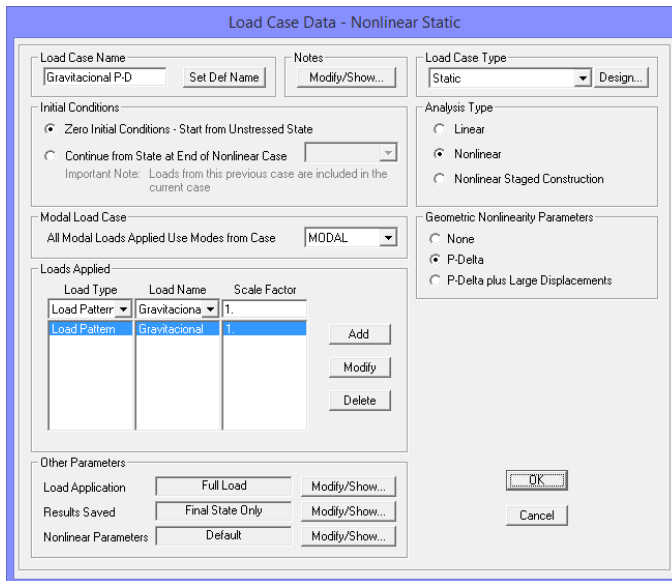


Figura 6.13 Caso de carga gravitacional con efectos P-Δ

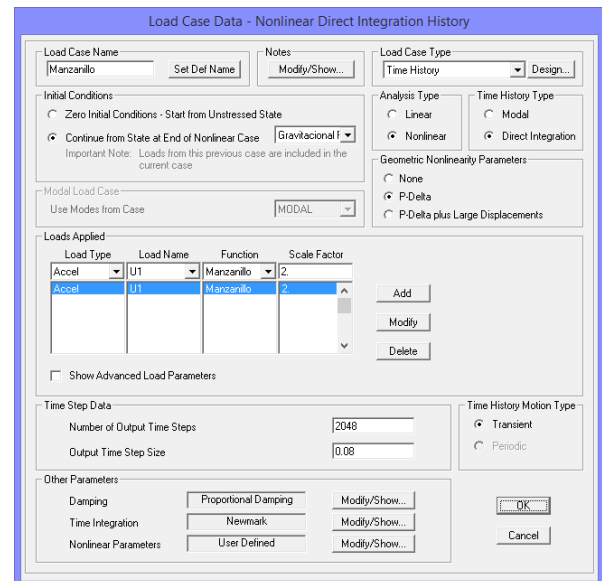


Figura 6.14 Caso de carga a partir del estado de deformación por carga gravitacional con efectos P-Δ

Un aspecto importante descrito en el manual del Sap2000, es la recomendación que se hace de no aplicar directamente las fuerzas axiales P-Δ sobre los elementos de la estructura, por lo que

resulta más conveniente seguir el procedimiento anterior, dado que el programa no es capaz de verificar si las fuerzas axiales $P-\Delta$ aplicadas directamente se encuentran en equilibrio con alguna otra parte de la estructura. De igual manera, al aplicar de forma directa las fuerzas axiales $P-\Delta$, los demás casos de carga se ven afectados al incluirlas en los análisis correspondientes, además de que modifican cualquier otro caso que incluya un análisis no-lineal con efectos $P-\Delta$ definido previamente. Sin embargo, si se planea considerar las fuerzas axiales $P-\Delta$ de esta manera, el manual contiene algunos lineamientos que deben cumplirse para alcanzar este propósito de forma correcta.

6.4.2 Efectos $P-\Delta$ en elementos “Frame”

En un elemento “frame”, utilizado para modelar vigas y columnas principalmente, los efectos $P-\Delta$ se integran a lo largo de la longitud del elemento deformado, a partir de asumir una función cúbica para representar la deformación por flexión y una función lineal para representar la deformación por cortante entre los extremos rígidos del elemento. La fuerza axial asociada con los efectos $P-\Delta$ en cada elemento, la cual se asume que tiene un valor promedio constante en toda su longitud, se determina a partir de la integración de la deformación axial del mismo.

No obstante, es importante mencionar que para secciones no prismáticas y para casos de carga aplicados a lo largo del elemento o con efectos $P-\Delta$ con una magnitud elevada, la aproximación cúbica-lineal no siempre es válida, por lo que es necesario el uso de funciones trigonométricas o hiperbólicas en su solución.

Para obtener mejores resultados en un análisis de este tipo, el manual del programa recomienda dividir los elementos “frame” en dos o más elementos, sobre todo cuando la carga axial es cercana a la carga crítica de pandeo o cuando la diferencia entre la magnitud de la carga axial en cada extremo del elemento es significativa.

6.4.3 Efectos $P-\Delta$ en elementos “Link”

En el caso de un elemento “link”, el cual permite modelar las articulaciones plásticas de vigas y columnas y de ser necesario para llevar a cabo un análisis dinámico no-lineal de forma adecuada, los efectos $P-\Delta$ sólo pueden incluirse si se considera una rigidez axial en el grado de libertad U1 del elemento “link”. De esta manera, al producirse un desplazamiento transversal en los grados de libertad U2 o U3 del elemento, se origina un momento igual al producto de la carga axial por la deflexión.

El momento total $P-\Delta$ se puede distribuir en los nodos del elemento “link” como la suma de:

- El par debido a cortantes de igual magnitud y con sentido opuesto que actúan en cada nodo del elemento “link”
- Un momento en el nodo i
- Un momento en el nodo j

La elección de la distribución del momento P- Δ , depende del tipo de elemento estructural que sea representado con el elemento “link”. Por este motivo y dado que la longitud considerada de los elementos “link” es igual a la longitud de las articulaciones plásticas definidas en vigas y columnas previamente, en este estudio los efectos P- Δ se consideraron como la suma de momento en el nodo i de cada elemento “link”.

En la figura 6.15 se ilustra de forma esquemática la configuración interna del elemento “link”, en el cual se presentan algunos de los resortes que lo componen, correspondientes a tres de los seis grados de libertad independientes que pueden considerarse en este tipo de elemento. Es importante señalar que además de los resortes, en el elemento “link” es posible incorporar el amortiguamiento asociado con cada grado de libertad considerado.

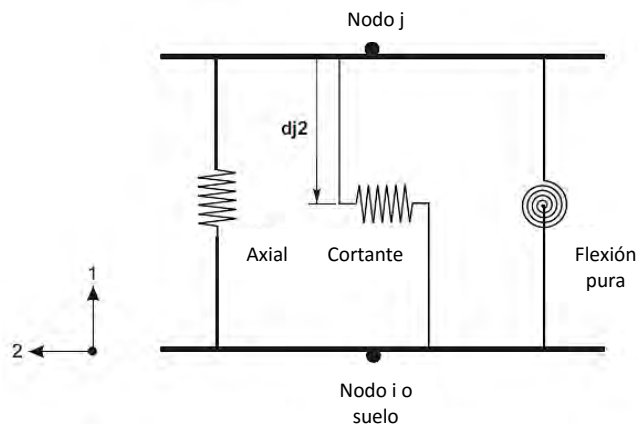


Figura 6.15 Esquema interno del elemento “link”. Adaptado de CSI (2009)

Finalmente, es importante tomar en cuenta que los ejes locales del elemento “link” no siempre coinciden con los ejes globales del modelo, por lo que es necesario verificar que la dirección y sentido en que se incorpora un elemento “link” dentro de la configuración geométrica de la estructura, permita establecer una continuidad adecuada entre los grados de libertad locales y los grados de libertad globales correspondientes.

Capítulo 7 RESULTADOS

7.1 ANÁLISIS ESTÁTICO NO-LINEAL

7.1.1 Curvas de Capacidad

En los capítulos anteriores se estableció que las componentes de cuerpo rígido no intervienen en la deformación lateral de la estructura, y por lo tanto, no están asociadas con los esfuerzos que debe soportar el edificio directamente; lo que hace posible sustraer estas componentes del desplazamiento total de los modelos con base flexible, con el propósito de identificar la influencia real de la interacción dinámica en el cortante basal y ductilidad de la superestructura misma.

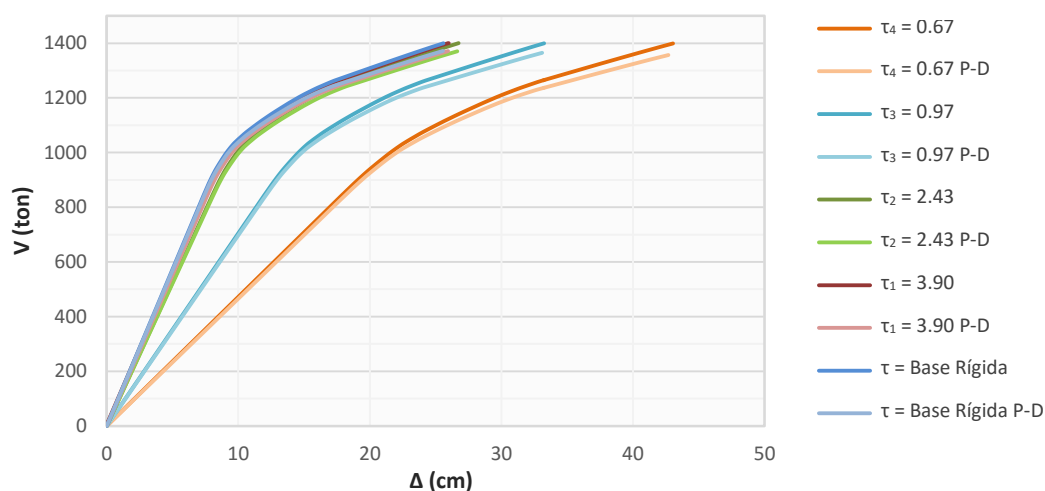


Figura 7.1 Curvas de capacidad con desplazamiento total

En la gráfica de la figura 7.1 se muestra la totalidad de las curvas de capacidad obtenidas en los análisis estáticos no-lineales. En ella se observa el aumento de la flexibilidad del sistema por efecto de las componentes de interacción, principalmente para las relaciones de rigidez entre suelo y estructura más bajas, $\tau_4=0.67$ y $\tau_3=0.97$, mientras que a partir de un valor $\tau \geq 2.43$, el comportamiento de los sistemas con estas relaciones de flexibilidad son prácticamente iguales a los del sistema con base rígida, por lo que se confirma lo estipulado en las NTCS-2004 y el MOC-CFE-2008, que para una relación $\tau \geq 2.5$, es válido descartar los efectos por interacción en el diseño de la estructura. También se observa la reducción de la pendiente en la rama inelástica por efectos P- Δ para cada sistema, como era de esperarse.

Al sustraer las componentes de cuerpo rígido de los sistemas sin efectos P- Δ , la curva de cada sistema con base flexible es idéntica a la curva del sistema con base rígida, figura 7.2, lo que indica una influencia nula de la interacción en el comportamiento dúctil del edificio bajo estas condiciones. En la figura 7.3 se muestra un acercamiento de la rama inelástica, para apreciar con mayor detalle la superposición que se produce de las curvas de los modelos con base flexible con la curva del modelo con base indeformable al descartar las componentes de cuerpo rígido.

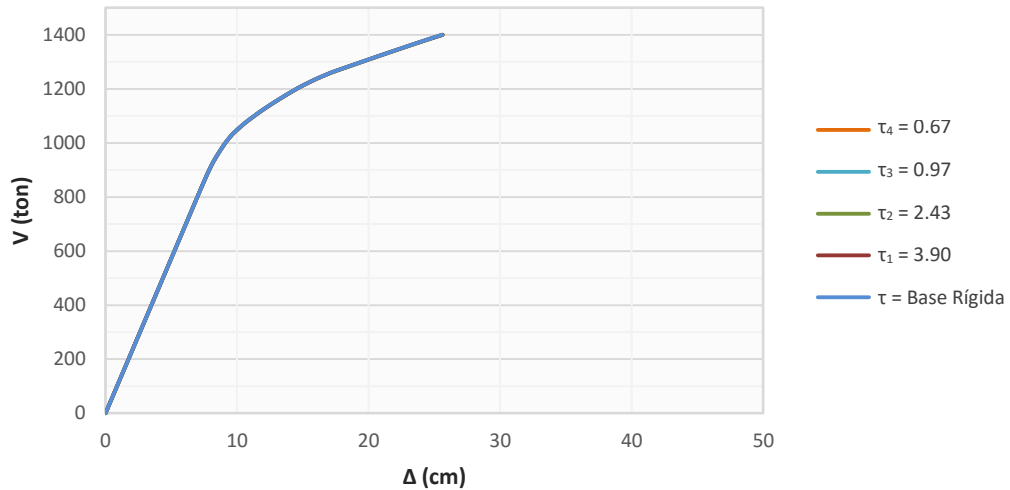


Figura 7.2 Curvas de capacidad sin componentes de cuerpo rígido

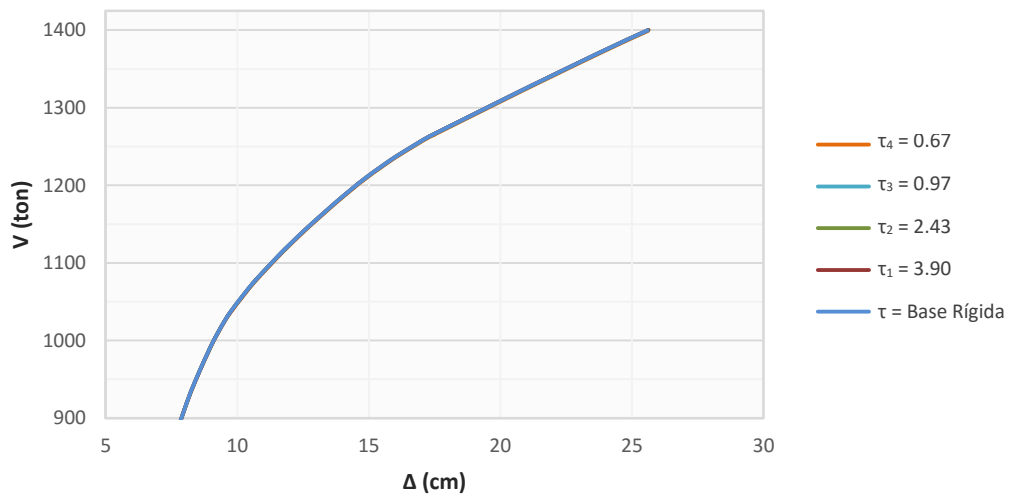


Figura 7.3 Acercamiento de la rama inelástica sin componentes de cuerpo rígido

En los sistemas en que si se consideraron los efectos P- Δ y se descartaron las componentes de cuerpo rígido, se observa una disminución marginal del cortante último conforme la flexibilidad del sistema aumenta, figura 7.4.

