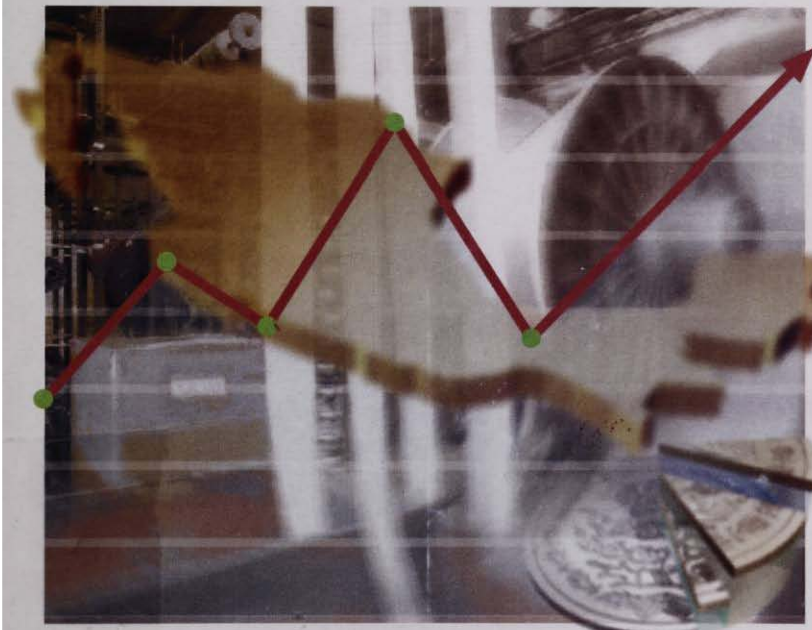
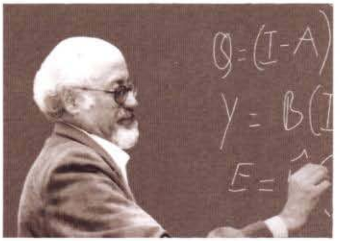
209

Bases y aplicaciones del modelo insumo–producto



Héctor Cervini Iturre

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
Azcapotzalco



Héctor Félix Cervini Iturre egresó en 1969 de la carrera de Contador Público Nacional en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Cuyo, Argentina, y en 1973 obtuvo el título de Maestro en Economía en la Escuela de Economía de la Universidad Católica de Chile. Se desempeñó como Asesor de la Dirección General de Política Económica y Social del Gobierno Federal de México (1983–1986) para la elaboración de modelos económicos y como Consultor del Banco Interamericano de Desarrollo (BID) asignado al Departamento Nacional de Planeación (DNP) del Gobierno de Colombia (1988–1991), para la estimación de precios sociales mediante la aplicación de la técnica de insumo–producto.

Entre 1991 y 1996 fue asesor de la Dirección General de Análisis e Investigación Económica de la Contaduría Mayor de Hacienda, para la elaboración de un modelo macroeconométrico y en 1998 asesoró a la Dirección de Estudios y Políticas Laborales de la Secretaría del Trabajo y Previsión Social en diversos trabajos relacionados con el análisis del mercado laboral. Desde 1977 es profesor–investigador del Departamento de Economía de la División de Ciencias Sociales de la UAM–Azcapotzalco, donde imparte cursos sobre insumo–producto y evaluación social de proyectos.

Bases y aplicaciones del modelo insumo–producto

Colección:
Libros de Texto y Manuales de Práctica

Bases y aplicaciones del modelo insumo–producto

HÉCTOR CERVINI ITURRE

Portada, diseño y producción editorial: Amalgama Arte Editorial
amalgama@avantel.net

Av. San Pablo 180, Col. Reynosa, Tamaulipas
02200. México, D. F.
Tel.: 5318–9223, fax 5318–9222.

Primera edición: 2002
ISBN: 970–654–945–5

Impreso en México/*Printed in Mexico*

Presentación

La Contabilidad Nacional es la encargada de llevar el registro del nivel y evolución de la actividad económica. En su estructura considera un conjunto de esquemas agregados, tales como las cuentas de producción, los cuadros de oferta y utilización, y las matrices de insumo–producto, entre otros, que tratan diversos aspectos de las actividad económica. En particular, la matriz de insumo–producto permite explicar las magnitudes de la corrientes interindustriales en función de los niveles de actividad de los distintos sectores económicos. Una extensión inmediata de esto último es que los niveles de producción pueden determinarse por las demandas intermedias y finales, de tal forma que finalmente los mismos dependen del nivel de los distintos componentes de la demanda final. Esta interdependencia implica que el modelo insumo–producto es una parte intrínseca de las cuentas nacionales.

Adicionalmente, el modelo insumo–producto tiene una vasta aplicación en el análisis empírico de diversos tópicos económicos. Su utilización en el estudio de la estructura económica y en su evolución, su aporte metodológico en la investigación sobre temas aún más complejos, como los relacionados con la explicación de los cambios de la productividad, el comportamiento del comercio exterior y la distribución del ingreso, convierten a esta herramienta en un recurso valioso para el conocimiento de los procesos económicos.

El propósito de este trabajo es presentar un conjunto de ejercicios y aplicaciones con la matriz de insumo–producto. La exposición de los mismos, así como la discusión sobre los resultados numéricos obtenidos, se realiza paralelamente con el desarrollo de la exposición teórica de los temas incluidos. El lector requiere previamente de un conocimiento introductorio de los fundamentos de la contabilidad nacional, así como de la presentación que en particular se realiza en el Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM). Ello ayuda a una mejor comprensión de la matriz de insumo–producto y su vinculación con las cuentas incluidas en dicho sistema. También es necesario que el lector cuente con un conocimiento introductorio del álgebra lineal, que le permita realizar la operaciones elementales definidas en la misma (suma, resta y multiplicación), así como las que se refieren a la inversión de matrices. En la exposición no se incluyen normalmente los fundamentos matemáticos del modelo, puesto que la intención primordial del trabajo es ofrecer un material que ayude a comprender la utilidad del mismo y despierte la inquietud sobre las posibilidades de su aplicación en otros campos de los que aquí se incluyen.

En el primer capítulo abordamos el modelo insumo–producto en términos físicos, con el fin de que el lector acceda a las bases teóricas del mismo en su versión más elemental. En el segundo capítulo incluimos la discusión sobre la transformación del modelo anterior a uno donde las magnitudes están expresadas en términos monetarios. El capítulo finaliza con la explicación de la metodología para calcular los multiplicadores asociados al modelo y la interpretación de los mismos. Esto permite acercarnos a una versión más realista del modelo, con mayores posibilidades de aplicación empírica. En estos dos capítulos se acompaña la exposición formal de los temas con la resolución de un ejercicio numérico hipotético que facilita la comprensión de la misma. En el tercer capítulo presentamos aplicaciones del modelo con base en información parcial obtenida de la matriz de insumo–producto de México, con el propósito de ilustrar la utilidad del modelo en el análisis de los impactos que las modificaciones del valor de las variables exógenas del mismo tienen sobre las endógenas, es decir, los precios, las producciones sectoriales y los valores agregados generados en cada rama de la actividad económica.

En el cuarto capítulo desarrollamos aplicaciones sobre la base de un modelo más extendido, donde se contemplan las importaciones de bienes y servicios, tanto de insumos intermedios como de bienes finales. Además, introducimos ejercicios con la matriz de transacciones totales y discutimos la relación entre la solución del modelo con ésta y la obtenida con la matriz de transacciones domésticas. Finalmente, el capítulo termina con una discusión sobre la metodología para determinar las intensidades relativas en insumos primarios de las distintas actividades de producción, acompañada con una aplicación empírica sobre este tópico.

En el quinto capítulo analizamos la estructura de un modelo basado en la metodología del insumo–producto, pero que considera funciones de comportamiento para la determinación del consumo privado total. El paso siguiente es transformar este total en demandas por actividades de producción, por medio de las estructura o composición del consumo por rama de origen obtenida de la propia matriz de transacciones interindustriales. En este capítulo, entonces, el propósito central es que el lector adquiera una visión más amplia sobre las posibilidades de la aplicación del modelo insumo–producto en la construcción de instrumentos de análisis multisectorial desagregados.

En el capítulo sexto exponemos diversos tópicos que tienen que ver con el análisis de los cambios observados en la producción y en las transacciones interindustriales a través del tiempo, con el propósito de identificar y medir las fuentes que los explican. Finalmente, en el séptimo capítulo incluimos la exposición del método que permite proyectar matrices a partir de una matriz base y de información sobre las demandas intermedias y los consumos intermedios correspondientes al año de la proyección. Este algoritmo, conocido como método RAS, permite evadir los elevados costos de elaborar una matriz actualizada cuando se dispone de información veraz para el año de la proyección y una matriz base que corresponda a un año no muy lejano a este último.

La bibliografía sobre el modelo insumo–producto y sus aplicaciones es muy extensa. Los trabajos pioneros de Leontief abrieron un campo de conocimiento en permanente expansión. La realización de conferencias internacionales y la publicación de revistas especializadas sobre insumo–producto es una muestra del grado de aceptación que este método de análisis ocupa en la actividad académica de diferentes países. Este interés también se ha expresado en la inclusión de las tablas de insumo–producto en las publicaciones que sobre cuentas nacionales ha desarrollado Naciones Unidas, así como en la difusión de manuales especializados en las pautas y recomendaciones para la elaboración y aplicación del modelo insumo–producto que ha realizado este mismo organismo.

En la elaboración de estos apuntes hemos tomado como base justamente el material publicado por Naciones Unidas, 1974, que ofrece un tratamiento para diferentes tópicos que aún hoy guarda vigencia. Dicho material desarrolla los temas con sencillez y claridad, de tal forma que se convierte en un documento de consulta obligada para quienes inician su formación en este campo del conocimiento. Además, hemos consultado otros trabajos sobre aspectos teóricos y aplicados incluidos en esta publicación, que sin duda han aportado elementos de interés tanto para la comprensión de los fundamentos del modelo insumo–producto como de las posibilidades de su aplicación.

Las aplicaciones que desarrollamos a lo largo de todo el libro son un auxiliar inevitable para lograr una mejor compresión de la escritura algebraica de los diferentes temas incluidos en el mismo. Una sugerencia obligada que el lector interesado debe considerar es reproducir en una hoja de cálculo estos ejercicios, de tal forma que pueda, en primer lugar, constatar los resultados y, adicionalmente, construir escenarios alternativos que le permitan ampliar su propia visión de los mismos.

En la resolución de las múltiples aplicaciones y la elaboración de los cuadros incluidos en el libro participaron estudiantes de distintas generaciones de la Licenciatura de Economía, a través de varios años en que su trabajo se fue acumulando y utilizando en la impartición de una asignatura especialmente dedicada al estudio de las cuentas nacionales y la técnica de insumo–producto. Con el riesgo de que algunos de ellos queden involuntariamente excluido de esta extensa lista, mencionaremos a Laura Olivia Fonseca, Irma Guido Nieves, Maribel Rodríguez Rosales, Flor de la Concepción Cortés Vivanco, Carlos Araiza Rojas, Gabriela Muñoz Rodríguez, Julieta Flores Amador, Raúl Zamarripa Escobar, Liliana Ramírez Villeda, Marina Alamilla Cruz, Mireya Díaz Segura, Rosa Sara Aburto Rodríguez y Gabriela Barbosa Pérez.

CAPÍTULO

1

El sistema de insumo–producto

1.1. Introducción

El cuadro de insumo–producto constituye un instrumento de singular importancia para la organización e integración de un sistema nacional de estadísticas económicas que, al igual que otros modelos existentes para registrar la actividad económica, se propone obtener una visión comprensiva del proceso de producción y permite el análisis de los resultados obtenidos. Este modelo hace explícitas las relaciones entre el conjunto de variables reales, de significado primordial para el análisis y la programación nacional, ya que su elaboración implica sucesivas comprobaciones de la información disponible.

El objetivo principal del cuadro es el de "explicar las magnitudes de las corrientes interindustriales en función de los niveles de producción de cada sector".[1] De esta forma, la matriz de insumo–producto registra principalmente las transacciones de bienes y servicios realizadas por los agentes económicos de un país, en un periodo determinado. Para cumplir con estos propósitos, el cuadro se diseña como una matriz de doble entrada en la cual a cada sector seleccionado se le asigna un vector fila y un vector columna. En el vector fila se registra el destino de la producción según entidad usuaria y tipo de mercancía producida. En el vector columna se mide la producción según el origen de sus costos. Uno de los principios básicos del registro

[1] Chenery y Clark. 1963.

consiste en la igualdad contable entre ingresos y egresos sectoriales. Por lo tanto, el total de cada fila debe ser equivalente al total de la columna correspondiente.

El modelo agrupa las transacciones en diferentes conjuntos, según los agentes económicos que intervienen, el tipo de mercancía que resulta de su actividad y la clase de insumos que se utiliza en el proceso productivo. La primera clasificación define tres grandes agentes económicos internos: sectores productivos, hogares y gobierno general. El sistema se completa con el sector externo, que computa las relaciones del país con el resto del mundo. Por el tipo de producto, el cuadro separa los bienes intermedios de los bienes de uso final. Finalmente, el modelo permite conocer la estructura de costos de cada sector económico, dividida en insumos intermedios y remuneración a los insumos primarios.

En la matriz, representada esquemáticamente en el diagrama 1.1, pueden individualizarse tres grandes áreas de información:

• la matriz (I) de transacciones intersectoriales propiamente dicha, que muestra las relaciones de producción existentes entre las distintas actividades económicas en que se clasifica a los agentes productivos;

• la matriz (II) de demanda final por sectores económicos de origen de la producción; y

• la matriz (III) de distribución del ingreso según factores, clasificada por sector económico que los utiliza.

En el diagrama 1.1 incluimos 72 actividades de producción, mismas que se contemplan en el Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM). Estas ramas de producción se agregan, tanto para fines de compatibilidad internacional como para facilitar la comprensión de los resultados, en nueve "grandes divisiones". En la tabla 1.1 presentamos la lista completa de las actividades de producción (ramas) y la correspondencia de las mismas con las grandes divisiones.[2]

[2] El tratamiento otorgado en la matriz de insumo–producto a la actividad del gobierno relativa a la administración pública y defensa llevó a ubicarla en un vector columna de demanda final. Es decir. esta actividad no queda incluida dentro de las relaciones intersectoriales: sin embargo. a efecto de elaborar las series cronológicas de esta actividad. se agrega una rama especial (73) para este propósito.

Los totales de cada fila y de su correspondiente columna deben ser iguales y miden, respectivamente, el valor de la producción según destinos (fila) y según costos (columna). Cada vector fila constituye una igualdad que establece que el valor de la producción sectorial equivale a la suma de las utilizaciones intermedias y finales; al mismo tiempo, cada vector columna es también una igualdad que explica el valor de la producción sectorial por la suma de los consumos intermedios y la remuneración a los insumos primarios. El modelo insumo–producto, en su conjunto, constituye entonces un sistema de ecuaciones lineales que identifica relaciones intersectoriales de producción. Si se establecen ciertos supuestos de permanencia de dichas relaciones (coeficientes), es posible calcular algunas variables en función de otras conocidas.

En este capítulo nos dedicaremos a exponer el modelo insumo–producto en términos físicos, donde las variables y coeficientes quedan expresadas en las unidades de medidas propias de los bienes que intervienen en los flujos (kilos, toneladas, litros, metros cúbicos, etc.). Este desarrollo constituye el fundamento teórico que subyace en las matrices de insumo–producto que normalmente se utilizan en las aplicaciones empíricas de este valioso instrumento para el análisis económico.

1.2. Corrientes interindustriales físicas de bienes y factores

Consideremos una economía que produce n bienes ($i = 1, 2,\dots,n$). La técnica es tal que para producir bienes se utilizan a) bienes que a su vez son producidos y que se consumen (insumen) plenamente en el proceso de producción, a los que llamaremos insumos intermedios;[3] b) recursos económicos que no son producidos dentro del sistema, tales como mano de obra, tierra, bienes

Se excluye de esta rama los servicios educativos y de salud que presta el gobierno, pues estos se integran, juntos con los de la actividad privada, en las ramas 69 y 70, respectivamente.

[3] Algunos insumos intermedios se transforman en el proceso de producción (harina para producir pan), mientras otros no pierden su forma original, pero se convierten en desecho en ese proceso (un bolígrafo).

importados, etc.; c) recursos económico que pueden o no ser producidos dentro del sistema, pero que no se consumen plenamente en el proceso de producción, tales como los bienes de capital (domésticos o importados). A los dos últimos les llamaremos insumos primarios, insumos no producidos o factores de la producción. El hecho de que para producir un bien se utilicen otros bienes producidos, da lugar a corrientes de intercambio entre los productores de cada uno de ellos, a las que nos referiremos como relaciones interindustriales. Con el propósito de describir las relaciones de balance físico que tomarán lugar en esta economía, definamos:

Q_i: cantidad (física) producida del bien i, donde $i = 1, 2, \ldots, n$;
q_{ij}: cantidad (física) del bien i utilizada como insumo intermedio en la producción del bien j, donde $i, j = 1, 2, \ldots, n$.

Para que el sistema económico sea viable se requiere que la suma de las cantidades utilizadas como insumo de cualquier bien sea menor o igual que la cantidad producida del mismo, es decir,

$$\sum_{j=1}^{n} q_{ij} \leq Q_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{1.2.1}$$

Si la cantidad producida del bien i es superior a la cantidad del mismo utilizada como insumo, es decir, si existe excedente físico del bien i, la expresión (1.2.1) nos queda como una igualdad estricta; en consecuencia, podemos escribir

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} q_{ij} + f_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{1.2.2}$$

donde:

f_i : excedente físico del bien i, donde $i = 1, 2, \ldots, n$.

Diagrama 1.1. El cuadro de Insumo–Producto

Rama / Núm.	Fluir de bienes y servicios o producción / Insumos	Utilización intermedia							Utilización final						Fluir bruto Total
		Sectores de producción							Demanda interna				Exportaciones	Total	
	Sectores de fluir de bienes y servicios	1	2	3	...	71	72	72a	Consumo privado	Consumo Gobierno General	Inversión interna 1/	Subtotal			
1	Agricultura														
2	Ganadería														
.	...														
66	Servicios financieros				I						II				
.	...														
69	Servicios de educación														
70	Servicios médicos														
71	Servicios de esparcimiento														
72	Otros servicios														
	Importaciones														
	Subtotal	Insumos de bienes y servicios							Consumo final		Inversión bruta interna	Bienes y servicios disponibles	Exportaciones	Demanda final total	Valor bruto de la producción
	Valor agregado														
1	Remuneración de asalariados														
2	Excedente de operación			III											
3	Impuestos indirectos netos de subsidios														
	Total	Valor bruto de la producción													

1/ Incluye dos rubros: "Formación bruta de capital fijo" y "Variación de existencias".

Tabla 1.1. Tabla de correspondencia entre grandes divisiones y ramas del Sistema de Cuentas Nacionales de México

Núm.	Gran división	Núm.	Rama
1	Agropecuario y silvicultura	1	Agricultura
		2	Ganadería
		3	Silvicultura
		4	Caza y pesca
2	Minería	5	Carbón y derivados
		6	Explotación de petróleos y gas
		7	Mineral de hierro
		8	Minerales metálicos no ferrosos
		9	Canteras, arena, grava y arcilla
		10	Otros minerales no metálicos
3	Industria manufacturera	11	Productos cárnicos y lácteos
		12	Envasado de frutas y legumbres
		13	Molienda de trigo y sus productos
		14	Molienda de nixtamal y productos de maíz
		15	Procesamiento de café
		16	Azúcar y subproductos
		17	Aceites y grasas vegetales comestibles
		18	Alimentos para animales
		19	Otros productos alimenticios
		20	Bebidas alcohólicas
		21	Cerveza
		22	Refrescos embotellados
		23	Tabaco y sus productos
		24	Hilados y tejidos de fibras blandas
		25	Hilados y tejidos de fibras duras
		26	Otras industrias textiles
		27	Prendas de vestir

Núm.	Gran división	Núm.	Rama
		27	Prendas de vestir
		28	Cuero y sus productos
		29	Aserraderos, incluso triplay
		30	Otras industrias de la madera
		31	Papel y cartón
		32	Imprentas y editoriales
		33	Petróleo y derivados
		34	Petroquímica básica
		35	Química básica
		36	Abonos y fertilizantes
		37	Resinas sintéticas, plásticos y fibras artificiales
		38	Productos medicinales
		39	Jabones, detergentes, perfumes y cosméticos
		40	Otras industrias químicas
		41	Productos de hule
		42	Artículos de plástico
		43	Vidrio y sus productos
		44	Cemento
		45	Otros productos de minerales no metálicos
		46	Industrias básicas del hierro y el acero
		47	Industria básica de metales no ferrosos
		48	Muebles y accesorios metálicos
		49	Productos metálicos estructurales
		50	Otros productos metálicos
		51	Maquinarias y equipos no eléctricos
		52	Maquinaria y aparatos electrónicos
		53	Aparatos electro–domésticos

Núm.	Gran división	Núm.	Rama
		53	Aparatos electro–domésticos
		54	Equipo y accesorios electrónicos
		55	Otros equipos y aparatos eléctricos
		56	Vehículos automóviles
		57	Carrocerías y partes automotrices
		58	Otros equipos y material de transporte
		59	Otras industrias manufactureras
4	Construcción	60	Construcción
5	Electricidad, gas y agua	61	Electricidad
6	Comercio, restaurantes y hoteles	62	Comercio
		63	Restaurantes y hoteles
7	Transporte, almacenaje y comunicaciones	64	Transporte
		65	Comunicaciones
8	Servicios financieros, seguros, actividades inmobiliarias y de alquiler	66	Servicios financieros
		67	Alquiler de inmuebles
9	Servicios comunales, sociales y personales	68	Servicios profesionales
		69	Servicios de educación
		70	Servicios médicos
		71	Servicios de esparcimiento
		72	Otros servicios
		73	Administración pública y defensa

La matríz construida con los q_{ij} muestra, a lo largo de cada renglón, el destino de la producción del bien i dentro del sistema. A lo largo de cada columna muestra una lista de los bienes, producidos dentro del sistema, que se utilizaron para la producción del bien al que se refiere la columna. La suma a lo largo del renglón satisface la expresión (1.2.1); la suma a los largo de la columna no tiene interpretación económica, puesto que se trata de sumandos heterogéneos.

Además de los bienes producidos dentro del sistema, supusimos que la producción de un bien requiere de uno o más recursos económicos no producidos en el sistema económico, que llamaremos indistintamente insumos primarios, insumos no producidos o factores de la producción. Analicemos ahora las corrientes de utilización de los insumos primarios. Con este propósito, definamos :

$Y_{k,j}$: cantidad del factor de producción (insumo primario) k utilizada en la producción del bien j, donde $k = 1, 2,..., K$ y $j = 1, 2,..., n$;

Y_k: cantidad total del factor de la producción k utilizada en el conjunto de la economía, donde $k = 1, 2,..., K$.

La suma de las cantidades del factor k utilizadas en la producción de cada uno de los n bienes es igual a la cantidad total utilizada de este factor. Por lo tanto, podemos escribir:

$$Y_k = \sum_{j=1}^{n} Y_{kj} \qquad (k = 1,2,\ldots,K) \tag{1.2.3}$$

Si el factor k está plenamente ocupado, Y_k iguala a su disponibilidad total; es decir, haremos caso omiso de cualquier posible diferencia entre uso y disponibilidad de factores.

La matríz constituida con los Y_{kj} muestra, a lo largo de cada renglón, el destino de la utilización del insumo primario al que se refiere la fila. A lo largo de cada columna muestra una lista de los insumos primarios que se utilizaron para la producción del bien al que se refiere la columna. La suma a lo largo del renglón satisface la expresión (1.2.3); la suma a los largo de la columna no tiene interpretación económica, puesto que se trata de sumandos heterogéneos.

Desarrollemos ahora un ejemplo con un sistema económico en que sólo se producen tres bienes y se utilizan tres insumos primarios. En el cuadro 1.2.1 presentamos la matriz de flujos de bienes e insumos primarios correspondiente a este caso.

Cuadro 1.2.1. Flujos físicos de un sistema económico

	Bien 1	Bien 2	Bien 3	Excedente	Producción
Bien 1	q_{11}	q_{12}	q_{13}	f_1	Q_1
Bien 2	q_{21}	q_{22}	q_{23}	f_2	Q_2
Bien 3	q_{31}	q_{32}	q_{33}	f_3	Q_3
Ins. Prim. 1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}		
Ins. Prim. 2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}		
Ins. Prim. 3	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}		

Supongamos ahora que los valores que aparecen en el cuadro 1.2.2 son los flujos físicos de nuestro sistema.

Cuadro 1.2.2. Flujos físicos de un sistema económico

	Bien 1	Bien 2	Bien 3	Excedente	Producción
Bien 1	50	70	80	300	500
Bien 2	150	100	50	400	700
Bien 3	50	30	20	300	400
Ins. Prim. 1	70	50	20		
Ins. Prim. 2	10	40	60		
Ins. Prim. 3	40	60	80		

1.3 Corrientes interindustriales monetarias de bienes y factores

El sistema descrito en el apartado anterior se refiere a los balances físicos de los flujos interindustriales de una economía que produce n bienes y utiliza K insumos primarios en los procesos de producción. Puesto que los bienes en cuestión se intercambian de acuerdo con ciertas proporciones (precios), es posible reescribir el sistema físico en términos monetarios, es decir, en términos de estas proporciones, con el propósito de identificar las condiciones de balance adicionales que deberán cumplirse, desde el punto de vista de los flujos monetarios. Con este fin, definamos:

p_i : precio unitario del bien i, donde $i = 1, 2,..., n$;
π_k: precio unitario del factor k, donde $k = 1, 2,..., K$.

Entonces, podemos escribir:

$$w_{ij} = p_i \, q_{ij} \qquad (i, j = 1,2,\ldots,n) \qquad (1.3.1)$$

$$u_{kj} = \pi_k Y_{kj} \qquad (k = 1,2,\ldots,K; j = 1,2,\ldots,n) \qquad (1.3.2)$$

donde:

w_{ij} : cantidad monetaria del bien i utilizada en la producción del bien j;
u_{kj} : cantidad monetaria del insumo primario k utilizada en la producción del bien j.

Si en la expresión (1.3.1) sumamos sobre j, obtenemos

$$\sum_{j=1}^{n} w_{ij} = \sum_{j=1}^{n} p_i \, q_{ij} = p_i \sum_{j=1}^{n} q_{ij} \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

Pero, a partir de la expresión (1.2.2), podemos escribir

$$\sum_{j=1}^{n} q_{ij} = Q_i - f_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

Remplazando, tenemos

$$\sum_{j=1}^{n} w_{ij} = p_i Q_i - p_i f_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n)$$

o sea,

$$p_i Q_i = \sum_{j=1}^{n} w_{ij} + p_i f_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \tag{1.3.3}$$

La expresión (1.3.3) establece que el valor de la producción del bien i, expresado en términos del precio del bien en cuestión, es igual a la suma de las cantidades (monetarias) utilizadas del mismo en la producción de los n bienes, más el valor monetario del excedente. En otras palabras, esta identidad de balance nos describe cómo se distribuye el valor monetario de la producción del bien i entre la porción que se utiliza como insumo intermedio y la que se destina a la demanda final.

Si ahora sumamos sobre j en la expresión (1.3.2), obtenemos:

$$\sum_{j=1}^{n} u_{kj} = \sum_{j=1}^{n} \pi_k Y_{k,j} = \pi_k \sum_{j=1}^{n} Y_{k,j} \qquad (k = 1,2,\ldots,K)$$

y sustituyendo por la expresión (1.2.3), nos queda

$$\sum_{j=1}^{n} u_{kj} = \pi_k Y_k \qquad (k = 1,2,\ldots,K) \tag{1.3.4}$$

La expresión (1.3.4) establece que la suma de las cantidades (monetarias) del insumo primario k utilizadas en la producción de los n bienes es igual al valor monetario de la cantidad total utilizada de este factor. En otras palabras, esta identidad de balance nos describe cómo se distribuye el pago total al factor k entre las actividades de producción que utilizaron al mismo.

1.4. Costos e ingresos

A partir de lo expuesto en los dos apartados anteriores, podemos ahora describir los costos asociados a cada uno de los n procesos de producción. En efecto, si ahora sumamos sobre i y k las expresiones (1.3.1) y (1.3.2), respectivamente, y a su vez agregamos ambas sumas, obtenemos

$$\sum_{i=1}^{n} w_{ij} + \sum_{k=1}^{K} u_{kj} = c_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n)$$

donde c_j es el costo (monetario) de los insumos totales (intermedios y primarios) utilizados en la producción del bien j. Desde el punto de vista económico, la condición para que el sistema sea viable es que la suma de los costos sea menor o igual que el valor de la producción, es decir,

$$c_j \leq p_j Q_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \qquad (1.4.1)$$

Si ahora definimos

$$g_j = p_j Q_j - c_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \qquad (1.4.2)$$

donde g_j es la utilidad o ganancia, obtenida como residuo después de pagar a todos los factores, entonces, podemos escribir

$$p_j Q_j = c_j + g_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \qquad (1.4.3)$$

y considerar a g_j como un concepto residual, incluido entre los costos del proceso de producción, que nos permite "cerrar" el sistema, de tal forma que los costos se igualan a los ingresos, es decir

$$p_j Q_j = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} + \sum_{k=1}^{K} u_{kj} \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \qquad (1.4.4)$$

Retomemos ahora nuestro ejemplo numérico. Para obtener el cuadro de transacciones en términos monetarios debemos multiplicar cada una de las cantidades físicas por su respectivo precio, de la forma en que presentamos en el cuadro 1.4.1.

Cuadro 1.4.1. Flujos monetarios de un sistema económico

	Bien 1	Bien 2	Bien 3	Excedente	Producción
Bien 1	p_1q_{11}	p_1q_{12}	p_1q_{13}	p_1f_1	p_1Q_1
Bien 2	p_2q_{21}	p_2q_{22}	p_2q_{23}	p_2f_2	p_2Q_2
Bien 3	p_3q_{31}	p_3q_{32}	p_3q_{33}	p_3f_3	p_3Q_3
Ins. Prim. 1	π_1Y_{11}	π_1Y_{12}	π_1Y_{13}		
Ins. Prim. 2	π_2Y_{21}	π_2Y_{22}	π_2Y_{23}		
Ins. Prim. 3	π_3Y_{31}	π_3Y_{32}	π_3Y_{33}		

Podemos escribir el cuadro 1.4.1 en términos de la nomenclatura adoptada más arriba para el valor monetario de estas transacciones (ver cuadro 1.4.2).

Cuadro 1.4.2 Flujos monetarios de un sistema económico

	Bien 1	Bien 2	Bien 3	Excedente	Producción
Bien 1	w_{11}	w_{12}	w_{13}	p_1f_1	p_1Q_1
Bien 2	w_{21}	w_{22}	w_{23}	p_2f_2	p_2Q_2
Bien 3	w_{31}	w_{32}	w_{33}	p_3f_3	p_3Q_3
Ins. Prim. 1	u_{11}	u_{12}	u_{13}		
Ins. Prim. 2	u_{21}	u_{22}	u_{23}		
Ins. Prim. 3	u_{31}	u_{32}	u_{33}		

Supongamos que los precios de los bienes y de los insumos primarios son los siguientes:

$$p_1 = 9.70921 \qquad p_2 = 7.75526 \qquad p_3 = 14.11710$$
$$\pi_1 = 15 \qquad \pi_2 = 25 \qquad \pi_3 = 30$$

Con este juego de precios podemos ahora calcular el sistema de flujos monetarios, de acuerdo con el procedimiento descrito más arriba, cuyo resultado presentamos en el cuadro 1.4.3. Observemos que hemos elegido un conjunto de precios tal que al multiplicarlo por las cantidades físicas resulta un sistema balanceado, puesto que el valor de la suma de todos los destinos posibles de cada bien es igual al valor de la producción obtenida del mismo. El problema pendiente es justamente discutir cómo se determina este conjunto de precios.

Cuadro 1.4.3. Flujos físicos de un sistema económico

	Bien 1	Bien 2	Bien 3	Excedente	Producción
Bien 1	485.5	679.6	776.7	2912.8	4854.6
Bien 2	1163.3	775.5	387.7	3102.1	5428.7
Bien 3	705.9	423.5	282.3	4235.1	5646.8
Ins. Prim. 1	1050.0	750.0	300.0		2100.0
Ins. Prim. 2	250.0	1000.0	1500.0		2750.0
Ins. Prim. 3	1200.0	1800.0	2400.0		2400.0
Producción	4854.6	5428.7	5646.8		

1.5. El modelo insumo–producto

Con base en las identidades de balance físico y monetario establecidas en los apartados anteriores, desarrollaremos modelos que nos permitan explicitar las relaciones entre los excedentes físicos y las producciones y entre los precios de los insumos primarios y los precios de los bienes. Estas relaciones se encuentran subyacentes en las identidades analizadas, pero para comprenderlas y utilizarlas con más facilidad, es necesario, previamente reexpresar el sistema de producción en términos unitarios. Con este propósito, obtengamos

$$\frac{q_{ij}}{Q_j} = a_{ij} \qquad \text{y} \qquad \frac{Y_{kj}}{Q_j} = b_{kj}$$

donde a_{ij} y b_{kj} son las cantidades (físicas) del bien i y del insumo primario k utilizadas (requeridas) por unidad de producción del bien j, respectivamente. En lo que sigue supondremos que ambos valores son independientes de Q_j, es decir, cualquiera sea el nivel de producción del bien j, la cantidad requerida de los insumos utilizados por unidad producida no se altera. Entonces, podemos definir

$$A:\{a_{ij}\} \quad \text{y} \quad B:\{b_{kj}\}$$

donde A es una matriz cuadrada de n fila y n columnas, cuyos elementos son los coeficientes a_{ij}, y B es una matriz de K filas y n columnas, cuyos elementos son los coeficientes b_{kj}. En lo sucesivo, nos referiremos a la primera como la matriz de coeficientes de insumo–producto y a la segunda como la matriz de coeficientes de insumos primarios.

Los elementos de la columna *j–ésima* de la matriz A son las cantidades requeridas, como insumos *directos*, de cada uno de los n bienes para producir una unidad del bien j, mientras que los elementos de la fila *i–ésima* son las cantidades requeridas, como insumos *directos*, del bien i para producir una unidad de cada uno de los n bienes. Por su parte, los elementos de la columna *j–ésima* de la matriz B son las cantidades requeridas, como insumos *directos*, de cada uno de los insumos primarios para producir una unidad del bien j, mientras que los elementos de la fila *k–ésima* son las cantidades del insumo primario k requeridas, como insumo directo, para producir una unidad de cada uno de los n bienes. En resumen, las columnas *j–ésima* de ambas matrices describen la tecnología vigente para la producción del bien j, subyacente en los balances físicos descritos inicialmente.

En nuestro sistema de tres bienes, la matriz de coeficientes de insumo–producto se determina de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} q_{11}/Q_1 & q_{12}/Q_2 & q_{13}/Q_3 \\ q_{21}/Q_1 & q_{22}/Q_2 & q_{23}/Q_3 \\ q_{31}/Q_1 & q_{31}/Q_2 & q_{33}/Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{31} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Siguiendo el ejemplo numérico, obtenemos

$$A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.10000 & 0.200 \\ 0.3 & 0.14285 & 0.125 \\ 0.1 & 0.04285 & 0.050 \end{bmatrix}$$

Por otra parte, la matriz de coeficientes primarios se determina de la siguiente forma:

$$B = \begin{bmatrix} Y_{11}/Q_1 & Y_{12}/Q_2 & Y_{13}/Q_3 \\ Y_{21}/Q_1 & Y_{22}/Q_2 & Y_{23}/Q_3 \\ Y_{31}/Q_1 & Y_{31}/Q_2 & Y_{33}/Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

cuyos valores numéricos son:

$$B = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.07143 & 0.05 \\ 0.02 & 0.05714 & 0.15 \\ 0.08 & 0.08571 & 0.20 \end{bmatrix}$$

1.5.1. El modelo de cantidades

De la expresión (1.2.2), si sustituimos q_{ij} en términos de a_{ij}, podemos escribir

$$Q_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \ Q_j + f_i \qquad (i = 1,2,\ldots, n) \tag{1.5.1}$$

y de la ecuación (1.2.3), si sustituimos Y_{kj} en términos de b_{kj}, obtenemos

$$Y_k = \sum_{j=1}^{n} b_{kj} \ Q_j \qquad (k = 1,2,\ldots, K) \tag{1.5.2}$$

Si ahora ponemos en términos matriciales estas expresiones, nos quedan

$$Q = AQ + f \tag{1.5.3}$$

$$Y = BQ \tag{1.5.4}$$

donde:

$Q = \left\{ Q_j \right\}$: es un vector columna de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es la producción (física) del bien j;

$f = \left\{ f_j \right\}$: es un vector columna de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es la cantidad (física) excedente del bien j;

$Y = \left\{ Y_k \right\}$: es un vector columna de K elementos, donde el *k–ésimo* elemento es la cantidad (física) total utilizada del insumo primario k.

A partir de la expresión (1.5.3), obtenemos

$$(I - A)Q = f \tag{1.5.3'}$$

cuya solución explícita, es[4]

$$Q = (I - A)^{-1} f \tag{1.5.5}$$

En nuestro sistema económico de tres bienes, la matriz inversa de la expresión (1.5.5) es:

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.15263 & 0.27105 \\ 0.43842 & 1.23052 & 0.25421 \\ 0.14526 & 0.07157 & 1.09263 \end{bmatrix}$$

y los vectores de producción y excedente son:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 \\ 700 \\ 400 \end{bmatrix} \qquad f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix}$$

Si introducimos estos valores en la ecuación (1.5.5) constatamos que la misma se cumple. En efecto,

$$(I - A)^{-1} f = \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.15263 & 0.27105 \\ 0.43842 & 1.23052 & 0.25421 \\ 0.14526 & 0.07157 & 1.09263 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500 \\ 700 \\ 400 \end{bmatrix}$$

[4] Solamente valores no negativos de Q tienen significado económico. Para ello se requiere que $(I - A)^{-1}$ tenga todos sus elementos no negativos. La condición necesaria para que esto se cumpla es que la raíz característica de módulo máximo asociada a la matriz A. λ_{max}. sea menor que la unidad. Para una exposición fundamentada. ver Pasinetti. 1985.

Podemos escribir la matriz inversa como un desarrollo en serie de la siguiente forma:[5]

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^n \qquad (1.5.6)$$

Constatemos en nuestro ejemplo numérico que la expresión (1.5.6) se cumple. Evidentemente, como en cualquier desarrollo en serie que converge, cuanto más elementos agregemos a la misma más nos acercaremos a la solución exacta. En este caso, si desarrollamos la serie hasta la cuarta potencia, obtenemos

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.10000 & 0.200 \\ 0.3 & 0.14285 & 0.125 \\ 0.1 & 0.04285 & 0.050 \end{bmatrix}$$

$$= AA = \begin{bmatrix} 0.06000 & 0.03285 & 0.04250 \\ 0.08535 & 0.05576 & 0.08410 \\ 0.02786 & 0.01826 & 0.02785 \end{bmatrix} \quad A^3 = AA^2 = \begin{bmatrix} 0.02107 & 0.01251 & 0.01823 \\ 0.03367 & 0.02010 & 0.02824 \\ 0.01105 & 0.00658 & 0.00924 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = AA^3 = \begin{bmatrix} 0.00758 & 0.00457 & 0.00649 \\ 0.01222 & 0.00745 & 0.01066 \\ 0.00400 & 0.00244 & 0.00349 \end{bmatrix}$$

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + A^4 = \begin{bmatrix} 1.18769 & 0.14995 & 0.26722 \\ 0.43125 & 1.22617 & 0.24801 \\ 0.14291 & 0.07015 & 1.09060 \end{bmatrix}$$

Este resultado difiere significativamente del obtenido para la matriz $(I-A)^{-1}$. Sin embargo, si extendemos la serie hasta la potencia 23, tenemos

[5] Dado un número real y positivo λ, la matriz $(\lambda I - A)^{-1}$ puede desarrollarse en serie siempre que λ sea mayor que el valor característico de módulo máximo, es decir, si se cumple que $\lambda > \lambda_{max}$. Puesto que en este caso $\lambda = 1$ y $\lambda_{max} < 1$, la condición se cumple. Ver Pasinetti, 1985.

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots + A^{23} = \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.15263 & 0.27105 \\ 0.43842 & 1.23052 & 0.25421 \\ 0.14526 & 0.07157 & 1.09263 \end{bmatrix}$$

que sí se aproxima al valor de la inversa. Si en la expresión (1.5.5) sustituimos la inversa por su desarrollo en serie, nos queda

$$Q = (I + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots + A^n)f$$

o

$$Q = f + Af + A^2f + A^3f + A^4f + \dots + A^nf \tag{1.5.7}$$

La expresión (1.5.7) nos permite comprender el significado de la matriz inversa. En efecto, el primer elemento de la serie nos dice que para producir un vector de excedente igual a f, es necesario en primer lugar producir ese vector; el segundo elemento, Af, nos indica que para producir f se necesita producir los insumos directos requeridos en la producción de ese vector; el tercer elemento, A^2f, nos mide la cantidad de insumos directos requeridos en la producción de los insumos necesarios para la producción de f; y así sucesivamente. En síntesis, cada sumando adicional agrega la cantidad de insumos directos requeridos en la producción de los insumos utilizados en la etapa anterior, de tal forma que el resultado final es la cantidad total de insumos requeridos para la producción del vector f. En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$f = \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 700 \end{bmatrix} \qquad Af = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.10000 & 0.200 \\ 0.3 & 0.14285 & 0.125 \\ 0.1 & 0.04285 & 0.050 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 130.00 \\ 184.64 \\ 62.14 \end{bmatrix}$$

$$A^2f = AAf = \begin{bmatrix} 0.06000 & 0.03285 & 0.04250 \\ 0.08535 & 0.05576 & 0.08410 \\ 0.02785 & 0.01826 & 0.02785 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 43.89 \\ 73.14 \\ 24.02 \end{bmatrix}$$

$$A^3f = AA^2f = \begin{bmatrix} 0.02010 & 0.01251 & 0.01823 \\ 0.03367 & 1.02010 & 0.02824 \\ 0.01105 & 0.06588 & 0.00924 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16.51 \\ 26.61 \\ 8.73 \end{bmatrix}$$

Así siguiendo hasta el elemento con la potencia 23, para finalmente sumar todos ellos. Cada sumando nos da la cantidad de cada uno de los tres bienes que se requiere directamente para producir el sumando anterior.

Otra forma de exponer el mismo razonamiento es observar el significado de la serie entre paréntesis, que con un método semejante puede describirse de la siguiente forma: el primer elemento, I, nos dice la cantidad excedente que se desea producir de cada bien, es decir, la unidad; el segundo elemento, A, nos indica la cantidad de insumos directos requeridos en la producción de una unidad excedente de los n bienes; el tercer elemento, A^2, nos mide la cantidad de insumos directos requeridos en la producción de los insumos directos necesarios para producir una unidad excedente de cada uno de los n bienes; y así sucesivamente. En consecuencia, el resultado de la sumatoria es la cantidad total de cada uno de los bienes que es necesario producir para generar un excedente, de cada bien, igual a la unidad. Podemos, entonces, escribir

$(I-A)^{-1} = \{\alpha_{ij}\}$: es una matriz cuadrada de n filas y n columnas, donde el elemento α_{ij} es la cantidad total del bien i requerida, directa e indirectamente, para producir una unidad excedente del bien j.

Si en la ecuación (1.5.4) sustituimos Q por la expresión (1.5.5), nos queda

$$Y = B(I-A)^{-1}f = Hf \tag{1.5.8}$$

donde

$$H = B(I-A)^{-1} \tag{1.5.9}$$

Puesto que B es una matriz de K filas y n columnas y $(I-A)^{-1}$ es una matriz de n filas y n columnas, la matriz H resulta una matriz de K filas y n columnas. Dicha matriz establece la relación entre el vector de excedente de los n bienes y el vector de utilización total de los K insumos primarios. Para comprender mejor su significado, observemos que el elemento genérico de esta matriz, es decir, el elemento h_{kj}, resulta de la sumatoria de los productos de los elementos de la *k–ésima* fila de la matriz *B* con los elementos correspondientes de la *j–ésima* columna de la matriz inversa, es decir,

$$h_{kj} = \sum_{i=1}^{n} b_{ki}\, \alpha_{ij} \qquad \begin{array}{l} (j = 1,2,\dots, n) \\ (k = 1,2,\dots, k) \end{array} \qquad (1.5.10)$$

Cada elemento de esta sumatoria nos dice la cantidad del insumo primario k que es necesaria para producir la cantidad total (directa e indirecta) del insumo i requerida para producir una unidad excedente del bien j; por lo tanto, la sumatoria es igual a la cantidad total del insumo primario k requerida para producir una unidad del bien j. Entonces, podemos escribir

$H = \{h_{kj}\}$: es una matriz de K filas y n columnas, donde el elemento h_{kj} es la cantidad total (directa e indirecta) del insumo primario k requerida para producir una unidad excedente del bien j.

Analicemos ahora el significado de la expresión (1.5.8). Puesto que H es una matriz de K filas y n columnas y f es un vector columna de n elementos, el resultado de multiplicar ambas es un vector columna de K elementos, en que el *k–ésimo* componente es igual a la sumatoria de los productos de los elementos de la *k–ésima* fila de la matriz H por los elementos correspondientes del vector f, es decir

$$Y_k = \sum_{j=1}^{n} h_{kj}\, f_j \qquad (k = 1,2,\dots, K) \qquad (1.5.11)$$

Podemos observar que el elemento *j–ésimo* de esta sumatoria es la cantidad *total* (directa e indirecta) del insumo primario k necesario para producir el excedente del bien j, f_j. En consecuencia, la cantidad total utilizada del insumo primario k es igual a la suma de la cantidad *total* (directa e indirecta) requerida de dicho insumo en la producción de cada uno de los n bienes.

En nuestro sistema económico de tres bienes y tres insumos primarios, la matriz H es:

$$H = B(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.07142 & 0.05 \\ 0.02 & 0.05714 & 0.15 \\ 0.08 & 0.08571 & 0.20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.15163 & 0.27105 \\ 0.43842 & 1.23052 & 0.25421 \\ 0.14526 & 0.07157 & 1.09263 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.20547 & 0.11284 & 0.11073 \\ 0.07068 & 0.08410 & 0.18384 \\ 0.16200 & 0.13200 & 0.26200 \end{bmatrix}$$

y el vector de utilización total (empleo) de insumos primarios es:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140 \\ 110 \\ 180 \end{bmatrix}$$

Con estos resultados, podemos constatar que la ecuación (1.5.8) se cumple. En efecto,

$$Y = Hf = \begin{bmatrix} 0.20547 & 0.11284 & 0.11073 \\ 0.07068 & 0.08410 & 0.18384 \\ 0.16200 & 0.13200 & 0.26200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140 \\ 110 \\ 180 \end{bmatrix}$$

Analicemos ahora el significado de H en términos matriciales. Si en la expresión (1.5.8) extendemos en serie la matriz inversa, nos queda

$$Y = B[I + A + A^2 + \ldots\,]\,f = [B + BA + BA^2 + BA^3 + \ldots\,]\,f \tag{1.5.12}$$

$$= Bf + B[A + A^2 + A^3 + \ldots\,]\,f$$

donde:

B : insumos primarios *directos* requeridos para producir una unidad de cada bien;

BA : insumos primarios *directos* requeridos para producir los insumos intermedios *directos* requeridos para producir una unidad de cada bien;

BA^2 : insumos primarios *directos* requeridos para producir los insumos intermedios *directos* requeridos en la segunda ronda de insumos necesarios para producir una unidad de cada uno de los bienes; y así sucesivamente.

Entonces, mientras el primer sumando se refiere a los insumos primarios requeridos *directamente* para producir una unidad de cada uno de los bienes, es decir, las unidades *excedente*, desde el segundo sumando en adelante se refieren a los insumos primarios requeridos *directamente* para producir los insumos intermedios utilizados en cada etapa anterior, de tal forma que la suma de estos últimos términos nos mide la absorción *indirecta* de insumos primarios requerida para producir las unidades excedentes. La suma de todos los términos nos mide la absorción total de insumos primarios. En consecuencia, la expresión (1.5.12) puede separse en dos componentes:

Bf: insumos primarios requeridos directamente para producir f. (1.5.13)

$B[I + A + A^2 + \dots]f$: insumos requeridos indirectamente para producir f (1.5.14)

Entonces, podemos resumir el resultado mediante la siguiente identidad:

$$Y = \textit{Insumos directos} + \textit{Insumos indirectos}$$

Hemos mostrado que la matriz H contiene los requerimientos *totales* de insumos primarios, es decir, la suma de los requerimientos *directos* e *indirectos*, necesarios para producir una unidad excedente de los n bienes.

1.5.2. El modelo de precios

Si la expresión (1.4.1) es una igualdad estricta, nos queda

$$p_j Q_j = \sum_{i=1}^{n} w_{ij} + \sum_{k=1}^{n} u_{kj} \qquad (j = 1,2,\ldots, n) \tag{1.5.15}$$

Si sustituimos w_{ij} y u_{kj}, de acuerdo con las expresiones (1.3.1) y (1.3.2), obtenemos

$$p_j Q_j = \sum_{i=1}^{n} p_i\, q_{ij} + \sum_{k=1}^{K} \pi_k\, Y_{kj}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} p_i\, a_{ij}\, Q_j + \sum_{k=1}^{K} \pi_k\, b_{kj}\, Q_j \qquad (j = 1,2,\ldots, n)$$

Dividiendo entre Q_j, nos queda

$$p_j = \sum_{i=1}^{n} p_i\, a_{ij} + \sum_{k=1}^{K} \pi_k\, b_{kj} \qquad (j = 1,2,\ldots, n) \tag{1.5.16}$$

La expresión (1.5.16) nos dice que el precio del bien j es igual a la suma de dos componentes. El primero es la sumatoria de las cantidades (físicas) de cada insumo requerida *directamente* para producir una unidad de dicho bien, multiplicadas por sus respectivos precios; es decir, es el costo en insumos directos utilizados por cada unidad producida del bien j. El segundo tiene un significado equivalente, pero para los insumos primarios; es decir, es el costo en insumos primarios por cada unidad producida del bien en cuestión. Por lo tanto, el resultado de esta suma es el costo total por unidad producida, que conduce a la siguiente afirmación: el precio de un bien es igual a la suma de los costos.[6]

Matricialmente, podemos escribir la expresión (1.5.16) de la siguiente forma:

[6] Debemos recordar. sin embargo. que entre los costos se encuentra incluida la utilidad. por unidad. recibida por el empresario. concepto residual que. como ya vimos. resulta de la diferencia entre el precio y todos los otros componentes del costo.

$$p = pA + \pi B \tag{1.5.17}$$

donde:

$p = \{p_j\}$: es un vector fila de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es el precio del bien j;

$\pi = \{\pi_k\}$: es un vector fila de K elementos, donde el *k–ésimo* elemento es el precio del insumo primario k.

Podemos reescribir la ecuación (1.5.17) de la siguiente forma:

$$p - pA = p(I - A) = \pi B$$

Entonces, la solución explícita es (1.5.18)

$$p = \pi B(I - A)^{-1} = \pi H$$

Analicemos ahora el significado de la expresión (1.5.18). Puesto que π es un vector fila de K elementos y H es una matriz de K filas y n columnas, el vector p es un vector fila de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento resulta de la sumatoria de los productos de los elementos del vector π por los correspondientes elementos de la columna *j–ésima* de la matriz H, es decir,

$$p_j = \sum_{k=1}^{K} \pi_k h_{kj} \qquad (j = 1,2,\ldots, n) \tag{1.5.19}$$

Observemos que el componente *k–ésimo* de la sumatoria es el costo de la cantidad *total* (directa e indirecta) del insumo primario k requerida para producir una unidad del bien j. Por lo tanto, el precio del bien j se obtiene como la suma del costo total (por unidad de j) de cada uno de los K insumos primarios que intervienen directa y/o indirectamente en la producción del mismo. En otros términos, el precio del bien j se "descompone" de acuerdo con la participación de cada insumo primario en la formación del mismo. Dadas las condiciones técnicas de producción de cada bien, representadas por los coeficientes de la matriz H, los precios de los bienes se determinan exclusivamente con base en los precios de los insumos primarios. En conclusión, los precios de los factores determinan los precios de los bienes.

En nuestro sistema económico de tres bienes y tres insumos primarios, la solución del vector de precios, de acuerdo con la ecuación (1.5.18), es:

$$p = \pi H = [15 \quad 25 \quad 30] \begin{bmatrix} 0.20547 & 0.11284 & 0.11073 \\ 0.07068 & 0.08410 & 0.18384 \\ 0.16200 & 0.13200 & 0.26200 \end{bmatrix}$$

$$= [9.70921 \quad 7.75526 \quad 14.11710]$$

Observemos que el bien 3 tiene el contenido total de los insumos primarios 2 y 3 más elevados (0.262 y 0.18384, respectivamente); lo mismo ocurre con el bien 1 respecto del insumo primario 1 (.20547). Puesto que los precios de los insumos primarios 2 y 3 son más elevados, mientras el del 1 es el más bajo, el resultado obtenido es explicable: el precio del bien 3 es mayor que el del bien 1.

1.5.3. Identidad de balance: producto e ingreso

Los dos modelos analizados parten de las mismas identidades de balance físico y monetario, es decir, son parte de un mismo sistema de flujos. Sin embargo, la solución del modelo de cantidades es independiente de la solución del modelo de precios y viceversa, de tal forma que cualquiera sea el vector de excedente, f, los niveles de producción de equilibrio, Q, sólo dependen de las condiciones técnicas de producción; si el vector f se altera, consecuentemente se modifica la producción de equilibrio, sin alterar la solución del modelo de precios. De igual forma, dado un vector de precios de los insumos primarios, la solución del modelo de precios depende exclusivamente de las condiciones técnicas de producción y es independiente de los niveles de producción. Se supone, entonces, que los niveles de producción son independientes de los precios y que los precios son independientes de los niveles de producción.

Las aseveraciones anteriores no significan que entre ambas soluciones no exista relación alguna; por el contrario, puesto que ambas provienen del mismo sistema de flujos, ambas son consistentes entre ellas. Podemos observar esta propiedad en el hecho de que el valor *monetario* del vector de excedente, valuado a los precios obtenidos de la solución del modelo de precios, resulta ser igual al valor *monetario* de los ingresos percibidos por los factores de la producción (insumos primarios), cuyas cantidades utilizadas se obtiene de la solución del modelo de cantidades. En efecto, si posmultiplicamos por f la expresión (1.5.18), obtenemos

$$pf = \pi B(I-A)^{-1}f \tag{1.5.20}$$

Pero, si remplazamos f por la expresión (1.5.3') y aplicamos la ecuación (1.5.4), nos queda

$$\begin{aligned} pf &= \pi B(I-A)^{-1}(I-A)Q \\ pf &= \pi BQ = \pi Y \end{aligned} \tag{1.5.21}$$

En otros términos, el valor monetario de la demanda final es igual al pago total al conjunto de los factores de la producción. La conclusión obtenida es otra forma de escribir la identidad contable fundamental de la contabilidad nacional: el producto es igual al ingreso.

En nuestro sistema económico de tres bienes y tres insumos primarios, el lado derecho de la expresión (1.5.21) es:

$$\pi Y = [9.70921 \quad 7.75526 \quad 14.11710]\begin{bmatrix}300\\400\\300\end{bmatrix} = 10.250$$

y el lado izquierdo:

$$pf = [15 \quad 25 \quad 30]\begin{bmatrix}140\\110\\180\end{bmatrix} = 10.250$$

Ambos tiene la misma magnitud, aún cuando uno representa el valor del flujo de bienes finales (excedente) mientras el otro corresponde a la suma de los ingresos de los insumos primarios.

CAPÍTULO

2

El sistema de insumo–producto monetario

2.1. Introducción

En la teoría pura del insumo–producto, expuesta en el capítulo 1, se considera que los coeficientes se refieren a las cantidades *físicas* de mercancías utilizadas para producir una determinada cantidad *física* de otra mercancía. Sin embargo, en la práctica es imposible observar precios y cantidades físicas para cada bien del sistema económico real (Naciones Unidas, 1974). El número de ecuaciones que contendría el modelo sería tan grande que, aún suponiendo que fuera mecánicamente computable, escaparía a la capacidad de análisis de cualquier economista. Lo usual es que, dados los niveles de agregación de la mayoría de los cuadros de insumo–producto, en lugar de corrientes físicas, aparezcan corrientes monetarias, a precios de algún año base, y en lugar de precios, se utilicen índices de precios, referidos a ese mismo año base.

Esto no sólo refleja conveniencia o hábitos. Hay consideraciones más importantes para expresar las corrientes (y, por lo tanto, los coeficientes) en unidades homogéneas: a menos que esto suceda, las sumas por columnas de corrientes y de coeficientes carecen de sentido, puesto que en un caso se trataría de unidades físicas heterogéneas y en otra de magnitudes de dimensión "unidades de i por unidad de j".

A lo largo de este capítulo mostraremos un aspecto básico de la teoría: una vez formulada para matrices de coeficientes monetarios, podemos volver a los coeficientes físicos, puesto que las propiedades cualitativas, y muchas de las cuantitativas, permanecen invariantes.[1] En consecuencia, la reducción a unidades homogéneas, es decir, monetarias, presenta conveniencias matemáticas que permiten una formulación más simple de la teoría de los sistemas lineales. Para ello, desarrollaremos primero el sistema de cantidades en unidades monetarias, transformando el sistema original de cantidades físicas por medio de los precios obtenidos como solución del modelo de precios discutido en el capítulo 1. En la sección 2.3 obtendremos el modelo de precios a partir del sistema en unidades monetarias, cuya forma es igual a la del modelo de precios del capítulo 1, pero donde ahora las variables estarán medidas en términos de índices. En la sección 2.4 expondremos una extensión del modelo insumo–producto para considerar en el mismo los componentes de demanda final y en la sección 2.5 discutiremos diversos índices de interdependencia (multiplicadores) asociados al modelo.

2.2. El sistema de cantidades en unidades monetarias

Supogamos que los índices de precios se pueden expresar como un cociente entre una magnitud que depende sólo del periodo corriente y una que depende sólo del periodo base. En otros términos, el índice de precios del bien i en el periodo (año) t, con base en el periodo (año) 0, es de la forma $p_i(t)/p_i(o)$. Consideremos la ecuación para el valor de la producción del bien i, a precios del periodo base ($t = 0$), es decir, la expresión (1.5.1) multiplicada por $p_i(o)$:

$$\begin{aligned} Q_i p_i(o) &= \sum_{j=1}^{n}\left[p_i(o)a_{ij}p_j(o)Q_j/p_j(o)\right] + p_i(o)f_i \\ &= \sum_{j=1}^{n}\left[p_i(o)a_{ij}/p_j(o)\right]p_j(o)\,Q_j + p_i(o)f_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

[1] El concepto matemático es el de "similaridad" de las matrices físicas y las matrices monetarias. el que sólo es válido para las matrices de coeficientes. pero no para las de valores corrientes (ver más adelante. sección 2.3).

donde:

$p_i(o)$: precio del bien i en el periodo base, $t = 0$. [2]

Con el propósito de desarrollar una presentación en términos matriciales, definamos $p_0 = \{p_i(o)\}$: vector fila de n elementos, donde el *i–ésimo* elemento es el precio del bien i en el periodo base, $t = 0$.

Sea $\hat{p}_0$ la diagonalización del vector p_0, de tal forma que resulta una matriz diagonal donde los elementos de la diagonal principal son los precios de los n bienes en el periodo base,[3] es decir

$$\hat{p}_0 = \begin{bmatrix} p_1(o) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2(o) & \dots & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & \dots & p_n(o) \end{bmatrix}$$

definamos[4]

$$Q^{\bullet} = \hat{p}_0 Q$$
$$f^{\bullet} = \hat{p}_0 f$$
$$A^{\bullet} = \hat{p}_0 A \hat{p}_0^{-1}$$

es decir:

$$Q_j^{\bullet} = p_j(\mathrm{o}) f_j$$

[2] Toda la exposición que sigue podría realizarse para cualquier otro año diferente al base . es decir. para $t>0$. El supuesto crucial que debemos mantener presente es que los coeficientes de insumo–producto. a_{ij} son constantes a través del tiempo. Por ejemplo. si $t = 2$. entonces la ecuación (2.2.1) debiera escribirse de la siguiente forma:

$$Q_i p_i(2) = \sum_{j=1}^{n} [p_i(2) a_{ij} p_j(2) Q_j / p_j(2)] + p_i(2) f_i$$

$$= \sum_{j=1}^{n} [p_i(2) a_{ij} / p_j(2)]\, p_j(2) Q_j + p_i(2) f_i \qquad (i = 1,2, \dots, n)$$

[3] En lo sucesivo. utilizaremos el símbolo ^ para denotar que se trata de una matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal principal corresponden a los elementos del vector en cuestión.

[4] Recordemos que la matriz inversa de una matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal principal son diferentes de cero. es igual a otra matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal principal son los inversos de los elementos de la diagonal principal de la matriz original.

donde Q_j^* es el valor monetario de la producción (física) del bien j;

$$f_j^* = p_j(o) f_i$$

donde f_j^* es el valor monetario del excedente (físico) del bien j; y

$$a_{ij}^* = p_i(o) a_{ij} / p_j(o) = \left[p_i(o)/p_j(o)\right] \left[q_{ij}/Q_j\right] = \left[\frac{p_i(o) q_{ij}}{p_j(o) Q_j}\right]$$

donde a_{ij}^* es el coeficiente técnico *monetario*, a precios del año base, $t = 0$. Es decir, a_{ij}^* es la cantidad monetaria del insumo i requerida directamente para producir 1$ del bien j; en otras palabras, es la participación del insumo i en los costos directos de producción del bien j.

Ahora, podemos escribir la expresión (2.2.1), en términos matriciales, de la siguiente forma

$$Q^* = A^* Q^* + f^*$$

de tal manera que nos queda [5]

$$Q^* = (I - A^*)^{-1} f^* \tag{2.2.2}$$

La expresión (2.2.2) establece una relación entre el vector de excedente monetario, f^*, y el vector del valor monetario de la producción bruta, Q^*. Observemos que esta ecuación es semejante a la expresión (1.5.5); sin embargo, en este último caso las variables y coeficientes están en términos físicos, mientras que en la relación (2.2.2) aparecen en términos monetarios. La relación entre f^* y Q^* está dada por la matriz $(I - A^*)^{-1}$, cuya interpretación resulta ser igual a la que hicimos para la matriz $(I - A)^{-1}$, pero ahora en términos de magnitudes monetarias. A semejanza de la definición de los elementos de esta última matriz, podemos ahora escribir que:

[5] Solamente valores no negativos de Q^* tienen significado económico. La condición para ello es la misma que ya discutimos en una nota del capítulo 1 para el caso de valores no negativos de Q. es decir. que la raíz característica de módulo máximo asociada. en este caso a la matriz A^* . sea menor que la unidad. Puesto que. como veremos más adelante. la matriz A^* es similar a la matriz A. ambas matrices tienen los mismos valores característicos y. por lo tanto. si la condición se cumple para $(I - A)^{-1}$. también se cumple para $(I - A^*)^{-1}$.

$(I - A^{\bullet})^{-1} = \{ \alpha^{\bullet}_{ij} \}$: es una matriz cuadrada de n filas y n columnas, donde el elemento $\alpha^{\bullet}_{ij}$ es la cantidad monetaria *total* del bien i requerida, *directa* e *indirectamente*, para producir 1$ de excedente del bien j.[6]

En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$Q^{\bullet} = \hat{p}_0 Q = \begin{bmatrix} 9{,}70921 & 0 & 0 \\ 0 & 7{,}75526 & 0 \\ 0 & 0 & 14{,}11710 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 500 \\ 700 \\ 400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}854.6 \\ 5{,}428.7 \\ 5{,}646.8 \end{bmatrix}$$

$$f^{\bullet} = \hat{p}_0 f = \begin{bmatrix} 9{,}70921 & 0 & 0 \\ 0 & 7{,}75526 & 0 \\ 0 & 0 & 14{,}11710 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 400 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}912.8 \\ 3{,}102.1 \\ 4{,}235.1 \end{bmatrix}$$

$$A^{\bullet} = \hat{p}_0 A \hat{p}_0^{-1} = \begin{bmatrix} 9{,}709 & 0 & 0 \\ 0 & 7{,}755 & 0 \\ 0 & 0 & 14{,}117 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 & 0.100 & 0.200 \\ 0.3 & 0.143 & 0.125 \\ 0.1 & 0.043 & 0.050 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/9.709 & 0 & 0 \\ 0 & 1/7.755 & 0 \\ 0 & 0 & 1/14.117 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.10000 & 0.12519 & 0.13755 \\ 0.23962 & 0.14285 & 0.06866 \\ 0.14540 & 0.07801 & 0.05000 \end{bmatrix}$$

$$(I - A^{\bullet})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.19108 & 0.18641 \\ 0.35019 & 1.23052 & 0.13965 \\ 0.21121 & 0.13029 & 1.09263 \end{bmatrix}$$

$$Q^{\bullet} = (I - A^{\bullet})^{-1} f^{\bullet} = \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.19108 & 0.1864 \\ 0.35019 & 1.23052 & 0.1396 \\ 0.21121 & 0.13029 & 1.0926 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12{,}912.8 \\ 53{,}102.1 \\ 34{,}235.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4{,}854.6 \\ 5{,}428.7 \\ 5{,}646.8 \end{bmatrix}$$

[6] Conviene insistir una vez más que todas las variables monetarias han sido definidas utilizando los precios del año base. Por lo tanto, podríamos utilizar una notación que justamente considere este hecho. Así, por ejemplo, en lugar de $Q^{\bullet}$, $A^{\bullet}$, $f^{\bullet}$, $Y^{\bullet}$, $B^{\bullet}$, escribir $Q^{\bullet}_0$, $A^{\bullet}_0$, $f^{\bullet}_0$, $Y^{\bullet}_0$, y $B^{\bullet}_0$.

Observemos que este último resultado corresponde con el del cuadro 1.4.3. Podemos constatar igualmente que si obtenemos la matriz de coeficientes técnicos en términos monetarios a partir de dicho cuadro los resultados serían los mismos. En efecto, a modo de ejemplo consideremos el elemento a^{*}_{23}, cuyo valor es

$$a^{*}_{23} = \frac{387.8}{5,646.8} = 0.06866$$

igual al valor obtenido más arriba, para este mismo elemento.

Para los insumos primarios, definimos

$\pi_k\,(o)$: precio del insumo primario k, en el periodo base, $t = 0$;

π_0: matriz diagonal, donde los elementos de la diagonal principal son los precios de los K insumos primarios, en el periodo base, $t = 0$.

Entonces, podemos escribir

$$Y^{*} = \hat{\pi}_0 Y$$

es decir,

$$Y^{*}_k = \hat{\pi}_k(o)\,Y_k$$

donde Y^{*}_k es el valor monetarios de la cantidad total utilizada del insumo primario k.

Sustituyendo Y por la expresión (1.5.4), nos queda

$$\begin{aligned} Y^{*} &= \hat{\pi}_0 B\, Q \\ &= \hat{\pi}_0\, B(\hat{p}_0^{-1}\, \hat{p}_0 Q) \\ &= (\hat{\pi}_0 B \hat{p}_0^{-1})(\hat{p}_0 Q) \\ Y^{*} &= B^{*} Q^{*} \end{aligned} \qquad (2.2.3)$$

donde:

$$B^{*} = \hat{\pi}_0\; B\,\hat{p}_0^{-1}$$

Analicemos el significado de los elementos de la matriz B^*. Puesto que $\hat{\pi}_0$ es una matriz diagonal de dimensión K, B es una matriz de K filas y n columnas, y $\hat{p}_0^{-1}$ es una matriz diagonal de dimensión n, B^* resulta una matriz de K filas y n columnas, donde el elemento genérico b_{kj}^* es igual al elemento b_{kj} multiplicado por $\pi_k(o)$ y dividido entre $p_j(o)$, es decir,

$$b_{kj}^* = \pi_k(o) b_{kj} / p_j(o) = [\pi_k(o) Y_{kj}] / [p_j(o) Q_j]$$

Por lo tanto, b_{kj}^* es el coeficiente de insumo primario *monetario*, a precios del año base $t = 0$; es decir, es la cantidad monetaria del insumo primario k requerida *directamente* para producir 1$ del bien j; en otras palabras, es la participación del insumo primario k en los costos *directos* de producción del bien j.

Si en la ecuación (2.2.3) sustituimos Q^* por la expresión (2.2.2), obtenemos

$$Y^* = B^*(I - A^*)^{-1} f^* = H^* f^* \tag{2.2.4}$$

donde:

$$H^* = B^*(I - A^*)^{-1} \tag{2.2.5}$$

Puesto que B^* es una matriz de K filas y n columnas y $(I - A^*)^{-1}$ es una matriz cuadrada de n filas y columnas, la matriz H^* resulta una matriz de K filas y n columnas. El resultado obtenido en las expresiones (2.2.4) y (2.2.5) es semejante al que ya obtuvimos en las ecuaciones (1.5.8) y (1.5.9), con la diferencia de que en este último caso todos los conceptos están medidos en términos físicos, mientras que en las primeras los conceptos están en términos monetarios. Por lo tanto, toda la interpretación conceptual que ya expusimos al discutir las expresiones (1.5.8) y (1.5.9) se aplica a las expresiones (2.2.4) y (2.2.5). A semejanza de la definición de los elementos de la matriz H, podemos ahora escribir que

$H^{*}=\{h^{*}_{kj}\}$: es una matriz de K filas y n columnas, donde el elemento h^{*}_{kj} es la cantidad monetaria *total* (directa e indirecta) del insumo primario k requerida para producir 1$ de excedente del bien j.

Adicionalmente, podemos demostrar que

$$H^{*}=\hat{\pi}_0\, H\,\hat{p}_0^{-1}$$

En efecto, puesto que [7]

$$B^{*}=\hat{\pi}_0\, B\,\hat{p}_0^{-1}$$
$$A^{*}=\hat{p}_0\, A\,\hat{p}_0^{-1}$$

$$\begin{aligned}(I-A^{*})^{-1}&=(I-p_0 A\,\hat{p}_0^{-1})^{-1}=(\hat{p}_0\hat{p}_0^{-1}-\hat{p}_0 A\,\hat{p}_0^{-1})^{-1}\\&=\left[\hat{p}_0(I-A)\,\hat{p}_0^{-1}\right]^{-1}=\hat{p}_0\,(I-A)^{-1}\,\hat{p}_0^{-1}\end{aligned}$$

remplazando estas identidades en la expresión (2.2.5), obtenemos

$$\begin{aligned}H^{*}&=\hat{\pi}_0 B\,\hat{p}_0^{-1}\,\hat{p}_0\,(I-A)^{-1}\hat{p}_0^{-1}\\&=\hat{\pi}_0\,B(I-A)^{-1}\,\hat{p}_0=\hat{\pi}_0\,H\,\hat{p}_0^{-1}\end{aligned}\tag{2.2.6}$$

Por lo tanto, se constata nuevamente la relación existente entre los conceptos expresados en términos monetarios y en términos físicos. En efecto, el elemento h^{*}_{kj} es igual a h_{kj} multiplicado por el precio del insumo primario k, $\pi_k(o)$, y dividido entre el precio del bien j, $p_j(o)$; el resultado del producto señalado es el valor monetario de la cantidad *total* (directa e indirecta) del insumo primario k requerida para producir una unidad excedente del

[7] Recordemos que la inversa del producto de dos matrices no singulares, C y D, es igual al producto de dos inversas, pero en distinto orden, es decir, $(CD)^{-1}=D^{-1}C^{-1}$.

bien j; si finalmente, dividimos este resultado entre el precio de una unidad del bien j, obtenemos la absorción total (en términos monetarios) de insumo primario k necesaria para producir 1$ excedente del bien j, es decir,

$$h^{*}_{kj} = \pi_k(o) h_{kj} / p_j(o)$$

Si a partir de esta última expresión obtenemos la sumatoria sobre k, nos queda

$$\sum_{k=1}^{K} h^{*}_{kj} = \frac{1}{p_j(o)} \sum_{k=1}^{K} \pi_k(o) h_{kj} \qquad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

Pero, puesto que, de acuerdo con la expresión (1.5.19),

$$p_j = \sum_{k=1}^{K} \pi_k h_{kj} \qquad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

remplazando, concluimos que

$$\sum_{k=1}^{K} h^{*}_{kj} = 1 \qquad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

es decir, la suma de los elementos de cualquier columna de la matriz H^{*} es igual a la unidad. Este resultado es consistente con el significado de los elementos de dicha matriz que expusimos más arriba. En efecto, puesto que h^{*}_{kj} es el valor monetario de la cantidad *total* (directa e indirecta) del insumo primario k que se requiere para producir 1$ de excedente del bien j, la sumatoria sobre k nos arroja el valor monetario *total* (directo e indirecto), considerando los requerimiento directos e indirectos de *todos* los insumos primarios, es decir, dicha sumatoria nos permite observar la *descomposición* de 1$ excedente del bien j entre los k insumos primarios que participan, en forma directa e indirecta, en su producción. Esto es, nuevamente, consistente con la identidad entre el valor monetario de los bienes finales y el ingreso generado.