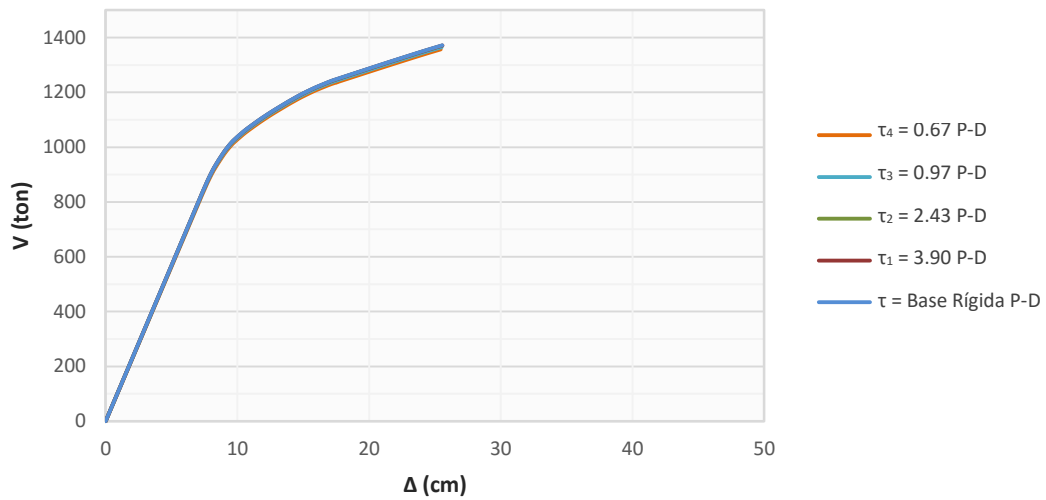


Figura 7.4 Curvas de capacidad sin componentes de cuerpo rígido y con efectos P-Δ

En la figura 7.5 se muestra un acercamiento de la rama inelástica de las curvas de capacidad sin componentes de cuerpo rígido y con efectos P-Δ, en la cual se aprecia una disminución en la rigidez del intervalo no-lineal para el sistema más flexible, lo cual se atribuye a que la componente adicional de cabeceo fomenta los efectos de segundo orden, por lo que puede considerarse que la interacción influye de manera indirecta en la reducción del cortante último. No obstante, dado que la carga gravitacional que soportan las columnas es baja, aproximadamente el 20% de su capacidad de carga axial, la reducción del cortante basal último es marginal al igual que el desplazamiento de fluencia, por lo que se pueden ignorar sin mayor problema los efectos P-Δ para la estructura de este estudio en particular.

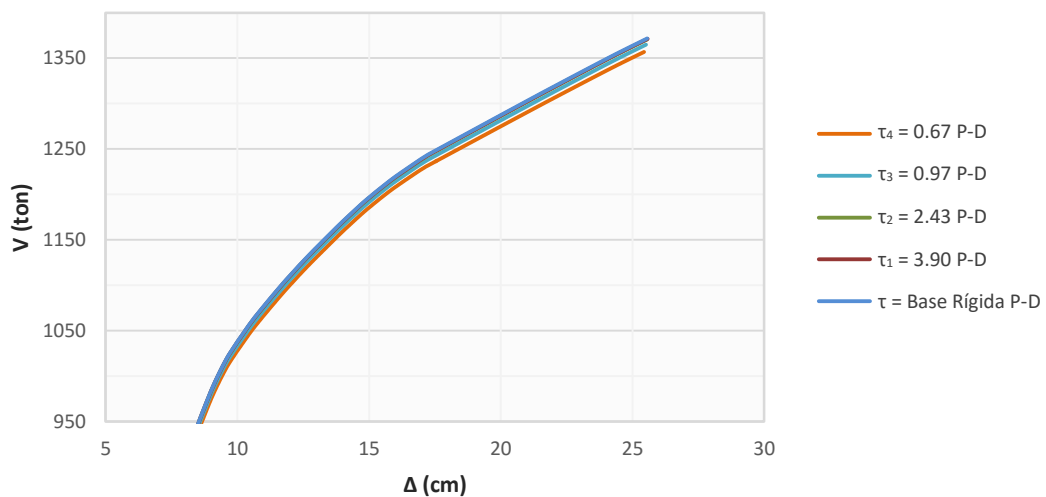


Figura 7.5 Acercamiento de la rama inelástica con efectos P-Δ

La formación de articulaciones no se vio modificada en ningún caso por la flexibilidad de la base ni por efectos P-Δ. En la figura 7.6 se muestran las relaciones $\tau_4=0.67$, $\tau_3=0.97$ y de base rígida.

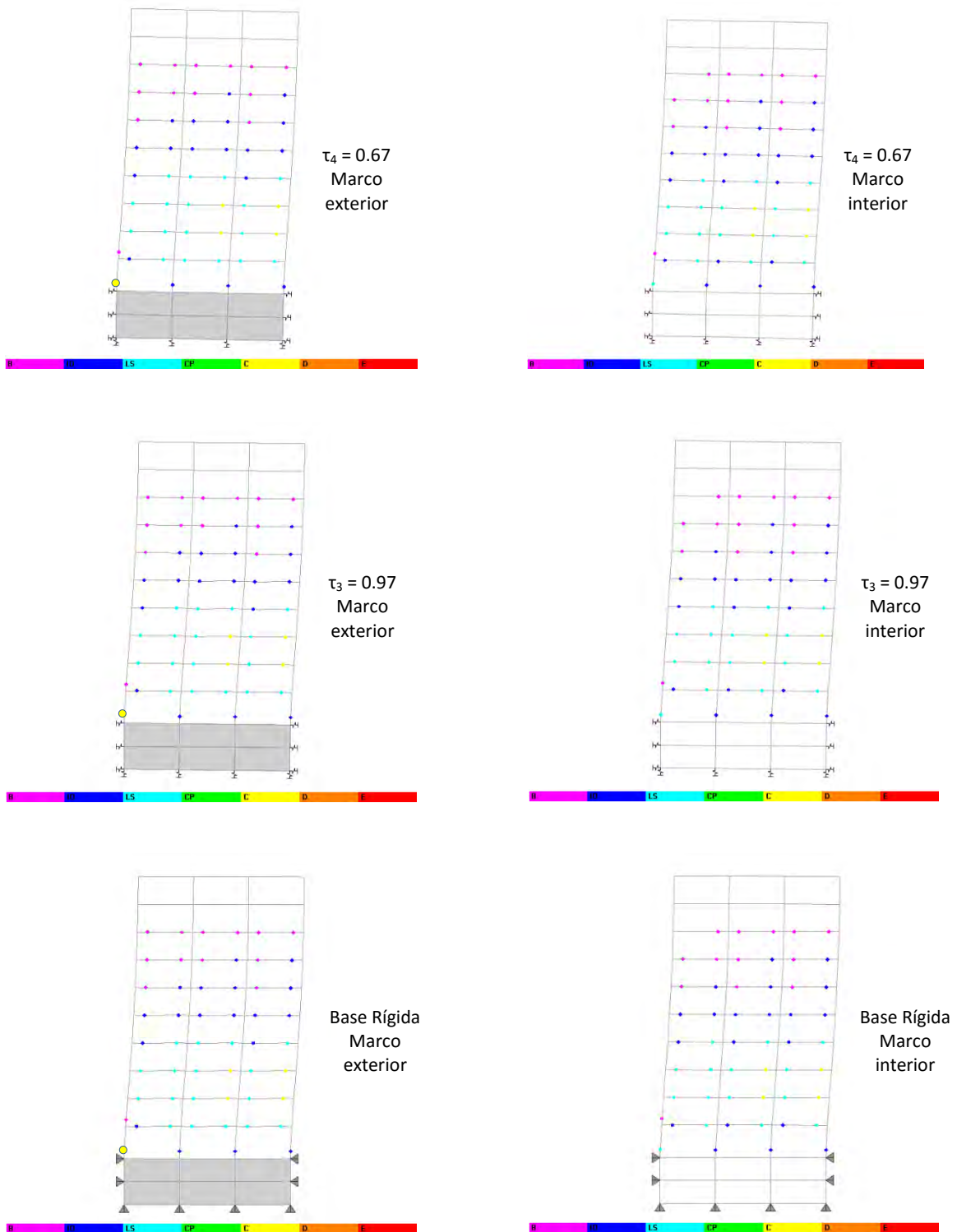


Figura 7.6 Distribución de articulaciones plásticas para el desplazamiento último

7.1.2 Ductilidades Efectivas

Las curvas bilineales se calcularon mediante el balance entre el área superior y el área inferior de la rama inelástica de la curva de capacidad de cada modelo, lo cual está basado en el concepto de mantener el área bajo la curva constante con el propósito de conseguir la compensación de la energía de deformación de la estructura.

En la figura 7.7 se presentan las curvas bilineales idealizadas sin efectos P- Δ para cada relación de rigidez τ .

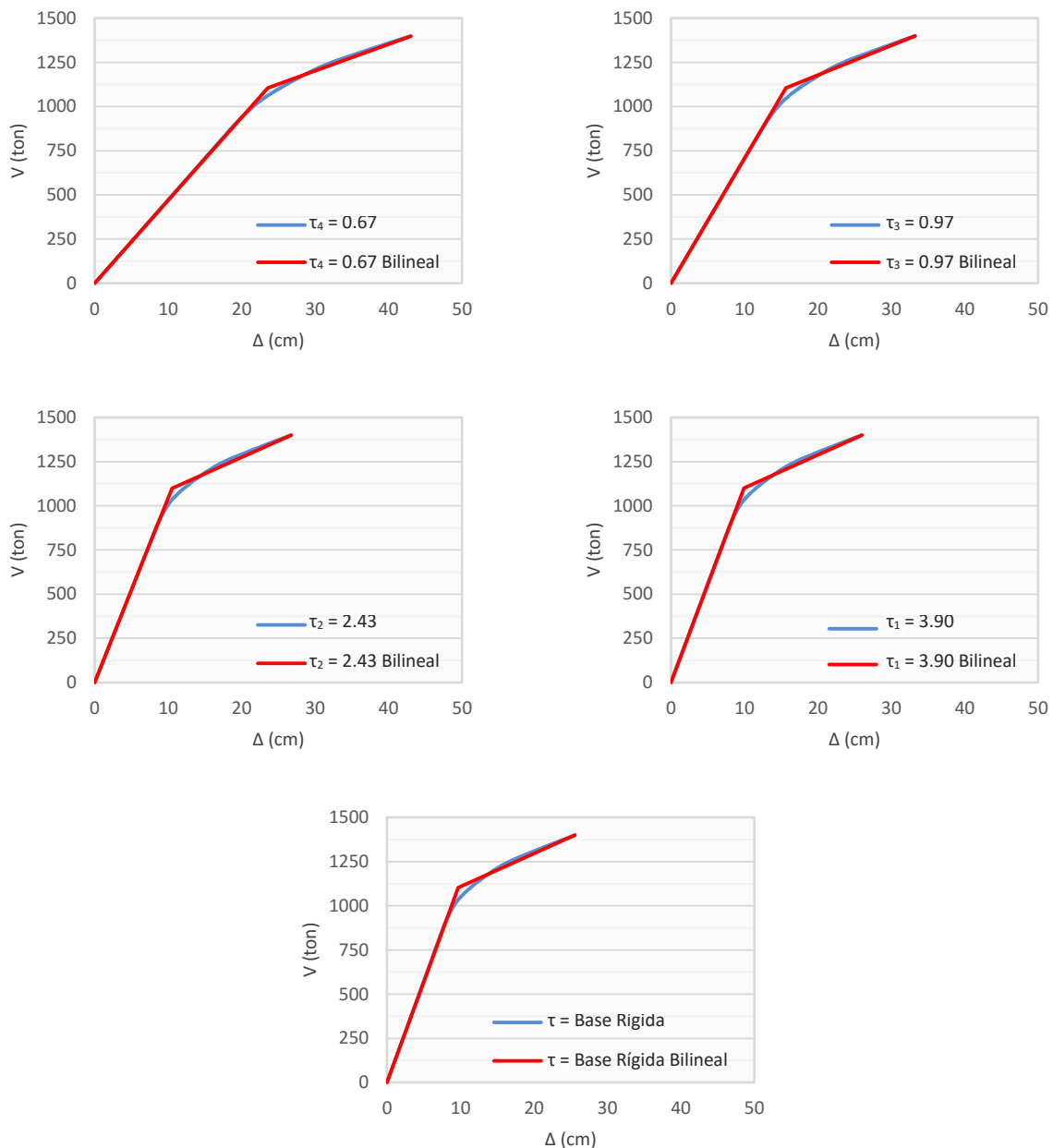


Figura 7.7 Curvas de capacidad idealizadas

A continuación se muestran las curvas bilineales con efectos P- Δ , figura 7.8.