Alternativamente, podemos demostrar lo anterior en términos matriciales. Si definimos $\imath$ como un vector unitario, es decir, donde todos sus elementos son iguales a la unidad, podemos reescribir la expresión (1.5.18) como[8]

$$p = \pi H = \imath\hat{\pi}H$$

Posmultiplicando por $\hat{p}^{-1}$, nos queda

$$\imath = p\,\hat{p}^{-1} = \pi\,H\,\hat{p}^{-1} = \imath\,\hat{\pi}\,H\,\hat{p}^{-1}$$

Si ahora introducimos la ecuación (2.2.6), obtenemos

$$\imath = \imath\,H^{*} \tag{2.2.7}$$

que corresponde al resultado ya analizado. En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$Y^{*} = \pi_0\,Y = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 140 \\ 110 \\ 180 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}100 \\ 2{,}750 \\ 5{,}400 \end{bmatrix}$$

$$B^{*} = \hat{\pi}_0 B \hat{p}_0^{-1} = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.14 & 0.0714 & 0.05 \\ 0.02 & 0.0571 & 0.15 \\ 0.08 & 0.0857 & 0.20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/9.706 & 0 & 0 \\ 0 & 1/7.755 & 0 \\ 0 & 0 & 1/14.117 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.21628 & 0.13815 & 0.05312 \\ 0.05149 & 0.18420 & 0.26563 \\ 0.24718 & 0.33157 & 0.42501 \end{bmatrix}$$

$$H^{*} = B^{*}(I - A^{*})^{-1} = \begin{bmatrix} 0.21628 & 0.13815 & 0.05312 \\ 0.05149 & 0.18420 & 0.26563 \\ 0.24718 & 0.33157 & 0.42501 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.19210 & 0.19108 & 0.18641 \\ 0.35019 & 1.23052 & 0.13965 \\ 0.21121 & 0.13029 & 1.09263 \end{bmatrix}$$

8. En lo sucesivo, utilizaremos $\imath$ para detonar un vector unitario cuya dimensión será consistente con el número de filas o columnas del vector o matriz que esté pre o pos multiplicado. El resultado, por lo tanto, es la suma de los elementos de la(s) columna(s) o de la(s) fila(s), según el caso.

$$= \begin{bmatrix} 0.31744 & 0.21825 & 0.11766 \\ 0.18200 & 0.27112 & 0.32556 \\ 0.50055 & 0.51062 & 0.55677 \end{bmatrix}$$

$$Y^{*} = B^{*} Q^{*} = \begin{bmatrix} 0.21628 & 0.13815 & 0.05312 \\ 0.21628 & 0.18420 & 0.26563 \\ 0.24718 & 0.33157 & 0.42501 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4{,}854.6 \\ 5{,}428.7 \\ 5{,}646.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}100 \\ 2{,}750 \\ 5{,}400 \end{bmatrix}$$

y

$$Y^{*} = H^{*} f^{*} = \begin{bmatrix} 0.31744 & 0.21825 & 0.11766 \\ 0.18200 & 0.27112 & 0.32556 \\ 0.50055 & 0.51062 & 0.55677 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2{,}912.8 \\ 3{,}102.1 \\ 4{,}235.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2{,}100 \\ 2{,}750 \\ 5{,}400 \end{bmatrix}$$

Podemos constatar igualmente que si obtenemos la matriz de coeficientes técnicos de insumos primarios en términos monetarios a partir del cuadro de transacciones interindustriales 1.4.3 los resultados serían los mismos. En efecto, a modo de ejemplo consideremos el elemento b^{*}_{13}, cuyo valor es

$$b^{*}_{13} = \frac{300}{5{,}646.8} = 0.05312$$

igual al valor obtenido más arriba, para ese mismo elemento. Además, podemos constatar que

$$H^{*} = \hat{\pi}_0 H \hat{p}_0 = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.20547 & 0.11284 & 0.11073 \\ 0.07068 & 0.08410 & 0.18384 \\ 0.16200 & 0.13200 & 0.26200 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/9.709 & 0 & 0 \\ 0 & 1/7.755 & 0 \\ 0 & 0 & 1/14.117 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.31744 & 0.21825 & 0.11766 \\ 0.18200 & 0.27112 & 0.32556 \\ 0.50055 & 0.51062 & 0.55677 \end{bmatrix}$$

Por último, si obtenemos la suma de cada una de las columnas de la matriz H^{*}, es decir,

$$\iota H^{*}=[1\ \ 1\ \ 1]\begin{bmatrix}0.31744 & 0.21825 & 0.11766\\ 0.18200 & 0.27112 & 0.32556\\ 0.50055 & 0.51062 & 0.55677\end{bmatrix}=[1\ \ 1\ \ 1]$$

comprobamos que todas ellas suman la unidad.

2.3. El sistema de precios en términos de índices

En forma equivalente a lo desarrollado para el modelo de cantidades, podemos ahora exponer el modelo de precios en términos de índices, con el propósito de obtener una versión que nos acerque más a una expresión empírica del mismo. En efecto, normalmente no es posible trabajar con precios absolutos, puesto que la información disponible en los sistemas de cuentas se refiere a indices de precios, con respecto a los precios correspondientes a un periodo base. Con este fin, si volvemos a escribir el sistema de ecuaciones (1.5.16), para el periodo t, obtenemos[9]

$$p_j(t)=\sum_{i=1}^{n}p_i(t)a_{ij}+\sum_{k=1}^{K}\pi_k(t)b_{kj} \qquad (j=1,2,\ldots,n) \qquad (2.3.1)$$

donde $p_j(t)$ es el precio del bien j en el periodo t. Si dividimos entre $p_j(o)$, nos queda

$$p_j(t)\,/\,p_j(o)=\sum_{i=1}^{n}\big[p_i(t)\,/\,p_i(o)\big]\big[p_i(o)a_{ij}\,/\,p_j(o)\big]+\sum_{k=1}^{K}\big[\pi_k(t)\,/\pi_k(o)\big]\big[\pi_k(o)b_{kj}\,/\,p_j(o)\big]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\big[p_i(t)\,/\,p_i(o)\big]a_{ij}^{*}+\sum_{k=1}^{K}\big[\pi_k(t)\,/\pi_k(o)\big]b_{kj}^{*} \qquad (j=1,2,\ldots,n) \qquad (2.3.2)$$

[9] Nuevamente. es necesario señalar que las identidades obtenidas en nuestro sistema son válidas para cualquier año. sea o no un año que se considere "base". puesto que estos resultados no dependen en absoluto de cuál sea este último. siempre que mantengamos el supuesto de que los coeficientes técnicos (físicos) son constantes a través del tiempo.

Si definimos

$$p^{*} = p\,\hat{p}_0^{-1}$$
$$\pi^{*} = \pi\,\hat{\pi}_0^{-1} \qquad (2.3.3)$$

donde:

$p^{*} = \left\{ p_j^{*} = \dfrac{p_j^{*}(t)}{p_j^{*}(0)} \right\}$: es un vector fila de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es el índice de precio del bien j, con base en $t = 0$;

$p^{*} = \left\{ p_j^{*} = \dfrac{p_j^{*}(t)}{p_j^{*}(0)} \right\}$: es un vector fila de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es el índice de precio del insumo primario k, con base en t=0.

entonces, podemos escribir matricialmente la expresión (2.3.2) de la siguiente forma:

$$p^{*} = p^{*}A^{*} + \pi^{*}B^{*} \qquad (2.3.4)$$

cuya solución es

$$p^{*} = \pi^{*}B^{*}(I - A^{*})^{-1} = \pi^{*}H^{*} \qquad (2.3.5)$$

Observemos que la ecuación (2.3.5) preserva la forma de la expresión (1.5.18), pero en términos de índices de precios y no de precios absolutos. Volvamos ahora a nuestro ejercicio numérico para obtener el sistema expuesto. Supongamos que el vector de precios de los insumos primarios en el periodo t es

$$\pi = \begin{bmatrix} 25.5 & 32.5 & 45 \end{bmatrix}$$

Entonces, la solución del modelo de precios es

$$p = \pi H = \begin{bmatrix} 25.5 & 32.5 & 45 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.20547 & 0.11284 & 0.11073 \\ 0.07068 & 0.08410 & 0.18384 \\ 0.16200 & 0.13200 & 0.26200 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 14.827 & 11.551 & 20.589 \end{bmatrix}$$

Observemos que, puesto que suponemos que la tecnología no cambia, la matriz H es la misma que utilizamos para calcular los precios del año base. Con estos precios podemos elaborar el nuevo cuadro de transacciones (ver cuadro 2.3.1), tomando los mismos flujos físicos iniciales del cuadro 1.2.2.

Cuadro 2.3.1. Flujos monetarios de un sistema económico

	Bien1	Bien2	Bien3	Excedente	Total
Bien1	741.3	1,037.9	1,186.1	4,448.0	7,413.4
Bien2	1,732.6	1,155.1	577.5	4,620.4	8,085.6
Bien3	1,029.4	617.7	411.8	6,176.6	8,235.5
Ins.prim.1	1,785.0	1,275.0	510.0		3,570.0
Ins. prim. 2	325.0	1,300.0	1,950.0		3,575.0
Ins. prim.3	1,800.0	2,700.0	3,600.0		8,100.0
Producción	7,413.4	8,085.6	8,235.5	15,245.0	38,979.5

Con base en estos resultados, calculemos los índices de precios de los productos y de los insumos primarios, conforme a la expresión (2.3.3):

$$p^{*} = p\hat{p}_0^{-1} = \begin{bmatrix} 14.827 & 15.551 & 20.589 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/9.709 & 0 & 0 \\ 0 & 1/7.755 & 0 \\ 0 & 0 & 1/14.117 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.52708 & 1.489421 & 1.45841 \end{bmatrix}$$

$$\pi^{*} = \pi\,\hat{\pi}_0^{-1} \begin{bmatrix} 25.5 & 32.5 & 45.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/15 & 0 & 0 \\ 0 & 1/25 & 0 \\ 0 & 0 & 1/30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.3 & 1.5 \end{bmatrix}$$

Podemos ahora constatar que la expresión (2.3.5) se cumple:

$$p^* = \pi^* H^* = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.3 & 1.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.31744 & 0.21825 & 0.11766 \\ 0.18200 & 0.27112 & 0.32556 \\ 0.50055 & 0.51062 & 0.55677 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.52708 & 1.489421 & 1.45841 \end{bmatrix}$$

que es el mismo resultado que ya obtuvimos más arriba. Observemos que hemos utilizado la matriz H^* correspondiente al año base.

Con el propósito de obtener una comprensión conceptual más rigurosa, es conveniente analizar algunas propiedades de este sistema:

(I) En la sección 2.2 mostramos que la suma por columna de la matriz H^* es igual a la unidad. Esta propiedad podemos demostrarla nuevamente, ahora utilizando los índices de precios que hemos definido. En efecto,

$$\iota = p^* \hat{p}^{*-1} = \pi^* H^* \hat{p}^{*-1} \tag{2.3.6}$$

Pero, observemos que[10]

$$\begin{aligned} \pi^* &= \iota\hat{\pi}^* = \iota\,\hat{\pi}_0^{-1}\hat{\pi} = \iota\hat{\pi}\hat{\pi}_0^{-1} \\ \hat{p}^* &= \hat{p}_0^{-1}\hat{p} \\ \hat{p}^{*-1} &= (\hat{p}_0^{-1}\hat{p})^{-1} = \hat{p}^{-1}\hat{p}_0 = \hat{p}_0\hat{p}^{-1} \end{aligned}$$

Además, de acuerdo con la expresión (2.2.6), escribimos

$$H^* = \hat{\pi}_0 H \hat{p}_0^{-1}$$

Por lo tanto, remplazando en la expresión (2.3.6), nos queda

$$\begin{aligned} \iota &= \iota\hat{\pi}\,\hat{\pi}_0^{-1}\hat{\pi}_0 H\hat{p}_0^{-1}\hat{p}_0\hat{p}^{-1} \\ \iota &= \iota\hat{\pi}\,H\,\hat{p}_0^{-1} \\ &= \iota\,H^* \end{aligned} \tag{2.3.7}$$

[10] En la demostración que sigue debemos tener en cuenta que si C y D son matrices diagonales, entonces se cumple que $C^{-1}D = DC^{-1}$ y que la diagonalización del producto CD es igual al producto de las matrices diagonales, con el orden invertido, es decir, es igual a $\hat{D}\hat{C}$.

(II) Los índices de precios de los bienes son medias ponderadas, con pesos positivos, de los índices de los precios de los factores. En efecto, puesto que, de acuerdo con la expresión (2.3.5)

$$p^{*} = \pi^{*} H^{*} \tag{2.3.5}$$

es decir,

$$p_j^{*} = \sum_{k=1}^{K} \pi^{*}_{k} h^{*}_{kj} \qquad (j = 1, 2, \dots , n)$$

donde

$$\sum_{k=1}^{K} h^{*}_{kj} = 1$$

(III) Los coeficientes monetarios del año t pueden expresarse en términos de índices de precios. En efecto, de acuerdo con nuestra definición de coeficientes monetarios, podemos escribir

$$a^{*}_{ij}(o) = p_i(o) a_{ij} / p_j(o)$$

$$a^{*}_{ij}(t) = p_i(t) a_{ij} / p_j(t)$$

Puesto que a_{ij} es constante a través del tiempo, podemos expresar su valor en términos del coeficiente monetario para el año base, despejando de la expresión anterior, es decir,

$$a_{ij} = p_j(o) a^{*}_{ij}(o) / p_i(o)$$

Remplazando este último resultado en la expresión para $a^{*}_{ij}(t)$, obtenemos

$$a^{*}_{ij}(t) = p_i(t) \left[p_j(o) a^{*}_{ij}(o) / p_i(o) \right] / p_j(t)$$

$$a^{*}_{ij}(t) = \left[p_i(t) / p_i(o) \right] a^{*}_{ij}(o) / \left[p_j(t) / p_j(o) \right]$$

$$a^{*}_{ij}(t) = \frac{p^{*}_{i} a^{*}_{ij}(o)}{p^{*}_{j}} \tag{2.3.8}$$

es decir, el coeficiente monetario para el periodo t es igual al coeficiente monetario del año base, multiplicado por el índice de precio del insumo y dividido entre el índice de precio del producto. Con el propósito de expresar matricialmente este último resultado, definamos

$A_t^* = \left\{a_{ij}^* \; (t)\right\}$ es una matriz de n filas y n columnas, donde $a^*_{ij}(t)$ es el coeficiente técnico *monetario*, a precios del año t, que mide la cantidad monetaria del insumo i requerida directamente para producir 1$ del bien j, valuado con los precios del año t.

Puesto que la expresión

$$A_0^* = \hat{p}_0 A \hat{p}_0^{-1}$$

es válida para cualquier periodo, podemos escribir

$$A_t^* = \hat{p}_t A \hat{p}_t^{-1}$$

Despejando A de la primera de ellas y remplazando en la segunda, obtenemos

$$A = \hat{p}_0^{-1} A_0^* \hat{p}_0$$

y

$$A_t^* = \hat{p}_t \hat{p}_0^{-1} A_0^* \hat{p}_0 \hat{p}_t^{1}$$

que también podemos escribir

$$A_t^* = \left(\hat{p}_t \hat{p}_0^{-1}\right) A_0^* \left(\hat{p}_t \hat{p}_0^{-1}\right)^{-1}$$

o sea,

$$A_t^* = \hat{p}^* A_0^* \hat{p}^{*-1} \tag{2.3.9}$$

que es el resultado que ya anticipamos.[11]

[11] La expresión (2.3.9) puede utilizarse para actualizar la matriz del año base y expresarla a los precios del año t.

Verifiquemos en nuestro ejemplo numérico esta última relación. En primer lugar, observermos que si a partir del cuadro 2.3.1 calculamos la matriz de coeficientes de insumo–producto en términos monetarios, que identificamos con subíndice t para indicar que se refiere a un período diferente al base, obtenemos

$$A_t^* = \begin{bmatrix} 0.10000 & 0.12836 & 0.14402 \\ 0.23371 & 0.14285 & 0.07012 \\ 0.13886 & 0.07638 & 0.05000 \end{bmatrix}$$

Por otra parte, si obtenemos esta misma matriz a partir de la expresión (2.3.9), nos queda

$$A_t^* = \hat{p}^* A_0^* \hat{p}^{*-1} = \begin{bmatrix} 1.527 & 0 & 0 \\ 0 & 1.489 & 0 \\ 0 & 0 & 1.458 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1000 & 0.1252 & 0.1376 \\ 0.2396 & 0.1429 & 0.0687 \\ 0.1454 & 0.0780 & 0.0500 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1/1.527 & 0 & 0 \\ 0 & 1/1.484 & 0 \\ 0 & 0 & 1/1.450 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.10000 & 0.12836 & 0.14402 \\ 0.23371 & 0.14285 & 0.07012 \\ 0.13886 & 0.07638 & 0.05000 \end{bmatrix}$$

que corresponde al resultado que obtuvimos más arriba.

De manera semejante, podemos demostrar las siguientes relaciones:

$$B_t^* = \hat{\pi}^* B_0^* \hat{p}^{*-1} \tag{2.3.10}$$

$$H_t^* = \hat{\pi}^* H_0^* \hat{p}^{*-1} \tag{2.3.11}$$

Dejamos al lector esta tarea.

(IV) Las raices características de la matriz A^* son las mismas que las correspondientes a la matriz A. En efecto, el polinomio característico de A^* es

$$\left|\lambda I - A^{*}\right|$$

pero,

$$A^{*} = \hat{p}_0 A \hat{p}_0^{-1}$$

entonces,

$$\left|\lambda I - A^{*}\right| = \left|\lambda I - \hat{p}_0 A \hat{p}_0^{-1}\right|$$

Puesto que

$$I = \hat{p}_0 \hat{p}_0^{-1}$$

remplazando y operando, obtenemos

$$\left|\lambda I - A^{*}\right| = \left|\lambda \hat{p}_0 \hat{p}_0^{-1} - \hat{p}_0 A \hat{p}_0^{-1}\right|$$

$$= \left|\hat{p}_0 (\lambda I - A) \hat{p}_0^{-1}\right|$$

Entonces,[12]

$$\left|\lambda I - A^{*}\right| = \left|\hat{p}_0\right| \left|\lambda I - A\right| \left|p_0^{-1}\right|$$

y dado que

$$\left|\hat{p}_0\right| \left|\hat{p}_0^{-1}\right| = 1$$

nos queda

$$\left|\lambda I - A^{*}\right| = \left|\lambda I - A\right|$$

es decir, el polinomio característico de la matriz A es igual al correspondiente a la matriz A^{*} y, por lo tanto, ambas matrices tienen los mismos valores característicos.[13]

[12] Recordemos que si C y D son matrices cuadradas, el determinante del producto de ambas es igual al producto de los determinantes, es decir,

$$|CD| = |C|\,|D|$$

[13] Recordemos que si λ es un valor característico de la matriz cuadrada C y P es una matriz no singular, entonces, λ también es un valor característico de la matriz PCP^{-1}. Esta última es una trasfomación por *similitud*, de tal forma que las dos matrices, C y PCP^{-1}, tienen los mismos valores característicos y se denominan *similares*.

2.4 Análisis de la demanda final

En el mundo real, la demanda final se refiere a bienes de determinado tipo, es decir, bienes que satisfacen algún tipo de necesidad o contribuyen con una función particular en el proceso de producción. Por ejemplo, no se demanda "bienes de origen agropecuario", sino bienes de consumo que satisfacen la necesidad de "alimentación". Por lo tanto, las expresiones (2.2.2) y (2.2.4) no captan adecuadamente este problema. Por ello, supongamos que existen G "objetos del gasto" o componentes de la demanda final (consumo, formación de capital, etc.), cuya satisfacción se logra con una "canasta" de bienes con diferentes orígenes. Entonces, podemos escribir

$$f^{*} = F^{*}g^{*} \tag{2.4.1}$$

donde g^{*} es un vector columna de los componentes de la demanda final, tal que

$$g^{*} = g^{*}_{g} \qquad (g = 1,2,\ldots, G)$$

y F^{*} es una matriz de la participación de cada bien en cada objeto del gasto, tal que

$$F^{*} = F^{*}_{ig} \qquad (i = 1,2,\ldots, n;\; g = 1,2,\ldots, G)$$

donde F^{*}_{ig} es la proporción del objeto del gasto g satisfecha con el bien i. Por construcción, entonces, se cumple que[14]

$$\sum_{i=1}^{n} F^{*}_{ig} = 1 \quad (g = 1,2,\ldots, G)$$

Ahora, introduciendo la expresión (2.4.1) en la (2.2.2), obtenemos

$$Q^{*} = (I - A^{*})^{-1}\; F^{*}g^{*} \tag{2.4.2}$$

[14] Señalemos nuevamente que la siguiente identidad sólo es válida exclusivamente en el caso en que todos los bienes que satisfacen la demanda final provengan de producción doméstica.

Así, el vector de producción queda expresado en función de los componentes de la demanda final. Si, consecuentemente, introducimos la expresión (2.4.1) en la ecuación (2.2.4), obtenemos

$$Y^* = B^*(I - A^*)^{-1} \; F^* g^* \tag{2.4.3}$$

En esta última ecuación, el vector de los valores monetarios de empleo total de insumos primarios, Y^*, queda expresado en función de los componentes de la demanda final. Sintéticamente,

$$Y^* = C^* g^* \tag{2.4.4}$$

donde:

$$C^* = B^*(I - A^*)^{-1} \; F^* g^* = H^* F^* \tag{2.4.5}$$

Puesto que H^* es una matriz de K filas y n columnas y F^* es una matriz de n filas y G columnas, C^*_{kg} es una matriz de K filas y G columnas, donde el elemento genérico, C^*_{kg}, es igual a la sumatoria de los productos de los elementos de la fila *k–ésima* de la matriz H^* por los elementos correspondientes de la columna *g–ésima* de la matriz F^*, es decir,

$$C^*_{kg} = \sum_{i=1}^{n} h^*_{ki} F^*_{ig} \qquad (k = 1,2,\ldots, K; \, g = 1,2,\ldots, G)$$

Por lo tanto, cada elemento de esta sumatoria es la cantidad monetaria del insumo primario k requerida, directa e indirectamente, para producir la cantidad del bien i necesaria para proveer \$1 adicional del objeto del gasto g; en consecuencia, C^*_{kg} es la utilización *total* (directa e indirecta) del insumo primario k por cada peso adicional del componente de demanda final g.

Apliquemos a nuestro ejemplo numérico esta ampliación del modelo. Para ello, debemos extender el cuadro para distribuir el excedente entre los componentes de demanda final. Supongamos que estos últimos son exclusivamente dos, consumo privado e inversión, tal como se presenta en el cuadro 2.4.1.

Cuadro 2.4.1. Flujos monetarios de un sistema económico

	Bien1	Bien2	Bien3	Consumo	Inversión	Total
Bien1	485.5	679.6	776.7	900.0	2.012.8	4.854.6
Bien2	1.163.3	775.5	387.8	2.602.1	500.0	5.428.7
Bien3	705.9	423.5	282.3	2.500.0	1.735.1	5.646.8
Ins.prim.1	1.050.0	750.0	300.0			2.100.0
Ins. prim. 2	250.0	1.000.0	1.500.0			2.750.0
Ins. prim.3	1.200.0	1.800.0	2.400.0			5.400.0
Producción	4.854.6	5.428.7	5.646.8	6.002.1	4.247.9	26.180.1

A partir del nuevo cuadro de transacciones interindustriales, obtenemos

$$F^{*} = \begin{bmatrix} F_{11}^{*} & F_{12}^{*} \\ F_{21}^{*} & F_{22}^{*} \\ F_{31}^{*} & F_{32}^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.14994 & 0.47382 \\ 0.43353 & 0.11770 \\ 0.41652 & 0.40846 \end{bmatrix} \qquad g^{*} = \begin{bmatrix} g_1^{*} \\ g_2^{*} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,002.1 \\ 4,247.9 \end{bmatrix}$$

$$C^{*} = B^{*}(I-A^{*})^{-1}\ F^{*}g^{*} = H^{*}F^{*} = \begin{bmatrix} 0.31744 & 0.21825 & 0.11766 \\ 0.18200 & 0.27112 & 0.32556 \\ 0.50050 & 0.51062 & 0.55601 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.14994 & 0.47382 \\ 0.43353 & 0.11770 \\ 0.41652 & 0.40846 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.19122 & 0.22416 \\ 0.28043 & 0.25113 \\ 0.52833 & 0.52470 \end{bmatrix}$$

Con este último resultado verifiquemos la ecuación (2.4.4):

$$Y^{*} = C^{*}g^{*} = \begin{bmatrix} 0.19122 & 0.22416 \\ 0.28043 & 0.25113 \\ 0.52833 & 0.52702 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6,002.1 \\ 4,247.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,100 \\ 2,700 \\ 5,400 \end{bmatrix}$$

2.5 Ídices de interdependencia

A partir de las ecuaciones (2.2.2), (2.2.4) y (2.4.4) podemos obtener índices (multiplicadores) del grado de interdependencia entre los distintos flujos monetarios del sistema bajo estudio. El propósito de estos cálculos es obtener antecedentes cuantitativos que permitan abordar diferentes temas relacionados con el comportamiento de la estructura económica. Una de sus aplicaciones más frecuente, asociada a la estimación de la magnitud de los probables efectos del crecimiento económico, es medir el impacto de los programas de inversión, en particular en el sector industrial, sobre la oferta y demanda de bienes. Toda inversión significa demanda de los bienes que componen la misma, suministrados en forma directa e indirecta por las actividades que producen esos bienes. Así, por ejemplo, si la inversión implica el gasto en una máquina textil, ello significa demanda de la misma al sector que la produce, el que a su vez demanda los insumos intermedios para producirla (acero, electricidad, etc.), generándose así una cadena de demandas "hacia atrás". Por otra parte, dicha inversión abre oportunidades de ofrecer el producto (tejido) a los probables usuarios del mismo (por ejemplo, la industria del vestido), quienes podrán aprovechar la mayor oferta del mismo, induciendo así un efecto "hacia adelante". Con la información provista por el conjunto de los índices descritos se desea identificar los sectores económicos donde, desde el punto de vista del crecimiento, sea prioritario invertir, es decir, las actividades claves para lograr este propósito.

(a) Consideremos en primer lugar los multiplicadores que podemos obtener a partir de la inversa de Leontief, es decir, $(I-A^{*})^{-1}$.

(i) Discutamos el efecto "hacia atrás", cuya magnitud podemos medir como la suma de los elementos de la columna de la matriz inversa correspondiente al sector de origen del bien que compone la inversión (la máquina textil). Definamos $\alpha^{*}_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{n} \alpha^{*}_{ij}$, como la suma de los n elementos de la columna *j–ésima*, que mide el incremento[15] en el valor de la producción to-

[15] Por comodidad, haremos nuestra exposición refiriéndonos a "incrementos", cuando en realidad se trata de "cambios" positivos o negativos.

tal inducido por el incremento en 1$ de la demanda final del bien j.[16] Con el propósito de normalizar $\alpha^{\cdot}_{.j}$, podemos calcular

$$v^{\cdot}_{j} = \frac{\left[\alpha^{\cdot}_{.j}/n\right]}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\alpha^{\cdot}_{ij}/n^2} \qquad (2.5.1)$$

o también

$$v^{\cdot}_{j} = \frac{\alpha^{\cdot}_{.j}}{\sum_{j=1}^{n}\alpha^{\cdot}_{.j}/n} \qquad (2.5.1')$$

al que nos referiremos como el índice de interdependencia (multiplicador) "hacia atrás" (Rasmussen. 1957). El numerador mide el estímulo promedio sobre la producción de todos los sectores a consecuencia de una unidad adicional de demanda final del sector j, mientras que el denominador denota el impacto promedio sobre el conjunto de la economía cuando se incrementa la demanda final de todos los sectores en una unidad. De esta forma, si $v^{\cdot}_{j} > 1$ significa que si la inversión utiliza bienes de origen en el sector j el impacto hacia atrás en la producción de todos los sectores será mayor que el promedio, y *viceversa*.[17] En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$\alpha^{\cdot}_{.1} = \sum_{i=1}^{n}\alpha^{\cdot}_{i1} = 1.75350 \qquad \alpha^{\cdot}_{.2} = \sum_{i=1}^{n}\alpha^{\cdot}_{i2} = 1.55191 \qquad \alpha^{\cdot}_{.3} = \sum_{i=1}^{n}\alpha^{\cdot}_{i3} = 1.41870$$

entonces

[16] Observemos que si se tratase de los flujos físicos no sería posible obtener este multiplicador. puesto que la suma de los coeficientes α_{ij} correspondientes a una misma columna de la matriz $(I-A)^{-1}$ representan cantidades físicas de diferentes bienes y. por lo tanto. su suma no tiene sentido.

[17] Puede ser que el multiplicador sea elevado debido a un significativo impacto en sólo uno o dos sectores; conviene calcular un índice de dispersión. de tal forma que cuando el mismo sea bajo signifique que el estímulo se distribuye parejo entre los diversos sectores.

$$\sum_{j=1}^{3} \alpha^{*}_{.j}/3 = 4.72411/3 = 1.57470$$

Por lo tanto,

$$v^{*}_{1} = \frac{1.75350}{1.57470} = 1.11354 \quad v^{*}_{2} = \frac{1.55191}{1.57470} = 0.98552$$

$$v^{*}_{3} = \frac{1.41870}{1.57470} = 0.90093$$

(ii) Los multiplicadores hacia atrás son utiles para seleccionar los sectores claves, pero se requiere complementarlos con los índices hacia adelante. Como se ha argumentado (Jones, 1976), los índices hacia atrás no dicen nada acerca de las relaciones hacia adelante, puesto que una elevada relación hacia atrás (por ejemplo, industria textil) puede ser consistente con un alto o bajo multiplicador hacia adelante (los textiles pueden utilizarse en la industria de la ropa o exportarse).

Un elevado multiplicador hacia adelante se presenta cuando la producción de un sector es o puede ser utilizada por varios otros sectores como un insumo; expandiendo la capacidad en ese sector, se induce a un incremento de la actividad usuaria que incrementa su producción para aprovechar la mayor disponibilidad de ese insumo. Se puede proponer que una forma de medir este impacto es a través de la suma de los elementos de la fila de la matriz inversa de Leontief. Definamos $\alpha^{*}_{i.} = \sum_{j=1}^{n} \alpha^{*}_{ij}$, , como la suma de los n elementos de la fila *i–ésima*, que mide el incremento en el valor de la producción del bien i inducido por el incremento en 1$ de la demanda final de todos los bienes. Con el propósito de normalizar $\alpha^{*}_{i.}$, podemos calcular

$$\mu^{*}_{i} = \frac{\left(\alpha^{*}_{i.}/n\right)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \alpha^{*}_{ij}/n^{2}}$$

o también (2.5.2)

$$\mu_i^{\bullet} = \frac{\alpha_{i.}^{\bullet}}{\sum_{i=1}^{n} \alpha_{i.}^{\bullet}/n} \tag{2.5.2'}$$

al que nos referimos como el índice de interdependencia (multiplicador) "hacia adelante". $\mu_i^{\bullet} > 1$ implica que el sector *j–ésimo* tiene un alto multiplicador hacia adelante y viceversa. Se supone que una expansión de la capacidad de producción en este sector inducirá un incremento de la producción de todos los sectores, para aprovechar la mayor disponibilidad del insumo. Cuanto más alto el multiplicador, más convendrá expandir la capacidad de ese sector. En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$\alpha_{1.}^{\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \alpha_{1j}^{\bullet} = 1.56961 \qquad \alpha_{2.}^{\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \alpha_{2j}^{\bullet} = 1.72036 \qquad \alpha_{3.}^{\bullet} = \sum_{j=1}^{3} \alpha_{2j}^{\bullet} = 1.43413$$

entonces,

$$\sum_{i=1}^{3} \alpha_{i.}^{\bullet}/3 = 1.57470$$

Por lo tanto,

$$\mu_1^{\bullet} = \frac{1.56961}{1.57470} = 0.99676 \quad \mu_2^{\bullet} = \frac{1.72036}{1.57470} = 1.09250$$

$$\mu_3^{\bullet} = \frac{1.43413}{1.57470} = 0.910734$$

Sin embargo, existe un problema en este razonamiento: este multiplicador mide el impacto que tiene un incremento de una unidad en la demanda final de todos los sectores sobre la producción del sector correspondiente a la fila. En la sección 4.4 del capítulo 4 veremos las implicaciones de esta última observación y discutiremos cómo abordar el problema mediante una procedimiento alternativo.

(b) Consideremos ahora los multiplicadores asociados a la matriz H^* en la expresión (2.2.4). Definamos

(i) $h^*_{k.} = \sum_{j=1}^{n} h^*_{kj}$, como la suma de los n elementos de la fila *k–ésima*, que mide el incremento en la utilización del insumo primario k inducido por el incremento en 1$ de la demanda final de todos los bienes. Con el propósito de normalizar este índice podemos calcular

$$\delta_k = \frac{h^*_{k.}/n}{\left[\sum_{k=1}^{K}\left(h^*_{k.}/n\right)/K\right]} \tag{2.5.3}$$

Pero, puesto que $\sum_{k=1}^{K} h^*_{k} = n$, remplazando nos queda

$$\delta_k = \frac{h^*_{k.}K}{n} \tag{2.5.3'}$$

En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$h^*_{1.} = \sum_{j=1}^{3} h^*_{1j} = 0.65335 \qquad h^*_{2.} = \sum_{j=1}^{3} h^*_{2j} = 0.77869 \qquad h^*_{3.} = \sum_{j=1}^{3} h^*_{3j} = 1.56794$$

Puesto que $K = 3$ y $n = 3$, nos queda

$$\delta_1 = 0.65335 \qquad \delta_2 = 0.77869 \qquad \delta_3 = 1.56794$$

(ii) $h^*_{.j} = \sum_{k=1}^{K} h^*_{kj}$, como la suma de los K elementos de la columna *j–ésima*, que mide el incremento en la utilización de todos los insumos primarios inducido por el incremento en 1$ de la demanda final del bien j. De acuerdo con la expresión (2.2.7), todos los $h^*_{.j}$ son iguales a la unidad; por lo tanto, este multiplicador no tiene mayor interés. Por esta misma razón, la normalización de $h^*_{.j}$ también carece de interés. En efecto, si calculamos

$$\xi_j = \frac{h^*_{.j}/K}{\left[\sum_{j=1}^{n}\left(h^*_{.j}/K\right)/n\right]}$$

puesto que $\sum_{j=1}^{n} h^*_{.j} = n$, obtenemos que $\xi_j = 1$.