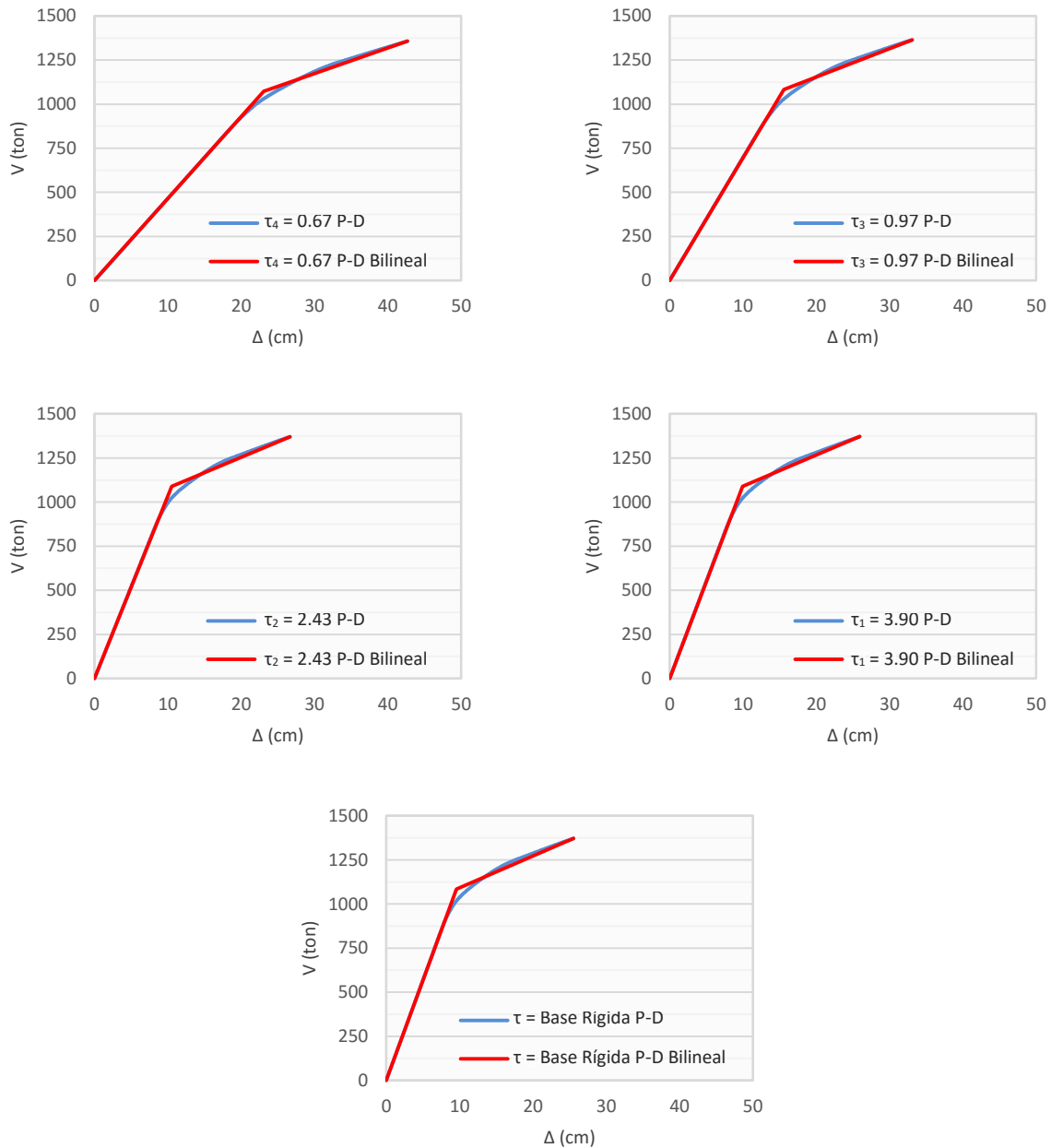


Figura 7.8 Curvas de capacidad idealizadas con efectos P- Δ

A partir de las curvas bilineales idealizadas se hizo la comparación entre la ductilidad μ_e y la ductilidad efectiva $\tilde{\mu}_e$, previamente expresadas como:

$$\mu_e = \frac{U_m}{U_y} \quad (7.1)$$

$$\tilde{\mu}_e = \frac{T_R^2}{\tilde{T}_e^2} (\mu_R - 1) + 1 \quad (7.2)$$

Donde T_R y μ_R son el periodo y la ductilidad de la estructura con base rígida. La ductilidad μ_e , la ductilidad con efectos P- Δ $\mu_{e P\Delta}$, y la ductilidad efectiva $\tilde{\mu}_e$ se muestran en la tabla 7.1:

Tabla 7.1 Comparación entre ductilidad y ductilidad efectiva

τ	\tilde{T}_e (s)	u_y (cm)	u_m (cm)	$\mu_e = \frac{u_m}{u_y}$	$u_{y P\Delta}$ (cm)	$u_{m P\Delta}$ (cm)	$\mu_{e P\Delta} = \frac{u_{m P\Delta}}{u_{y P\Delta}}$	$\tilde{\mu}_e$
0.67	1.36247	23.59	43.05	1.83	23.09	42.70	1.85	1.66
0.97	1.08971	15.67	33.25	2.12	15.58	33.10	2.12	2.00
2.43	0.86954	10.51	26.75	2.54	10.51	26.65	2.54	2.50
3.90	0.84216	9.95	26.00	2.61	9.95	25.95	2.61	2.59
Base Rígida	0.82787	9.71	25.60	2.64	9.56	25.55	2.67	2.64

En la figura 7.9 se presenta la gráfica de ductilidad contra la relación de rigidez τ , correspondiente a la tabla 7.1

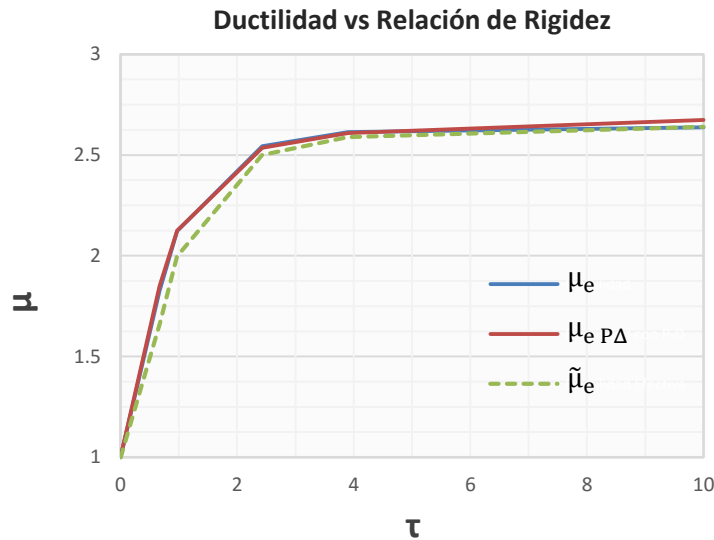


Figura 7.9 Gráfica Ductilidad vs Relación de Rigideces Suelo-Estructura

Es importante recalcar que cuando $\tau \rightarrow 0$, se tiene en la gráfica que $\mu = 1$, sin embargo, esto en la realidad representaría la inestabilidad de la estructura ante cargas laterales debido a una condición de apoyo semejante a un apoyo simple, por lo que no existiría una deformación asociada con la estructura, y por lo tanto, no sería capaz de desarrollarse un comportamiento dúctil, con lo cual sólo existiría un desplazamiento como cuerpo rígido de la misma.

No obstante, la finalidad de la gráfica de la figura 7.9 es mostrar que para $\tau \geq 2.43 \approx 2.5$, la ductilidad de las estructuras con base flexible comienza a ser similar a la ductilidad de la estructura con base rígida. Por lo que se confirma que cuando $\tau \geq 2.5$, es posible descartar los efectos de la interacción en el diseño. De igual manera, la ductilidad efectiva es una buena aproximación para determinar la tendencia en el comportamiento dúctil de una estructura con efectos de interacción.

7.1.3 Participación de las Componentes de Desplazamiento

La participación de las componentes de desplazamiento de cuerpo rígido y de deformación de la estructura, presenta una variación según la flexibilidad de la base, tanto en el intervalo elástico como en el intervalo no lineal. En el intervalo elástico el porcentaje de la participación de ambas componentes permanece constante prácticamente, mientras que en el intervalo inelástico la contribución de la componente de deformación comienza a incrementarse, sobre todo en el caso de mayor flexibilidad en la base $\tau_d = 0.67$. En la siguiente tabla se muestran los porcentajes que aporta cada componente en el desplazamiento total de fluencia u_y y en el desplazamiento total último u_m .

Tabla 7.2 Participación de las componentes en el desplazamiento total

Componente	$\tau_d = 0.67$		$\tau_3 = 0.97$		$\tau_2 = 2.43$		$\tau_1 = 3.90$		Base Rígida
	u_y %	u_m %	u_y %	u_m %	u_y %	u_m %	u_y %	u_m %	u_y y u_m %
u_x (cuerpo rígido)	2.77	1.94	2.17	1.31	0.56	0.28	0.21	0.10	0.00
$H \cdot \theta$ (cuerpo rígido)	55.15	38.54	35.83	21.69	7.71	3.87	2.75	1.35	0.00
u (deformación)	42.08	59.52	62.00	77.00	91.73	95.85	97.04	98.55	100.00
Total	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

En todos los casos se observa, tabla 7.2, que el desplazamiento por cabeceo $H \cdot \theta$ es la componente de cuerpo rígido que tiene la contribución más significativa en el desplazamiento total de la estructura, mientras que el desplazamiento relativo u_x entre el suelo y la cimentación es prácticamente irrelevante.

A partir de estos resultados, se puede asumir que el comportamiento dúctil de la superestructura no se aprovecha de manera tan efectiva cuando los efectos de la interacción tienen una influencia importante, debido a que se requiere de que el desplazamiento total tenga una amplitud considerable para alcanzar la fluencia del edificio, lo cual puede llegar a someter a la cimentación a esfuerzos más allá de los previstos en el diseño original de la misma.

7.2 ANÁLISIS DINÁMICO NO-LINEAL PASO A PASO

Los resultados para cada tipo de suelo se presentan en gráficas que muestran el cortante basal contra el desplazamiento de azotea; sin embargo, es importante señalar que el cortante basal está asociado con el momento de fluencia y el momento último de todas las columnas del nivel de planta baja, y no directamente con la resistencia a cortante de diseño de las columnas. La capacidad de deformación inelástica de la estructura se presenta mediante las curvas de capacidad y la ductilidad obtenidas en los análisis estáticos no-lineales (pushover).

7.2.1 Comportamiento Inelástico en Suelo Blando

En la figura 7.10, se aprecia una pérdida de resistencia súbita en la estructura con base rígida; mientras que con base flexible, se observa una degradación de resistencia más gradual, figura 7.11.

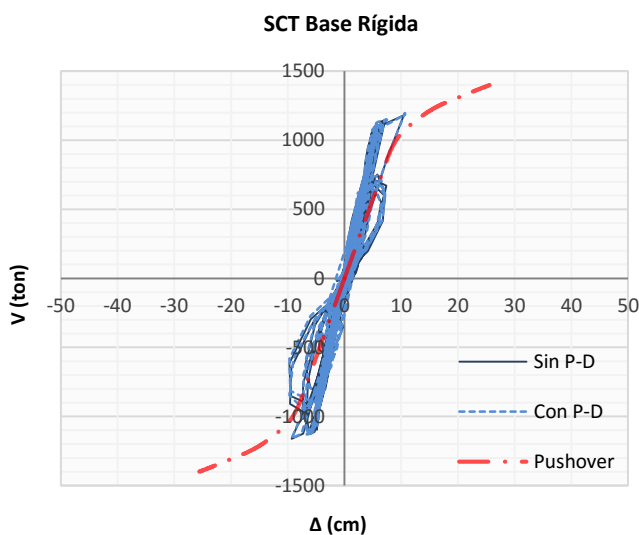


Figura 7.10 Comportamiento histerético del edificio con base rígida, registro de SCT

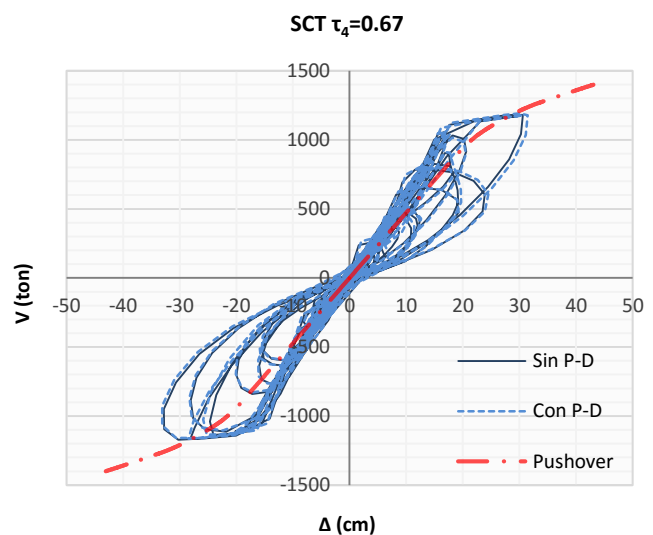


Figura 7.11 Comportamiento histerético del edificio con base flexible, registro de SCT

Los efectos P- Δ son más significativos para la condición de base flexible en la que si se consideran todas las componentes de desplazamiento, figura 7.11, lo que demuestra que los efectos de interacción en suelo blando fomentan los efectos de segundo orden, y a su vez, los efectos de segundo orden amplifican la componente de cabeceo de cuerpo rígido de la base, además de la asociada con la deformación propia de la estructura, figura 7.12.

Para este caso en particular, la diferencia entre el desplazamiento máximo con y sin efectos P- Δ es de 1cm aproximadamente, en donde la componente de cabeceo y la componente de

deformación aportan alrededor del 50% a esta diferencia de desplazamientos debido a los efectos P- Δ ; sin embargo, esta diferencia representa una magnitud poco significativa en este estudio.

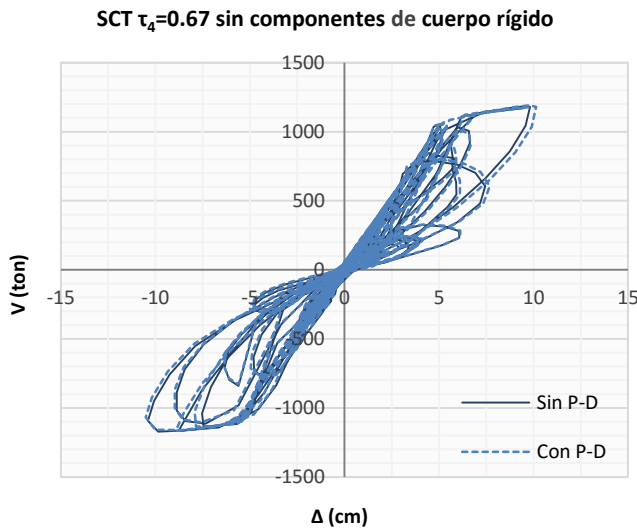


Figura 7.12 Comportamiento histérico del edificio con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de SCT

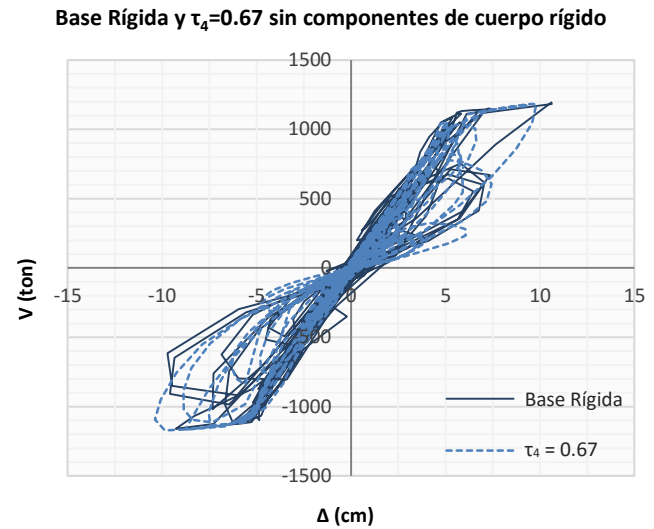


Figura 7.13 Comparación entre las curvas de histéresis del edificio con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de SCT

A partir de los resultados anteriores se observa el típico efecto de “*pinching*” presente en estructuras de concreto sujetas a carga cíclica, tanto para la estructura con base rígida como para la estructura con interacción. Al descartar las componentes de cuerpo rígido para el análisis en que si se consideran los efectos de interacción, el adelgazamiento en la parte central de la curva es ligeramente mayor que el que presenta la curva obtenida del análisis con base rígida, figura 7.13, lo que indica una mayor degradación de la rigidez al final del análisis debido a la influencia de los efectos de la interacción dinámica aun sin efectos P- Δ .

En cuanto a la demanda de ductilidad en la condición de base rígida y en el sistema sin componentes de cuerpo rígido, figura 7.13, ésta es menor que la capacidad de deformación inelástica de la estructura; en contraste, la demanda de ductilidad efectiva, la cual se asocia con las componentes de cuerpo rígido, es mayor que la estimada con la curva idealizada del análisis estático no-lineal, figura 7.11, por lo que en presencia de suelos blandos y ante una intensidad de sismo importante, estos factores pueden ser determinantes en el aprovechamiento efectivo del comportamiento dúctil de la estructura misma.

Es decir, en un suelo blando se requiere de un desplazamiento significativamente mayor de la estructura con respecto al desplazamiento que ésta necesitaría sobre un suelo firme para alcanzar la deformación de fluencia, con lo cual, no se estaría aprovechando del todo la capacidad dúctil de

la misma. En la tabla 7.3 se muestran la ductilidad μ_e , la ductilidad efectiva $\tilde{\mu}_e$ y las demandas de ductilidad máximas correspondientes.

Tabla 7.3 Capacidad y demandas de ductilidad en suelo blando

	Base Rígida		$\tau_4 = 0.67$		$\tau_4 = 0.67$ sin cuerpo rígido	
Ductilidad	μ_e	$\mu_e P\Delta$	$\tilde{\mu}_e$	$\tilde{\mu}_e P\Delta$	μ_e	$\mu_e P\Delta$
Capacidad	2.64	2.67	1.83	1.85	2.64	2.67
Demanda	2.06	2.08	2.02	2.04	2.02	2.04

A nivel local, las columnas del primer nivel del edificio exhiben una clara influencia por los efectos de interacción, ya que éstos reducen significativamente la demanda de ductilidad máxima absoluta, lo cual corresponde a que el desplazamiento total no está asociado completamente con la deformación de las columnas, lo que les permite desarrollar una deformación mayor en sentido opuesto; mientras que en las columnas del edificio con base rígida, una vez que éstas han alcanzado la fluencia, la deformación permanente es mayor, por lo que la recuperación elástica de los elementos se ve reducida. En la figura 7.14 se muestran las curvas de histéresis de las articulaciones plásticas de una columna de borde y una columna de centro del primer nivel que ilustran lo anterior.

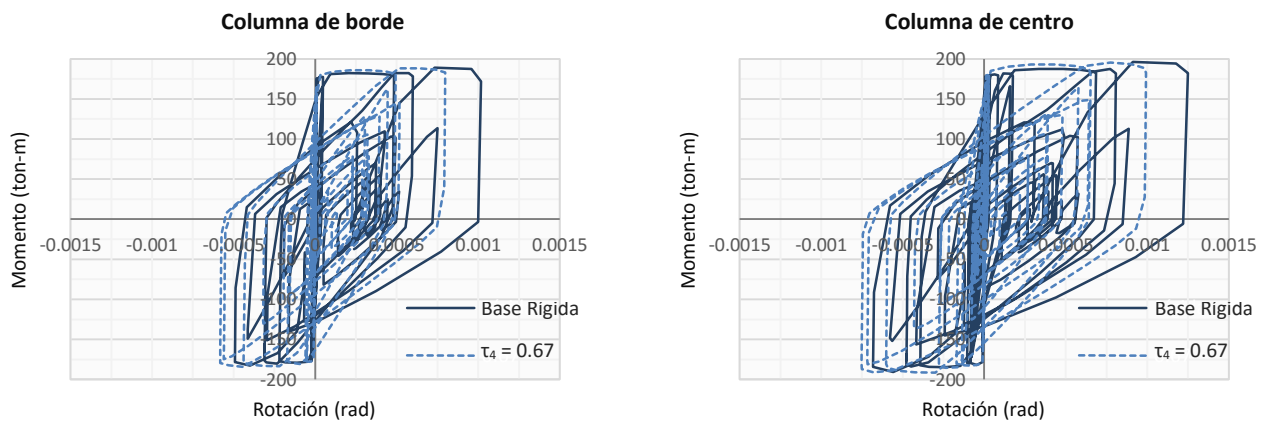


Figura 7.14 Curvas histéricas de columnas del primer nivel, registro de SCT

Las curvas de histéresis de las columnas del primer nivel, figura 7.14, indican un daño severo en las mismas, incluso para una demanda de ductilidad global menor que la capacidad dúctil que puede desarrollar la estructura, lo cual se manifiesta en la pérdida de resistencia global del edificio. Sin embargo, es importante notar que la degradación de la rigidez y resistencia se presenta tanto en la condición de base rígida como en la condición de base flexible, figura 7.13, por lo que se puede

considerar que el factor con más influencia sobre este aspecto, son las características mismas del registro acelerográfico utilizado para representar un suelo blando, lo cual se puede atribuir a los efectos de sitio propiamente.

7.2.2 Comportamiento Inelástico en Suelo de Transición

En este tipo de suelo, los efectos de interacción alejaron el periodo de la estructura con base rígida del periodo de resonancia, no obstante, debido al escalamiento del registro, fue posible comparar la respuesta de la estructura con base rígida con la de base flexible.

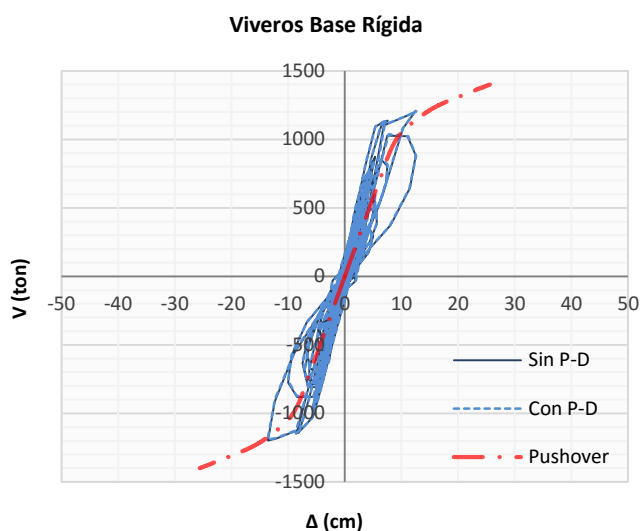


Figura 7.15 Comportamiento histerético del edificio con base rígida, registro de Viveros

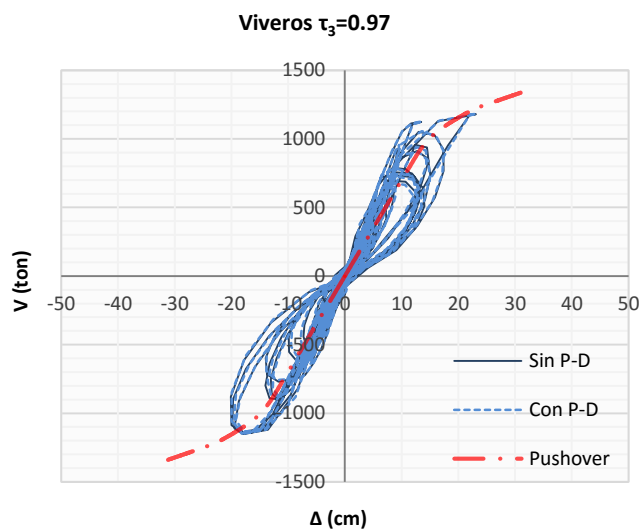


Figura 7.16 Comportamiento histerético del edificio con base flexible, registro de Viveros

La posición del periodo de la estructura con base rígida dentro del espectro de respuesta del registro de Viveros, hace que las solicitaciones de ductilidad sean similares a la capacidad dúctil de la estructura, por lo que para este tipo de suelo se obtuvieron las demandas de ductilidad más altas de todos los análisis; sin embargo, el comportamiento histerético de la estructura con base rígida se observa más estable que el del registro de SCT. Asimismo, los efectos P- Δ prácticamente no muestran influencia alguna, ni en la condición de base rígida ni en la condición de base flexible, figuras 7.15 y 7.16.