(*c*) Consideremos ahora los multiplicadores asociados a la matriz C^* en la expresión (2.4.5). Definamos

(*i*) $z_{.g} = \sum_{k=1}^{K} C^*_{kg}$, como la suma de los K elementos de la columna *g–ésima* de la matriz C^*, que mide el incremento en la utilización de todos los insumos primarios inducido por el incremento en 1$ del componente g de la demanda final. Este multiplicador no tiene mayor interés si la suma de cualquier columna de C^* es igual a la unidad. En efecto, puesto que

$$C^*_{kg} = \sum_{i=1}^{n} h^*_{ki} F^*_{ig}$$

entonces,

$$\sum_{k=1}^{K} C^*_{kg} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{j=1}^{n} h^*_{kj} F^*_{jg} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} h^*_{kj} F^*_{jg} = \sum_{j=1}^{n} F^*_{jg} \sum_{k=1}^{K} h^*_{kj} = 1$$

ya que

$$\sum_{k=1}^{K} h^*_{kj} = 1 \qquad (2.5.4)$$

y siempre que[18]

$$\sum_{j=1}^{n} F^*_{jg} = 1 \qquad (2.5.4')$$

[18] La siguiente identidad sólo es válida en el caso en que todos los costos de los componentes de la demanda final provengan de producción doméstica. En el caso. por ejemplo. de que parte de alguno de estos componentes provenga de importación. entonces la identidad no se cumple.

Si ahora suponemos que esta última igualdad no se cumple, entonces el valor del índice $z_{.g}$ será diferente de la unidad. Con el propósito de normalizarlo, podemos calcular

$$\lambda_g = \frac{z^{*}_{.g}/K}{\left[\sum_{g=1}^{G}\left(z^{*}_{.g}/K\right)/G\right]}$$

$$\lambda_g = \frac{z^{*}_{.g}/G}{\left[\sum_{g=1}^{G}\left(z^{*}_{.g}\right)\right]}$$

(*ii*) $z_{k.} = \sum_{g=1}^{G} C^{*}_{kg}$, como la suma de los G elementos de la fila *k–ésima* de la matriz C^{*}, que mide el incremento en la utilización del insumo primario k inducido por el incremento en 1$ de todos los componentes de la demanda final. Este multiplicador resulta ser igual al producto de la sumatoria de los elementos de la fila *j–ésima* de la matriz F^{*} por la sumatoria de los elementos de la fila *j–ésima* de la matriz H^{*}. En efecto, puesto que

$$C^{*}_{kg} = \sum_{i=1}^{n} h^{*}_{ki} F^{*}_{ig}$$

entonces,

$$\sum_{g=1}^{G} C^{*}_{kg} = \sum_{g=1}^{G}\sum_{j=1}^{n} h^{*}_{kj} F^{*}_{jg} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{g=1}^{G} h^{*}_{kj} F^{*}_{jg} = \sum_{j=1}^{n} h^{*}_{kj} \sum_{g=1}^{G} F^{*}_{jg}$$

Observemos que la primera sumatoria corresponde a la definición de uno de los multiplicadores que ya expusimos y que se refiere al efecto sobre el nivel de utilización del insumo primario k inducido por un incremento en 1$ del excedente de todos los bienes, mientras que la segunda sumatoria mide el incremento del excedente del bien j inducido por un incremento de 1$ en todos los componentes de demanda final. Por lo tanto, esta última provee el impacto sobre los excedentes de cada bien inducido por el incremento en todos los componentes de demanda final, para así ajustar el resultado de la primer sumatoria. La razón de ello radica sencillamente en que un incremento de 1$ en todos los componentes de demanda final no se traduce en un incremento de 1$ en el excedente de todos los bienes, sino que se distribuye entre ellos de acuerdo con la participación de cada uno en los diferentes componentes de demanda final. Con el propósito de normalizar este índice, calculemos

$$\lambda_k = \frac{z^*_{k.} / G}{\left[\sum_{k=1}^{K} \left(z^*_{k.} / G \right) / K \right]} \tag{2.5.5}$$

o también

$$\lambda_k = \frac{z^*_{k.} K}{\left[\sum_{k=1}^{K} \left(z^*_{k.} \right) \right]} \tag{2.5.5'}$$

Observemos que

$$\sum_{k=1}^{K} z^*_{k.} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{g=1}^{G} C^*_{kg} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{g=1}^{G} \sum_{i=1}^{n} h^*_{ki} F^*_{ig} = \sum_{g=1}^{G} \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} h^*_{ki} F^*_{ig} = \sum_{g=1}^{G} \sum_{i=1}^{n} F^*_{ig} \sum_{k=1}^{K} h^*_{kj}$$

Puesto que

$$\sum_{k=1}^{K} h^*_{kj} = 1$$

y siempre que

$$\sum_{i=1}^{n} F^*_{ig} = 1$$

entonces

$$\sum_{k=1}^{n} z^*_{k.} = G$$

por lo tanto,

$$\lambda_k = \frac{z^{*}_{k.} K}{G}$$

En nuestro ejemplo numérico, tenemos

$$z_{1.} = \sum_{g=1}^{2} C^{*}_{1g} = 0.41539 \qquad z_{2.} = \sum_{g=1}^{2} C^{*}_{2g} = 0.53157 \qquad z_{3.} = \sum_{g=1}^{2} C^{*}_{3g} = 1.05303$$

entonces, puesto que $K = 3$ y $G = 2$, obtenemos

$$\lambda_1 = (0.41539)\left(\frac{3}{2}\right) = 0.62308 \qquad \lambda_2 = (0.53157)\left(\frac{3}{2}\right) = 0.79735$$

$$\lambda_3 = (1.05303)\left(\frac{3}{2}\right) = 1.57955$$

CAPÍTULO

3

El sistema de insumo–producto aplicado

3.1 La matriz de transacciones interindustriales y la unidad estadística ideal

En el capítulo 2 mostramos que es posible extender las propiedades del sistema de insumo–producto *físico* a uno expresado en términos de cantidades monetarias e índices de precios, manteniendo la mercancía individual como la unidad de análisis. Esto último constituye, sin duda, un avance importante desde el punto de vista de las posibles aplicaciones empíricas del insumo–producto, pero presenta todavía una seria limitación: la unidad de análisis, o sea, la mercancía individual.

En efecto, en un sistema económico real es muy probable que exista una cantidad tal de mercancías que cualquier intento de construir una matriz en la que se contemple una fila y una columna para cada una de ellas implicaría que la misma tendría una dimensión imposible de manejar sin un elevado costo computacional. Más aún, por las razones que discutiremos más adelante, no es posible obtener, a partir de los sistemas estadísticos vigentes, la información necesaria para construir dicha matriz, si la unidad de análisis es la mercancía individual. Por lo tanto, en la práctica, es necesario definir una unidad de análisis a un nivel más agregado, de tal forma que permita obtener matrices manejables para aplicaciones empíricas. Con este propósito, se debe tener en cuenta concretamente cuál es la información disponible sobre la producción y utilización de las mercancías que integran el flujo de bienes y servicios del sistema económico. En otras palabras, es necesario poner atención sobre cuál es la unidad estadística que se toma en cuenta cuando se recaba la información estadística.

Es posible determinar las unidades estadísticas ideales cuyas transacciones deberán registrarse en un tabla de insumo-producto. Esto, sin embargo, se considerará a menudo como una idea teórica. En la práctica, la forma de las tablas y las unidades estadísticas utilizadas dependerá en todo caso de la naturaleza de los datos estadísticos disponibles. La carencia de datos adecuados puede impedir la utilización de lo que podría considerarse como la "unidad estadística ideal", por lo que a continuación examinaremos algunas de las alternativas.

Generalmente, los sistemas estadísticos permiten obtener información detallada sobre la producción y venta de las mercancías elaboradas por los *establecimientos*, por un lado, y sobre los costos de producción incurridos en los mismos, por otro.[1] El establecimiento es una unidad de producción que cuenta con registros contables convencionales que permiten obtener información sobre las cantidades *adquiridas* y *utilizadas* de cada uno de los insumos, así como sobre las cantidades *elaboradas* y *vendidas* de cada uno de los productos.[2] Por esta razón, normalmente los censos de producción de muchos países consideran el establecimiento como la unidad estadística básica donde se aplican las encuestas que permiten recopilar la información sobre estos conceptos. Frecuentemente, un establecimiento puede producir diversos productos y utilizar diferentes insumos, en procesos de producción que

[1] Es necesario percibir la diferencia entre un *establecimiento* y una *empresa*. El primer concepto se refiere a una unidad donde concretamente se realiza el proceso de producción, mientras que el segundo es un concepto más amplio que puede incluir más de un establecimiento. En efecto, un grupo industrial, por ejemplo, puede estar integrado por varios establecimientos, los cuales inclusive pueden pertenecer a procesos de producción tecnológicamente muy diversos (agrícolas, mineros, industriales, de servicios, etc.). Volveremos sobre este aspecto más adelante.

[2] Es importante mantener la diferencia entre insumos efectivamente *utilizados* y los *adquiridos*, puesto que esto está estrechamente vinculado con la determinación de los coeficientes de insumo–producto, los cuales se refieren, como ya hemos analizado, a la cantidad del insumo *i* efectivamente *utilizada* para producir una unidad del bien *j*. Por la misma razón, es imprescindible mantener la diferencia entre la *producción* efectivamente realizada del producto *j* y la *venta* que se realice del mismo. En la determinación de los coeficientes de insumo–producto interesa la cantidad efectivamente producida y no la vendida: si esta última es mayor que la primera, significa que las existencias del producto han disminuido durante el período de análisis, y *viceversa*. Estos cambios en los inventarios se registran en la demanda final, concretamente en el componente "Variación de existencias".

no es posible separar plenamente; es decir, es normal que de un mismo proceso de producción se obtenga una multiplicidad de productos y también se utilice una diversidad de insumos. Por lo tanto, si bien los registros que llevan los establecimientos ofrecen información detallada sobre las mercancías producidas y sobre las mercancías utilizadas como insumos, normalmente, el establecimiento no puede proveer información sobre cuánto de cada una de estas últimas se utilizó en la producción de cada una de las primeras. En otras palabras, no es posible asociar la utilización de cada insumo con el proceso de producción de cada mercancía particular, es decir, no se puede establecer una relación biunívoca entre productos e insumos.[3]

Con base en estos antecedentes, generalmente se reconoce que la unidad estadística puede ser una de las siguientes: a) un grupo de mercancías, b) un establecimiento, por ejemplo, una explotación agrícola, o c) una institución encargada de organizar la producción de una rama de la economía, como una empresa industrial o un organismo de la administración pública. En cualquiera de estos casos, posteriormente se procederá a agregar la información de las unidades que presenten alguna característica común, con el propósito de construir los *sectores*. Por lo tanto, un sector (o rama) resulta de la agregación, de acuerdo con algún criterio explícito, de un grupo de unidades estadísticas. Así, por ejemplo, si la unidad estadística es el establecimiento, se pueden agregar todos aquellos que produzcan el mismo bien, constituyendo así un sector, el que queda identificado conforme a esa producción.[4]

[3] Concretamente. los establecimientos identifican cada producto e insumo de acuerdo con un clasificador que le asigna a cada uno un código. el que se presenta en la "Clasificación Industrial Internacional Uniforme de todas las Actividades Económicas" (CIIU). proporcionada por la oficina de Estadística de la Organización de las Naciones Unidas. El código consiste en una secuencia de números: cada dígito que se agrega indica un mayor nivel de desagregación. En las encuestas. los establecimientos identifican los productos e insumos al máximo nivel posible de desagregación. por ejemplo. 8 dígitos. Los formatos de las encuestas prevén una sección para que el establecimiento declare las cantidades obtenidas de cada uno de los productos que el mismo elabora: adicionalmente. prevén otra sección donde el establecimiento declara las cantidades utilizadas de cada uno de los insumos que se absorbieron en el proceso de producción. Sin embargo. no se contempla en estos formatos que el establecimiento distribuya los insumos entre los productos obtenidos: más aún. es muy probable que para la mayoría de los establecimientos esta asignación sea imposible de realizar.

[4] Como discutiremos más adelante. puesto que un establecimiento puede producir más de un bien. su clasificación dentro de un sector se realiza de acuerdo con aquel bien o tipo de bien cuya participación en el valor de la producción total del establecimiento es más elevada. con respecto a la de los otros bienes.

Para seleccionar la unidad estadística, uno de los criterios más importantes es que la unidad elegida satisfaga dos hipótesis básicas: *homogeneidad* y *proporcionalidad*. La hipótesis de *homogeneidad* requiere que cada sector produzca un solo producto con una sola estructura de insumos y que no haya sustitución automática entre los productos de diferentes sectores. La hipótesis de *proporcionalidad* establece que los insumos de cada sector sean función lineal sólo del nivel de producción de ese sector, es decir, que la cantidad de cada clase de insumo absorbida por un determinado sector varíe en proporción directa a la producción total de ese sector. Por lo tanto, conviene escoger dicha unidad estadística de forma que los coeficientes de insumos cambien solamente cuando cambien las técnicas de producción. Estas dos hipótesis son fundamentales para la utilización de las tablas de insumo–producto y cuando no se satisfacen estos requisitos pueden obtenerse resultados incorrectos.

Si la unidad elegida consiste en un *grupo* demasiado heterogéneo de mercancías (es decir, una unidad que no satisface plenamente la hipótesis de *homogeneidad*), un cambio en las proporciones en que se producen cada una de las mercancías que integran el grupo puede originar un cambio en los coeficientes registrados de insumos, aun cuando no hayan variado las técnicas de producción de ninguna de las mercancías del grupo. Esta falta de cumplimiento de la hipótesis de *proporcionalidad* se debe a que en esta situación cada coeficiente de insumos registrado es la media ponderada de los coeficientes de insumos de cada una de las mercancías del grupo y variará si las ponderaciones, es decir, las proporciones en que cada producto participa del grupo, cambian. Es evidente que cuanto más detalladas sean las tablas y más desagregada la clasificación, menos probabilidades habrá de que surjan estos problemas. Sin embargo, esto muy bien podría dar por resultado la recomendación de tablas muy grandes que serían poco prácticas y muy costosas de obtener y para las que, además, quizás no se disponga de datos estadísticos adecuados con un grado tan elevado de desagregación.

Si la unidad estadística es el establecimiento y suponemos que los mismos producen exclusivamente una mercancía o un grupo de mercancías, podemos agregar los establecimientos en sectores de acuerdo con la mercancía (o grupo de mercancías) que cada uno produce. Un *sector* integraría, entonces, toda la información de los establecimientos que producen una misma mercancía (o el mismo grupo de mercancías). En este caso, cada sector queda identificado por una mercancía (o grupo de mercancías) *típica*, que a la vez es la única que producen todos los establecimientos que se incluyen en el sector. Bajo estos supuestos, es razonable aceptar que esta unidad de análisis cumplirá con las dos hipótesis básicas mencionadas.

Sin embargo, en la práctica, habrá muchos establecimientos que produzcan más de una mercancía, o de un grupo de mercancías, y en este caso no es probable que se cumplan dichas hipótesis. Además, cuando se trata de un establecimiento con una gama variada de productos, normalmente se carece de datos sobre el destino, por establecimiento, de estos productos heterogéneos, ya que las estadísticas de producción y de ventas no se refieren a esa información.[5] Por lo tanto, aún cuando pueden existir establecimientos que produzcan solamente una mercancía, o grupo de mercancías, que constituye la producción *típica* de la industria en que se clasifican, hay establecimientos que producen además otras mercancías, llamadas producción *secundaria*, que no se encuentran entre los productos típicos de la industria en que se clasifican. La cantidad de esta producción *secundaria* varía según la industria y no suele ser grande. Sin embargo, la existencia de esta producción *secundaria* y la falta de una completa correspondencia entre industrias y mercancías es lo que plantea problemas para la obtención de tablas "puras" de insumo–producto.[6]

Por lo tanto, un acercamiento más realista es definir como unidad de análisis, por un lado, un grupo de mercancías semejantes, y por otro, el establecimiento cuya producción *principal* o *dominante* sea justamente este grupo de mercancías. Llamaremos indistintamente "actividad de producció-

[5] En efecto. como se mencionó en una nota anterior. el establecimiento provee un declaración minuciosa sobre las cantidades utilizadas de cada insumo y las cantidades obtenidas de cada producto. pero no identifica a qué establecimiento le vendió esta producción.

[6] En la práctica. la matrices que finalmente se elaboran pueden ser o bien tablas mercancía por mercancía (en las que se registran los insumos de mercancías en la producción de mercancías) o bien tablas industria por industria (en las que se registran los insumos de industrias en la producción de la industria).

n", "industria", "rama" o "sector" al agregado de todos los establecimientos que tienen como producción principal o dominante el mismo grupo de mercancías. Es decir, los establecimientos, o sea, las unidades de producción, se clasifican en una determinada industria según la mercancía que produzcan o, si producen más de una mercancía, según la mercancía que represente la parte mayor de su valor de la producción. Aquí es donde es conveniente insistir nuevamente en la distinción entre industrias y mercancías. La clasificación desagregada de ambas es la misma, definiéndose las mercancías como los productos típicos o principales de las correspondientes industrias. De hecho, habrá muchas unidades de producción que sólo producen una única mercancía, pero existirán otras que producen también mercancías que son productos típicos de otras industrias. Es, por lo tanto, imposible definir los elementos de las dos clasificaciones de forma tal que haya una correspondencia biunívoca entre ellos. Esto es importante, ya que la información sobre estructuras de producción y ventas que se obtiene de las encuestas se refiere generalmente a mercancías y la información sobre estructuras de costos se refiere generalmente a industrias.[7] Esto tiene consecuencias cuando se analizan los efectos de las variaciones de la demanda de diferentes mercancías sobre el sistema productivo ya que, en general, no se pueden observar las estructuras de costos de cada una de las mercancías.

Se puede demostrar que una agrupación de mercancías, si se selecciona cuidadosamente, es una clasificación satisfactoria, puesto que casi satisfará las hipótesis. Con este fin, será necesario recurrir a diversas fuentes sobre estadísticas industriales que proporcionen la información necesaria para permitir estudiar el destino de la producción a los principales compradores de mercancías.[8] De lo que invariablemente se carece, sin embargo, es de información sobre la estructura de insumos de las mercancías individuales.

[7] Una vez más, debemos insistir en que los insumos utilizados por el establecimiento no se pueden distribuir entre los productos obtenidos: por lo tanto, la totalidad de estos insumos determinan la estructura de costos del establecimiento, el que a su vez queda clasificado en un sector. En consecuencia, la estructura de costos de una industria se obtiene como la suma de las estructura de costos de todos los establecimientos cuya producción dominante es la mercancía, o grupo de mercancías, *típica* de la industria.

[8] Por diversas razones, cuyo análisis detenido no forma parte de este trabajo, se concluye que la tabla mercancía por mercancía es la más conveniente para la mayoría de las aplicaciones. En síntesis, las principales

La institución, como unidad estadística, tiene ventajas análogas y plantea problemas similares al establecimiento, pero en mayor escala. Una empresa o sociedad es muy posible que incluya varios establecimientos y que produzca una gama muy diversa de mercancías. Por lo tanto, la institución es probable que sea una fuente artificiosa de información estadística. Tendrá conocimiento de las cantidades que produce de diversas mercancías, pero no necesariamente de su destino. Asimismo, registrará detalles de sus compras, aunque, como en el caso del establecimiento, quizás no pueda proporcionar datos separados sobre los insumos que entran en las diversas mercancías que produce. Además, en una gran organización habrá ciertos insumos, como por ejemplo, los de servicios de dirección y servicios financieros, que son insumos de la empresa, siendo comunes a todas las mercancías; generalmente, es muy difícil distribuir tales insumos entre las diversas mercancías. Análogos problemas existen si la unidad a considerar es un organismo de la administración pública. Tales instituciones, aunque quizás posean una contabilidad complicada, son demasiado grandes para constituir una unidad estadística adecuada para las tablas de insumo–producto.

De la anterior discusión sobre las diversas unidades posibles, se desprende que lo más que se puede hacer para tratar de satisfacer las dos hipótesis básicas, desde un punto de vista práctico, es utilizar la mercancía como unidad estadística para los datos de producción y de ventas y el establecimiento como la unidad para los datos de insumos (costos). Los establecimientos se clasificarán en industrias, tal como se expuso más arriba. Por lo tanto, generalmente se considera que lo más apropiado es estudiar la tabla básica en la forma de compras de mercancías por las industrias. Si todos los establecimientos produjeran únicamente una mercancía (o un grupo

de estas razones se relacionan con el hecho de que la demanda se refiere a una determinada mercancía o grupo de mercancías y no a la gama heterogénea de productos de una industria y de que en una matriz de este tipo no hay necesidad de transformar los vectores de demanda de una unidad a otra. Finalmente, debe señalarse que las diferencias entre una tabla mercancía por mercancía y otra de industria por industria solamente se darán en la medida en que exista producción secundaria. Sin producción secundaria la distinción entre mercancías e industrias desaparecería.

de mercancías) ambas series de datos tendrán una base de mercancías. No obstante, surgirán problemas en la utilización de las tablas cuando los insumos que adquieren los establecimientos se utilizan para producir varias mercancías.[9]

Una última observación es remarcar que los coeficientes del análisis insumo–producto se refieren a la cantidad de cada mercancía, habiendo de mantenerse la distinción entre utilización y compra de mercancías. Ambas diferirán en la medida en que el nivel de existencias de la mercancía insumo cambie durante el período de tiempo a que se refiere la tabla. Si las compras son mayores (o menores) que el consumo, la diferencia se registrará en la demanda final como inversión (o desinversión) en existencias. De este modo, los insumos registrados se refieren solamente a las cantidades efectivamente consumidas en la producción, preservándose la naturaleza técnica de los coeficientes.

3.2 La matriz de transacciones interindustriales

En esta sección nos concentraremos en desarrollar un ejemplo numérico que nos permita exponer las líneas generales para abordar la aplicación empírica de la teoría básica del insumo–producto. Los datos del ejemplo serán obtenidos de la matriz de insumo–producto de México para el año 1970, que contempla 72 ramas de actividad económica. Con el propósito de hacer más sencilla la exposición, agregaremos esta matriz de relaciones interindustriales en sólo tres actividades de producción, a las cuales nos referiremos indistintamente como sectores, bienes, mercancías o industrias. Supondremos que cada uno de estos sectores es, en realidad, una agregación de mercancías homogéneas o, indistintamente, una agregación de establecimientos que producen el mismo grupo de mercancías, de acuerdo con

[9] Sin embargo, a partir de una matriz básica de absorción de mercancías por las industrias pueden derivarse tablas "puras" que lleguen a satisfacer suficientemente las dos hipótesis básicas.

la discusión desarrollada en la sección anterior. Adicionalmente, será conveniente considerar inicialmente una economía que no efectúa operaciones de comercio exterior y en la que no existen impuestos. Los diversos componentes de la demanda final se consideran como un vector único y no se hará ninguna subdivisión de los insumos primarios.

El marco contable correspondiente se expone en el cuadro 3.2.1. En general, mantendremos la misma notación utilizada en los capítulos 1 y 2, con la observación de que los conceptos aquí se refieren a los sectores definidos conforme a lo expuesto en el párrafo anterior. Los asientos f^* y Q^* son los mismos definidos en el capítulo 2. Por su parte, W registra el valor de la utilización de los bienes producidos por los sectores de la economía doméstica en los procesos de producción que desarrollan ellos mismos y se conoce como una matriz de transacciones interindustriales.[10] Finalmente, U contiene el valor de la utilización de los insumos primarios y se conoce como matriz de insumos primarios. Entonces, podemos definir

$W = \{w_{ij}\}$: es una matriz de n filas y n columnas, donde el elemento w_{ij} es la cantidad monetaria del sector i que se utilizó como insumo intermedio en el sector j;

$U = \{u_{kj}\}$: es una matriz de k filas y n columnas, donde el elemento u_{kj} es la cantidad monetaria del insumo primario k que se utilizó en el sector j.[11]

10 Es importante insistir que las transacciones que se asientan en la matriz W se refieren al valor de los insumos efectivamente *utilizados* en los procesos de producción y no a la *compra* de los mismos que puedan haber realizado los sectores de destino. Si las compras son mayores (menores) que la cantidad que efectivamente se utiliza. la diferencia positiva (negativa) quedará incluida en uno de los componentes de la demanda final. la variación de existencias. con signo positivo (negativo).

11 En términos de lo expuesto en el capítulo 1. recordemos que $w_{ij} = p_i\, q_{ij}$ y $u_{kj} = \pi_k\, Y_{kj}$ (ver expresiones (1.3.1) y (1.3.2)). Cabe remarcar. sin embargo. que en aquel capítulo abordamos el tema suponiendo que cada producto se refiere a un bien individual. mientras que en éste estamos discutiendo el tema en el contexto de sectores que representan una agregación de bienes.

Cuadro 3.2.1. Marco contable simplificado[1]

Sectores de producción	Demanda final	Total
W	f^{*}	Q^{*}
U		
$Q^{*'}$		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

[1] Observemos que en este cuadro el vector Q^{*} aparece traspuesto, puesto que el mismo originalmente está definido como un vector columna, mientras que la suma de la primer columna del cuadro, igual al valor bruto de la producción, es un vector fila.

De acuerdo con esta definición, por ejemplo, el asiento $w_{1,2}$ representa la cantidad que el sector 2 absorbió, en su proceso de producción, de bienes cuyo origen fue el sector 1. De este modo, es posible definir la producción de cada uno de los sectores en función de las cantidades utilizadas por los demás sectores de producción —demanda intermedia— y de las cantidades destinadas a la demanda final. Si suponemos la existencia de sólo tres sectores, podemos escribir, para el conjunto de la economía:

$$\begin{aligned} Q_1^{*} &= w_{11} + w_{12} + w_{13} + f_1^{*} \\ Q_2^{*} &= w_{21} + w_{22} + w_{23} + f_2^{*} \\ Q_3^{*} &= w_{31} + w_{32} + w_{33} + f_3^{*} \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

En notación matricial, nos queda[12]

$$Q^{*} = W\,\iota + f^{*} \tag{3.2.1'}$$

El sistema de ecuaciones estructurales (3.2.1) expresa las relaciones de insumo–producto en términos de los asientos de la matriz de transacciones interindustriales, pero es más útil expresar estas relaciones en términos de coeficientes. Una matriz de coeficientes registra no el valor de cada tran-

[12] Observemos que las expresiones (3.2.1) y (3.2.1') son otra forma de escribir la expresión (1.3.3), si en esta última sustituimos $p_i\, Q_i = Q_i^{*}$ y $p_i f_i = f_i^{*}$.

sacción, sino la cantidad de cada mercancía utilizada por unidad producida del sector comprador. Para formar esta matriz, dividimos cada columna de la matriz de flujos, W, por la producción total del sector comprador. La matriz de coeficientes se denota por A^{*} y la casilla típica será a^{*}_{ij}, que se define como

$$a^{*}_{ij} = w_{ij} / Q^{*}_{j} \tag{3.2.2}$$

y despejando, obtenemos

$$w_{ij} = a^{*}_{ij} Q^{*}_{j} \tag{3.2.2'}$$

En notación matricial esto puede expresarse como

$$A^{*} = W \hat{Q}^{* -1} \tag{3.2.3}$$

y

$$W = A^{*} \hat{Q}^{*} \tag{3.2.3'}$$

Por consiguiente, la serie de ecuaciones estructurales (3.2.1) puede escribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
Q^{*}_{1} &= a^{*}_{11} Q^{*}_{1} + a^{*}_{12} Q^{*}_{2} + a^{*}_{13} Q^{*}_{3} + f^{*}_{1} \\
Q^{*}_{2} &= a^{*}_{21} Q^{*}_{1} + a^{*}_{22} Q^{*}_{2} + a^{*}_{23} Q^{*}_{3} + f^{*}_{2} \\
Q^{*}_{3} &= a^{*}_{31} Q^{*}_{1} + a^{*}_{32} Q^{*}_{2} + a^{*}_{33} Q^{*}_{3} + f^{*}_{3}
\end{aligned} \tag{3.2.4}$$

Aquí, cada una de las transacciones de insumo–producto se describe en términos de un coeficiente, a^{*}_{ij}, y de la producción del sector comprador, Q^{*}_{j}. Esta serie de ecuaciones puede expresarse en forma de matrices y vectores:

[13] Observemos que en términos de los expuesto en el capítulo 2. esta definición del coeficiente monetario es la misma. puesto que:

$$a^{*}_{ij} = p_i a_{ij} / p_j = \frac{p_i q_{ij}}{p_j Q_j} = \frac{w_{ij}}{Q^{*}_{j}}$$

$$\begin{bmatrix} Q_1^{\cdot} \\ Q_2^{\cdot} \\ Q_3^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}^{\cdot} & a_{12}^{\cdot} & a_{13}^{\cdot} \\ a_{21}^{\cdot} & a_{22}^{\cdot} & a_{23}^{\cdot} \\ a_{31}^{\cdot} & a_{32}^{\cdot} & a_{33}^{\cdot} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^{\cdot} \\ Q_2^{\cdot} \\ Q_3^{\cdot} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1^{\cdot} \\ f_1^{\cdot} \\ f_1^{\cdot} \end{bmatrix} \tag{3.2.5}$$

El conjunto de términos en "$a^{\cdot}$" son los asientos de la matriz $A^{\cdot}$. Esta ecuación es la identidad contable básica de insumo–producto, cuya escritura podemos simplificar si la expresamos en forma matricial:

$$Q^{\cdot} = A^{\cdot} Q^{\cdot} + f^{\cdot} \tag{3.2.6}$$

Cuando las ecuaciones se expresan de esta forma son mucho más adecuadas para el análisis o la construcción de modelos. Si se conocen los valores de los coeficientes, $A^{\cdot}$, y también se conoce o se supone el nivel de la demanda final, $f^{\cdot}$, es posible resolver esta serie de ecuaciones para encontrar el nivel de producción de las diversas mercancías, $Q^{\cdot}$.

Si ahora atendemos a las columnas del cuadro 3.2.1, podemos examinar las compras de cada sector. Dado que la matriz W incluye todos los insumos intermedios y la matriz U todos los insumos primarios, en conjunto, estas dos matrices registran la totalidad de los gastos necesarios para obtener la producción de los sectores.[14] Podemos escribir también en términos de coeficientes la relación entre los insumos primarios y la producción, si definimos

$$b_{kj}^{\cdot} = u_{kj} / Q_j^{\cdot} \tag{3.2.7}$$

donde u_{kj} es la cantidad monetaria del insumo primario k utilizado en el sector j y $b_{kj}^{\cdot}$ es la cantidad *monetaria* del insumo primario k utilizada por cada unidad de producción[15] del sector j.[16] Si ahora despejamos

[14] Esto debido a que hemos supuesto que no existen ni insumos intermedios importados ni impuestos. Más adelante relajaremos estos supuestos.

[15] En adelante. utilizaremos la expresión unidades de producción para referirnos a las unidades monetarias en las que esté medido el sistema: por ejemplo. en pesos.

[16] Observemos que en términos de los expuesto en el capítulo 2. esta definición del coeficiente monetario es la misma. puesto que $b_{kj}^{\cdot} = \pi_k b_{kj} / p_j = \dfrac{\pi_k Y_{kj}}{p_j Q_j} = \dfrac{u_{kj}}{Q_j^{\cdot}}$

$$u_{kj} = b^{\bullet}_{kj} / Q^{\bullet}_j \tag{3.2.8}$$

En términos matriciales, nos queda

$$B^{\bullet} = U \hat{Q}^{\bullet -1} \tag{3.2.9}$$

$$U = B^{\bullet} \hat{Q}^{\bullet} \tag{3.2.9'}$$

Con base en estas definiciones, podemos ahora escribir el valor bruto de la producción como la suma de los insumos intermedio y los insumos primarios, es decir,[17]

$$Q^{\bullet'} = \iota W + \iota U = \iota A^{\bullet} \hat{Q}^{\bullet} + \iota B^{\bullet} \hat{Q}^{\bullet} \tag{3.2.10}$$

Definamos ahora el valor agregado del sector *j–ésimo*, V_j, como la diferencia entre el valor bruto de la producción de ese sector menos el valor del total de los insumos intermedios utilizados para obtener dicha producción. Puesto que en nuestro ejemplo todos los insumos intermedios utilizados en la producción están incluidos en la matriz W, es decir, son exclusivamente bienes de origen doméstico, podemos escribir[18]

$$V_j = Q^{\bullet}_j - \sum_{i=1}^{n} w_{ij} = \sum_{k=1}^{K} u_{kj} \qquad \begin{matrix}(i = 1,2,\ldots, n)\\ (k = 1,2,\ldots, K)\end{matrix} \tag{3.2.11}$$

En términos matriciales,

$$V = Q^{\bullet'} - \iota W = \iota U = \iota B^{\bullet} \hat{Q}^{\bullet} \tag{3.2.12}$$

[17] Observemos que en esta expresión el vector $Q^{\bullet}$ aparece traspuesto, puesto que el mismo originalmente está definido como un vector columna, mientras que el resultado del lado derecho de la ecuación (3.2.10) es un vector fila.

[18] En efecto, observemos que en el cuadro 3.1 no se contempla la utilización de insumos intermedios de origen importado. En consecuencia, la aplicación de la definición de valor agregado en este cuadro coincide con la suma de los insumos primarios. Sin embargo, más adelante introduciremos los insumos intermedios importados, en cuyo caso esta igualdad no se mantiene, ya que los mismos, si bien forman parte de los insumos primarios, deben también deducirse del valor bruto de la producción para la determinación del valor agregado, es decir, no forman parte de este último.

donde:

$V = \{V_j\}$: es un vector fila de n elementos, donde el elemento V_j es la cantidad *monetaria* de valor agregado generado en la producción del bien j.

En consecuencia, en el cuadro 3.2.1, el vector V puede reemplazar a la matriz U. Podemos también definir la cantidad de valor agregado por unidad en forma de coeficiente, es decir,

$$v_j = V_j / Q_j^* \tag{3.2.13}$$

donde v_j es la cantidad monetaria de valor agregado por cada unidad de producción del bien j. Llamemos v al vector fila de los elementos v_j, es decir, al vector fila de los coeficientes de valor agregado. Entonces,

$$v = V\hat{Q}^{*-1} = \iota B^* \hat{Q}^* \hat{Q}^{*-1} = \iota B^* \tag{3.2.14}$$

Los elementos de la *j–ésima* columna de la matriz A^*, junto con el elemento correspondiente del vector v, describen las proporciones en que se utilizan, por el sector j, otros productos y los insumos primarios.

Aplicación

En los cuadros 3.2.2 y 3.2.3 aparecen ilustraciones numéricas de los puntos que se tratan en esta sección. El cuadro 3.2.2 contiene una serie simplificada de cuentas análogas a las del cuadro 3.2.1, donde se distinguen tres sectores de producción, que se identifican como S1, S2 y S3, y se presentan agregados en un solo renglón los insumos primarios.[19]

[19] Los datos del cuadro 3.2 corresponden a la matriz de insumo–producto de México para el año 1970, información que utilizaremos nuevamente más adelante, desagregando los componentes de demanda final y de los insumos primarios. El SCNM contempla 72 ramas de actividad económica, mismas que incluimos en la tabla 1.1. En nuestra agregación, el sector 1, S1, incluye las ramas 1 a 10, es decir, las actividades de producción primarias; el sector 2, S2, comprende las ramas 11 a 61, o sea, las actividades industriales; y el sector 3, S3, se obtiene sumando las ramas 62 a 72, es decir, las actividades de servicios.

Cuadro 3.2.2. Cuentas y tabla de insumo–producto (millones de pesos a precios de productor)

		Sectores			Demanda intermedia	Demanda final	Producción total
		S1	S2	S3			
	S1	10.657.3	47.744.5	340.8	58.742.6	34.014.0	92.756.6
Sectores	S2	11.257.8	90.716.9	18.977.9	120.970.6	208.534.9	329.505.5
	S3	4.803.6	42.338.2	36.335.0	83.476.8	207.258.0	329.505.5
Insumos intermedios		26.736.7	180.799.6	55.653.0	263.190.0	449.806.9	712.996.9
Insumos primarios		66.019.9	148.705.9	235.081.1	449.806.9		449.806.9
Insumos totales		92.756.6	329.505.5	290.734.8	712.996	449.806.9	1.162.802.9

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN S.P.P., 1978.

En el cuadro 3.2.3a, esta matriz de corrientes se presenta como una matriz de coeficientes, donde se puede ver que los asientos de cada columna se obtienen dividiendo los asientos de la matriz de flujos por la producción del sector comprador. A veces, se considera conveniente evitar las varias cifras decimales que se originan cuando hay asientos de poca magnitud en las casillas de la matriz de corrientes. El cuadro 3.2.3b muestra, por ello, los insumos por cada 1.000 unidades de producción.

Cuadro 3.2.3. Tabla de coeficientes de insumo–producto

a) Insumo por unidad de producción				a) Insumo por unidad de producción			
	Sectores				Sectores		
Sectores	S1	S2	S3	Sectores	S1	S2	S3
S1	0.1148	0.1448	0.0011	S1	114.8	144.8	1.1
S2	0.1215	0.2753	0.0652	S2	121.5	275.3	62.2
S3	0.0517	0.1284	0.1249	S3	51.7	128.4	124.9
V	0.7118	0.4514	0.8086		711.8	451.4	808.6
Total	1.0000	1.0000	1.0000		1.000	1.000	1.000

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN EL CUADRO 3.2.2.

3.3 La matriz inversa

Las estructuras de insumos que hemos tratado en la sección anterior muestran lo que cada sector requiere directamente para realizar su producción, pero no dice nada sobre los efectos ulteriores. El efecto de la producción de un vehículo de motor no termina con el acero, los componentes y los neumáticos utilizados. Da inicio a una larga cadena de producción, ya que cada uno de los productos utilizados requerirá, a su vez, diversos insumos; se necesitará la producción de algunas industrias no directamente suministradoras de la industria automotriz y puede ser necesario que las suministradoras directas produzcan también para otras industrias.

Por consiguiente, se pueden definir dos tipos de insumos. Los insumos *directos*, que son aquéllos utilizados por la industria de que se trata, y los insumos *indirectos*, que son los utilizados por las industrias cuya producción es necesaria para suministrar insumos a aquéllas primeras industrias. En el cuadro 3.3.1 puede verse que la producción de 1.000 unidades excedentes (demanda final) del sector 2 requieren 144.8 unidades de S1, 275.3 unidades de S2 y 128.4 unidades de S3. Estos son los insumos *directos* que ya presentamos en el cuadro 3.2 b. Pero la producción de 144.8 unidades de S1 requerirán ciertas unidades de S2 y las 128.4 unidades de S3 requerirán algunas de S1 y otras de S3, todas las cuales a su vez generarán otros insumos procedentes de todos los sectores. Si a través del sistema es posible investigar todas estas necesidades indirectas, entonces también será posible conocer el impacto *total* de la producción de cada uno de los sectores sobre los demás sectores (O'Connor y Henry, 1975; Naciones Unidas, 1974). En este ejemplo, las necesidades directas de insumos para la producción de 1.000 unidades de S2 figuran en la segunda columna del cuadro 3.3.1. La primera serie de necesidades indirectas será de 56.69 de S1, 101.80 de S2 y 58.93 de S3, cifras que figuran en la tercera columna del cuadro 3.3.1. En efecto, para producir los insumos directos que aparecen en la segunda columna se requiere 144.8*0.1148+275.3*0.1448+128.4*0.0011 de S1, que da como resultado 56.6906, y así sucesivamente para los otros requerimientos indirectos de la ronda 1. Para obtener esta producción se necesitarán, a su vez, diversos insumos adicionales; esta segunda ronda de insumos indirectos se calcula y figura en la cuarta columna. Las necesidades de insumos de rondas sucesivas disminuyen rápidamente, pudiéndose calcular el impacto *total* de la demanda de 1.000 unidades de producto de S2. Dicho impacto *total* figura en la última columna.

Cuadro 3.3.1. Insumos directos e indirectos

Producción excedente	Insumos directos	Insumos directos						
		Ronda 1	Ronda 2	Ronda 3	Ronda 4	Ronda 5	Ronda 6	Total
1.000	144.8	56.6906	21.3328	8.0953	3.0840	1.1762	0.4492	235.64
	275.3	101.7982	38.7649	14.7920	5.6445	2.1538	0.8499	1.439.70
	128.4	58.9369	23.3816	9.0078	3.4456	1.7462	0.5558	225.38

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Se podrían efectuar cálculos similares para los otros dos sectores. La obtención de estos resultados por este método es complejo y laborioso, aún con una tabla de tres sectores. Con el fin de simplificar el cálculo, es conveniente volver a las ecuaciones estructurales (3.2.4). Los resultados anteriores podrían obtenerse introduciendo los coeficientes ya conocidos, a^{*}_{ij} , en estas ecuaciones y resolviéndolas para las Q^{*}. En este caso, tenemos

$$Q^{*}_1 = 0.1148Q^{*}_1 + 0.1448Q^{*}_2 + 0.0011Q^{*}_3$$
$$Q^{*}_2 = 0.1215Q^{*}_1 + 0.2753Q^{*}_2 + 0.0652Q^{*}_3 + 1{,}000$$
$$Q^{*}_3 = 0.0517Q^{*}_1 + 0.1284Q^{*}_2 + 0.1249Q^{*}_3$$

La solución de estas ecuaciones da los requerimientos *totales* para producir 1.000 unidades excedentes del producto S2, pudiendo obtenerse análogas soluciones para 1.000 unidades excedentes de S1 y de S3. La forma más conveniente de obtener estos resultados consiste en aplicar la ecuación básica (3.2.6) y resolver esta para Q^{*}, como sigue:

$$Q^{\bullet} = A^{\bullet} Q^{\bullet} + f^{\bullet} \tag{3.2.6}$$
$$Q^{\bullet} - A^{\bullet} Q^{\bullet} = f^{\bullet}$$
$$(I - A^{\bullet})\, Q^{\bullet} = f^{\bullet}$$
$$Q^{\bullet} = (I - A^{\bullet})^{-1} f^{\bullet} \tag{3.3.1}$$

resultado que ya obtuvimos en la ecuación (2.2.2). La matriz $(I - A^{\bullet})^{-1}$ se conoce como la matriz inversa de Leontief o matriz multiplicador (en analogía con el multiplicador keynesiano). Si se calcula esta matriz para el ejemplo numérico del cuadro 3.2.3a se obtiene como resultado la matriz del cuadro 3.3.2.

Cuadro 3.3.2. Matriz inversa de Leontief $(I - A^{\bullet})^{-1}$

Sectores	S1	S2	S3
S1	1.1633	0.2360	0.0191
S2	0.2040	1.4397	0.1076
S3	0.0988	0.2253	1.1597

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Como ya discutimos en el capítulo 2, cada columna de esta matriz muestra los requerimientos *totales* de insumos, tanto *directos* como *indirectos*, para producir una unidad excedente del sector correspondiente. Constatamos que la segunda columna de esta matriz es igual al resultado obtenido en la columna *Total* del cuadro 3.3.1. Esto es así porque al construir el cuadro 3.3.1 en realidad hemos seguido el procedimiento de calcular los requerimientos directos de insumos en cada ronda "hacia atrás" del proceso de producción, razonamiento que se puede expresar formalmente si tenemos en cuenta que la matriz inversa equivale al desarrollo de una serie de potencias de la matriz $A^{\bullet}$, de tal forma que[20]

[20] El desarrollo en serie de la matriz en términos monetarios es equivalente al desarrollo que se expuso para la matriz en términos físicos (ver la expresiones (1.5.6) y (1.5.7) del capítulo 1. La condición matemáticas para que sea posible escribir en serie la matriz inversa de Leontief en términos monetarios es la equivalente de la condición para poder escribir en serie la matriz en términos físicos que se discutió oportunamente en el capítulo 1.

$$Q^{*} = [I + A^{*} + A^{*2} + A^{*3} + \ldots + A^{*n}]f^{*}$$
$$Q^{*} = [f^{*} + A^{*}f^{*} + A^{*2}f^{*} + A^{*3}f^{*} + \ldots + A^{*n}f^{*}] \qquad (3.3.2)$$

Si resolvemos la expresión (3.3.2) en nuestro ejemplo numérico, considerando que

$$f^{*} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1{,}000 \\ 0 \end{bmatrix}$$

obtendremos los resultados que presentamos en el cuadro 3.4, donde cada una de sus columnas es igual al resultado obtenido para el sumando correspondiente de la serie. Se observa que los asientos de la segunda columna de esta matriz son considerablemente mayores que los correspondientes del cuadro 3.2.3a, que muestran sólo los insumos *directos*; las diferencias entre las dos son los insumos *indirectos*.

El cálculo manual de la inversa de una matriz no se recomienda cuando la matriz es mayor que la de este ejemplo. Es un cálculo análogo al de resolver la serie de ecuaciones estructurales (3.2.4) para cada nivel de producción. Afortunadamente, existen programas de computadoras para la inversión de matrices, que en la práctica es el procedimiento que se sigue. Sin embargo, el método que hemos seguido aquí tiene como propósito comprender mejor los principios implicados en el modelo de insumo–producto.

La matriz inversa de Leontief, $(I - A^{*})^{-1}$, es fundamental para el análisis insumo–producto, pues muestra el impacto total de la demanda final de cada sector sobre todos los demás sectores. Con esta matriz es posible explicar la interdependencia tecnológica del sistema productivo y seguir paso a paso la creación de la demanda desde los consumidores finales a través de todo el sistema. Es posible entonces calcular los niveles de producción que se requerirán para satisfacer diversos niveles postulados de demanda final y consiguientemente la cuantía en que sería necesario que cambiaran los niveles de producción para satisfacer los cambios postulados de la demanda final, tales como una variación de los gastos públicos.

Aplicación

Una de las aplicaciones más comunes consiste en la proyección de una nueva demanda final para un período futuro y la determinación de los requerimientos directos e indirectos que necesita generar la economía para satisfacer dicha demanda. Supongamos, entonces, que para un año t posterior al año base de la matriz, se espera un incremento de 10,000 unidades monetarias en el consumo privado de origen industrial (sector 2). El objetivo del ejercicio es hallar los nuevos valores de producción sectoriales que satisfacen la demanda final proyectada. En nuestro ejemplo numérico, el nuevo vector f_1^* de demanda final es

$$f_1^* = \begin{bmatrix} 34{,}014.00 \\ 218{,}534.90 \\ 207{,}258.00 \end{bmatrix}$$

y el nuevo valor de la producción (Q_1^*) surge de multiplicar la matriz inversa $(I - A^*)^{-1}$ por la demanda supuesta, es decir,

$$Q_1^* = (I - A^*)^{-1} f_1^*$$

Entonces, obtenemos

$$\Delta Q_1^* = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2360 & 0.0191 \\ 0.2040 & 1.4397 & 0.1076 \\ 0.0988 & 0.2253 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34{,}014.00 \\ 218{,}534.90 \\ 207{,}258.00 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 95{,}116.4 \\ 343{,}903.6 \\ 292{,}988.7 \end{bmatrix}$$

O sea, para el nuevo vector de demanda final se requerirá un valor bruto de la producción del sector 1 de 95,116.4; del sector 2 de 343,903.6; y del sector 3 de 292,988.7 unidades.

A partir de estos resultados, podemos calcular el cambio en el nivel de producción de cada sector, como la diferencia entre estos valores, es decir,

$$\Delta Q_1^* = Q_1^* - Q^* = \begin{bmatrix} 95,116.4 \\ 343,903.6 \\ 292,988.7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 92,756.6 \\ 329,505.5 \\ 290,734.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,359.8 \\ 14,398.1 \\ 2,253.9 \end{bmatrix}$$

De otra forma, podemos obtener el mismo resultado mediante la siguiente operación:

$$\Delta Q_1^* = Q_1^* - Q^* = (I-A^*)^{-1}(f_1^* - f^*) = (I-A^*)^{-1}\Delta f_1^*(I-A^*)^{-1}f_1^* - (I-A^*)^{-1}f_1^*$$

o sea,

$$\Delta Q_1^* = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2360 & 0.0191 \\ 0.2040 & 1.4397 & 0.1076 \\ 0.0988 & 0.2253 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10,000 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,360 \\ 14,397 \\ 2,253 \end{bmatrix}$$

Del mismo modo que al considerar los insumos directos en la matriz de coeficientes se introdujeron los insumos primarios, también es posible extender la utilización de la matriz inversa para incluir en ella los insumos primarios. En efecto, si multiplicamos los requerimientos totales de los diferentes bienes para producir una unidad excedente de un bien particular, por la cantidad de insumos primarios para producir una unidad de cada uno de esos insumos intermedios, obtendremos la cantidad total requerida de insumos primarios para producir dicha unidad excedente. En el cuadro 3.3.3 aplicamos este procedimiento para determinar las necesidades de insumos primarios de 1.000 unidades de producción excedente del sector 2.

Cuadro 3.3.3. Necesidades de insumos primarios

Sector	Insumos directos e indirectos por 1,000 unidades de de producción de S2 (1)	Coeficientes de insumos primarios (v) (2)	Necesidades de insumos primarios (3) = (1) x (2)
S1	236.0	0.7118	167.70
S2	1,439.7	0.4514	649.79
S3	225.3	0.8086	181.94
			1,000.00

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Los niveles de producción total requeridos para producir 1,000 unidades de producción excedente de S2 se calcularon en el cuadro 3.3.1 y figuran en la primera columna del cuadro 3.3.3. Cada uno de los sectores productivos necesitará diferentes cantidades de los distintos insumos primarios, para obtener la producción total que se le requiere. Los coeficientes de insumos primarios totales (valor agregado) requeridos directamente para producir una unidad de cada sector, v, se calcularon en el cuadro 3.2.3a y figuran en la segunda columna del cuadro 3.3.3. La tercer columna se obtiene multiplicando entre sí las dos primeras e indica los insumos primarios totales requeridos por cada uno de los tres sectores. Las operaciones descritas pueden sintetizarse en el siguiente cálculo matricial. De la ecuación (3.2.14), si posmultiplicamos el lado derecho e izquierdo de la primera igualdad por $\hat{Q}^{*}$, obtenemos:

$$v\,\hat{Q}^{*} = V$$

relación que también puede escribirse de la siguiente forma:

$$V' = \hat{v}\,Q^{*} = \hat{v}\,(I - A^{*})^{-1} f^{*} \tag{3.3.3}$$

Para el caso particular en que

$$f^{*} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1{,}000 \\ 0 \end{bmatrix}$$

se obtienen los resultados de la columna indicada, donde ahora V' es un vector columna. Observemos que las necesidades totales de insumos primarios son 1.000 unidades, exactamente igual al nivel de demanda final supuesto en el ejemplo. Esta identidad de las magnitudes agregadas, demanda final e insumos primarios, es, por supuesto, exigida por los principios de la contabilidad nacional. Dicha identidad fue demostrada formalmente en el apartado 1.5.3. Más adelante se examinarán e ilustrarán diversas y más detalladas aplicaciones de la matriz inversa.

3.4 Precios y costos

Ya hemos dicho antes que las columnas de la matriz de insumo–producto, en conjunto con los coeficientes de insumos primarios, representan la estructura (composición porcentual) de los gastos de cada sector. De esto se deduce que el índice de precio de cada actividad de producción se puede calcular a partir del índice de precio de cada uno de sus insumos multiplicado por su respectivo coeficiente. Si, como anteriormente, se considera que todos los insumos primarios se incluyen en un solo coeficiente, se comprenderá que el índice de precio de cada sector depende del índice de precio de los otros sectores y del costo del conjunto de los insumos primarios. Es posible, de este modo, escribir una serie de ecuaciones que muestren cómo se determinan los índices de precios y resolver estas ecuaciones, con tal de que se conozcan los coeficientes del valor agregado para cada actividad de producción y, por supuesto, la matriz A^{*}. En el sistema de tres sectores de este capítulo, esto dará

$$\begin{aligned} p_1^{*} &= a_{11}^{*} p_1^{*} + a_{21}^{*} p_2^{*} + a_{31}^{*} p_3^{*} + v_1 \\ p_2^{*} &= a_{12}^{*} p_1^{*} + a_{22}^{*} p_2^{*} + a_{32}^{*} p_3^{*} + v_2 \\ p_3^{*} &= a_{13}^{*} p_1^{*} + a_{23}^{*} p_2^{*} + a_{33}^{*} p_3^{*} + v_3 \end{aligned} \tag{3.4.1}$$

donde p_i^{*} es el índice del precio del producto (sector) i y v_j es el costo de los insumos primarios totales (valor agregado) por unidad de producción del sector j.

En esta serie de ecuaciones que representa la estructura de costos de cada uno de los productos, cada uno de los coeficientes de insumo de un sector se multiplica por el índice de precio unitario de ese insumo. Si se conocen los valores de a_{ij}^{*} y de los v_j, se podrá resolver esta serie de ecuaciones para las p^{*}. Sin embargo, como en la sección anterior, la solución es mucho más sencilla si se utilizan métodos matriciales, particularmente cuando se trata de matrices de cierto tamaño. Podemos expresar las ecuaciones de precios, entonces, como

$$\begin{bmatrix} p_1^* & p_2^* & p_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^* & p_2^* & p_3^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^* & a_{12}^* & a_{13}^* \\ a_{21}^* & a_{22}^* & a_{23}^* \\ a_{31}^* & a_{32}^* & a_{33}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix}$$

Aquí, el conjunto de coeficientes "a^*" es la matriz de coeficientes de insumo–producto, A^*. La anterior serie de ecuaciones puede, entonces, escribirse simplemente como:

$$p^* = p^* A^* + v \tag{3.4.2}$$

que, cuando se resuelve para p^*, queda:

$$p^* = v(I - A^*)^{-1} \tag{3.4.3}$$

Aplicación

Podemos realizar los cálculos involucrados en la expresión (3.4.3) a partir del mismo cuadro 3.3.3, pero ahora con el propósito de investigar cuál sería el cambio en los precios si se modifica algún elemento del vector v. Recordemos antes que si el valor de todos los elementos de este vector son los mismos que se derivan del cuadro de transacciones correspondiente al año *base*, la solución de esta ecuación será un vector p^* cuyos elementos serán todos iguales a la unidad. En efecto, la solución de la ecuación (3.4.3) para el precio del sector 2 de nuestro ejemplo numérico de tres sectores la podemos obtener sumando el resultado de multiplicar los elementos de la columna (1) del cuadro 3.3.3, igual a la segunda columna de la matriz inversa de Leontief, por los elementos correspondientes de la columna (2) del mismo cuadro, igual al vector v. Para obtener el precio del sector 1 deberemos sustituir los elementos de la columna (1) por los elementos de la columna 1 de la matriz inversa, y así sucesivamente. En todos los casos obtendremos como resultado la unidad, lo que no debe sorprendernos puesto que nuestro sistema está escrito en términos monetarios y, como ya demostramos en el capítulo 1, la solución del modelo de precios consistente con esto se escribe en términos de índices y no de precios absolutos. Si ahora queremos investigar en cuánto cambian los índices de precios de cada uno de los sectores si se altera el coeficiente del valor agregado del sector 2 en un 10%, deberemos modificar la información del cuadro 3.3.3 de la forma en que aparece en el cuadro 3.4.1, donde hemos modificado en esa proporción (0.4514*1.1 = 0.4965) el segundo elemento de la columna (2).

Cuadro 3.4.1. Índice del precio del sector 2

Sectores	Insumos directos e indirectos por 1.000 unidades de de producción de S2 (1)	Coeficientes de insumos primarios (2)	Necesidades de insumos primarios (3) = (1) x (2)
S1	236.0	0.7118	167.70
S2	1.439.7	0.4914	714.81
S3	225.3	0.8086	181.94
			1.064.45

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

El resultado final es que si el valor agregado del sector 2 aumenta en 10%, su precio aumentará en un 6.45%; esto a su vez se traducirá en un incremento de los precios de los otros sectores, se acuerdo con la cantidad total que cada uno de ellos requiera del bien 2. Dejamos al lector la realización de estos cálculos.

Observemos que la matriz inversa de la ecuación (3.4.3) es la misma que la inversa de Leontief de la expresión (3.3.1). Sin embargo, en esta última se investiga las relaciones "hacia atrás" a través del sistema productivo para obtener estimaciones de los niveles de producto a partir de una demanda final supuesta. En cambio, en la expresión (3.4.3) se investiga de hecho las relaciones "hacia adelante" a través del sistema productivo, con el fin de hacer estimaciones de los cambios de los precios de los productos finales a partir de los cambios de los precios de los insumos primarios. Para obtener una imagen más completa de esto último, podemos reescribir la expresión (3.4.3) desarrollando en serie la matriz inversa, es decir,

$$p^{*} = v\left[I + A^{*} + A^{*2} + A^{*3} + \ldots + A^{*n}\right]$$
$$p^{*} = v + vA^{*} + vA^{*2} + vA^{*3} + \ldots + vA^{*n} \qquad (3.4.4)$$

Cada término de esta sumatoria es la cantidad de valor agregado requerida directamente en la producción de los insumos directos necesarios en cada ronda "hacia adelante" del proceso de producción; por lo tanto, el índice de precio resultante equivale a la sumatoria de los valores agregados generados en la cadena de procesos de producción. Si se altera uno de los coeficientes del vector v, se alterará no sólo el precio del sector directamente afectado, sino todos los precios, puesto que la producción del resto de los bienes utiliza en alguna medida el bien cuyo valor agregado se ha modificado y, en consecuencia, también se afectarán los precios correspondientes, en proporción con el "peso" que ese bien tiene en la producción de cada uno de los otros bienes.

Podemos ahora ampliar nuestro análisis, con el propósito de calcular los efectos de las variaciones de los precios de cada uno de los insumos primarios sobre los niveles de los precios de los productos. En efecto, recordemos la expresión

$$p^{*} = \pi^{*}A^{*}\,(I - A^{*})^{-1} \qquad (2.3.5)$$

Si este sistema se soluciona para el año *base*, es decir, para $\pi^{*} = \iota$, entonces,

$$p^{*} = \iota B^{*}\,(I - A^{*})^{-1}$$

y puesto que, de acuerdo con la expresión (3.2.14),

$$v = \iota B^{*} \qquad (3.2.14)$$

entonces,

$$p^{*} = v\,(I - A^{*})^{-1} \qquad (3.4.3)$$

que ya demostramos. Por lo tanto, esta última expresión es un caso particular de la (2.3.5), que se cumple cuando $\pi^{*} = \iota$, es decir, para un año particular, que puede considerarse un año *base*; en el caso más general, cuando los índices de precios de los insumos primarios corresponden a un año diferente al año base, es decir, se refieren al año corriente, sus valores son diferentes de la unidad. Por lo tanto, el producto $\pi^{*}B^{*}$ puede conceptualizarse como la actualización de v para el año corriente.

3.5 Los insumos intermedios importados

La utilización de insumos intermedios de origen importado significa un costo para las actividades de producción que debe considerarse en las estructuras de insumos de las mismas. En consecuencia, es necesario introducir una nueva fila que contemple este rubro en el sistema contable que hemos expuesto. Estos bienes y servicios que se utilizan en el proceso de producción son parte de los insumos primarios, puesto que los mismos se originan fuera del proceso de producción del período corriente. Por lo tanto, deben formar parte de los conceptos incluidos en la matriz U del cuadro 3.2.1. Con el propósito de describir con más precisión su tratamiento en el sistema, modifiquemos el cuadro 3.2.2 desagregando los insumos primarios en insumos intermedios importados y otros insumos primarios, como se presenta en el cuadro 3.5.1. Hemos conservado el valor bruto de la producción de cada una de las ramas, con el propósito de no alterar el valor de los coeficientes técnicos de la matriz A^{*}. Además, sólo hemos contemplado la importación de insumos intermedios, dejando fuera la importación de bienes finales.[21]

[21] Existen diferentes formas de tratar las importaciones en una matriz de insumo–producto. Volveremos sobre esto más adelante.

Cuadro 3.5.1. Cuentas y tabla de insumo–producto con insumos intermedios importados (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	Producción total
S1	10,657.3	47,744.5	340.8	58,742.6	34,014.0	92,756.6
S2	11,275.8	90,716.9	18,977.9	120,970.6	208,534.9	329,505.5
S3	4,803.6	42,338.2	36,335.0	83,476.8	207,258.0	290,734.8
Insumos intermedios domésticos	26,736.7	180,799.6	55,653.7	263,190.0	449,806.9	712,996.9
Insumos intermedios importados	706.4	14,826.0	2,545.4	18,007.8		
Otros insumos primarios	65,313.5	133,879.9	232,535.7	413,729.1		449,806.9
Insumos totales	92,756.6	329,505.5	290,734.8	712,996	449,806.9	1,162,802.9

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Puesto que hemos definido el valor agregado del sector *j–ésimo*, V_j, como la diferencia entre el valor bruto de la producción de ese sector y el valor del total de los insumos intermedios utilizados para obtener dicha producción, debemos ahora tomar en cuenta no sólo los insumos intermedios de origen doméstico, sino también los importados. En consecuencia, la expresión (3.2.11) ya no se cumple y debemos reescribir el valor agregado de la siguiente forma:

$$V_j = Q_j^* - \sum_{i=1}^{n} w_{ij} - u_j^m \qquad (j = 1, 2, \ldots\ldots, n) \tag{3.5.1}$$

donde:

$\left\{u_j^m\right\}$: es la cantidad *monetaria* de insumos intermedios importados utilizada por la actividad de producción *j*.

En términos matriciales, la ecuación (3.5.1) nos queda:

$$V = Q^{*} - \iota W - U_m = Q^{*} - W^{+} - U_m \tag{3.5.2}$$

donde:

$U_m = \{u_j^m\}$: es un vector fila de n elementos, donde el elemento *j–ésimo* es la cantidad *monetaria* de insumos intermedios de origen importado utilizados por la actividad de producción j;

$W^{+} = \{w_j^{+}\}$: es un vector fila de n elementos, donde el elemento w_j^{+} es la la cantidad *monetaria* total de insumos intermedios de origen doméstico utilizados en la producción del bien j.

Por lo tanto, el valor agregado ya no es igual a la suma de todos los insumos primarios, puesto que uno de ellos consiste de insumos intermedios importados;[22] el valor agregado será ahora igual a la suma de los que hemos denominado "Otros insumos primarios" en el cuadro 3.7. Puesto que el total de los insumos primarios es la suma de todos los insumos que se utilizan en el proceso de producción corriente, con excepción de los insumos intermedios de origen doméstico, su determinación equivale a la diferencia entre el valor de la producción y estos últimos, es decir,

$$\iota U = U^{+} = Q^{*} - W^{+} \tag{3.5.3}$$

donde:

$U^{+} = \{u_j^{+}\}$: es un vector fila de n elementos, donde el elemento u_j^{+} es la cantidad *monetaria* total de insumos primarios utilizados en la producción del bien j.

Con base en las definiciones (3.5.2) y (3.5.3), concluimos que

[22] Es conveniente tener presente que los insumos intermedios de origen importado se consumen plenamente en el período corriente. pero pueden haber sido importados efectivamente en un periodo anterior sin habérselos utilizados hasta la fecha. en cuyo caso fueron contabilizados como variación de existencias de origen importada positiva en el período de importación y. consecuentemente. negativa en el período en que se los utiliza.

$$U^{+} = V - U_m \qquad (3.5.4)$$

En el cuadro 3.8 presentamos en forma sintética la información contable discutida, donde distinguimos ahora la utilización de los insumos intermedios importados y el valor agregado generado en cada actividad de producción.

Cuadro 3.8. Marco contable simplificado

Sectores de producción	Demanda final	Total
W U_m V $Q^{*\prime}$	f^{*}	Q^{*}

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos también definir la cantidad de insumos primarios por unidad de producción en forma de coeficiente, es decir,

$$b_j^{*} = U_j^{+} / Q_j^{*} \qquad (3.5.5)$$

donde b_j^{*} es la cantidad *monetaria* total de insumos primarios por cada unidad de producción del bien *j*. Llamemos b^{*} al vector fila de los elementos b_j^{*}. Entonces,

$$b^{*} = U^{+} \hat{Q}^{*-1} \qquad (3.5.6)$$

Pero, con base en las expresiones (3.2.12) y (3.5.3), remplazando nos queda

$$b^{*} = U^{+} \hat{Q}^{*-1} = \iota B^{*} \hat{Q}^{*} \hat{Q}^{*-1} = \iota B^{*} \qquad (3.5.6')$$

Los elementos de la *j–ésima* columna de la matriz A^{*}, junto con el elemento correspondiente del vector b^{*}, describen las proporciones en que se utilizan, por el sector *j*, los insumos intermedios domésticos y los insumos primarios, que hemos denominado la estructura de insumos. Puesto que entre los insumos primarios hemos distinguido aquellos que forman parte del valor agregado y los insumos intermedios importados, podemos calcular los coeficientes asociados a estas dos categorías. El primero es igual a la definición que establecimos en el expresión (3.2.13), mientras que el segundo será:

$$b_j^{*m} = u_j^m \,/\, Q_j^{*} \tag{3.5.7}$$

Consistente con la expresión (3.5.4) y con las definiciones de los coeficientes expuestas, debe cumplirse que

$$b_j^{*} = v_j + b_j^{*m} \tag{3.5.8}$$

o, en términos matriciales

$$b^{*} = v + B_M^{*} \tag{3.5.9}$$

donde B_M^{*} es el vector fila de los coeficientes b_j^{*m}.

Aplicación

En el cuadro 3.5.3a se presenta la matriz de coeficientes asociada a la matriz de flujos del cuadro 3.5.1, donde se puede ver que los asientos de cada columna se obtienen dividiendo los asientos de la matriz de flujos por la producción del sector comprador. El cuadro 3.5.3b muestra los insumos por cada 1.000 unidades de producción.

Cuadro 3.5.3. Tabla de coeficientes de insumo–producto con insumos intermedios importados

a) Insumo por unidad de producción				b) Insumo por 10.000 unidades de producción			
	Sectores				Sectores		
Sectores	S1	S2	S3	Sectores	S1	S2	S3
S1	0.1148	0.1448	0.0011	S1	114.8	144.8	1.1
S2	0.1215	0.2753	0.0652	S2	121.5	275.3	65.2
S3	0.0517	0.1284	0.1249	S3	51.7	128.4	124.9
B_M^*	0.0076	0.0450	0.0088		7.6	45.0	8.8
v	0.7042	0.4064	0.7998		704.2	406.4	799.8
b^*	0.7118	0.4514	0.8086		711.8	451.4	808.6
Total	1.0000	1.0000	1.0000		1.000	1.000	1.000

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Puesto que las columnas de la matriz de insumo–producto, en conjunto con los coeficientes de insumos primarios, representan la estructura (composición porcentual) de los gastos de cada sector, el índice de precio de cada sector se puede calcular a partir del índice de precio de cada uno de sus insumos, en conjunto con sus respectivos coeficientes. Anteriormente consideramos que todos los insumos primarios se incluyen en un solo coeficiente, de tal forma que postulamos que el índice de precio de cada producto depende del índice de precio de los otros productos y del costo del conjunto de los insumos primarios. Sin embargo, ahora hemos introducido la importación de insumos intermedios, en cuyo caso nuestro sistema debe cosiderar este hecho al resolver el sistema de ecuaciones. Con este propósito, utilizaremos por separado tanto los coeficientes de estos insumos como aquellos correspondientes a los "Otros insumos primarios", que son los que integran el valor agregado. En el sistema de tres sectores, esto dará

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= \dot{a}_{11}\, \dot{p}_1 + \dot{a}_{21}\, \dot{p}_2 + \dot{a}_{31}\, \dot{p}_3 + \dot{b}_1^{\,m} + v_1 \\ \dot{p}_2 &= \dot{a}_{12}\, \dot{p}_1 + \dot{a}_{22}\, \dot{p}_2 + \dot{a}_{32}\, \dot{p}_3 + \dot{b}_2^{\,m} + v_2 \\ \dot{p}_3 &= \dot{a}_{13}\, \dot{p}_1 + \dot{a}_{23}\, \dot{p}_2 + \dot{a}_{33}\, \dot{p}_3 + \dot{b}_3^{\,m} + v_3 \end{aligned} \qquad (3.5.10)$$

donde $p_1^{\cdot}$ es el índice del precio del producto (sector) i, v_j, es el valor agregado por unidad de producción del sector j y $b_j^{\cdot m}$ es el valor de los insumos intermedios de origen importado por unidad de producción del sector j.

Si se conocen los valores de los coeficientes $a_{ij}^{\cdot}$, v_j, y $b_j^{\cdot m}$ se podrá resolver esta serie de ecuaciones para las $p^{\cdot}$. Sin embargo, como en la sección anterior, la solución es mucho más sencilla si utilizamos métodos matriciales, particularmente cuando se trata de matrices de cierto tamaño. Podemos expresar las ecuaciones de precios, entonces, como

$$\begin{bmatrix} p_1^{\cdot} & p_2^{\cdot} & p_3^{\cdot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1^{\cdot} & p_2^{\cdot} & p_3^{\cdot} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^{\cdot} & a_{12}^{\cdot} & a_{13}^{\cdot} \\ a_{21}^{\cdot} & a_{22}^{\cdot} & a_{23}^{\cdot} \\ a_{31}^{\cdot} & a_{32}^{\cdot} & a_{33}^{\cdot} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1^{\cdot m} & b_2^{\cdot m} & b_3^{\cdot m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix}$$

La anterior serie de ecuaciones puede, entonces, escribirse simplemente como:

$$p^{\cdot} = p^{\cdot} A^{\cdot} + B_M^{\cdot} + v \tag{3.5.11}$$

que, cuando se resuelve para $p^{\cdot}$, queda:

$$p^{\cdot} = (B_M^{\cdot} + v)(I - A^{\cdot})^{-1} \tag{3.5.12}$$

Podemos realizar los cálculos involucrados en la expresión (3.5.12) a partir del mismo cuadro 3.5.3, con el propósito de investigar cuál sería el cambio en los precios si se modifica algún elemento del vector v. En primer lugar, si el valor de todos los elementos de este vector y del vector $B_M^{\cdot}$ son los mismos que se derivan del cuadro de transacciones correspondiente al año *base*, la solución de esta ecuación será un vector $p^{\cdot}$ cuyos elementos serán todos iguales a la unidad. En efecto, observemos que de acuerdo con la expresión (3.5.9), podemos reescribir la ecuación (3.5.12) de la siguiente forma:

$$p^{\cdot} = b^{\cdot}(I - A^{\cdot})^{-1} \tag{3.5.13}$$

La solución para el precio del sector 2 de nuestro ejemplo numérico de tres sectores la podemos obtener sumando el resultado de multiplicar los elementos de la columna (4) del cuadro 3.5.4, referida al vector b^*, por la columna (1), igual a la segunda columna de la matriz inversa de Leontief.[23] Para obtener el precio del sector 1 deberemos sustituir los elementos de la columna (1) por los elementos de la columna 1 de la matriz inversa, y así sucesivamente. En todos los casos obtendremos como resultado la unidad, lo que no debe sorprendernos puesto que nuestro sistema está escrito en términos monetarios y, como ya demostramos en el capítulo 1, la solución del modelo de precios consistente con esto se escribe en términos de *índices* y no de *precios absolutos*.

Cuadro 3.5.4. Índice del precio del sector 2

Sectores	Insumos indirectos e indirectos por 1.000 unidades de producción S2 (1)	Coeficientes de insumos importados (2)	Coeficientes de valor agregado (3)	Coeficientes de insumos primarios (4) = (2) + (3)	Necesidades de insumos primarios (5) = (1) x (4)
S1	236.0	0.0076	0.7042	0.7118	167.70
S2	1.439.7	0.0450	0.4064	0.4514	649.79
S3	225.3	0.0088	0.7998	0.8086	181.94
					1.000.00

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Si ahora queremos investigar en cuánto cambian los índices de precios de cada uno de los sectores si se altera el coeficiente del valor agregado del sector 2 en un 10%, deberemos modificar la información del cuadro 3.5.4 de la forma en que aparece en el cuadro 3.5.5, donde hemos modificado en esa proporción (0.4064*1.1 = 0.4472) el segundo elemento de la columna (3).

23 Observemos que las operaciones aritméticas son las mismas que realizamos anteriormente, cuando supusimos que no se utilizaban insumos intermedios importados. Ello se debe a que este último caso el valor agregado y la suma de los insumos primarios coincide.

Cuadro 3.5.5. Índice del precio del sector 2

Sectores	Insumos directos e indirectos por 1.000 unidades de producción S2 (1)	Coeficientes de insumos importados (2)	Coeficientes de valor agregado (3)	Coeficientes de insumos primarios (4) = (2) + (3)	Necesidades de insumos primarios (5) = (1) x (4)
S1	236.0	0.0076	0.7042	0.7118	167.70
S2	1.439.7	0.0450	0.4472	0.4922	708.62
S3	225.3	0.0088	0.7998	0.8086	181.94
					1.058.26

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

El resultado final es que si el valor agregado del sector 2 aumenta en 10%, su precio aumentará en un 5.83%; esto a su vez se traducirá en un incremento de los precios de los otros sectores, de acuerdo con la cantidad total que cada uno de ellos requiera del bien 2. Dejamos al lector la realización de estos cálculos.