La demanda de ductilidad efectiva para la estructura con base flexible sobrepasa la capacidad de ductilidad efectiva, figura 7.16. Una característica importante que hay que notar, es la asimetría que existe en la rigidez de la estructura en la rama positiva y la rama negativa, figura 7.16,

lo cual se puede atribuir a un efecto desestabilizador de la componente de cabeceo, por lo que al eliminar las componentes de cuerpo rígido, esta asimetría se ve reducida, figura 7.17.

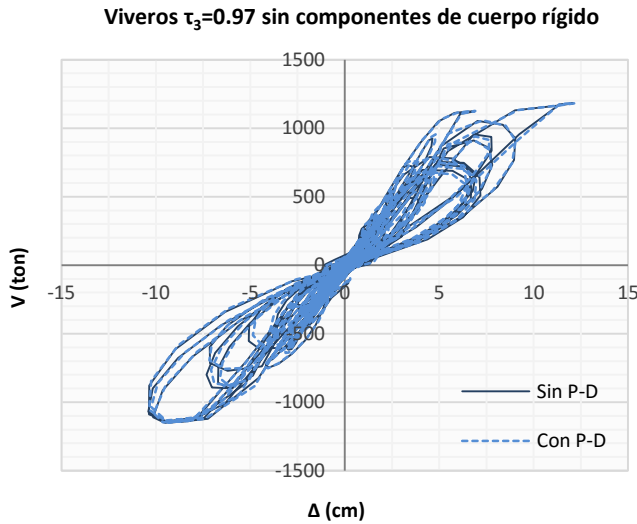


Figura 7.17 Comportamiento histerético del edificio con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Viveros

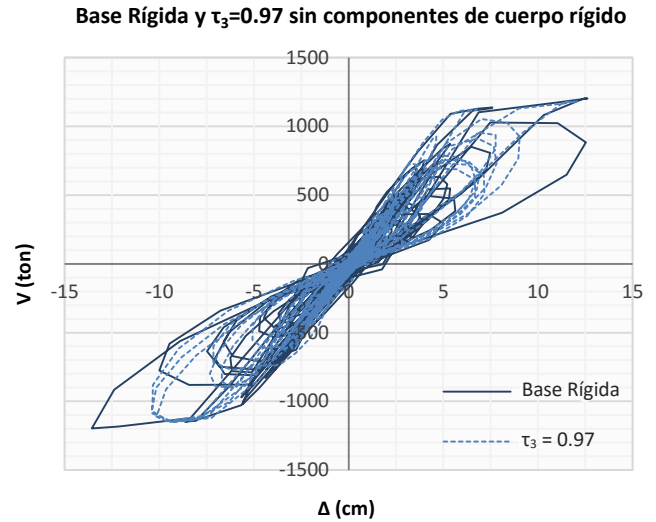


Figura 7.18 Comparación entre las curvas de histéresis del edificio con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Viveros

El efecto de “pinching” se vuelve a presentar para los análisis con este registro, y nuevamente, los efectos por interacción degradan más la rigidez global de la estructura que en la condición de base rígida; no obstante, se observa que la demanda de ductilidad asociada con la deformación propia de la estructura, así como la degradación de la resistencia a cortante, se ve reducida por los efectos de interacción, figura 7.18, por lo que se puede decir que en este caso, la influencia de la interacción presenta un efecto benéfico en el comportamiento inelástico de la estructura.

En la tabla 7.4 se muestra la comparación entre las demandas de ductilidad y la capacidad de ductilidad del sistema y la estructura, de manera similar al caso de suelo blando, la tendencia en el aumento de la demanda de ductilidad efectiva se vuelve a presentar, mientras que la demanda de ductilidad de la estructura con base rígida es algo mayor que la demanda de la estructura con interacción sin componentes de cuerpo rígido.

Tabla 7.4 Capacidad y demandas de ductilidad en suelo de transición

Ductilidad	Base Rígida		$\tau_3 = 0.97$		$\tau_3 = 0.97$ sin cuerpo rígido	
	μ_e	$\mu_{e P\Delta}$	$\tilde{\mu}_e$	$\tilde{\mu}_{e P\Delta}$	μ_e	$\mu_{e P\Delta}$
Capacidad	2.64	2.67	2.12	2.12	2.64	2.67
Demanda	2.63	2.64	2.70	2.71	2.35	2.36

Las curvas de histéresis de las articulaciones plásticas de las columnas del primer nivel, presentan un comportamiento más estable que con los otros registros, figura 7.19, lo que indica que a pesar de que la demanda de ductilidad asociada con la deformación de la estructura es la mayor de todos los análisis, la degradación de la resistencia global a cortante es menor que en suelo blando y suelo rígido, debido a que dichas columnas exhiben un menor daño, incluso con un periodo de la estructura cercano al periodo de resonancia del espectro de pseudo-aceleración.

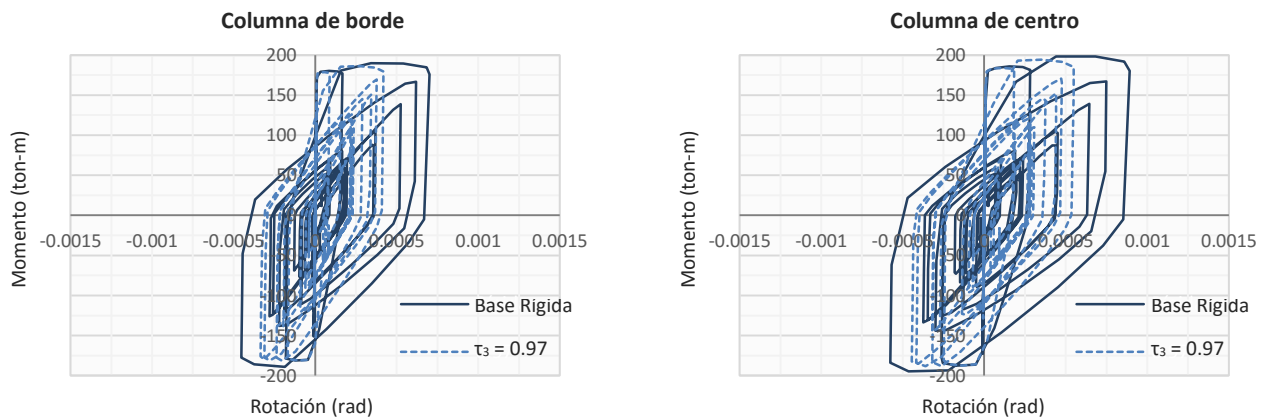


Figura 7.19 Curvas histéricas de columnas del primer nivel, registro de Viveros

7.2.3 Comportamiento Inelástico en Suelo Firme

Para este análisis, el registro de Manzanillo se escaló por un factor de dos, por lo que las ordenadas espectrales correspondientes a los periodos de la estructura con base rígida y con base flexible son de 1.02g y 1.07g, respectivamente, las cuales corresponden a las aceleraciones más altas de todos los análisis.

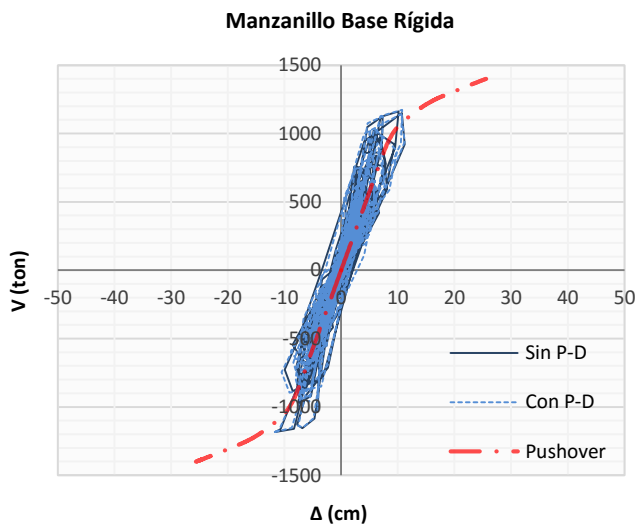


Figura 7.20 Comportamiento histérico del edificio con base rígida, registro de Manzanillo

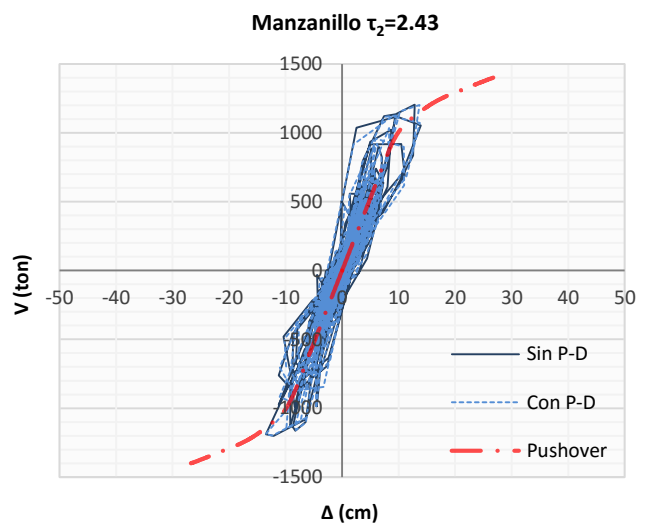


Figura 7.21 Comportamiento histérico del edificio con base flexible, registro de Manzanillo

En la curva de la figura 7.20 se puede apreciar claramente que el efecto de “pinching” es mucho menor en suelo firme que en suelo blando y en suelo de transición, aun y cuando el desplazamiento está asociado completamente con la deformación de la estructura con base rígida. La misma tendencia se presenta para la estructura con base flexible, figura 7.21.

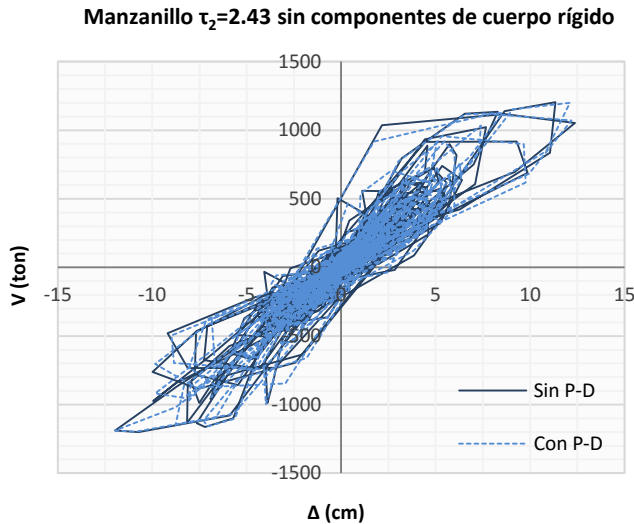


Figura 7.22 Comportamiento histerético del edificio con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Manzanillo

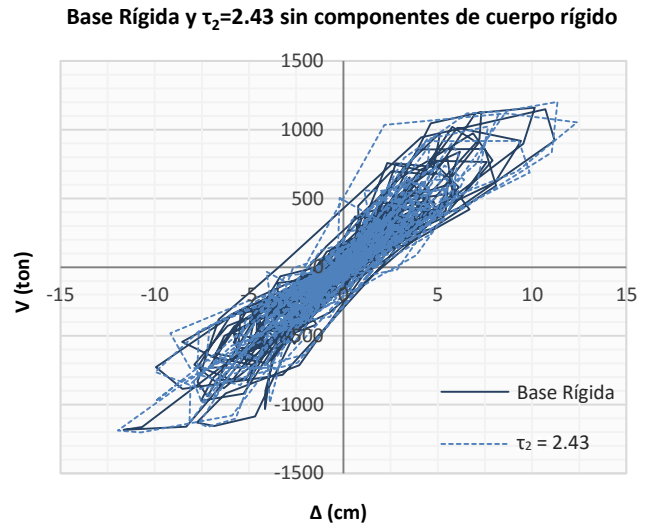


Figura 7.23 Comparación entre las curvas de histéresis del edificio con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, registro de Manzanillo

Al comparar el comportamiento histerético de la estructura con base rígida y con base flexible sin componentes de cuerpo rígido, figura 7.23, se muestra más estable el comportamiento de base rígida; sin embargo, esto puede atribuirse a que la aceleración con base flexible es algo mayor, además de que la solución numérica que utiliza el programa es más sensible para frecuencias altas.

En cuanto a las demandas de ductilidad, en ningún caso se sobrepasa la capacidad de ductilidad o de ductilidad efectiva, tabla 7.5, sin embargo, es importante mencionar que con este registro, la demanda de ductilidad global sin componentes de cuerpo rígido es mayor que la demanda de ductilidad con base rígida, a diferencia de los análisis con los registros de SCT y de Viveros.

Tabla 7.5 Capacidad y demandas de ductilidad en suelo firme

Ductilidad	Base Rígida		$\tau_2 = 2.43$		$\tau_2 = 2.43$ sin cuerpo rígido	
	μ_e	$\mu_{e P\Delta}$	$\tilde{\mu}_e$	$\tilde{\mu}_{e P\Delta}$	μ_e	$\mu_{e P\Delta}$
Capacidad	2.64	2.67	2.54	2.54	2.64	2.67
Demanda	2.26	2.32	2.47	2.44	2.40	2.37

El comportamiento histerético de las columnas del primer nivel, figura 7.24, muestran una tendencia similar al comportamiento que muestran con el registro de SCT; esto es, una vez que las columnas presentan una deformación permanente significativa, la recuperación en la condición de base rígida es menor que en la de base flexible, lo cual se asocia a que las componentes de cuerpo rígido reducen el daño ocasionado por la deformación misma de las columnas, lo que les permite alcanzar un mayor desplazamiento en sentido opuesto de manera estable.

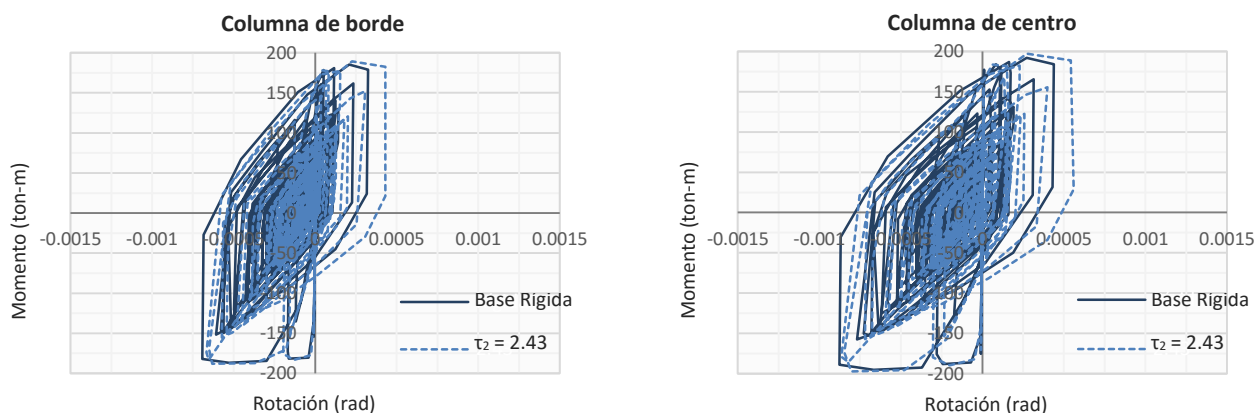


Figura 7.24 Curvas histeréticas de columnas del primer nivel, registro de Manzanillo

De igual manera, el comportamiento histerético global y local, tanto en la condición de base rígida como en la de base flexible, presentan la misma tendencia en su respuesta, con lo cual, de manera análoga al caso de suelo blando, puede decirse que el comportamiento inelástico de la estructura depende más de las características propias del registro, es decir, de los efectos de sitio, que de la influencia de la interacción suelo-estructura.

Sin embargo, a nivel global, el desplazamiento total y la demanda de ductilidad efectiva están claramente determinados por la influencia de la interacción dinámica, por lo que es importante considerar los efectos que ésta pudiese llegar a tener en la estabilidad de la estructura, dado que la condición de apoyo ha sido modificada.

A pesar de que en esta investigación no se ahondo en los efectos que tiene la interacción dinámica en la sobre-resistencia de la estructura, los resultados anteriores muestran que el factor con mayor influencia sobre este parámetro son las características propias del movimiento de entrada, lo cual está determinado en un inicio por los efectos de sitio y posteriormente, dependiendo de la relación de rigideces entre el suelo y la estructura, por los efectos de la interacción cinemática que se producen en la base.

Capítulo 8 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El objetivo principal de esta investigación es evaluar el comportamiento inelástico de una estructura de concreto sujeta a los efectos de la interacción dinámica suelo-estructura, a partir de la incorporación de parámetros que representen las fuentes más conocidas de no-linealidad de la estructura, con el propósito de identificar de forma más clara la contribución y participación de cada uno de ellos.

CONCLUSIONES

- La no-linealidad geométrica presenta una influencia importante en suelo blando, dado que la componente de cabeceo por interacción propicia el incremento de los efectos de segundo orden, y a su vez, los efectos de segundo orden amplifican las componentes de desplazamiento asociadas con la deformación y el cabeceo de la estructura, por lo que en estructuras con una esbeltez marcada, este factor puede ser determinante.
- La ductilidad efectiva es un parámetro que estima la tendencia del comportamiento dúctil del sistema, más que estimar la capacidad de deformación propia de la estructura, una vez enunciado esto, es posible afirmar que la expresión para calcular la ductilidad efectiva es un buen parámetro para este propósito.
- En suelos blandos con intensidades importantes de sismo, la demanda de la ductilidad efectiva puede llegar a ser mayor que la estimada con la ecuación 7.2.
- Sin embargo, la ductilidad como tal, esto es, la asociada con la deformación propia de la estructura, sin componentes de cuerpo rígido, no se ve modificada en términos generales por los efectos de interacción.
- Pese a lo anterior, cuando los efectos de la interacción son relevantes, la degradación de rigidez de la estructura posterior a la fluencia se incrementa, incluso sin considerar los efectos de segundo orden en los análisis, por lo que es importante notar la diferencia que existe entre el comportamiento inelástico y la capacidad dúctil de la estructura.
- No obstante, un efecto benéfico de la interacción dinámica en el comportamiento inelástico del edificio, es la degradación menos acelerada de la resistencia y rigidez de la estructura con respecto a su condición de base rígida, debido precisamente a que las componentes de cuerpo rígido reducen el daño asociado con la deformación del concreto.
- Asimismo, y desde una perspectiva dentro del contexto de la estabilidad, el principal efecto de la interacción dinámica suelo-estructura, es la modificación en la condición de apoyo del

edificio, lo cual está claramente determinado por la diferencia de rigideces que existe entre el suelo y la estructura, y no tanto en la modificación de las propiedades estructurales del mismo.

- Por ende, se puede asumir que los efectos de sitio son el factor más influyente en el comportamiento inelástico de la estructura, siendo los más críticos los de un suelo blando.
- De esta manera, el aprovechamiento del comportamiento dúctil de la estructura en un suelo con una rigidez baja con respecto a la rigidez del edificio, se ve reducido debido a que se requiere que el desplazamiento total tenga una amplitud considerable para alcanzar la deformación de fluencia, por lo que existe la posibilidad de que la cimentación se vea sometida a esfuerzos más allá de los previstos incluso cuando la superestructura se encuentre en su intervalo elástico todavía; es decir, el daño puede presentarse en la cimentación antes que en la superestructura.
- Finalmente, al no aprovecharse la capacidad de deformación inelástica de la estructura en suelo blando, se produce una aparente reducción de la ductilidad por efectos de interacción.

RECOMENDACIONES

- En la aplicación de un análisis estático no-lineal, se recomienda el uso de un modelo tridimensional en lugar del modelo simplificado de un solo marco, dado que existe una distribución de las articulaciones plásticas distinta entre ambos modelos. La principal diferencia radica en que la condición de columna fuerte-viga débil no siempre se cumple en el modelo tridimensional desde un inicio, dado que existe una contribución significativa de la rigidez de la losa en la rigidez de las vigas, así como una distribución de masas distinta entre marcos interiores y marcos exteriores, lo que afecta, principalmente, el comportamiento mecánico de las vigas, y vuelve más susceptibles a las columnas a las cargas laterales.
- La no-linealidad del material debe incluirse en el modelo analítico a partir del cálculo de los diagramas momento-curvatura o momento-rotación de los elementos estructurales, en función de definir la magnitud máxima de rotación que pueden desarrollar las articulaciones plásticas antes de la falla de la sección, ya que esto determina la amplitud del intervalo inelástico de la estructura, y por lo tanto, establece que tan buena es la aproximación que se obtiene con la expresión de ductilidad efectiva o con la curva de capacidad de un análisis estático no-lineal.
- En un análisis en el que se consideren los efectos de la interacción dinámica en el diseño, es importante contar al menos con un registro que represente los efectos de sitio, con el fin de identificar las demandas de ductilidad y ductilidad efectiva de forma razonable, así como estimar de manera más precisa las solicitaciones a las que se ve sometida la cimentación.

REFERENCIAS

Avilés, J. (2004), "Curso de interacción suelo-estructura", *Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C.*, del 15 al 17 de Marzo, Universidad Nacional Autónoma de México, México, D. F.

Avilés, J. y Pérez-Rocha, L. E. (2003), "Evaluación de efectos de interacción en resistencias inelásticas", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 69, pp. 45-71.

Avilés, J. y Pérez-Rocha, L. E. (2004), "Bases para las nuevas disposiciones reglamentarias sobre interacción suelo-estructura", *Revista de Ingeniería Sísmica*, No. 71, pp. 1-36.

Bárcena, A. y Esteva, L. (2006), "Influence of dynamic soil-structure interaction on the nonlinear response and seismic reliability of multistorey systems", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, No. 36, pp. 327-346.

Boresi, A. P y Schmidt, R. J. (2003), *Advanced Mechanics of Materials*, 6ª ed., John Wiley & Sons, Inc., E.U.A.

Ciampoli, M. y Pinto, P. E. (1995), "Effects of soil-structure interaction on inelastic response of bridge piers", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 5, pp. 806-814.

Computers and Structures, Inc. (2009), "Analysis Reference Manual, Sap2000", *Computers and Structures, Inc. (CSI)*, Berkeley, California, E.U.A.

Chopra, A. K. (2012), *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*, 4ª ed., Pearson-Prentice Hall, E.U.A.

Elnashai, A. S. y McClure, D. C. (1996), "Effects of modelling assumptions and input motion characteristics on seismic design parameters of RC bridge piers foundations", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 25, pp. 435-463.

Esquivel, J. C. (1992), "Influence of some parameters on the inelastic earthquake response using different hysteretic models for reinforced concrete", *10th World Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Róterdam, Países Bajos.

Federal Emergency Management Agency, American Society of Civil Engineers (2000), "FEMA 356 Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings", *Federal Emergency Management Agency*, Washington, D.C., E.U.A.

- Galambos, T. V. y Surovek, A. E. (2008), *Structural Stability of Steel: Concepts and Applications for Structural Engineers*, 1ª ed., John Wiley & Sons, Inc., E.U.A.
- Ganjavi, Behnoud y Hao, H. (2011), "Elastic and Inelastic Response of Single- and Multi-Degree-of-Freedom Systems Considering Soil Structure Interaction Effects", *Australian Earthquake Engineering Society 2011 Conference*, Barossa Valley, South Australia.
- Gazetas, G. (1983), "Analysis of machine foundation vibrations: state of the art", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 2-42.
- Ghannad, M. A. y Jahankhah, H. (2007), "Site-dependent strength reduction factors for soil-structure systems", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, No. 27, pp. 99-110.
- Halabian, A. M. y Kabiri, S. (2004), "Soil structure interaction effects on inelastic response of r/c stack-like structures", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, Canada, Documento No. 2759, 12 pp.
- Hede, N. P. y Babunarayan, K. S. (2013), "Effect of variation of plastic hinge length on the results of non-linear analysis", *International Journal of Research in Engineering and Technology*, 5 pp.
- Hidalgo, P. A. y Arias, A. (1990), "New Chilean code for earthquake resistant design of buildings", *4th US National Conference on Earthquake Engineering*, EERI, Vol. 2, pp. 927-936.
- Housner, G. W. (1957), "Interaction of building and ground during an earthquake", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 47, No. 3, pp. 179–186.
- Jennings, P. C. y Bielak, J. (1973), "Dynamics of building-soil interaction", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 63, No. 1, pp. 9-48.
- Kausel, E., Whitman, R. V., Morray, J. P. y Elsabee, F. (1978), "The spring method for embedded foundations", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 48, pp. 377-392.
- Kreyszig, E. (2011), *Advanced Engineering Mathematics*, 10ª ed., John Wiley & Sons, Inc., E.U.A.
- Mahsuli, M. y Ghannad, M. A. (2009), "The effect of foundation embedment on inelastic response of structures", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, No. 38, pp. 423-437.
- Martínez, G. (2014), "Influencia de la interacción dinámica suelo estructura en la respuesta dinámica de edificios de concreto con disipadores de energía", Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, México, D. F.
- Medina R. A y Krawinkler, H. (2004) "Influence of hysteretic behavior on the nonlinear response of frame structures", *13th World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B. C., Canada.