Observemos que en la ecuación (3.5.13) se investigan las relaciones "hacia adelante" a través del sistema productivo, con el fin de hacer estimaciones de los cambios de los precios de los productos finales a partir de los cambios de los precios de los insumos primarios. Para obtener una imagen más completa de esto último, podemos reescribir la expresión (3.5.13) desarrollando en serie la matriz inversa, es decir,

$$p^{*} = b^{*}\left[I + A^{*} + A^{*2} + A^{*3} + \ldots + A^{*n}\right] \qquad (3.5.14)$$

$$p^{*} = b^{*} + b^{*}A^{*} + b^{*}A^{*2} + b^{*}A^{*3} + \ldots + b^{*}A^{*n} \qquad (2.5.15)$$

Cada término de esta sumatoria es la cantidad de insumos primarios requerida directamente en la producción de los insumos directos necesarios en cada ronda "hacia adelante" del proceso de producción; por lo tanto, el índice de precio resultante equivale a la sumatoria de los insumos primarios generados en la cadena de procesos de producción. Si se altera uno de los coeficientes del vector b^{*}, se alterará no sólo el precio del sector directamente afectado, sino todos los precios, puesto que la producción del resto de los bienes utiliza en alguna medida el bien cuyo insumos primarios se han modificado y, en consecuencia, también se afectarán los precios correspondientes, en proporción con el "peso" que ese bien tiene en la producción de cada uno de los otros bienes.

Podemos ahora ampliar nuestro análisis, con el propósito de calcular los efectos de las variaciones de los precios de cada uno de los insumos primarios sobre los niveles de los precios de los productos. En efecto, recordemos la expresión

$$p^{*} = \pi^{*} B^{*}(I - A^{*})^{-1} \tag{2.3.5}$$

Si π^{*}, entonces,

$$p^{*} = \iota B^{*}(I - A^{*})^{-1} \tag{3.5.16}$$

entonces,

$$p^{*} = b^{*}(I - A^{*})^{-1}$$

que ya demostramos. Por lo tanto, esta última expresión es un caso particular de la (2.3.5), que se cumple cuando $\pi^{*} = 1$, es decir, para un año particular, que puede considerarse un año *base*; en el caso más general, cuando los índices de precios de los insumos primarios corresponden a un año diferente al año base, es decir, se refieren al año corriente, sus valores son diferentes de la unidad. Por lo tanto, el producto $\pi^{*} B^{*}$ puede conceptualizarse como la actualización de b^{*} para el año corriente. En el siguiente capítulo se presentan aplicaciones numéricas de esta ecuación en las que se desagregan los insumos primarios y se incluyen los impuestos indirectos y las importaciones como parte de los mismos.

CAPÍTULO

4

Extensiones y aplicaciones del análisis insumo–producto

4.1 Análisis de la composición de la producción

En el capítulo anterior hemos descrito el papel básico del análisis insumo-producto como vínculo entre el nivel de la demanda final y las actividades de producción. Explicamos, entonces, cómo puede utilizarse la matriz inversa $(I - A^{*})^{-1}$ para determinar los efectos de un nivel dado de demanda final sobre los niveles de las diferentes actividades de producción que integran el sistema productivo. En este capítulo desagregaremos tanto la demanda final como los insumos primarios, a fin de mostrar cómo se puede analizar el impacto de cada componente de la demanda, no sólo sobre la producción, sino también sobre cada uno de los componentes del valor agregado (Naciones Unidas, 1974).

Con el fin de simplificar la discusión, utilizaremos el mismo conjunto hipotético de cuentas de producción del cuadro 3.2.2, pero desagregaremos la demanda final en cinco componentes (consumo privado, consumo público, formación bruta de capital fijo, variación de existencias y exportación) y los insumos primarios en dos categorías (salarios y beneficios), conforme se presenta en el cuadro 4.1.1.[1] Los primeros corresponden a los mismos cinco componen-

[1] Los datos del cuadro 4.1.1 corresponden a la matriz de insumo–producto de México para el año 1970 (S.P.P., 1978), información que ya utilizamos en el cuadro 3.2.2 del capítulo 3. Sin embargo, en el cuadro 4.1.1 aparecen desagregados los insumos primarios y la demanda final. Entre los componentes de esta última se incluye la exportación, pero el cuadro no contempla la importación de bienes y servicios. En una versión que presentaremos más adelante (ver cuadro 4.1.1a), incluiremos tanto las importaciones como los impuestos indirectos netos, como parte de los rubros que integran los insumos primarios. En consecuencia, observemos que la suma de los insumos primario del cuadro 4.1.1 es igual al valor agregado, puesto que a la vez corresponde a la diferencia entre el valor bruto de la producción y los insumos intermedios totales, que en este caso son exclusivamente de origen doméstico.

Cuadro 4.1.1. Matriz de insumo–producto–año 1970
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	10,657.30	47,744.50	340.80	58,742.60	23,918.20	42.10	1,276.90	2,733.20	6,043.60	34,014.00	92,756.60
S2	11,275.80	90,716.90	18,977.90	120,970.60	123,525.50	2,039.50	64,228.30	8,477.60	10,264.00	208,534.90	329,505.50
S3	4,803.60	42,338.20	36,335.00	83,476.80	174,057.30	17,414.50	13,576.30		2,209.90	207,258.00	290,734.80
Insumos intermedios	26,736.70	180,799.60	55,653.70	263,190.00	321.501.00	19,496.10	79,081.50	11,210.80	18,517.50	449,806.90	712,996.90
Salarios	19,771.81	55,964.90	70,534.10	146,270.80							146,270.80
Beneficios	46,248.10	92,741.00	164,547.00	303.536.10							303.536.10
Insumos primarios	66,019.90	148,705.90	235,081.10	449,806.90							449,806.90
V. B. P.	92,756.60	329,505.50	290,734.80	712,996.90	321,501.00	19,496.90	79,081.50	11,210.80	18,517.50	449,806.90	1,162,802.90

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN S.P.P., 1978.

tes de la demanda final que se contemplan en el Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM), mientras que los últimos sólo considera dos de las cincos categorías en que se desagrega el valor agregado en dicho sistema.[2]

En el cuadro 4.1.2 se presenta la matriz inversa de Leontief $(I-A^{*})^{-1}$, calculada a partir de la matriz de insumo–producto del cuadro 4.1.1, misma que ya obtuvimos y presentamos en el cuadro 3.3.2.

Cuadro 4.1.2. Matriz inversa de Leontief $(I - A^{*})^{-1}$

Sectores	S1	S2	S3
S1	1.1633	0.2360	0.0191
S2	0.2040	1.4397	0.1076
S3	0.0988	0.2253	1.1597

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1.

Recordemos que cada columna de esta matriz muestra las necesidades totales, tanto directas como indirectas, para obtener $1 de producción excedente del sector de esa columna. De este modo, las 23,918.2 unidades de demanda de consumo privado del sector S1 que figuran en el cuadro 3.1.1, necesitarán la producción de 27,825.09 (=23,918.2 x 1.1633) de S1, 4,880.42 (23,918.2 x 0.2040) de S2 y 2,363.43 (23,918.2 x 0.0988) de S3. En forma similar, es posible calcular la producción total necesaria para satisfacer la demanda de consumo de 123,525.50 de S2 y 174,057.30 de S3 y mediante su suma se pueden hallar los requerimientos totales de producción

[2] En el SCNM (base 1970) el nombre que reciben los componentes de la demanda final son: "Gasto privado de consumo final". "Gasto de consumo final de las administraciones públicas". "Variación de existencias". "Formación bruta de capital fijo" y "Exportaciones de bienes y servicios" (S.P.P.. 1981a). Las categorías en que se desagrega el valor agregado consideradas en el SCNM son: "Remuneración de asalariados". "Excedente de explotación". "Consumo de capital fijo". "Impuestos indirectos" y "Subsidios". Cabe señalar. sin embargo. que en la matriz de insumo–producto (S.P.P.. 1978) el excedente de explotación y el consumo de capital fijo se presentan agregados en una sola categoría. denominada "Superavit bruto de explotación". mientras que los impuestos indirectos y los subsidios se suman en el rubro "Impuestos indirectos netos de subsidio". En consecuencia. la matriz señalada sólo incluye tres rubros: remuneración de asalariados y los dos últimos descritos. En nuestro cuadro 4.1.1. el rubro "Beneficios" incluye estos dos últimos. mientras que "Salarios" se refiere al primero de ellos. Además. en el concepto "Beneficios" también se suman los insumos intermedios importados. con el propósito de preservar los mismos valores brutos de producción reportados por el SCNM. Como ya se indicó. más adelante trataremos por separado la importación de bienes y servicios. no sólo la que corresponde a insumos intermedios. sino también la de bienes finales. estas últimas excluidas del cuadro 4.1.1.

para generar el vector de demanda de consumo privado del cuadro 4.1.3. Así, por ejemplo, las 123,525.5 unidades de S2 requerirán 29,152.26 (123,525.5 x 0.2360) de S1 y las 174,057.3 de S3 requerirán 3,335.56 (174.057.3 x 0.0191) de S1, de modo que la necesidad total de S1 para satisfacer la demanda de consumo es 60,312.92 (=27,825.09 + 29,152.26+ 3,335.56).

Hemos efectuado este cálculo para los otros dos sectores, exponiendo los resultados en la primera columna del cuadro 4.1.3, junto con la producción necesaria para satisfacer la totalidad de los componentes de la demanda final. El resultado obtenido para la columna del consumo privado es el mismo que se obtiene mediante la multiplicación matricial $(I-A^{\cdot})^{-1}\ f\dot{c}$, donde $f\dot{c}$ es el vector de demanda de consumo privado, o sea, la columna del cuadro 4.1.1 correspondiente a este componente de la demanda final.

Cuadro 4.1.3. Distribución de la producción por sector y componente de demanda final (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	V. B. P.
S1	60.312.92	864.02	16.903.65	5.180.38	9.495.45	92.756.44
S2	201.474.14	4.820.23	94.197.95	12.763.69	16.249.18	329.505.19
S3	232.071.49	20.660.68	30.347.95	2.180.83	5.473.56	290.734.51
Total	493.858.55	26.344.93	141.449.55	20.124.90	31.218.19	712.996.14

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con el propósito de realizar este procedimiento mediante una operación matricial, podemos partir de la ecuación (2.4.2), que discutimos en el capítulo 2, es decir,

$$\dot{Q} = (I-A^{\cdot})^{-1}\ F^{\cdot}g^{\cdot} \tag{2.4.2}$$

Obtengamos primero la matriz de componentes de la demanda final, a partir de la información del cuadro 4.1.1, la que presentamos en el cuadro 4.1.4.

Cuadro 4.1.4. Matriz de la demanda final por sector y componente de demanda final (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
S1	23.918.20	42.10	1.276.90	2.733.20	6.043.60
S2	123.525.50	2.039.50	64.228.30	8.477.60	10.264.00
S3	174.057.30	17.414.50	13.576.30		2.209.90
Total (g^*)	321.501.00	19.496.10	79.081.50	11.210.80	18.517.50

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1.

A continuación, obtengamos la matriz F^*, dividiendo cada transacción de este cuadro entre el valor total del componente de demanda final correspondiente, cuyo resultado se presenta en el cuadro 4.1.5. Observemos que el total de cada uno de los cinco componentes de demanda final se obtiene sumando cada una de las columnas del cuadro 4.1.4. Dichos totales son, a la vez, los elementos correspondientes del vector g^*. Por lo tanto, la suma de cada columna de la matriz F^* es, en este caso, igual a la unidad.[3]

Cuadro 4.1.5. Matriz de la demanda final por sector y componente de demanda final (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
S1	0.07440	0.002159	0.016147	0.243801	0.3263723
S2	0.38421	0.104611	0.812178	0.756199	0.5542864
S3	0.54139	0.893230	0.171675	0.000000	0.1193411

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.4.

Podemos ahora diagonalizar el vector g^* en la ecuación (2.4.2), de tal forma que nos queda la siguiente expresión:

[3] Veremos más adelante que esta propiedad no se cumple cuando el cuadro de insumo–producto incluye otras transacciones en la parte correspondiente a la demanda final.

$$D = (I - A^{*})^{-1}\ F^{*}\hat{g}^{*} \tag{4.1.1}$$

donde D es una matriz de dimensión (3,5), es decir, tiene tantas filas como sectores económicos (n) y tantas columnas como componentes de demanda final (G). El elemento genérico de esta matriz, D_{ig}, es la producción total del sector i requerida para producir el componente de demanda final g. En nuestro ejemplo, el cuadro 4.1.3 corresponde a la matriz D.

Puede considerarse, asimismo, que este cuadro proporciona un análisis del destino final de la producción de cada uno de los sectores. Así, se producen 60,312.92 unidades de S1 para satisfacer la demanda de consumo privado; sin embargo, sólo 23,918.2 se venden directamente a los consumidores, requiriéndose las restantes 36,394.72 unidades como insumo para la producción de S1, S2 y S3. Las ventas directas de S1 a la formación de capital ascienden a 1,276.90, de tal forma que se venden 15,626.75 (=16,903.65–1,276.90) unidades indirectamente, habiéndose incorporado como insumo de S1, S2 y S3.

Se observará que los totales de cada una de las columnas de demanda final del cuadro 4.1.3 son superiores al nivel de gasto en esos componentes. Esto se debe a la doble contabilización de la producción como insumo y como parte de la producción final. Esta duplicación se evita si los resultados se expresan en términos de valor agregado y no en producción bruta. La relación (coeficiente) entre el valor agregado y el valor bruto de la producción, para cada uno de los tres sectores, puede calcularse a partir del cuadro 4.1.1, obteniéndose 0.7118, 0.4513 y 0.8086, respectivamente. Estos valores ya los obtuvimos y presentamos en la segunda columna del cuadro 3.3.3; los mismos son los componentes del vector v que definimos en la expresión (3.2.13). Si la producción bruta de cada uno de los sectores del cuadro 4.1.3 se multiplica por el v_j respectivo, los resultados quedan expresados en términos de producto. En el cuadro 4.1.6 se muestran los resultados, en donde puede verse que los totales por fila son ahora iguales al valor agregado generado (en este caso, igual a los insumos primarios totales utilizados) por cada uno de los sectores y que los totales por columna son iguales al gasto en cada uno de los componentes de demanda final.

Cuadro 4.1.6. Distribución del valor agregado por sector y componente de la demanda final (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Valor agregado
S1	42.927.97	614.96	12.031.24	3.687.14	6.758.41	66.019.72
S2	90.925.31	2.174.88	42.511.55	5.760.25	7.333.25	148.705.24
S3	187.647.36	16.705.72	24.538.61	1.763.37	4.425.78	235.081.00
Total	321.501.09	19.496.00	79.081.40	11.210.76	18.517.02	449.806.20

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Este cuadro proporciona una descripción clara de la relación entre los componentes de la demanda final y el valor agregado generado en cada actividad de producción. Las columnas del mismo muestran el valor agregado que se requiere generar en cada sector como resultado del nivel dado de cada componente de la demanda final y las filas muestran la cuantía en que el valor agregado generado por cada actividad depende en último término del nivel de cada uno de los componentes de la demanda final. Para generalizar estos cálculos, partimos de la ecuación (3.3.3) que expusimos en el capítulo 3, es decir,

$$V = \hat{v}\,(I - A^{*})^{-1}\, f^{*} \tag{3.3.3}$$

Si sustituimos f^{*} por $F^{*}g^{*}$ y diagonalizamos el vector g^{*}, nos queda:

$$E = \hat{v}\,(I - A^{*})^{-1}\, F^{*}\hat{g}^{*} \tag{4.1.2}$$

donde E es una matriz de dimensión (3,5), es decir, tiene tantas filas como sectores económicos (n) y tantas columnas como componentes de demanda final (G). El elemento genérico de esta matriz, E_{ig}, es la cantidad de valor agregado total generada en el sector i para obtener el componente de demanda final g. En nuestro ejemplo, el cuadro 4.1.6 corresponde a la matriz E.

Este análisis se puede ampliar desagregando el vector de valor agregado. Los coeficientes de insumos salarios y beneficios de cada actividad de producción pueden calcularse a partir de la matriz de insumos primarios, la que se obtiene con base en la información del cuadro 4.1.1 y presentamos en el cuadro 4.1.7.

Cuadro 4.1.7. Distribución de los insumos primarios por sector (millones de pesos a precios de productor)

	Sectores		
	S1	S2	S3
Salarios	19.771.8	55.964.9	70.534.1
Beneficios	46.248.1	92.741.0	164.547.0
V.B.P.	92.756.6	329.505.5	290.734.8

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1.

Dividiendo los elementos de cada columna por el valor bruto de la producción correspondiente a la misma, obtenemos la matriz B^{*}, que presentamos, traspuesta, en el cuadro 4.1.8. La suma de los coeficientes correspondientes a cada sector es igual al coeficiente de valor agregado del mismo, es decir v_j.

Cuadro 4.1.8. Matriz de coeficientes de insumos primarios

Sectores	Salarios	Beneficios	Total (v)
S1	0.2132	0.4986	0.7118
S2	0.1698	0.2815	0.4513
S3	0.2426	0.5960	0.8086

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1.

Los coeficientes de salarios de los tres sectores son: 0.2132, 0.1698 y 0.2426; si multiplicamos por estos coeficientes la producción bruta necesaria para satisfacer la demanda de consumo, que aparece en la primer columna del cuadro 4.1.3, obtenemos el valor del insumo trabajo necesario para satisfacer dicha demanda de consumo. El resultado de esta operación se encuentra en la primer columna del cuadro 4.1.9. Podemos aplicar este mismo procedimiento para calcular el contenido en salarios de los otros componentes de la demanda final, obteniendo las restantes columnas de este mismo cuadro.

Cuadro 4.1.9. Distribución de los salarios por sector y componente de demanda final (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Salarios
S1	12.856.16	184.17	3.603.14	1.104.23	2.024.02	19.771.75
S2	34.219.39	818.69	15.999.06	2.167.85	2.759.84	55.964.84
S3	56.302.00	5.012.41	7.362.60	529.08	1.327.92	70.534.02
Total	103.377.54	6.015.27	26.964.80	3.801.17	6.111.79	146.270.64

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Los resultados que presentamos en el cuadro 4.1.9 los obtuvimos conforme a la siguiente expresión:

$$J_W = \hat{B}_W^{*}(I - A^{*})^{-1} F^{*} \hat{g}^{*} \qquad (4.1.3)$$

donde $\hat{B}_W^{*}$ es una matriz diagonal en que $\hat{B}_{Wii}^{*}$ es la cantidad de salario requerida directamente en cada unidad de producción del sector i. Por lo tanto, los elementos de la diagonal de la matriz $\hat{B}_W^{*}$ son los elementos de la primer fila de la matriz B^{*} (primer columna del cuadro 4.1.8). De manera semejante, podemos analizar la distribución del otro componente del valor agregado, las utilidades, mediante la siguiente expresión:

$$J_R = \hat{B}_R^{*}(I - A^{*})^{-1} F^{*} \hat{g}^{*} \qquad (4.1.4)$$

donde $\hat{B}_R^{*}$ es una matriz diagonal en que $\hat{B}_{Rii}^{*}$ es la cantidad de beneficio requerida directamente en cada unidad de producción del sector i. Por lo tanto, los elementos de la diagonal de la matriz $\hat{B}_R^{*}$ son los elementos de la segunda fila de la matriz B^{*} (segunda columna del cuadro 4.1.8). En el cuadro 4.1.10 presentamos la distribución de los salarios y los beneficios entre los componentes de la demanda final.

Cuadro 4.1.10. Distribución de los insumos primarios por componente de demanda final (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Total
Salarios	103.378.5	6.015.27	26.964.80	3.801.17	6.111.05	146.270.8
Beneficios	218.123.0	13.480.70	52.116.28	7.409.60	12.405.67	303.535.3
Total	321.501.5	19.496.00	79.081.09	11.210.77	18.516.74	449.806.2

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Este cuadro muestra, por ejemplo, que la demanda de consumo privado de 321,501.59 ha generado ingresos salariales de 103,378.56 y beneficios de 218.123.03. Alternativamente, este cuadro puede considerarse desde el punto de vista de los costos en vez del de los ingresos; los costos del trabajo ascendieron al 32.15% del gasto de consumo, al 30.85% del consumo público, al 34.09% de la formación de capital, al 33.90% de la variación de existencias y al 33% de las exportaciones. Los resultados que presentamos en el cuadro 4.1.10 los obtuvimos a partir de la ecuación (2.4.3), que discutimos en el capítulo 1. En efecto, si en dicha ecuación diagonalizamos g^{*}, nos queda la siguiente expresión:

$$J = B^{*}(I-A^{*})^{-1}F^{*}\hat{g}^{*} \tag{4.1.5}$$

donde la matriz J es de dimensión (2,5), es decir, tiene tantas filas como insumos primarios (K) y tantas columnas como componentes de demanda final (G) se contemplen en la matriz de insumo–producto. El elemento genérico de esta matriz, J_{kg}, es la cantidad del insumo primario k utilizado en el proceso de producción requerido para obtener el componente de demanda final g. En el cuadro 4.1.10, por ejemplo, la cantidad total de salarios requerida para producir el consumo privado corresponde al elemento $J_{1,1}$, igual a 103,378.5. Observemos que la expresión (4.1.5) también puede escribirse como

$$J = H^{*}F^{*}\hat{g}^{*} \tag{4.1.6}$$

o también

$$J = C^{\cdot} \hat{g}^{\cdot} \tag{4.1.7}$$

En la siguiente sección volveremos sobre esta expresión.

Finalmente, debemos destacar que el papel básico de la matriz inversa de insumo–producto $(I - A^{*})^{-1}$ es el de proporcionar estimaciones del nivel de la producción de cada sector productivo que se necesita, directa e indirectamente, para satisfacer un vector dado de demanda final, así como los requerimientos de cada uno de los insumos primarios que integran el valor agregado de cada sector. De este modo, podemos determinar el impacto probable sobre las diversas actividades de producción de un cambio postulado de ciertos componentes de la demanda final, tales como un aumento del gasto del gobierno o un cambio en la demanda de consumo privado resultante de variaciones de los niveles impositivos u otros factores que incidan sobre el comportamiento del mismo. En esta sección hemos explicado cómo se puede ampliar el análisis para proporcionar más información sobre los niveles de producción y de valor agregado.

4.2 Análisis de la composición de los precios y los costos

En el capítulo 3 mostramos que el índice de precio de los productos depende de los índices de precios de los insumos intermedio y de los insumos primarios utilizados en la producción de los mismos. Puesto que a la vez, los insumos intermedios son productos y, por lo tanto, a su vez también dependen de los índices de precios de los insumos intermedios y de los insumos primarios que se utilizaron para producirlos, inferimos que los precios de los productos dependen únicamente de los costos de los insumos primarios, tanto directos como indirectos. La ecuación básica de los precios, que discutimos en el capítulo 3, es:

El vector de coeficientes de valor agregado, v, puede dividirse, como en la sección anterior, en dos componentes, salarios (B^{*}_{W}) y beneficios (B^{*}_{R}); el primero es el pago al insumo primario *trabajo*, mientras que el segundo es el pago al insumo primario *capital*.[4] Entonces, la ecuación (3.4.3) se convierte en:

$$p^{*} = (B_W^{*} + B_R^{*})(I-A^{*})^{-1} = B_W^{*}(I-A^{*})^{-1} + B_R^{*}(I-A^{*})^{-1} \tag{4.2.1}$$

donde B_W^{*} y B_R^{*} son los vectores de coeficientes de utilización directa de los insumos primarios, salarios (trabajo) y beneficios (capital), respectivamente; nuevamente, es conveniente destacar que estos elementos corresponden a las filas de la matriz B^{*}. En el cuadro 4.2.1 efectuamos este cálculo, utilizando los datos de la sección anterior.[5]

Cuadro 4.2.1. Descomposición de los precios

	Matriz inversa de Leontief $(I-A^{*})^{-1}$			Costo directo de los insumos		Costo total de los insumos		Costo total = precios
				Trabajo ($B_W^{*\prime}$)	Capital ($B_R^{*\prime}$)	Trabajo	Capital	(p^{*})
Sectores	S1	S2	S3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
S1	1.1633	0.2040	0.0988	0.2132	0.4985	0.3066	0.6933	1.000
S2	0.2360	1.4397	0.2253	0.1698	0.2814	0.3495	0.6504	1.000
S3	0.0191	0.1076	1.1597	0.2426	0.5659	0.3037	0.6962	1.000

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

El primer asiento de la columna (3) del cuadro 4.2.1 se obtiene multiplicando los asientos de la primera fila de la matriz inversa (traspuesta) por los correspondientes asientos de la columna (1) y sumando los tres productos; el segundo asiento de la columna (3) utiliza la segunda fila de la matriz inversa (traspuesta) y la columna (1), y así sucesivamente. Observemos que el resultado de las operaciones descritas, es decir, las columnas (3) y (4), corresponde a la matriz H^{*} traspuesta, puesto que, de acuerdo con la expresión (2.2.5),

[4] Observemos que estas ecuaciones corresponden al caso particular en que no se ha considerado la utilización de insumos intermedios de origen importado y, por lo tanto, la suma de los insumos primarios coincide con el valor agregado. Más adelante ampliaremos el análisis al caso en que esto no sucede.

[5] Observemos que en el cuadro 4.2.1 la matriz inversa de Leontief se presenta traspuesta, premultiplicando a los vectores columnas $B_W^{*\prime}$ y $B_R^{*\prime}$, mientras que en la expresión (4.2.1) está posmultiplicando a estos últimos, pero definidos como vectores filas. Formalmente, si $x = yC$, donde x y y son vectores filas y C es una matriz, entonces, podemos escribir que $x' = C'y'$.

$$H^{*} = B^{*}(I - A^{*})^{-1}$$

y, por lo tanto

$$H^{*'} = (I - A^{*})^{-1'} B^{*'} \tag{2.2.5}$$

Es inmediato observar que el precio por unidad de producto obtenido en cada uno de los tres sectores es 1.000. Puesto que las unidades de producción no se han definido en términos físicos, sino en términos monetarios, la razón de este resultado se halla en la discusión que desarrollamos al explicar la ecuación (2.3.5) y las propiedades de la matriz H^{*}.

Los costos directos de trabajo y capital por unidad de producción del sector 1 son respectivamente 0.2132 y 0.4985 (columnas (1) y (2) del cuadro 4.2.1). Si se tienen en cuenta los costos de trabajo y capital de los productos utilizados como insumos directos e indirectos en la producción de S1, el costo total de trabajo por unidad de producción excedente es 0.306 y el de capital 0.693. Estos figuran en las columnas (3) y (4) del cuadro 4.2.1, junto con las cifras correspondientes a los demás sectores. Una comparación de las columnas (3) y (4) del cuadro 4.2.1, mostrará la importancia relativa de los costos de trabajo y capital en el precio de cada uno de los tres productos. Dado que en este ejemplo numérico no hay importaciones ni impuestos, los precios de los productos dependerán simplemente de los costos de los dos insumos primarios, trabajo y capital, puesto que estos son los únicos insumos no producidos utilizados por las actividades de producción.[6] Es decir, los costos de los insumos intermedios, directos e indirectos, se desagregan en sus componentes de costos de trabajo y capital utilizando la matriz inversa $(I - A^{*})^{-1}$. De esta forma, se demuestra que el costo de cada producto depende en último término del costo de los insumos primarios cuyas proporciones son diferentes, según el sector, dependiendo de la intensidad relativa de trabajo y capital empleados en su producción y en los sectores que les proveen de sus insumos intermedios.

[6] Estrictamente, como ya señalamos, el rubro "beneficios" del cuadro 4.1.1 es el resultado de sumar, en la matriz de insumo producto de 1970, las categorías "Superavit bruto de explotación", "Impuestos indirectos netos de subsidio" y los insumos intermedios importados.

Puesto que la mayor parte de las tablas de insumo–producto se preparan en términos de valor, si se realizan cálculos análogos a la ecuación (4.2.1) se obtendrá una serie de precios iguales a la unidad. Esto no significa, sin embargo, que dichos cálculos no tengan una aplicación útil. Con el propósito de ilustrar esto último, estimemos la variación de los precios correspondientes a cada sector que sigue a una variación en los pagos a los insumos primarios. Por ejemplo, analicemos en cuánto se modificará el precio de cada sector si los salarios del sector 2 aumentan en un 10%. Si suponemos, en primer lugar, que los aumentos de costos no son absorbidos por los productores sino que se transmiten a los compradores elevando el precio de los productos y, en segundo lugar, que no hay sustitución entre productos por los compradores como consecuencia de variaciones de sus precios relativos ni de factores por los productores como consecuencia de variaciones en los costos relativos, entonces se puede proceder, en nuestro ejemplo, como sigue: El costo salarial directo del sector 2 aumentará el 10%, de 0.1698 a 0.1868 (=0.1698*1.1). Efectuamos entonces los mismos cálculos que en el cuadro 4.2.1, obteniendo los resultados que figuran en el cuadro 4.2.2.

Cuadro 4.2.2. Efecto sobre los precios de un aumento del costo salarial en el sector 2

	Costo directo de los insumos		Costo total de los insumos		Costo total = precios
	Trabajo ($B_W^{*'}$)	Capital ($B_K^{*'}$)	Trabajo	Capital	(p^*)
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	0.2132	0.4985	0.3101	0.6933	1.0035
$(I-A^*)^{-1'}$ x	0.1868	+ 0.2814	= 0.3739	+ 0.6504	1.0244
	0.2426	0.5659	0.3050	0.6962	1.0013

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Una comparación de la columna (3) de este cuadro con la columna (3) del cuadro 4.2.1 muestra que el aumento del 10% de los salarios en el sector 2 ha aumentado los costos salariales en las tres actividades de producción. El costo total de capital no varía y la columna (5) muestra los nuevos precios de cada uno de los productos. El mayor aumento tiene lugar en la sector 2, pero en los sectores 1 y 3 se dan aumentos del 0.35 y 0.13%. En la práctica, es posible que las hipótesis en que se basan estos cálculos no se cumplan estrictamente. Sin embargo, este tipo de análisis es útil porque puede indicar dónde es probable que se sientan presiones sobre los costos que induzcan a aumentos de precios y si estos aumentos no se realizan, este análisis permitirá ver hasta qué punto la sustitución entre producto y /o factores ha limitado la cuantía del aumento de precios.

Una forma alternativa de presentar el procedimiento descrito es reescribir la ecuación de precios (2.3.4), de la siguiente forma:

$$p^{\cdot} = p^{\cdot}A^{\cdot} + \pi_W^{\cdot}\, \hat{B}_W^{\cdot} + \pi_R^{\cdot}\, \hat{B}_R^{\cdot} \tag{4.2.2}$$

cuya solución nos queda

$$p^{\cdot} = (\pi_W^{\cdot}\, \hat{B}_W^{\cdot} + \pi_R^{\cdot}\, \hat{B}_R^{\cdot})(I - A^{\cdot})^{-1} \tag{4.2.3}$$

donde $\pi_W^{\cdot}$ es un vector fila en que el elemento $\pi_{Wi}^{\cdot}$ es el índice del costo salarial en el sector i y $\pi_R^{\cdot}$ también es un vector fila en que el elemento $\pi_{Ri}^{\cdot}$ es el índice de los beneficios en el sector i. Observemos que esta última expresión permite tratar por separado el índice de precio de cada insumo primario utilizado en cada uno de los sectores de producción, mientras que la ecuación (2.3.4) no tiene esta virtud, ya que en ella sólo es posible considerar un índice de precio único para cada insumo primario, independientemente del sector donde se lo utilice.

4.3 Extensiones y aplicaciones

Este tipo de análisis puede ampliarse para considerar un mayor nivel de desagregación de los insumos primarios, con el propósito de mostrar el efecto que sobre los precios de los productos pueden tener, por ejemplo, las variaciones de la tasa de los impuestos indirectos y del precio de las importaciones. En el ejemplo utilizado hasta aquí no hemos incluido estos rubros, pero en el cuadro 4.1.1a se consideran en la estructura de costos de las actividades de producción del mismo modo que los otros insumos primarios, trabajo y capital.[7]

En este caso, es posible escribir la ecuación (4.2.1) como:

$$p^{*} = (B_W^{*} + B_R^{*} + B_T^{*} + B_M^{*})(I - A^{*})^{-1} \tag{4.3.1}$$

donde B_T^{*} es el vector de coeficientes de impuestos indirectos por unidad de producción y B_M^{*} es el vector de coeficientes de insumos intermedios importados por unidad de producción. Variando los valores de estos coeficientes de impuestos y de importaciones para que correspondan con diferentes tasas de impuestos y precios de las importaciones, puede determinarse su efecto sobre los precios de los productos.

De igual forma que en el caso de dos insumos primarios (ver ecuación (4.2.3)), también podemos expresar el vector de índices de precios de los sectores en función de los índices de precios de los insumos primarios, es decir,[8]

$$p^{*} = (\pi_W^{*}\, \hat{B}_W^{*} + \pi_R^{*}\, \hat{B}_R^{*} + \pi_T^{*}\, \hat{B}_T^{*} + \pi_M^{*}\, \hat{B}_M^{*})(I - A^{*})^{-1} \tag{4.3.2}$$

[7] Observemos que el cuadro 4.1.1.a difiere del cuadro 4.1.1 en los siguientes aspectos: *a)* el rubro beneficios incluye exclusivamente el concepto "Superavit bruto de explotación" de la matriz de insumo producto, mientras que los impuestos indirectos y los subsidios se suman en el rubro "Impuestos indirectos netos de subsidio" y la importaciones de insumos intermedios se tratan en un rubro separado, presentación igual a la de la matriz de insumo producto: *b)* el rubro importaciones incluye también las correspondientes a los componentes de demanda final, las que se asientan en las intersecciones de este concepto con cada una de las columnas de dichos componentes, razón por la que los totales de estos últimos se modifican, para alcanzar valores consistentes con los del SCNM y la matriz de insumo producto: *c)* finalmente, el componente consumo público de demanda final incluye transacciones en las intersecciones de su columna con los rubros salarios, beneficios e impuestos indirectos netos de subsidios, la primera correspondiente a los sueldos y salarios de los empleados públicos de la administración general y defensa, la segunda referida a una estimación del consumo de capital fijo y la tercera a impuestos indirectos pagados por diferentes organismos públicos en la realización de sus funciones. Con estos ajustes, el cuadro 4.1.1a corresponde estrictamente a una agregación a tres sectores de la matriz de insumo producto de 1970, conservando los mismos valores totales para todos los rubros del valor agregado, las importaciones de bienes y servicios, la producción y los componentes de la demanda final.

[8] Los insumos intermedios importados se incluyen entre los insumos primarios, pero no deben considerarse parte del valor agregado, ya que en la determinación de éste deben deducirse del valor bruto de la producción todos los insumos intermedios, tanto de origen doméstico como importado.

Cuadro 4.1.1a. Matriz de insumo–producto–año 1970
Transacciones domésticas
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	10,657.30	47,744.50	340.80	58,742.60	23,918.20	42.10	1,276.90	2,733.20	6,043.60	34,014.00	92,756.60
S2	11,275.80	90,716.90	18,977.90	120,970.60	123,525.50	2,039.50	64,228.30	8,477.60	10,264.00	208,534.90	329,505.50
S3	4,803.60	42,338.20	36,335.00	83,476.80	174,057.30	17,414.50	13,576.30		2,209.90	207,258.00	290,734.80
Insumos nacionales	26,736.70	180,799.60	55,653.70	263,190.00	321.501.00	19,496.10	79,081.50	11,210.80	18,517.50	449,806.90	712,996.90
Importaciones	706.40	14,826.00	2,545.40	18,077.80	(–) 1979.2	204.80	9,579.10	1,085.00	5,497.00	14,386.30	32,464.10
Insumos totales	27,443.10	195,625.60	58,199.10	281,267.80	319,521.80	19,700.90	88,660.60	12,295.40	24,014.50	464,193.20	745,461.00
V. A.B.	65,313.50	133,879.90	232,535.70	431,729.10	0.00	12,542.30	0.00	0.00	0.00	12,542.30	444,271.40
Salarios	19,771.80	55,964.90	70,534.10	146,270.80		12,182.70				12,182.70	158,453.50
Beneficios	44,467.80	69,495.70	149,907.50	263,871.00		305.40				305.40	264,176.40
Imp. ind. net.	1,073.90	8,419.30	12,094.10	21,587.30		54.20				54.20	21,641.50
V. B. P	92,756.60	329,505.50	290,734.80	712,996.90	319,521.80	32,243.2	88,660.60	12,295.00	24,014.50	476,735.50	1,139,732.40

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN S. P. P , 1978.