- Miranda, E. y Bertero, V. (1994), "Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design", *Earthquake Spectra*, Vol. 10, No. 2, pp. 357-379.
- Moghaddasi, M., MacRae, G. A., Chase, J. G., Cubrinovski, M. y Pampanin, S. (2015), "Seismic design of yielding structures on flexible foundations", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, John Wiley & Sons, Ltd., 17 pp.
- Mylonakis, G., Gazetas, G., Nikolaou, S. y Michaelides, O. (2000), "The role of soil on the collapse of 18 piers of the elevated Hanshin expressway in the Kobe earthquake", *12th World Conference on Earthquake Engineering*, Nueva Zelanda, 7 pp.
- Mylonakis, G. y Gazetas, G. (2000). "Seismic Soil-Structure Interaction: Is it beneficial or detrimental?", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 277-301.
- Nakamura, Y. (2008), "On The H/V Spectrum", *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, China, 10 pp.
- Newmark, N. M. y Hall, W. J. (1973), "Seismic design criteria for nuclear reactor facilities", Report No. 46, *Building Practices for Disaster Mitigation National Bureau of Standards*, US Department of Commerce, pp. 209-236.
- NTCC-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Concreto", Gobierno del Distrito Federal, México, D. F.
- NTCS-04 (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Sismo", Gobierno del Distrito Federal, México, D. F.
- Park, R. y Paulay, T. (1974), *Reinforced Concrete Structures*, 1^a ed., John Wiley & Sons, Inc., E.U.A.
- Priestley, M. J. N. y Park, R. (1987), "Strength and ductility of concrete bridges columns under seismic loading", *ACI Structural Journal*, Vol. 84, No. 1, pp. 61-76.
- Roesset, J. M. (2013), "Soil-structure interaction, the early stages", *Journal of Applied Science and Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 1-8, Texas A&M University, E.U.A.
- Riddell, R. y Newmark, N. M. (1979) "Statistical analysis of the response of nonlinear systems subjected to earthquakes", *Structural Research Series*, No. 468, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, E. U. A.
- Shearer, P. M. (2009), *Introduction to Seismology*, 2^a ed., Cambridge University Press, Nueva York, E.U.A.

Takeda, T. M., Sozen, M. A. y Nielsen, N. N. (1970), "Reinforced Concrete Response to Simulated Earthquakes", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 96, No. ST12, pp. 2557 - 2573.

Timoshenko, S. P. y Gere, M. J. (1985), *Theory of Elastic Stability*, 2ª ed., McGraw-Hill, E.U.A.

Vargas, G. y González, J. (2005), "Procedimiento para obtener gráficas momento-curvatura en vigas de concreto reforzado", *Revista de Ingeniería*, Vol. 9, No. 1, pp. 37-47.

Veletsos, A. S. y Meek, J. W. (1974), "Dynamic behavior of building-foundation systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 3, No. 2, pp. 121-138.

Wight, J. K. y MacGregor, J. G. (2012), *Reinforced Concrete: mechanics and design*, 6ª ed., Pearson, E.U.A.

Wolf, J. P. (1985), *Dynamic Soil-Structure Interaction*, 1ª ed., Prentice-Hall, New Jersey, E.U.A.

APÉNDICE A

1. DEDUCCIÓN DE RIGIDECES EQUIVALENTES EN LA BASE

A continuación se presenta la deducción de la rigidez rotacional k_θ definida en la ecuación 6.2, y la deducción de la rigidez vertical k_z , ecuación 6.3, para representar los resortes en la base del edificio.

La suma de momentos en el punto O, el cual coincide con el centro de la base, debe ser igual a cero, $\Sigma M_o=0$, por lo que la rigidez k_θ en el resorte rotacional debe ser igual a la rigidez horizontal que proporcionan los resortes traslacionales k_x en cada marco, figura A1.

Para un giro unitario θ y pequeños desplazamientos se tiene lo siguiente:

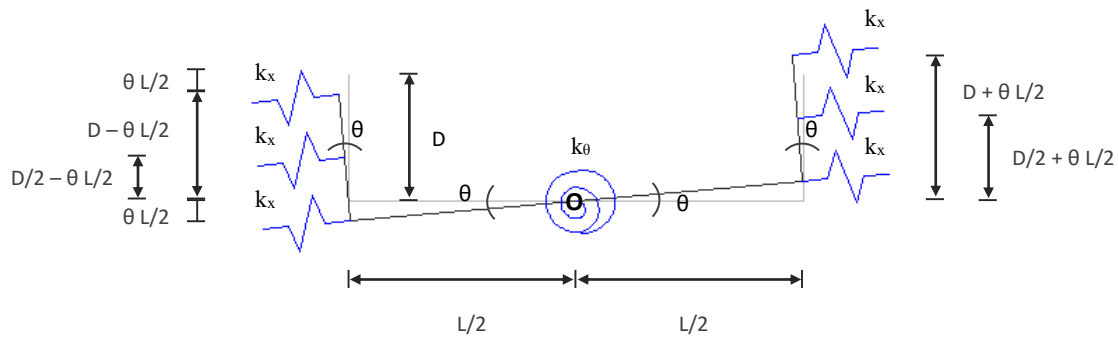


Figura A 1 Diagrama de cuerpo libre de la cimentación con rigidez horizontal

La suma de momentos en el punto O es:

$$\Sigma M_o = k_x \left(\frac{\theta D}{2}\right) \left(\frac{D}{2} + \frac{\theta L}{2}\right) + k_x \left(\theta \left(\frac{D}{2} - \frac{\theta L}{2}\right)\right) \left(\frac{D}{2} - \frac{\theta L}{2}\right) + k_x (\theta D) \left(D + \frac{\theta L}{2}\right) + k_x \left(\theta \left(D - \frac{\theta L}{2}\right)\right) \left(D - \frac{\theta L}{2}\right) + 2k_x(0) \left(\frac{\theta L}{2}\right) - k_\theta \theta = 0$$

Despejando k_θ y recordando que $\theta=1$, se obtiene, entonces, la ecuación 6.2:

$$k_\theta = \frac{(10D^2 - 3DL + 2L^2)}{4} k_x$$

Una vez obtenida la rigidez rotacional k_θ , es posible calcular la rigidez k_z en cada resorte vertical de la base. Dado que el edificio consta de cuatro marcos, la rigidez dinámica rotacional K_r , obtenida con las funciones de impedancia correspondientes, tuvo que dividirse entre cuatro; asimismo, fue necesario descartar la rigidez adicional k_θ que aportan los resortes horizontales distribuidos verticalmente a la rigidez $K_r/4$ en cada marco.

De igual manera, considerando pequeños desplazamientos y un giro unitario en la base, la suma de momentos en el punto O debe ser igual a cero, $\Sigma M_o=0$, figura A2.

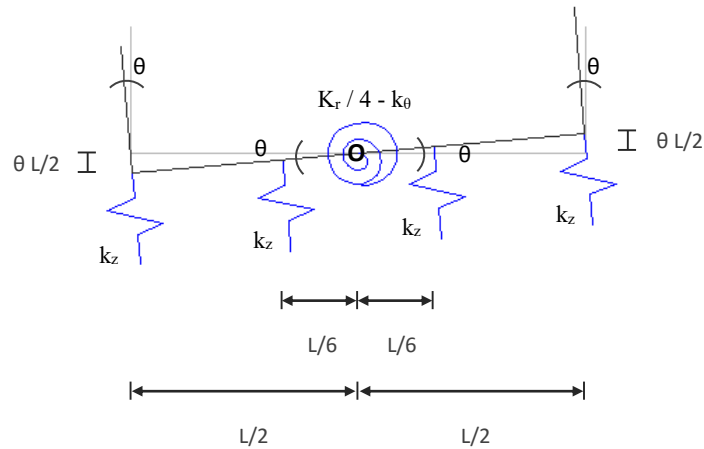


Figura A 2 Diagrama de cuerpo libre de la cimentación con rigidez vertical

Por lo que la ecuación de equilibrio correspondiente es:

$$\sum M_o = 2k_z \left(\frac{\theta L}{2}\right) \left(\frac{L}{2}\right) + 2k_z \left(\frac{\theta L}{6}\right) \left(\frac{L}{6}\right) - \left(\frac{K_r}{4} - k_\theta\right) \theta = 0$$

Así, al despejar k_z , se obtiene la ecuación 6.3:

$$k_z = \frac{9}{5L^2} \left(\frac{K_r}{4} - k_\theta\right)$$

2. USO DE LA FUNCIÓN “BODY CONSTRAINT” DEL PROGRAMA SAP2000

La función “Body Constraint” permite que todos los nodos seleccionados por el usuario se comporten en conjunto, como un cuerpo rígido tridimensional al estar sujetos a las mismas restricciones globales en todos sus grados de libertad; por lo tanto, no existen giros ni desplazamientos relativos entre los nodos del conjunto. Asimismo, esta función tiene la opción de restringir sólo algunos de los grados de libertad en el comportamiento global de los nodos seleccionados.

De esta manera, es posible incorporar la cimentación del edificio con una rigidez infinita dentro del modelo, con el propósito de apegarse de forma razonable a las hipótesis que se asumen para incluir los efectos de la interacción suelo-estructura en la solución de la respuesta dinámica del edificio.

En la figura A3 se ilustra de forma simplificada el comportamiento como cuerpo rígido de la cimentación en el modelo analítico y se muestran los grados de libertad globales considerados en la función "Body Constraint" del programa.

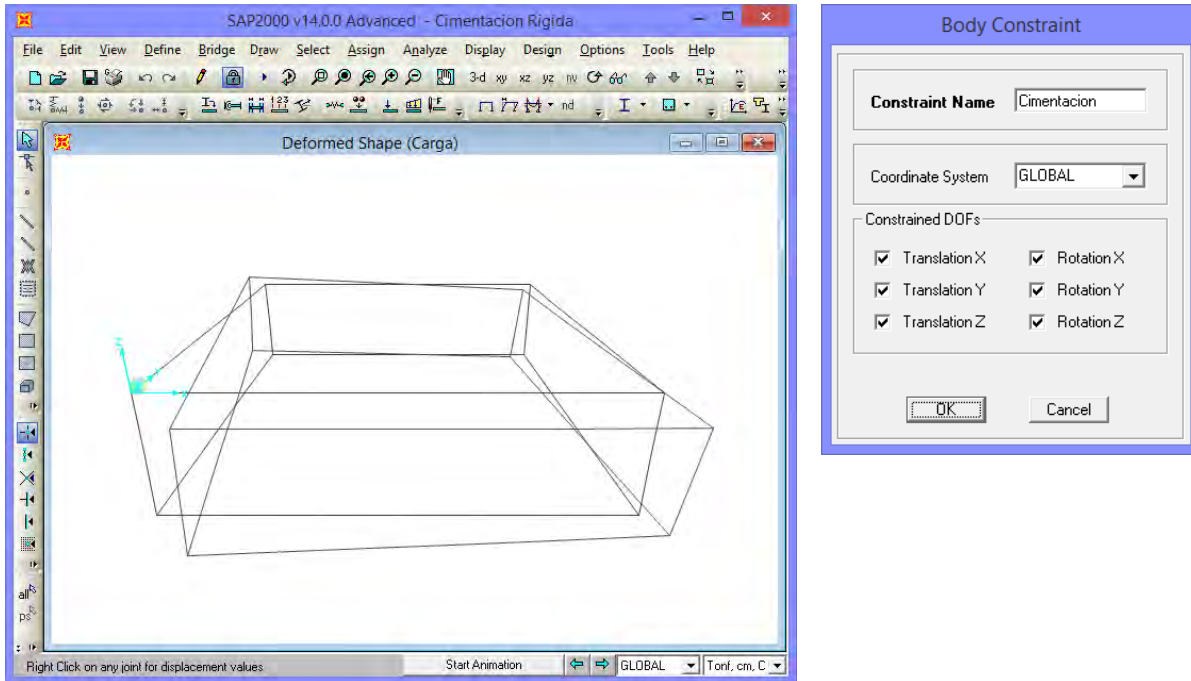
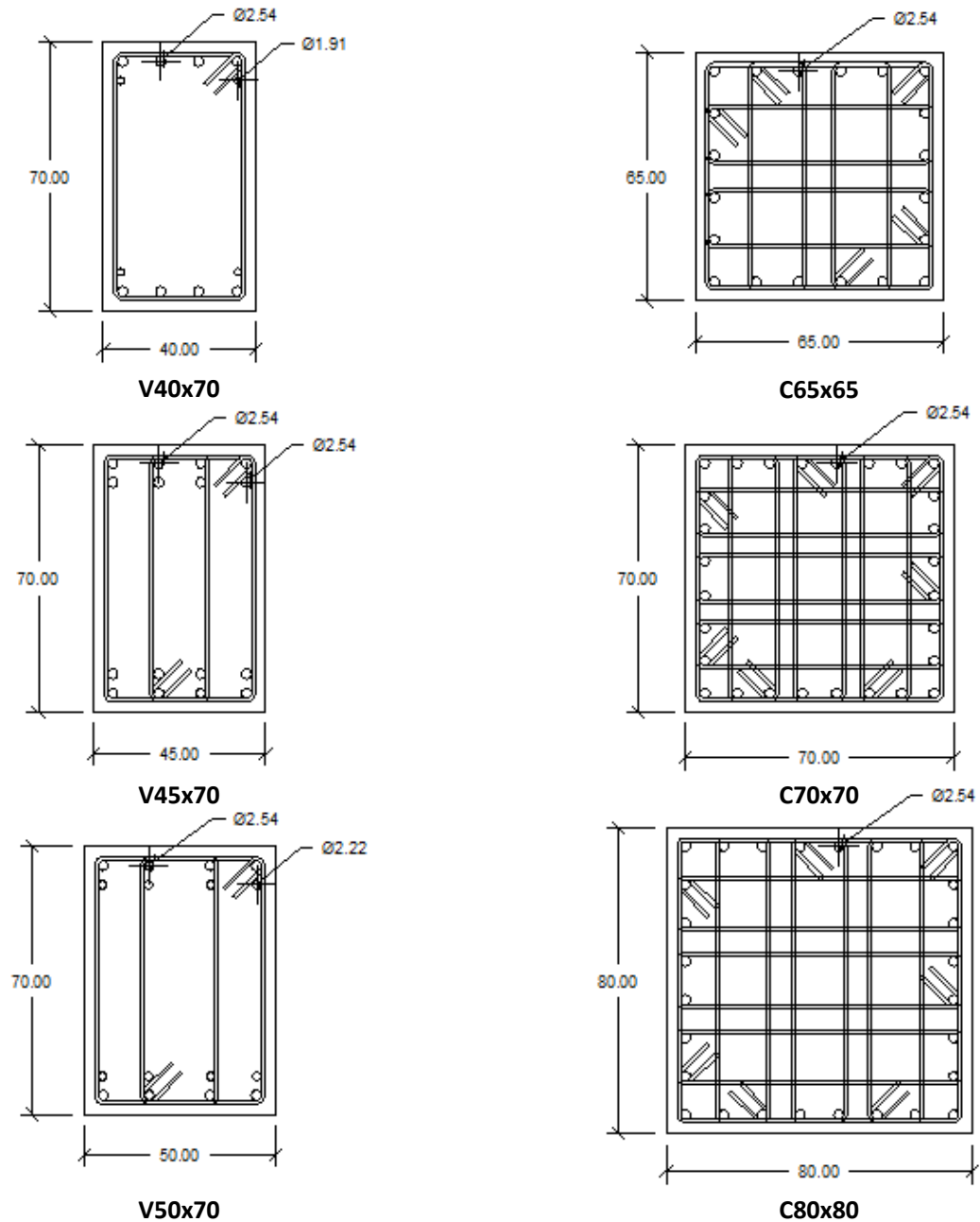


Figura A 3 Comportamiento de cuerpo rígido de la cimentación con la función "Body Constraint"

APÉNDICE B

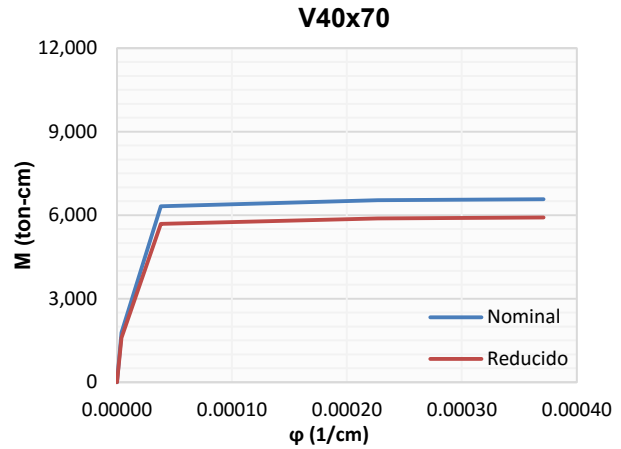
1. ARMADOS DE VIGAS Y COLUMNAS

Los armados de las secciones transversales de vigas y columnas se presentan a continuación:

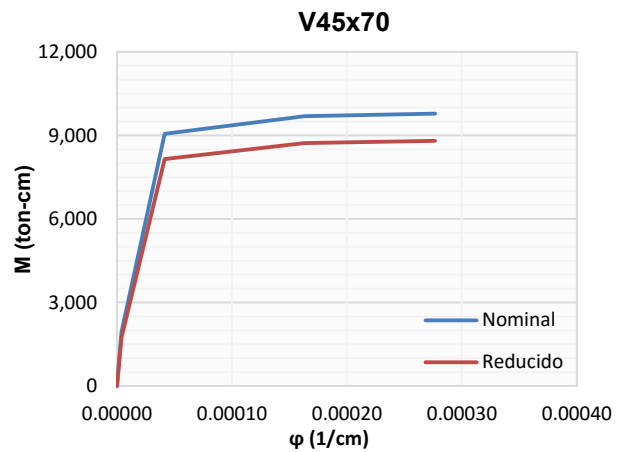


2. DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA

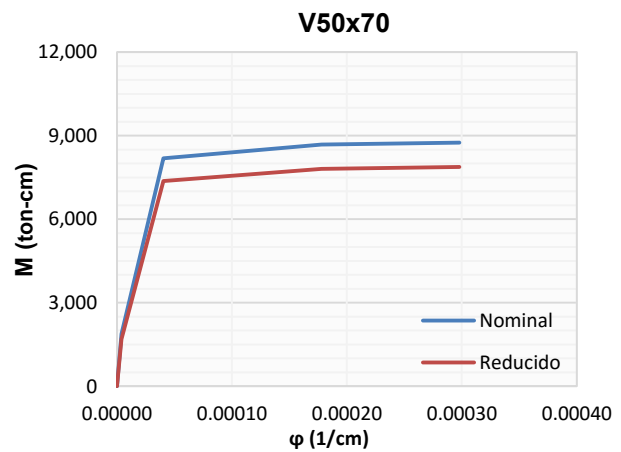
V40x70			
Punto	$\phi = \epsilon_c/c$ 1/cm	M_N ton-cm	$F_r M_N$ ton-cm
M_0	0.00	0.00	0.00
M_{ag}	0.000004	1,777.62	1,599.85
M_y	0.000038	6,325.08	5,692.57
M_{in}	0.000227	6,535.90	5,882.31
M_u	0.000371	6,575.53	5,917.98



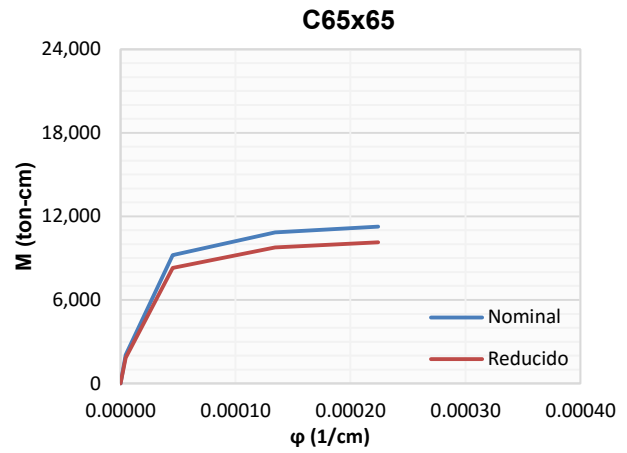
V45x70			
Punto	$\phi = \epsilon_c/c$ 1/cm	M_N ton-cm	$F_r M_N$ ton-cm
M_0	0.00	0.00	0.00
M_{ag}	0.000004	1,929.24	1,736.32
M_y	0.000042	9,057.75	8,151.98
M_{in}	0.000163	9,692.11	8,722.90
M_u	0.000277	9,779.08	8,801.17



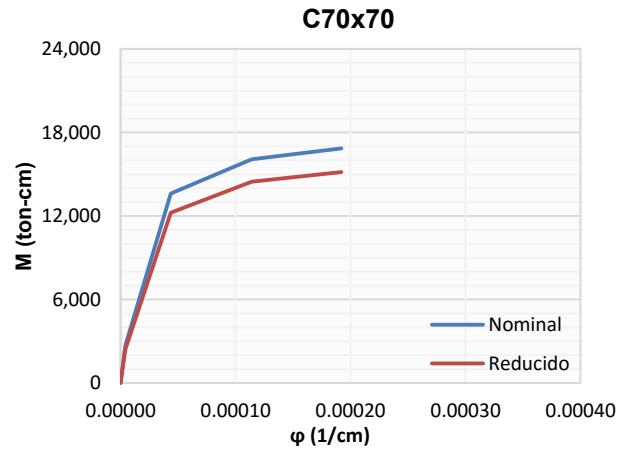
V50x70			
Punto	$\phi = \epsilon_c/c$ 1/cm	M_N ton-cm	$F_r M_N$ ton-cm
M_0	0.00	0.00	0.00
M_{ag}	0.000004	1,879.80	1,691.82
M_y	0.000041	8,185.26	7,366.74
M_{in}	0.000178	8,679.22	7,811.30
M_u	0.000298	8,752.21	7,876.99



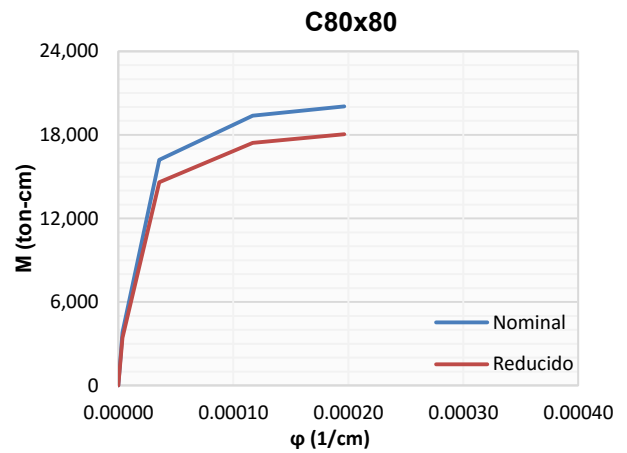
C65x65			
Punto	$\phi = \epsilon_c/c$ 1/cm	M_N ton-cm	$F_r M_N$ ton-cm
M_0	0.00	0.00	0.00
M_{ag}	0.000004	2,052.86	1,847.58
M_y	0.000046	9,212.00	8,290.80
M_{in}	0.000135	10,858.30	9,772.47
M_u	0.000224	11,265.68	10,139.11



C70x70			
Punto	$\phi = \epsilon_c/c$ 1/cm	M_N ton-cm	$F_r M_N$ ton-cm
M_0	0.00	0.00	0.00
M_{ag}	0.000004	2,696.36	2,426.72
M_y	0.000044	13,601.42	12,241.28
M_{in}	0.000114	16,077.50	14,469.75
M_u	0.000192	16,845.72	15,161.15



C80x80			
Punto	$\phi = \epsilon_c/c$ 1/cm	M_N ton-cm	$F_r M_N$ ton-cm
M_0	0.00	0.00	0.00
M_{ag}	0.000004	3,808.82	3,427.94
M_y	0.000036	16,217.00	14,595.30
M_{in}	0.000117	19,369.65	17,432.68
M_u	0.000196	20,040.63	18,036.56



3. REVISIÓN DE MOMENTOS ÚLTIMOS DE VIGAS Y COLUMNAS EN LOS NODOS

La revisión cumple con la desigualdad $\Sigma M_c \geq 1.5 \Sigma M_v$ en cada nodo, donde M_c es el momento resistente último de columnas y M_v es el momento resistente último de vigas, lo cual se especifica en las NTCC-2004 para marcos dúctiles de concreto reforzado.

Momento resistente último de columnas		Momento resistente último de vigas
C65X65 $M_c = 112.66 \text{ ton-m}$	Nodo N10	V40X70 $M_v = 65.76 \text{ ton-m}$
C65X65 $M_c = 112.66 \text{ ton-m}$	Nodo N9	V40X70 $M_v = 65.76 \text{ ton-m}$
C65X65 $M_c = 112.66 \text{ ton-m}$	Nodo N8	V40X70 $M_v = 65.76 \text{ ton-m}$
C70X70 $M_c = 168.46 \text{ ton-m}$	Nodo N7	V40X70 $M_v = 65.76 \text{ ton-m}$
C70X70 $M_c = 168.46 \text{ ton-m}$	Nodo N6	V45X70 $M_v = 97.79 \text{ ton-m}$
C70X70 $M_c = 168.46 \text{ ton-m}$	Nodo N5	V45X70 $M_v = 97.79 \text{ ton-m}$
C70X70 $M_c = 168.46 \text{ ton-m}$	Nodo N4	V45X70 $M_v = 97.79 \text{ ton-m}$
C70X70 $M_c = 168.46 \text{ ton-m}$	Nodo N3	V45X70 $M_v = 97.79 \text{ ton-m}$
C70X70 $M_c = 168.46 \text{ ton-m}$	Nodo N2	V45X70 $M_v = 97.79 \text{ ton-m}$
C80X80 $M_c = 200.41 \text{ ton-m}$	Nodo N1	V50X70 $M_v = 87.52 \text{ ton-m}$

Revisión del nodo N1:

$$\sum M_c = 200.41 + 168.46 = 368.87 \text{ ton} - m$$

$$\sum M_v = 87.52 + 87.52 = 175.04 \text{ ton} - m$$

$$\frac{368.87}{175.04} = 2.11 > 1.5$$

Revisión del nodo N7:

$$\sum M_c = 168.46 + 112.66 = 281.12 \text{ ton} - m$$

$$\sum M_v = 65.76 + 65.76 = 131.52 \text{ ton} - m$$

$$\frac{281.12}{131.52} = 2.14 > 1.5$$

Revisión del nodo N2 al nodo N6:

$$\sum M_c = 168.46 + 168.46 = 336.92 \text{ ton} - m$$

$$\sum M_v = 97.79 + 97.79 = 195.58 \text{ ton} - m$$

$$\frac{336.95}{195.58} = 1.72 > 1.5$$

Revisión del nodo N8 al nodo N10:

$$\sum M_c = 112.66 + 112.66 = 225.32 \text{ ton} - m$$

$$\sum M_v = 65.76 + 65.76 = 131.52 \text{ ton} - m$$

$$\frac{225.32}{131.52} = 1.71 > 1.5$$