Con base en el ejemplo del cuadro 4.1.1a, analicemos las siguientes aplicaciones:

a) Una aplicación importante de la tabla de insumo–producto radica en el cálculo de las variaciones en el nivel general de precios implícitos de la economía, producidas a consecuencia de cambios en el(los) precio(s) de alguno(s) de los componentes de los insumos primarios. Un ejemplo de ello se presenta ante decisiones gubernamentales sobre aumentos generales de salarios. Supongamos que se incrementa el costo salarial en un 10% y se desea calcular el incremento resultante en el nivel general de precios. En primer lugar, a partir de la submatriz de insumos primarios correspondiente a la matriz de insumo producto del cuadro 4.1.1a, que presentamos en el cuadro 4.3.1,

Cuadro 4.3.1. Matriz de insumos primarios–año 1970
(millones de pesos a precios de productor)

	Sectores		
	S1	S2	S3
Importaciones	706.4	14.826.0	2.545.4
Salarios	19.771.8	55.964.9	70.534.1
Beneficios	44.467.8	69.495.7	149.907.5
Impuestos	1.073.9	8.419.3	12.094.1
V.B.P.	92.756.6	329.505.5	290.734.8

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1a.

obtenemos la matriz B^{*}, que se presenta, traspuesta, en el cuadro 4.3.2. La suma de los coeficientes correspondientes al sector *j–ésimo* es igual al coeficiente de insumos primarios del mismo, es decir, b^{*}_{j}.

Cuadro 4.3.2. Matriz de coeficientes de insumos primarios –año 1970

Sectores	Importaciones	Salarios	Beneficios	Impuestos indirectos	Total (b^{*}_{j})
S1	0.0076	0.2132	0.4795	0.0115	0.7118
S2	0.0450	0.1698	0.2109	0.0256	0.4513
S3	0.0088	0.2426	0.5156	0.0416	0.8086

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.3.1.

Ahora bien, como la modificación es en la columna de salarios, entonces el cuadro 4.3.2 se ajusta de acuerdo con lo datos que se presentan en el cuadro 4.3.3.

Cuadro 4.3.3. Matriz de coeficientes de insumos primarios ajustados

Sectores	Importaciones	Salarios	Beneficios	Impuestos indirectos	Total (b_j^*)
S1	0.0076	0.2345	0.4795	0.0115	0.7331
S2	0.0450	0.1868	0.2109	0.0256	0.4683
S3	0.0088	0.2669	0.5156	0.0416	0.8329

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Por último, aplicando la ecuación (3.5.13) se tendrá el nuevo vector de índices de precios, p^*, es decir:[9]

$$p^{*'} = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2040 & 0.0988 \\ 0.2360 & 1.4397 & 0.2253 \\ 0.0191 & 0.1076 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7331 \\ 0.4683 \\ 0.8329 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0306 \\ 1.0350 \\ 1.0304 \end{bmatrix}$$

de donde se obtiene que, debido al incremento dado de los salarios, los sectores S1 y S3 incrementan sus precios en un 3%, aproximadamente, mientras que el industrial lo hará en un 3.5%. A partir de esto se puede calcular el incremento en el nivel general de precios, ponderando los incrementos sectoriales por su participación en el valor bruto de producción, conforme a los cálculos que se presentan en el cuadro 4.3.4.

En el cuadro 4.3.4 se observa que por cada 10% de incremento en los salarios (excluidos los del Gobierno General), el nivel general de precios crecerá en un 3.3%, aproximadamente. Una forma alternativa para lograr este resultado, que discutimos más arriba, es expresar nuestro sistema en términos de índices de precios, conforme a la ecuación (2.3.5), es decir,

[9] Observemos que en esta presentación la ecuación (3.5.13) se escribe en forma traspuesta, es decir.

$$p^* = (I - A^*)^{-1'} b^{*'}$$

$$p^{*} = \pi^{*} B^{*}(I - A^{*})^{-1} = \pi^{*} H^{*} \tag{2.3.5}$$

Con este propósito, calculamos la matriz H^{*} que presentamos en el cuadro 4.3.5.

Cuadro 4.3.5. Matriz de contenido factorial total (H^{*}) año–1970 (millones de pesos a precios de productor)

	Sectores		
	S1	S2	S3
Importaciones	0.0189	0.0686	0.0152
Salarios	0.3066	0.3495	0.3037
Beneficios	0.6517	0.5330	0.6299
Impuestos	0.0228	0.0489	0.0512

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Puesto que el único precio de los insumos primarios que se modifica es el correspondiente al costo salarial, nos queda

$$\pi^{*} = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.1 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

Ahora, si calculamos p^{*}, de acuerdo con la expresión (2.3.5), obtenemos

$$p^{*} = \begin{bmatrix} 1.0306 & 1.0350 & 1.0304 \end{bmatrix}$$

resultado igual al alcanzado más arriba.

b) En forma similar al apartado anterior, es dable calcular las repercusiones derivadas de un incremento de los ingresos de alguno de los restantes componentes de los insumos primarios, pero ahora en un sector particular. Por ejemplo, si se incrementan en 10% los impuestos indirectos pagados por el sector 3 y se desea hallar el incremento inducido en el nivel general de precios. Para ello, se procederá de manera análoga a la descrita en el ejemplo anterior, es decir, el cambio será en el tercer elemento de la columna de los impuestos indirectos de la matriz B^* que presentamos en el cuadro 4.3.2, de tal forma que el total se modificará a :

$$b^* = \begin{bmatrix} 0.7118 \\ 0.4513 \\ 0.8128 \end{bmatrix}$$

Aplicando nuevamente la ecuación (3.5.13), obtenemos:

$$p^{**} = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2040 & 0.0988 \\ 0.2360 & 1.4397 & 0.2253 \\ 0.0191 & 0.1076 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7118 \\ 0.4513 \\ 0.8128 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0004 \\ 1.0010 \\ 1.0049 \end{bmatrix}$$

y ponderando en forma similar el caso anterior, nos quedan resultados del cuadro 4.3.6.

Cuadro 4.3.6. Nivel del índice general de precios

Sectores	Participación del V. B. P. (%)	Incremento de precios (%)
S1	13.0	0.04
S2	46.2	0.10
S3	40.8	0.49
Total	100.0	0.25

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en estos resultados, es posible generalizar que de cada 10% de incremento en los impuestos indirectos que gravan la producción del sector 3, debe esperarse un crecimiento de 0.25% en el nivel general de precios implícitos de la economía.

c) Supongamos que el nivel de precios del sector 1 aumenta en 12% y se desea hallar el incremento inducido en el nivel de precios de los otros sectores y en el nivel general de precios. Puesto que en este caso el precio del sector 1 se fija exógenamente, debemos calcular en forma endógena la suma de los insumos primarios correspondiente a ese mismo sector. Entonces, aplicando la ecuación (3.5.13) traspuesta, nos queda:

$$p^{*} = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2040 & 0.0988 \\ 0.2360 & 1.4397 & 0.2253 \\ 0.0191 & 0.1076 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 0.4513 \\ 0.8086 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1200 \\ y1 \\ y2 \end{bmatrix}$$

de donde obtenemos

$$\begin{aligned} 1.1633\,x + (0.2039)\,(0.4513) + (0.0988)\,(0.8086) &= 1.1200 \\ 1.1633\,x + 0.0920 + 0.0799 &= 1.1200 \\ 1.1633\,x &= 0.9481 \\ x &= 0.8150 \end{aligned}$$

Si sustituimos este valor en la ecuación anterior y multiplicamos matricialmente, obtendremos los precios esperados en los otros sectores, es decir:

$$p^{*} = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2040 & 0.0988 \\ 0.2360 & 1.4397 & 0.2253 \\ 0.0191 & 0.1076 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8150 \\ 0.4513 \\ 0.8086 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1200 \\ 1.0244 \\ 1.0020 \end{bmatrix}$$

Esto significa que debido al aumento en los precios del sector 1, los sectores 2 y 3 incrementan sus precios en 2.4% y 0.2%, respectivamente.

Para determinar el impacto en el nivel general de precios, se procede como en los casos anteriores, ponderando los incrementos sectoriales por la participación de cada sector en el valor bruto de producción total. En cuadro 4.3.7 presentamos los resultados obtenidos.

Cuadro 4.3.7. Índice general de precios

Sectores	Participación del V. B. P. (%)	Incremento de precios (%)
S1	13.0	12.0
S2	46.2	2.4
S3	40.8	0.2
Total	100.0	2.8

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Es decir, el aumento del 12% de los precios del sector 1 inducirá un aumento del 2.8%, aproximadamente, en el nivel general de precios.

d) Otro aspecto que podemos abordar con un sistema más desagregado, es el análisis de los efectos, sobre el nivel de actividad económica, de los cambios en el sector externos. Así, por ejemplo, en el marco de nuestro ejemplo numérico, si suponemos que las exportaciones son administradas exógenamente, mientras que las importaciones dependen del nivel de actividad económica, es posible indagar sobre los efectos de diversos objetivos respecto a la balanza comercial.

En una economía en desarrollo es frecuente que se produzcan saldos desfavorables en las transacciones comerciales con el resto del mundo. La eliminación de este desequilibrio mediante un aumento de las exportaciones constituye un caso semejante al ejemplo del apartado 3.3. Supongamos que se desea incrementar las exportaciones del sector 2 hasta eliminar el saldo de la balanza comercial, o sea, igualar exportaciones e importaciones.[10]

En el cuadro 4.1.1a podemos observar que existe un déficit de 8,449.6 (=32,464.1–24,014.5) en la balanza comercial; para equilibrarla se propone aumentar las exportaciones en el sector 2. Por lo tanto, se trata de determinar el nuevo vector del valor bruto de producción que equilibre exportaciones e importaciones. Para estimarlo se introducirá el cambio en el vector de demanda final, modificando sus totales a

[10] En balanza comercial incluimos las exportaciones e importaciones de bienes y servicios no factoriales que se asientan en la columna y fila correspondientes a estas transacciones.

$$f_1^* = \begin{bmatrix} 34{,}014.0 \\ 216{,}984.5 \\ 207{,}258.0 \end{bmatrix}$$

y se calcula la nueva producción (Q_1^*) aplicando la ecuación

$$Q_1^* = (I - A^*)^{-1} f_1^*$$

esto es

$$Q_1^* = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2360 & 0.0191 \\ 0.2040 & 1.4397 & 0.1076 \\ 0.0988 & 0.2253 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34{,}014.0 \\ 216{,}984.5 \\ 207{,}258.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94{,}735.5 \\ 342{,}524.6 \\ 292{,}780.3 \end{bmatrix}$$

El nuevo nivel de las importaciones está determinado por la suma de los insumos importados y los bienes finales importados; estos últimos se consideran constantes, igual a 14,386.3, mientras que los primeros se modifican en proporción al cambio de la producción. Para calcular este último efecto se requiere multiplicar los coeficientes de insumos intermedios importados, obtenidos del cuadro 4.1.1a, por los nuevos niveles de producción. Por lo tanto, ahora el total de importaciones será de 33,056.7 unidades y el de exportaciones de 32,464.1, generándose un déficit de 592.6 unidades. Aplicando nuevamente el método, tenemos

$$Q_2^* = \begin{bmatrix} 1.1633 & 0.2360 & 0.0191 \\ 0.2040 & 1.4397 & 0.1076 \\ 0.0988 & 0.2553 & 1.1597 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34{,}014.0 \\ 217{,}577.1 \\ 207{,}258.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 94{,}735.5 \\ 342{,}524.6 \\ 292{,}780.3 \end{bmatrix}$$

obteniéndose para este nuevo vector de producción un total de importaciones de 33,097.4 unidades y de exportaciones de 33,056.7, por lo que el déficit se reduce a 40.7 unidades. A los efectos de este ejemplo se considera que el objetivo ha sido cumplido; una nueva iteración del método disminuye aún más la diferencia.

4.4 Aplicaciones de los índices de interdependencia y revisión de los multiplicadores "hacia adelante"

A partir de las expresiones (2.5.1'), (2.5.2'), (2.5.3'), (2.5.4') y (2.5.5'), podemos calcular los multiplicadores asociados a nuestro sistema contable. En el cuadro 4.4.1 presentamos los multiplicadores por columna y por fila, respectivamente, de la matriz inversa de Leontief, que ya mostramos en el cuadro 4.1.2.[11]

Cuadro 4.4.1. Multiplicadores de la matriz inversa de Leontief $(I - A^*)^{-1}$ – año 1970

Sectores	Filas	Columnas
S1	0.9144	0.9451
S2	1.1290	1.2255
S3	0.9566	0.8294

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

En el cuadro 4.4.2 presentamos el resultado de calcular los multiplicadores descritos en la expresión (2.5.3'), es decir, la suma normalizada de los elementos de cada una de las filas de la matriz H^*, cuyos valores obtuvimos en el cuadro 4.3.5.

Cuadro 4.4.2. Multiplicadores de la matriz H^* – año 1970

	Sumas de filas	Multiplicadores
Importaciones	0.102604	0.13681
Salarios	0.959876	1.27983
Beneficios	1.814612	2.41948
Impuestos	0.122908	0.16388

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

[11] Observemos que las transacciones interindustriales del cuadro 4.1.1a. así como los valores de la producción. son las mismas que las del cuadro 4.1.1. de tal forma que los coeficientes de insumo–producto también lo son.

Finalmente, obtendremos los multiplicadores asociados a la matriz de la composición factorial de los componentes de la demanda final, C^{*}, de acuerdo con las expresiones (2.5.4') y (2.5.5'). Con este propósito, construyamos la matriz F^{*}, a partir de la información del cuadro 4.4.3, es decir, considerando el origen sectorial de los bienes de origen doméstico cuyo destino final es alguno de los cinco componentes de la demanda final. Dicha información se extrae del cuadro 4.1.1a.

Cuadro 4.4.3. Matriz de demanda final por sector y componente de demanda final –año 1970 (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
S1	23.918.2	42.1	1.276.9	2.733.2	6.043.6
S2	123.525.5	2.039.5	64.228.3	8.477.6	10.264.0
S3	174.057.3	17.414.5	13.576.3		2.209.9
Total (g^{*})	319.521.8	32.243.2	88.660.6	12.295.4	24.014.5

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, con base en el cuadro 4.1.1a.

A continuación obtenemos la matriz F^{*}, dividiendo cada transacción del cuadro 4.4.3 entre el valor total del componente de demanda final correspondiente, cuyo resultado se presenta en el cuadro 4.4.4. Observemos que el total de cada uno de los cinco componentes de la demanda final se obtienen del cuadro 4.1.1a y no de la suma por columna del cuadro 4.4.3. Dichos totales son, a la vez, los elementos correspondientes del vector g^{*}.[12]

[12] En este caso, la suma de las columnas de la matriz F^{*} no suman la unidad, debido a dos razones. En primer lugar, la matriz de transacciones 4.1.1a registra las importaciones, tanto de insumos intermedios como de bienes finales, en una fila, de tal forma que parte de la demanda final se satisface con bienes de origen externo. En segundo lugar, los componentes del valor agregado del consumo de gobierno general se asientan en la columna correspondiente; por lo tanto, la suma de esta columna tiene una razón adicional para no coincidir con la suma de los bienes de origen doméstico que se incluyen en la misma. Por último, la intersección de la fila de importaciones con la columna de exportaciones requiere una explicación, puesto que aparece un valor cuyo significado no es de por sí evidente. Dicha celdilla debe considerarse simultáneamente con la correspondiente a la intersección de la misma fila con la columna de consumo privado. En efecto, en esta última se asienta el saldo neto de dos conceptos: a) la diferencia del consumo de los residentes en el exterior (9.434) menos el consumo de los no residentes en el mercado interior (14.931), igual a –5.497; b) la importación de bienes de consumo, igual a 3.517.8. El resultado neto es igual a –1.979.2. De esta forma la suma de

Cuadro 4.4.4. Matriz de coeficientes de demanda final (F^*) –año 1970

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
S1	0.07486	0.001306	0.014402	0.222295	0.2516646
S2	0.38659	0.063254	0.724429	0.689494	0.4274084
S3	0.54474	0.540098	0.153127	0.000000	0.0920236

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, con base en el cuadro 4.4.3.

Podemos ahora calcular la matriz C^* cuyo resultado presentamos en el cuadro 4.4.5.

Cuadro 4.4.5. Matriz de composición factorial de la demanda final (C^*) –año 1970

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
Importaciones	0.03617	0.01254	0.05225	0.05147	0.03545
Salarios	0.32354	0.18656	0.30414	0.30916	0.25451
Beneficios	0.59798	0.37477	0.49198	0.51238	0.44979
Impuestos	0.04851	0.03079	0.04359	0.03878	0.03135

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en los resultados de este último cuadro, calculamos los multiplicadores definidos en las expresiones (2.5.4') y (2.5.5'), los que se presentan en el cuadro 4.4.6.

la columna de consumo privado refleja el consumo privado total de los residentes, tanto en el mercado interior como exterior. Con el fin de que la suma de la fila de importaciones refleje efectivamente el valor de las mismas, en la intersección de esta fila con la columna de exportaciones se deduce la cantidad correspondiente al inciso *a)* señalado más arriba, pero con signo negativo, es decir, 5.497.

Cuadro 4.4.5. Matriz de composición factorial de la demanda final (C^{*}) –año 1970

	Columnas		Filas
Consumo privado	1.2020		
Consumo público	0.7223	Importaciones	0.179551
Formación de capital	1.0655	Salarios	1.316764
Variación de existencias	1.0892	Beneficios	2.319231
Exportación	0.9211	Impuestos	0.184454

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, con base en el cuadro 4.4.5.

Volvamos ahora sobre los multiplicadores "hacia adelante" (suma de filas) que mostramos en el cuadro 4.4.1. Anticipamos en la sección 2.5 que los mismos presentaban un problema. En efecto, el cálculo de estos multiplicadores se realiza suponiendo que todos los sectores aumentan su demanda en una unidad. Este razonamiento deja de lado la estructura de la demanda, puesto que todos los sectores entran con la misma ponderación. Puede haber un sector con una participación muy baja en la estructura de la demanda pero con un elevado coeficiente de requerimientos (directos e indirectos) del insumo en cuestión que determine un elevado multiplicador hacia adelante, cuando en realidad esto conlleva un bajo impacto sobre el crecimiento económico. Se han hecho varias propuestas para solucionar este problema, incluyendo ponderar los elementos de la matriz inversa por la importancia de cada sector en la estructura de la demanda (Laumas, 1976). Ninguna de estas ha sido plenamente satisfactoria, de tal forma que debemos abordar el problema desde otro ángulo.

La idea básica del multiplicador hacia adelante es vincular el incremento del producto que ocurre u ocurriría en las industrias usuarias cuando hay un cambio en el sector que ofrece un insumo de las mismas, así como el multiplicador hacia atrás (suma de columnas) nos establece el vínculo entre los cambios en la producción de los sectores oferentes cuando se presenta un cambio en la producción que utiliza como insumo esas producciones (Hirschman, 1958). El índice hacia atrás que hemos visto sí responde a esta idea, pero el índice hacia adelante no. Analizaremos ahora una alternativa para este último.

A partir de la ecuación (3.5.2) obtenemos la siguiente ecuación de balance:

$$Q^{\bullet} = \iota W + V + U_m \tag{4.4.1}$$

En el multiplicador hacia adelante la relación crucial es entre la producción del sector y su utilización en otros sectores. Podemos establecer esta relación a partir de la proporción (fija) en que se distribuye la producción de cada sector entre las distintas actividades. Definamos la matriz

$S = \left\{ S_{ij} = \dfrac{w_{ij}}{Q_i^{\bullet}} \right\}$: es una matriz cuadrada de n filas y n columnas, donde el elemento S_{ij} es la proporción de la producción de la actividad i que se utilizó como insumo intermedio en el sector j.

En términos matriciales, definimos

$$S = \hat{Q}^{\bullet -1} W \tag{4.4.2}$$

Observemos que $S_{ij} Q_i^{\bullet} = w_{ij}$ es la cantidad del insumo i utilizado en la actividad j. Entonces, en un sistema de tres bienes, podemos escribir

$$\begin{aligned} Q_1^{\bullet} &= S_{11}Q_1^{\bullet} + S_{21}Q_2^{\bullet} + S_{31}Q_3^{\bullet} + V_1 + U_{m1} \\ Q_2^{\bullet} &= S_{12}Q_1^{\bullet} + S_{22}Q_1^{\bullet} + S_{32}Q_1^{\bullet} + V_2 + U_{m2} \\ Q_3^{\bullet} &= S_{13}Q_1^{\bullet} + S_{23}Q_3^{\bullet} + S_{33}Q_3^{\bullet} + V_3 + U_{m3} \end{aligned} \tag{4.4.3}$$

En términos matriciales, nos queda

$$Q^{\bullet\prime} = Q^{\bullet\prime} S + V + U_m \tag{4.4.4}$$

cuya solución es

$$Q^{\bullet\prime} = (V + U_m)(I - S)^{-1} \tag{4.4.5}$$

donde

$(I-S)^{-1} = \{\varepsilon_{ij}\}$: es una matriz cuadrada de n filas y n columnas, donde el elemento ε_{ij} es la cantidad total de producción del sector j inducida por un incremento de una unidad en la cantidad de valor agregado e importación de insumos intermedios del sector i.

En nuestro ejemplo de tres sectores, el sistema de ecuaciones (4.4.5) nos queda

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= \varepsilon_{11}(V_1 + U_{m1}) + \varepsilon_{21}(V_2 + U_{m2}) + \varepsilon_{31}(V_3 + U_{m3}) \\ \dot{Q}_2 &= \varepsilon_{12}(V_1 + U_{m1}) + \varepsilon_{22}(V_2 + U_{m2}) + \varepsilon_{32}(V_3 + U_{m3}) \\ \dot{Q}_3 &= \varepsilon_{13}(V_1 + U_{m1}) + \varepsilon_{23}(V_2 + U_{m2}) + \varepsilon_{33}(V_3 + U_{m3}) \end{aligned}$$

Supongamos que se incrementa en una unidad el valor agregado en el sector i como consecuencia de un incremento en la producción del mismo. Esto inducirá, conforme al supuesto de su distribución en proporciones fijas, un incremento en la producción de todas la actividades de producción, de acuerdo con los coeficientes de la fila *i–ésima* de la matriz inversa. En nuestro ejemplo, si calculamos para $i = 1$, entonces dicha suma es $\varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13}$. La suma de estos coeficientes mide el incremento total de la producción inducido por dicho cambio y puede interpretarse, entonces, como el multiplicador hacia adelante. Si normalizamos con el valor promedio, podemos escribir

$$\psi_i = \frac{(\varepsilon_{i.} / n)}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\varepsilon_{ij} / n^2} \tag{4.4.6}$$

Este índice es muy diferente del anterior, puesto que mide el vínculo hacia adelante como un incremento de todas las industrias usuarias en lugar del incremento de la producción de la industria oferente. Esto está más en la idea de la concepción original de los vínculos hacia adelante, capturando la causalidad del proceso a través de la secuencia de impactos hacia adelante, que podemos representar en la serie

$$(I - S)^{-1} = I + S + S^2 + S^3 + \ldots\ldots + S^n \tag{4.4.7}$$

Esta serie muestra que la producción se expande primero en el sector i para generar una unidad de valor agregado en ese sector; después el producto se distribuye entre los sectores usuarios (S), que incrementan sus niveles de producción, que a su vez quedarán disponibles para los otros sectores, S^2, y así sucesivamente. Esta descripción es más próxima a la esencia de los multiplicadores hacia adelante.

La intención original (Hirschman, 1958) fue ordenar los sectores conforme a su potencialidad para estimular el crecimiento económico a través del mecanismo descrito. Se esperaba que los efectos más significativos estuviesen asociados con el sector industrial, cuyo crecimiento permitiría a la vez incrementar el ingreso *per cápita*. Esto llevaba a intentar identificar los sectores claves para apoyarlos a través de diversas políticas, eligiendo aquellos que mostraban multiplicadores más elevados. Se ha realizado una amplia gama de estudios a partir de esta metodología, sobre los que también se han identificado diferentes tipo de observaciones. A modo de ejemplo, entre algunas de estas últimas podemos mencionar las siguientes. Valores elevados de los multiplicadores no significan necesariamente que esos impactos efectivamente se presenten. Es posible que el efecto se absorba en mayores importaciones, en un incremento de precios o en una mayor ocupación de la capacidad instalada. De igual forma, tampoco significa que los mismos sectores que muestran esos valores sean los que tengan mayor impacto en el empleo y en el ingreso *per cápita*. Es más, frecuentemente esos sectores resultan ser relativamente intensivos en capital y no en trabajo. Estas y otras observaciones no debieran interpretarse con un espíritu pesimista; más bien, las mismas constituyen estímulos para poner cuidado sobre los alcances de estos multiplicadores e intentar, cuando ello es posible, adecuar y extender la metodología descrita para abordar con éxito el análisis empírico de diversas hipótesis sobre el comportamiento de la estructura económica.

Aplicación

Desarrollaremos un ejercicio sobre este tema a partir de la matriz de insumo–producto del año 1970. En nuestro sistema de tres sectores, determinemos primero los siguientes elementos:

$$S = \begin{bmatrix} 0.11489 & 0.51473 & 0.00367 \\ 0.03422 & 0.27531 & 0.05760 \\ 0.01652 & 0.14563 & 0.12498 \end{bmatrix} \quad (I-S)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.16334 & 0.83837 & 0.06007 \\ 0.05744 & 1.43979 & 0.09501 \\ 0.03153 & 0.25545 & 1.15977 \end{bmatrix}$$

Ahora podemos verificar que la ecuación (4.4.5) se cumple, es decir,

$$Q^{*\prime} = \begin{bmatrix} 66{,}019.9 & 148{,}705.0 & 235{,}081.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.16334 & 0.83837 & 0.06007 \\ 0.05744 & 1.43979 & 0.09501 \\ 0.03153 & 0.25545 & 1.15977 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 92{,}756.6 & 329{,}505.5 & 290{,}734.0 \end{bmatrix}$$

Por último, calculamos los multiplicadores fila normalizados, conforme a la expresión (4.4.6):

$$\psi^{*} = \begin{bmatrix} 1.21263 & 0.93647 & 0.85090 \end{bmatrix}$$

4.5 Análisis comparativo con las matrices de transacciones domésticas de los años 1970, 1980 y 1990

En los cuadros 4.1.1b y 4.1.1c presentamos las matrices de insumo–producto correspondientes a los años 1980 y 1990, agregadas también a tres sectores. Ambas matrices se obtuvieron por medio del método RAS modificado, que analizaremos en el capítulo 7. Adicionalmente, el INEGI tambien estimó matrices de insumo–producto para los años 1975 y 1978. Todas estas matrices se elaboraron siguiendo las mismas pautas que las aplicadas en la obtención de la matriz del año 1970, tales como la valuación a precios de productor y la desagregación en 72 ramas de actividad. No obstante, a lo largo de todos estos trabajo se han ido introduciendo algunas modificaciones en el método de evaluación de ciertos sectores y se han logrado definir y cuantificar nuevas actividades, así como mejorar las mediciones. Todos estos cambios redundaron indudablemente en favor del análisis macroeconómico, así como en la disposición de nuevos datos estadísticos, pero deben tenerse en cuenta al realizar comparaciones con matrices de años anteriores.

En la matriz de 1970 los flujos de importación y exportación de los servicios de la cuenta del exterior se trataron en forma *neta*, tanto en las demanda intermedia, como son los casos del transporte (excluidos pasajes) y de los servicios financieros (seguros), como en la demanda final, para los casos del turismo, transacciones fronterizas, servicios de transformación, gastos de misiones de diplomáticos, becarios y otros servicios. Este ordenamiento adoptado convencionalmente para obviar la falta de información detallada, facilita la presentación de la información y no presenta mayores dificultades en tanto las importaciones excedan a las exportaciones, pues en ese caso todos los cruces involucrados tienen signo positivo. No obstante, esa condición no siempre se cumple, sino que en la práctica más bien ha sucedido lo contrario. En la matriz de insumo–producto de 1970 sólo se tuvo signo negativo en las compras netas directas al extranjero en el cruce con el vector de consumo privado.[13] Sin embargo, en la

[13] En una nota anterior explicamos y desglosamos este asiento.

matriz de 1975 se hizo negativa también la celdilla de los servicios de transporte y en la de 1978, a aquellos dos, se sumó la de los servicios financieros.

Además, como factor negativo a esta forma de presentación puede señalarse que los totales de importaciones y exportaciones de la matriz de insumo–producto difieren en forma apreciable de los totales de cuentas nacionales, donde no se han neteado los servicios, con lo que se pierde un tanto la idea de la magnitud real de las transacciones, sobre todo tomando en cuenta que los restantes grandes agregados coinciden en sus valores absolutos en ambos sistemas.

Con el objeto de evitar estas limitaciones y para mostrar los vectores de demanda final con más apego al tipo de transacciones que se miden con cada uno de los sectores de origen, en las matrices de 1980 y 1990 se trató de incluir en todos los casos que fuera posible la totalidad de los servicios recibidos y pagados de la cuenta del exterior. Con este propósito, se investigó el origen de actividad económica de todos aquellos servicios mencionados más arriba para distribuirlos en los vectores correspondientes de las demandas intermedias y final de la matriz. Esto permitió la clasificación por origen de todos los servicios, con la excepción de las transacciones fronterizas a las que no fue posible darles un origen, ya que en el formato donde se recopilan estas transacciones no se especifica tal característica y no se dispone por ahora de ningún indicador indirecto en qué basar esa estimación. Por lo tanto, el *saldo* neto de las transacciones fronterizas pagadas se ubica en la matriz en el cruce del vector de consumo privado y la fila de importaciones.[14]

Adicionalmente a las transacciones fronterizas, en el vector de exportaciones se presenta en forma neta el ingreso por reaseguros tomados del exterior, al restarle los pagos por reaseguros cedidos al exterior. En consecuencia, el total de importaciones y exportaciones de cuentas nacionales difiere con los totales correspondientes de la matriz de insumo–producto sólo en las dos transacciones anotadas más arriba.

[14] En consecuencia, como veremos más adelante, en las matrices de transacciones totales para 1980 y 1990, al distribuir el renglón de importaciones entre los sectores de origen, no es posible asignar este concepto, razón por la que mantendremos en esa matriz una fila denominada *Transacciones fronterizas netas*.

En los cuadros 4.5.1 a 4.5.3 mostramos los multiplicadores asociados a las matrices $(I-A^{\cdot})^{-1}$, $H^{\cdot}$ y $C^{\cdot}$, correspondientes a los años 1970, 1980 y 1990, con el propósito del análisis comparativo.

Cuadro 4.1.1b. Matriz de insumo–producto–año 1980
Transacciones domésticas
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	Sectores S2	Sectores S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	67,228	355,965	1,900	425,093	170,582	764	7,687	33,678	64,718	277,429	702,522
S2	77,297	795,267	206,872	1,079,436	1,033,868	20,892	792,592	41,485	104,130	1,992,967	3,072,403
S3	36,350	367,851	395,294	799,495	1,614,497	286,574	175,603	0	264,313	2,340,987	3,140,482
Insumos nacionales	180,875	1,519.083	604,066	2,304,024	2,818,947	308,230	975,882	75,163	433,161	4,611,383	6,915,407
Importaciones	9,554	232,981	34,245	276,780	89,709	5,040	130,876	25,660	0	251,285	528,065
Insumos totales	190,429	1,752.064	638,311	2,580,804	2,908,656	313,270	1,106,758	100,823	433,161	4,862,668	7,443,472
V. A.B.	512,093	1,320.339	2,502,171	4,334,603	0	135,474	0	0	0	135,474	4,470,077
Salarios	124,332	533,920	817,826	1,476,078	0	134,850	0	0	0	134,850	1,610,928
Beneficios	387,072	714,706	1,414,079	2,515,857	0	422	0	0	0	422	2,516,279
Impuestos	689	71,713	270,266	342,668	0	202	0	0	0	202	342,870
V. B. P	702,522	3,072,403	3,140,482	6,915,407	2,908,656	448,744	1,106,758	100,823	433,161	4,998,142	11.913,549

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN INEGI, 1986.

Cuadro 4.1.1c. Matriz de insumo–producto–año 1990
Transacciones domésticas
(miles de millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	10,760	45,189	241	56,190	33,601	222	1,183	2,402	10,904	48,312	104,502
S2	11,017	98,974	28,725	138,716	153,320	3,322	86,875	14,384	47,309	305,210	443,926
S3	8,057	58,879	82,340	149,276	276,764	36,723	19,306	0	43,274	376,067	525,343
Insumos nacionales	29,834	203,042	111,306	344,182	463,685	40,267	107,364	16,786	101,487	729,589	1,073,771
Importaciones	2 165	47,991	9,504	59,660	22,669	1,055	20,364	5,758	0	49,846	109,506
Insumos totales	31,999	251,033	120,810	403,842	486,354	41,322	127,728	22,544	101,487	779,435	1,183,227
V. A.B.	72,503	192,893	404,533	669,929	0	16,476	0	0	0	16,476	686,405
Salarios	11,392	56,202	87,447	155,041	0	16,374	0	0	0	16,374	171,415
Beneficios	60,934	122,275	265,552	448,761	0	16	0	0	0	16	448,777
Impuestos	177	14,416	51,534	66,127	0	86	0	0	0	86	66,213
V. B. P	104,502	443,926	525,343	1,073,771	486,354	57,798	127,728	22,544	101,487	795,911	1,869,682

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN BARANDA, *ET. AL.*, 1993.

Cuadro 4.5.1. Multiplicadores de la matriz inversa de Leontief $(I - A^*)^{-1}$

Multiplicadores por filas

Sectores	1970	1980	1990
S1	0.91438	0.89132	0.87884
S2	1.12904	1.12951	1.06746
S3	0.95658	0.97917	1.05370

Multiplicadores por columnas

Sectores	1970	1980	1990
S1	0.94512	0.94090	0.98115
S2	1.22552	1.19657	1.15122
S3	0.82936	0.86253	1.88062

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Aún cuando a este nivel de agregación las conclusiones que se obtengan de estos resultados numéricos son muy generales, con propósito didáctico podemos señalar algunas tendencias de los mismos. En primer lugar, observamos que el sector 1 (primario) disminuye su multiplicador fila, mientras que el sector 3 (servicios) lo incrementa, comportamiento que expresa un cambio en los impactos "hacia adelante" que induce un cambio en la demanda final. Ello puede interpretarse como una pérdida relativa de sensibilidad del sector 1 frente a cambios en la demanda, en relación al sector 3. En segundo lugar, el sector 2 (manufacturas) disminuye su multiplicador por columna, mientras que el sector 3 lo incrementa. Es decir, el primero disminuye su impacto "hacia atrás", respecto al segundo, tendencias que expresan una pérdida del grado de integración relativa de la manufactura con el resto de la economía, comparada con el sector servicios.

Cuadro 4.5.2. Multiplicadores por filas de la matriz H^*

	1970	1980	1990
Importaciones	0.13681	0.21436	0.29970
Salarios	1.27984	1.20377	0.79768
Beneficios	2.41948	2.36148	2.62874
Impuestos	0.16388	0.22040	0.27388

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Los resultados para los multiplicadores por filas de la matriz de contenido factorial total muestran una tendencia creciente sostenida de los correspondientes a las importaciones, las utilidades (para 1980–1990) y los impuestos, acompañada con una decreciente de los salarios (cuadro 4.5.2). Ello expresa una pérdida de la sensibilidad de estos últimos ante cambios en la demanda, en relación a los otros componentes del valor agregado y de las importaciones.

Cuadro 4.5.3. Multiplicadores por filas de la matriz C^*

Multiplicadores por filas

	1970	1980	1990
Importaciones	0.17955	0.23572	0.37055
Salarios	1.31677	1.26127	0.85260
Beneficios	2.31923	2.22623	2.43603
Impuestos	0.18445	0.27678	0.34082

Multiplicadores por columnas

	1970	1980	1990
Consumo privado	1.20195	1.13133	1.12555
Consumo público	0.72229	0.80181	0.82249
Formación de capital	1.06548	1.02929	0.99235
Variación de existencias	1.08917	0.87024	0.87904
Exportaciones	0.92111	1.16733	1.18057

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Los resultados obtenidos para los multiplicadores por filas asociados a la matriz C^* confirman las conclusiones anteriores (cuadro 4.5.3). Aquí también se observa una pérdida de sensibilidad de los salarios frente a cambios, en este caso, de los componentes de la demanda final. Con respecto a los multiplicadores por columnas, observamos una disminución sostenida de los índices asociados al consumo privado y a la formación bruta de capital fijo, proceso relativamente más pronunciado en la primera de las décadas incluídas en el análisis. Podemos interpretar esta tendencia como una disminución de la sensibilidad de los insumos primarios ante un cambio en estos componentes de la demanda final. Por su parte, el consumo público y las exportaciones muestran la tendencia contraria, expresión de un incremento de la sensibilidad de los insumos primarios a cambios en estos componentes.

Por último, en el cuadro 4.5.4 mostramos los multiplicadores por filas asociados a la matriz de distribución de la producción, *S*. Los resultados numérico obtenidos permiten extraer conclusiones diferentes a las que discutimos con base en los multiplicadores por filas de la matriz inversa de Leontief. La tendencia de los multiplicadores y el ordenamiento de los sectores conforme a su magnitud son diferentes. Así, por ejemplo, mientras que el multiplicador correspondiente al sector 3 exhibía una tendencia sostenidamente creciente para este último caso, con este nuevo método no se observa este mismo comportamiento. Dejamos al lector completar la comparación entre ambos resultados. Sin embargo, conviene nuevamente remarcar que estas diferencias no deben decepcionar a quien intenta aplicar esta técnica en el análisis estructural. Se trata, justamente, de explicar estas diferencias, con base en los diferentes significados conceptuales de los distintos multiplicadores.

Cuadro 4.5.4. Multiplicadores de la matriz inversa $(I - S)^{-1}$

Multiplicadores por filas

Sectores	1970	1980	1990
S1	1.21263	1.21039	1.16402
S2	0.93647	0.94529	0.93376
S3	0.85090	0.84432	0.90222

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

4.6 Matriz de transacciones totales

En el cuadro 4.1.1d presentamos la matriz de insumo–producto para el año 1970, considerando las transacciones totales. Observemos las diferencias más importantes entre esta matriz y la del cuadro 4.1.1a. En primer lugar, la utilización de insumos intermedios importados, que en esta última matriz aparece en la fila de las importaciones, en la matriz 4.1.1d se distribuye entre las celdillas de las transacciones interindustriales. Es decir, estas últimas resultan de sumar los insumos intermedios domésticos más los de origen importado. En segundo lugar, la demanda final de bienes y servicios importados se distribuye entre las celdillas correspondientes a las intersecciones de las actividades de producción con los componentes de demanda final, conforme al origen sectorial de la misma.[15] Como consecuencia de estas características, las sumas de las columnas de la matriz de transacciones totales no coinciden con las sumas de las filas correspondientes, puesto que mientras las primeras siguen representando el valor de la producción doméstica, las segundas muestran el valor de la oferta total, tanto de origen doméstica como importada.

Definamos

$W_m = \left\{ w_{ij}^{m} \right\}$: es una matriz de n filas y n columnas donde w_{ij}^{m} es la cantidad monetaria de insumos intermedios importados del sector (origen) i que se utilizó en el sector (destino) j.

Entonces, podemos escribir la matriz de transacciones totales conforme a la siguiente expresión

$$W^T = W + W_m$$

[15] De esta operación se excluyen. en las matriz correspondiente al año 1970. las transacciones que no se pudieron distribuir por sector de origen. tales como el consumo de los residentes en el exterior. el consumo de los no residentes en el mercado interno y las importaciones directas del gobierno. conforme a la explicación que desarrollamos en una nota anterior. Estas transacciones se incluyen agregadas en un renglón denominado "Comp. net. en mdo. ext.". escritura abreviada de "Compras netas directas en el mercado exterior".

donde

$W^T = \left\{ w^T_{ij} \right\}$: es una matriz de n filas y n columnas donde w^T_{ij} es la cantidad monetaria total, de origen doméstico e importado, del sector (origen) i que se utilizó como insumo intermedio en el sector (destino) j.

Hasta aquí no hemos discutido un punto que es sustancial para comprender plenamente el tratamiento de las importaciones en la matriz de insumo–producto. Existen formas alternativas para esto último, cuya elección depende de la información con que se cuente acerca de las importaciones. El tratamiento más deseable requiere que las importaciones se clasifiquen en competitivas y no competitivas, por un lado, y por usuario (destino), por otro. Las primeras son aquellas que se importan, por alguna razón, pero a la vez se producen en el país; las segundas incluyen bienes que sencillamente no se producen en el país. Las no competitivas se tratan como un insumo primario y se asientan en una fila de la matriz, distribuyéndose conforme al destino donde se las utilizó. Este es el tratamiento adoptado en la presentación de la matriz de transacciones domésticas del cuadro 4.1.1a. La importaciones competitivas, en cambio, se asignan en las transacciones intersectoriales y de demanda final sumadas con los bienes de origen doméstico; esto implica, como veremos con detalle en la siguiente sección, que las sumas de las filas nos dicen las demandas por origen, mientras que las sumas de las columnas mantienen el mismo significado, es decir, el valor de la oferta. Este es el tratamiento seguido en la presentación de la matriz de transacciones totales del cuadro 4.1.1.d. En consecuencia, en la primer presentación se supone que todas las importaciones son no competitivas y en la segunda que todas son competitivas. Si se contase con información completa sobre la característica de cada bien y su destino, se lograría un cuadro que combine estas dos presentaciones.

Cuadro 4.1.1d. Matriz de insumo–producto–año 1970
Transacciones totales
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	10858.2	49917.9	341.4	61117.5	24036.9	53.1	1348.9	2899.0	6043.6	34381.5	95499.0
S2	11781.3	103369.5	20913.1	136063.9	126232.7	2088.3	73731.4	9393.4	10264.0	221709.8	357773.7
S3	4803.6	42338.2	36944.6	84086.4	174749.2	17414.5	13580.3	3.0	2209.9	207956.9	292043.3
Comp. net. en mdo. ext.					-5497.0	145.0			5497.0	145.0	145.0
Insumos totales	27443.1	195625.6	58199.1	281267.8	319521.8	19700.9	88660.6	12295.4	24014.5	464193.2	745461.0
V. A.B.	65313.5	133879.9	232535.7	431729.1		12542.3				12542.3	444271.4
Salarios	19771.8	55964.9	70534.1	146270.8		12182.7				12182.7	158453.5
Beneficios	44467.8	69495.7	149907.5	263871.0		305.4				305.4	264176.4
Impuestos	1073.9	8419.3	12094.1	21587.3		54.2				54.2	21641.5
V. B. P	92756.6	329505.5	290734.8	712996.9	319521.8	32243.2	88660.6	12295.4	24014.5	476735.5	1189732.4

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN S. P. P., 1978.

4.6.1 Relación entre la demanda final y la producción con la matriz de transacciones totales

En la matriz de transacciones totales, las transacciones interindustriales, así como las de los componentes de la demanda final, incluyen tanto los insumos de origen doméstico como los importados. Entonces, la ecuación de balance correspondiente a la fila *i–ésima* del cuadro debemos escribirla de la siguiente forma:

$$Q_i^{*T} = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}^{T} + f_i^{*T} \qquad (4.6.1)$$

donde:

Q_i^{*T} : es la oferta *total* de bienes y servicios del sector i, tanto de origen doméstico como importado, es decir, corresponde a la suma del valor de la producción doméstica más la importación cuyo origen es ese mismo sector;

f_i^{*T} : es la demanda final *total* de bienes y servicios del sector i, tanto de origen doméstico como importado.

Con el propósito de expresar la ecuación (4.6.1) en términos matriciales, es necesario redefinir los coeficientes técnicos de insumo–producto de la siguiente forma:

$$a_{ij}^{*T} = \frac{w_{ij}^{T}}{Q_j^{*}} \qquad (4.6.2)$$

Entonces, podemos reescribir la expresión (4.6.1) como sigue:

$$Q_i^{*T} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{T}\ Q_j^{*} + f_i^{*T} \qquad (4.6.3)$$

En términos matriciales, nos queda

$$Q^{*}_{T} = A^{*}_{T}\ Q^{*} + f^{*}_{T} \tag{4.6.4}$$

donde:

Q^{*}_{T} : es un vector columna de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es el valor monetario de la oferta *total* del sector j;

A^{*}_{T} : es la matriz de coeficientes técnicos *totales*;

f^{*}_{T} : es un vector columna de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es la demanda final total del sector j.

La oferta total de bienes y servicios resulta, como ya hemos señalado, de sumar la producción interna más las importaciones, es decir,

$$Q^{*T}_{i} = Q^{*}_{i} + m^{*}_{i} \tag{4.6.5}$$

donde m^{*}_{i} es la cantidad monetaria total importada del bien i, cuyo destino puede ser tanto insumo intermedio como demanda final. En términos matriciales, tenemos

$$Q^{*}_{T} = Q^{*} + M^{*} \tag{4.6.6}$$

donde

$M^{*} = \left\{ m^{*}_{j} \right\}$: es un vector columna de n elementos, donde el *j–ésimo* elemento es la importación total de bienes de origen en el sector j.

Definamos ahora los coeficientes de importación total, es decir,[16]

$$F_i^{\cdot M} = \frac{m_i^{\cdot}}{Q_i^{\cdot}} \tag{4.6.7}$$

Suponemos que estos coeficientes son constantes, de tal forma que implícitamente esto significa que todos los usuarios mantienen constante la estructura de la distribución de sus demandas entre bienes de origen doméstico e importado. Podemos reescribir la ecuación (4.6.5) de la siguiente forma:

$$Q_i^{\cdot T} = Q_i^{\cdot} + F_i^{\cdot M} Q_i^{\cdot} \tag{4.6.8}$$

En términos matriciales, nos queda

$$Q_T^{\cdot} = Q^{\cdot} + \hat{F}_M^{\cdot} Q^{\cdot} \tag{4.6.9}$$

donde:

$F_M^{\cdot} = \left\{F_i^{\cdot M}\right\}$: es el vector columna de los coeficientes de importación, por sector de origen.

Remplazando en (4.6.4), obtenemos

$$Q^{\cdot} = A_T^{\cdot} Q^{\cdot} - \hat{F}_M^{\cdot} Q^{\cdot} + f_T^{\cdot} \tag{4.6.10}$$

Finalmente, podemos despejar:[17]

$$Q^{\cdot} = (I - A_T^{\cdot} + \hat{F}_M^{\cdot})^{-1} f_T^{\cdot} \tag{4.6.11}$$

[16] El lector debe observar la diferencia entre este coeficiente y $b_j^{\cdot m}$. que fue definido en la expresión (3.5.7). En este último caso se trata de la cantidad de insumos intermedios de origen importado utilizado por unidad de producción de *j*. mientras que en el primero es la relación entre la importación total del bien de origen *i* respecto de la producción doméstica del mismo.

[17] Observemos que la ecuación (4.6.11) la podemos escribir $Q^{\cdot} = \left[I - (A_T^{\cdot} - \hat{F}_M^{\cdot})\right]^{-1} f_T^{\cdot}$: notemos que para que la solución sea no negativa se requiere que los coeficientes de la diagonal de la matriz de coeficientes de insumos intermedios totales sean mayores que los elementos correspondientes de la diagonal de la matriz de $\hat{F}_M^{\cdot}$

La expresión (4.6.11) nos permite calcular el valor bruto de la producción, es decir, la oferta interna, por sector de actividad económica, en función del vector de demanda final *total*, utilizando la matriz de coeficientes técnicos totales y los coeficientes de importación por sector de origen.

Aplicación

En nuestro ejemplo numérico, obtenemos primero A_T^* y el vector f_T^* con base en la información del cuadro (4.1.1d).

$$A_T^* = \begin{bmatrix} 0.11706 & 0.15149 & 0.00117 \\ 0.12701 & 0.31371 & 0.07193 \\ 0.05179 & 0.12849 & 0.12707 \end{bmatrix} \qquad f_T^* = \begin{bmatrix} 34{,}381.5 \\ 221{,}709.8 \\ 207{,}956.9 \end{bmatrix}$$

Para determinar M^* obtengamos primero la matriz de importaciones, mediante la diferencia entre las transacciones totales (cuadro 4.1.1d) y las domésticas (cuadro 4.1.1a). En el cuadro 4.6.1 presentamos el resultado.

La suma por fila de esta matriz es el vector de importación total por origen, es decir, el vector M^*.[18]

$$M^* = \begin{bmatrix} 2{,}742.4 \\ 28{,}268.2 \\ 1{,}453.5 \end{bmatrix}$$

[18] Observemos que la suma por columna de la matriz de importaciones. M^* coincide con la fila de importaciones de la matriz de transacciones domésticas, conforme a lo que ya hemos expuesto.

Cuadro 4.6.1. Matriz de importaciones – año 1970 (M^*)

(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V .B. P
S1	200.9	2173.4	0.6	2374.9	367.5	2742.4
S2	505.5	12652.6	1935.2	15093.3	16174.9	28268.2
S3	0.0	0.0	609.6	609.6	843.9	1453.5
Total	706.4	14826.0	2545.4	18077.8	14386.3	32464.1

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN LOS CUADROS 4.1.1a Y 4.1.1d.

Con base en este resultado, calculamos la matriz $F_M^{\cdot}$:

$$F_M^{\cdot} = \begin{bmatrix} 2{,}742/92{,}756.6 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 28{,}628/329{,}505.5 & 0.0 \\ 0.0 & & 1{,}453.5/290{,}734.8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.02957 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.08579 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.00500 \end{bmatrix}$$

Ahora obtenemos la inversa,

$$(I - A_T^{\cdot} + F_M^{\cdot})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.12829 & 0.22470 & 0.01992 \\ 0.19447 & 1.35184 & 0.11102 \\ 0.09502 & 0.21110 & 1.15647 \end{bmatrix}$$

Finalmente, si aplicamos los resultados anteriores a la ecuación (4.6.11), nos queda

$$Q^{\cdot} = \begin{bmatrix} 1.12829 & 0.22470 & 0.01992 \\ 0.19447 & 1.35184 & 0.11102 \\ 0.09502 & 0.21110 & 1.15647 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 34{,}381.5 \\ 221{,}709.8 \\ 207{,}956.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 92{,}756.6 \\ 329{,}505.5 \\ 290{,}734.8 \end{bmatrix}$$

Finalmente, si escribimos en términos matriciales la expresión (4.6.1) y sustituimos el vector de oferta total por la ecuación (4.6.1), nos queda

$$Q^{*} + M^{*} = W_T l + f^{*T} \tag{4.6.12}$$

Esta es una identidad de balance sectorial: el lado izquierdo es la oferta, desagregada por origen (doméstico e importado) y el lado derecho es la demanda, desagregada por destino (insumos intermedio y demanda final).

4.6.2 Indices de interdependencia con la matriz de transacciones totales

A partir de la información suministrada por el cuadro 4.1.1d, podemos ahora generar las matrices de coeficientes necesarios para calcular los multiplicadores asociados a este sistema contable. Obtenemos primero la matriz de coeficientes técnicos totales, A_T^{*} , que presentamos en el cuadro 4.6.2.

Cuadro 4.6.2. Matriz de coeficientes técnicos totales (A_T^{*}) – año 1970

Sectores	S1	S2	S3
S1	0.11706	0.15149	0.00117
S2	0.12701	0.31371	0.07193
S3	0.05179	0.12849	0.12707

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1d.

y la matriz de coeficientes de insumos primarios, B_T^{*} , cuyo resultado mostramos en el cuadro 4.6.3.

Cuadro 4.6.3. Matriz de coeficientes de insumos primarios *totales* ($B^{\bullet}_{T}$) – año 1970

	Sectores		
	S1	S2	S3
Salarios	0.21316	0.16985	0.24261
Beneficios	0.47940	0.19453	0.53417
Impuestos	0.01158	0.02555	0.04160

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1d.

Con base en la información de la matriz $A^{\bullet}_{T}$, podemos obtener la matriz inversa de Leontief, cuyo resultado presentamos en el cuadro 4.6.4.

Cuadro 4.6.4. Matriz inversa de Leontief ($I - A^{\bullet}_{T}$) – año 1970

Sectores	S1	S2	S3
S1	1.17178	0.26302	0.02325
S2	0.22766	1.53105	0.12647
S3	0.10303	0.24097	0.16557

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con la infomación provista por las matrices de coeficientes obtenidas, podemos calcular la matriz de contenido factorial total, $H^{\bullet}_{T}$, cuyo resultado presentamos en el cuadro 4.6.5.

Cuadro 4.6.5. Matriz de contenido total ($H^{\bullet}_{T}$) – año 1970

	Sectores		
	S1	S2	S3
Salarios	0.31344	0.37456	0.30921
Beneficios	0.66289	0.57325	0.63880
Impuestos	0.02367	0.05219	0.05199

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en la información del cuadro 4.1.1d, construimos la matriz que describe el origen sectorial de los componentes de demanda final y procedemos a calcular la matriz de coeficientes totales de demanda final, F^{*}_{T}, que presentamos en el cuadro 4.6.6.

Cuadro 4.6.6. Matriz de coeficientes de demanda final (F^{*}_{T}) – año 1970

Sectores	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
S1	0.07523	0.00165	0.01521	0.23578	0.25166
S2	0.39507	0.06477	0.83161	0.76398	0.42741
S3	0.54691	0.54010	0.15317	0.00024	0.09202

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Ahora podemos obtener la matriz C^{*}_{T}, como resultado de multiplicar las matrices H^{*}_{T} y F^{*}_{T}, que mostramos en el cuadro 4.6.7.

Cuadro 4.6.7. Matriz de composición factorial de la demanda final (C^{*}_{T}) – año 1970

	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación
Salarios	0.34067	0.19178	0.36362	0.36014	0.26743
Beneficios	0.62571	0.38324	0.58465	0.59440	0.47062
Impuestos	0.05083	0.03150	0.05172	0.04546	0.03305

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Los multiplicadores asociados a estas matrices los presentamos en los cuadros de la siguientes sección.

4.7 Análisis comparativo (1970, 1980 y 1990) con las matrices de transacciones totales

En los cuadros 4.1.1e y 4.1.1f presentamos las matrices de transacciones totales para el año 1980 y 1990, respectivamente. En la sección 4.5 nos referimos al hecho de que en las matrices de insumo–producto para estos años fue posible distribuir todas las transacciones incluidas en el renglón de importaciones entre los distintos sectores de origen, con excepción de las *transacciones fronteriza netas*. En consecuencia, en la matriz de transacciones totales es necesario preservan un renglón especial para estas transacciones, cuyo total se asienta en forma neta en su intersección con la columna de consumo privado.

Cuadro 4.1.1e. Matriz de insumo–producto – año 1980
Transacciones totales
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	69,286	399,188	2,096	470,570	178,516	771	8,559	33,838	64,718	286,402	756,972
S2	84,572	985,011	218,914	1,288,497	1,075,643	21,933	922,475	66,985	104,130	2,191,166	3,179,663
S3	36,571	367,865	417,301	821,737	1,643,032	290,566	175,724	0	264,313	2,373,635	3,195,372
Transac. front. netas.	0	0	0	0	11,465	0	0	0	0	11,465	11,465
Insumos nacionales	190,429	1,752,064	638,311	2,580,804	2,908,656	313,270	1,106,758	100,823	433,161	4,862,668	7,443,172
V. A.B.	512,093	1,320,339	2,502,171	4,334,603		135,474				135,474	4,470,077
Salarios	124,332	533,920	817,826	1,476,078		134,850				134,850	1,610,928
Beneficios	387,072	714,706	1,414,079	2,515,857		422				422	2,516,279
Impuestos indir. netos	689	71,713	270,266	342,668		202				202	342,870
V. B. P	702,522	3,072,403	3,140,482	6,915,407	2,908,656	448,744	1,106,758	100,823	433,161	4,988,142	11,913,549

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, con base en INEGI, 1986.

Cuadro 4.1.1f. Matriz de insumo–producto – año 1990
Transacciones totales
(miles de millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Demanda final	V.B.P
S1	11361	49724	267	61352	34563	228	1478	2694	10904	49867	111219
S2	12397	142418	33641	188456	164762	3644	106932	19850	47309	342497	530953
S3	8241	58891	86902	154034	282673	37450	19318	0	61824	382715	536749
Transac. front. netas.	0	0	0	0	4356	0	0	0	0	4356	4356
Insumos nacionales	31999	251033	120810	403842	486354	41322	127728	22544	101487	779435	1183277
V. A.B.	72503	192893	404533	669929	0	16476	0	0	0	16476	686405
Salarios	11392	56202	87447	155041	0	16374	0	0	0	16374	171415
Beneficios	60934	122275	265552	448761	0	16	0	0	0	16	448777
Impuestos indir. netos	177	14416	51534	66127	0	86	0	0	0	86	66213
V. B. P	104502	443926	525343	1073771	486354	57798	127728	22544	101487	795911	1869682

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, con base en Baranda, *et. al.*,.1993.

Con base en esta información, obtenemos primero las matrices de coeficientes de insumos intermedio totales, A_T^*, las matrices de Leontief, $(I - A_T^*)^{-1}$, las matrices de coeficientes de insumos primarios, B_T^*, las matrices de contenido factorial directo e indirecto, H_T^*, las matrices de coeficientes de demanda final, F_T^*, y las matrices C_T^*, como resultado de multiplicar las matrices H_T^* y F_T^*. Posteriormente, calculamos los multiplicadores asociados a las matrices $(I - A_T^*)^{-1}$, H_T^* y C_T^*, los que se presentan en los cuadros 4.7.1 a 4.7.3, en conjunto con los multiplicadores correspondientes al año 1970 obtenidos a partir de la información que presentamos en la sección anterior. El análisis de los mismos confirma las mismas tendencias que las anotadas para los multiplicadores correspondientes a las matrices de transacciones domésticas. Observemos que, en general, los valores de los coeficientes de las matrices $(I - A_T^*)^{-1}$, H_T^* y C_T^* son mayores que los de las matrices de transacciones domésticas. Ello se debe a que en las primeras las importaciones se distribuyen entre las diferentes celdillas del sistema y, consecuentemente, los índices de interdependencia se refieren a la oferta–demanda total y no exclusivamente a la producción doméstica.

Cuadro 4.7.1. Multiplicadores de la matriz inversa de Leontief $(I - A_T^*)^{-1}$

Multiplicadores por filas

Sectores	1970	1980	1990
S1	0.90137	0.87270	0.84078
S2	1.16542	1.18237	1.15393
S3	0.93321	0.94493	1.00529

Multiplicadores por columnas

Sectores	1970	1980	1990
S1	0.92883	0.91682	0.93295
S2	1.25806	1.25251	1.22970
S3	0.81311	0.83067	1.83735

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 4.7.2. Multiplicadores de la matriz H_T^{*-1}

Multiplicadores por filas

	1970	1980	1990
Salarios	0.99721	0.95828	0.65377
Beneficios	1.87494	1.86813	2.12430
Impuestos	0.12784	0.17359	0.22193

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 4.7.3. Multiplicadores de la matriz C_T^{*}

Multiplicadores por filas

	1970	1980	1990
Salarios	1.04007	1.01377	0.71363
Beneficios	1.81483	1.77339	2.01496
Impuestos	0.14510	0.21284	0.27141

Multiplicadores por columnas

	1970	1980	1990
Consumo privado	1.15728	1.06095	1.05296
Consumo público	0.69003	0.74359	0.75961
Formación de capital	1.13770	1.06515	1.06248
Variación de existencias	1.13770	1.06515	1.06248
Exportación	0.87728	1.06515	1.06248

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

4.8 Análisis del contenido total de insumos primarios

Puesto que el elemento h^*_{kj} de la matriz H^* contiene el requerimiento monetario *total*, directo e indirecto, del insumo primario k por unidad monetaria excedente del producto j, el análisis comparativo de sus diferentes columnas permite obtener conclusiones acerca del contenido total de insumos primarios de cada sector en relación con los otros sectores.[19] Con el propósito de desarrollar un ejemplo numérico, dividiremos los insumos primarios en remuneración de empleados (salarios), excedente bruto de operación (beneficios), impuestos indirectos netos de subsidios e insumos intermedio importados (divisas). Los salarios, a su vez, posteriormente los desagregaremos en altos, medios y bajos. Trabajaremos con las matrices de transacciones domésticas de los años 1980 y 1990.

Comencemos por analizar el contenido total de insumos primarios de los tres sectores en el marco de un modelo con los cuatro insumos primarios mencionados. A modo de ejemplo, si h^*_{uj} es el coeficiente del requerimiento total de excedente bruto de operación (beneficios) insumido por el sector j y h^*_{wj} es el coeficiente de requerimiento total de salarios insumido por el sector j, diremos que el sector j es relativamente intensivo en mano de obra con respecto del capital, comparado con el sector i, si se verifica que

$$wu_{j,i} = \frac{h^*_{w,j} / h^*_{u,j}}{h^*_{w,i} / h^*_{u,i}} > 1 \qquad (4.8.1)$$

En forma similar, diremos que el sector j es relativamente intensivo en mano de obra con respecto de las divisas, comparado con el sector i, si se cumple que

$$wd_{j,i} = \frac{h^*_{w,j} / h^*_{d,j}}{h^*_{w,i} / h^*_{d,i}} > 1 \qquad (4.8.2)$$

[19] Para una aplicación más desagregada y detallada, ver Cervini, 1995; Cervini y Londero, 1998.

donde el subíndice d se refiere al recurso primario divisas. Del mismo modo, diremos que el sector j es intensivo en divisas con respecto del capital, comparado con el sector i, si se verifica que

$$du_{j,i} = \frac{h^*_{d,j} / h^*_{u,j}}{h^*_{d,i} / h^*_{u,i}} > 1 \tag{4.8.3}$$

Por último, diremos que el sector j es intensivo en capital, con respecto de los impuestos, comparado con el sector i, si se verifica que

$$ut_{j,i} = \frac{h^*_{u,j} / h^*_{t,j}}{h^*_{u,i} / h^*_{t,i}} > 1 \tag{4.8.4}$$

donde el subíndice t se refiere a los impuestos indirectos netos de subsidios. En el cuadro 4.1.1b presentamos la información correspondiente a la matriz de transacciones domésticas del año 1980, desagregada en tres sectores de actividad económica y cuatro insumos primarios. Con base en esta información podemos calcular la matriz de contenido factorial total, que nos permitirá obtener las intensidades relativas de los distintos sectores.

$$A^* = \begin{bmatrix} 0.09570 & 0.11586 & 0.00061 \\ 0.11003 & 0.25884 & 0.06587 \\ 0.05174 & 0.11973 & 0.12587 \end{bmatrix} \qquad (I - A^*)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.12838 & 0.17869 & 0.01425 \\ 0.17559 & 1.39367 & 0.10515 \\ 0.09084 & 0.20147 & 1.15924 \end{bmatrix}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0.17698 & 0.17378 & 0.26041 \\ 0.55097 & 0.23262 & 0.45027 \\ 0.00098 & 0.02334 & 0.08606 \\ 0.01359 & 0.07583 & 0.01090 \end{bmatrix} \qquad H^* = \begin{bmatrix} 0.25387 & 0.32628 & 0.32268 \\ 0.70346 & 0.51337 & 0.55429 \\ 0.01302 & 0.05004 & 0.10223 \\ 0.02965 & 0.11031 & 0.02081 \end{bmatrix}$$

Puesto que la intensidad relativa de un sector se compara con la de otro, la elección de este último es de suma importancia para obtener resultados que sean pertinente para los propósitos del análisis. Por ejemplo, puede ser de interés elegir el sector industrial (S2) como el elemento de comparación. En el cuadro 4.8.1 mostramos los resultados obtenidos de acuerdo con el procedimiento descrito. Observemos que todos los valores obtenidos para el sector 2 son iguales a la unidad, puesto que este es el sector con el cual estamos comparando.

Cuadro 4.8.1. Intensidades relativas de insumos primarios – año 1980 con tres sectores, comparados con el sector industrial

	Sectores		
	S1	S2	S3
$wu_{j,i}$	0.567819	1.000000	0.915947
$wd_{j,i}$	2.894651	1.000000	5.242792
$du_{j,i}$	0.196161	1.000000	0.174706
$ut_{j,i}$	5.265625	1.000000	0.528524

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Por otra parte, puede ser deseable comparar con el sector industrial no sólo los sectores no industriales, sino también las ramas que integran dicho sector. A modo de ejemplo, aquí desagregaremos el sector industrial en dos grandes grupos: *a)* ramas industriales "livianas", tales como las relacionadas con la producción de alimentos, vestuarios, muebles, etc, y *b)* ramas industriales "pesadas", tales como las que producen cemento, acero, químicos, maquinarias, etc. Con este propósito, debemos contar con dos juegos de coeficientes: *a)* las intensidades de uso en un sistema en que consideremos solamente tres sectores, de tal forma que uno de ellos corresponda al sector industrial en su conjunto y *b)* las intensidades de uso en un sistema en que consideremos la actividad industrial desagregada en dos sectores, es decir, un sistema de cuatro sectores, dos de los cuales correspondan a los grupos de industrias definidos más arriba. De esta forma será posible comparar las intensidades relativas de los sectores no industriales y de los dos industriales, con respecto al conjunto del sector industrial. Las intensidades de uso correspondientes al sistema *a)* ya se obtuvieron más arriba. En el cuadro 4.8.2 mostramos las transacciones interindustriales correspondientes al sistema *b)*, donde hemos desagregado el sector industrial (S2) en los dos sectores mencionados, de tal forma que el mismo tendrá ahora cuatro actividades económicas y los mismos cuatro insumos primarios. En el nuevo sistema, el S2 corresponde a la industria "liviana" y el S3 a la "pesada", mientras que el anterior sector 3 ahora se ubica en el S4.

Cuadro 4.8.2. Matriz de insumo–producto – año 1980
Transacciones domésticas, con cuatro sectores
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	S4	Demanda final	V.B.P.
S1	67228	238805	117160	1900	277429	702522
S2	32516	166443	43778	15007	831540	1089284
S3	44781	78217	506829	191865	1161427	1983119
S4	36350	125335	242516	395294	2340987	3140482
Salarios	124332	120713	413207	817826		
Beneficios	387072	274747	439959	1414079		
Impuestos	689	25999	45714	270266		
Divisas	9554	59025	173956	34245		
V. B. P.	702522	1089284	1983119	3140482		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN INEGI, 1986.

Con base en esta información, podemos calcular la matriz de contenidos de insumos primarios asociada al mismo.

$$A^{*}=\begin{bmatrix} 0.0957 & 0.2192 & 0.0591 & 0.0006 \\ 0.0463 & 0.1528 & 0.0221 & 0.0048 \\ 0.0637 & 0.0718 & 0.2556 & 0.0611 \\ 0.0517 & 0.1151 & 0.1223 & 0.1259 \end{bmatrix}$$

$$(I-A^{*})^{-1}=\begin{bmatrix} 1.1289 & 0.3019 & 0.1001 & 0.0094 \\ 0.0651 & 1.2021 & 0.0424 & 0.0096 \\ 0.1104 & 0.1581 & 1.3727 & 0.0969 \\ 0.0908 & 0.1982 & 0.2035 & 1.1594 \end{bmatrix}$$

$$B^{*}=\begin{bmatrix} 0.1770 & 0.1108 & 0.2084 & 0.2604 \\ 0.5510 & 0.2522 & 0.2219 & 0.4503 \\ 0.0010 & 0.0239 & 0.0231 & 0.0861 \\ 0.0136 & 0.5419 & 0.0877 & 0.0109 \end{bmatrix}$$

$$H^{*}=\begin{bmatrix} 0.2537 & 0.2712 & 0.3614 & 0.3248 \\ 0.7038 & 0.5939 & 0.4620 & 0.5511 \\ 0.0130 & 0.0497 & 0.0503 & 0.1022 \\ 0.0296 & 0.0853 & 0.1263 & 0.0218 \end{bmatrix}$$

En el cuadro 4.8.3 presentamos las comparaciones de las intensidades relativas de estos últimos cuatro sectores con respecto al conjunto del sector industrial, es decir, el sector 2 de la matriz de transacciones interindutriales del sistema *a)*.

Cuadro 4.8.3. Intensidades relativas de insumos primarios – año 1980 con cuatro sectores, comparados con el sector industrial

	Sectores			
	S1	S2	S3	S4
$wu_{j,i}$	0.567072	0.718524	1.230841	0.927333
$wd_{j,i}$	2.901884	1.075242	0.967584	5.040493
$du_{j,i}$	0.195415	0.668245	1.272076	0.183977
$ut_{j,i}$	5.268583	1.165002	0.895933	0.525451

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con respecto a los salarios, en nuestra matriz de insumos primarios hemos asignado el pago total de salarios de cada sector a un solo rubro, es decir, dicho pago aparece agregado. Por lo tanto, el requerimiento de salarios se refiere a los requerimientos totales, sin diferenciar, por ejemplo, por niveles salariales. Si se desea obtener información más desagregada respecto a este concepto, será necesario construir un cuadro de transacciones que contemple la desagregación, por ejemplo, en tres posibles niveles salariales (bajo, medio y alto). En el cuadro 4.8.4 presentamos esta información, donde ahora tendremos seis insumos primarios y mantendremos los tres sectores originales.

Los salarios totales pagados por cada uno de los sectores se desagregaron en bajos, medios o altos, de acuerdo con la clasificación de la remuneración promedio de las ramas que integran cada sector. El criterio seguido para esta última asignación fue clasificar las ramas conforme a su salario promedio: las ramas en que este último quedó comprendido en el intervalo determinado por la media de los salarios de las ramas que integran cada sector más – menos la mitad de la desviación standard, se clasificaron como ramas con salarios medios; las ramas cuyos salarios promedios se ubicaron por debajo de este intervalo, se clasificaron como ramas con salarios promedios bajos; y las ramas con salarios promedios más elevados que el umbral superior del rango indicado, se clasificaron como ramas con salarios promedio altos. A tal efecto, cada observación es la remuneración promedio de una rama, resultado de dividir el pago total a los empleados entre el número de puestos (empleo) en la misma, datos suministrados por el SCNM.

Cuadro 4.8.4. Matriz de insumo–producto – año 1980
Transacciones domésticas, con tres sectores
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda final	V.B.P.
S1	67228	355965	1900	277429	702522
S2	77297	795267	206872	1992967	3072403
S3	36350	367851	395294	2340987	3140482
Salarios	124332	533920	817826		
Altos	9624	91778	55846		
Medios	20599	437625	630934		
Bajos	94109	4517	131046		
Beneficios	387072	714706	1414079		
Impuestos	689	71713	270266		
Divisas	9554	232981	34245		
V. B. P.	702522	3072403	3140482		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en esta información calculamos la matriz de contenido de insumos primarios totales.

$$B^{*} = \begin{bmatrix} 0.01370 & 0.02987 & 0.01778 \\ 0.02932 & 0.14244 & 0.20090 \\ 0.13396 & 0.00147 & 0.04173 \\ 0.55097 & 0.23262 & 0.45027 \\ 0.00098 & 0.02334 & 0.08606 \\ 0.01360 & 0.07583 & 0.01090 \end{bmatrix} \qquad H^{*} = \begin{bmatrix} 0.02232 & 0.04766 & 0.02395 \\ 0.07635 & 0.24423 & 0.24829 \\ 0.15521 & 0.03439 & 0.05044 \\ 0.70346 & 0.51337 & 0.55429 \\ 0.01302 & 0.05004 & 0.10223 \\ 0.02965 & 0.11031 & 0.02081 \end{bmatrix}$$

Observemos que en este último resultado, las suma de los coeficientes correspondientes a los salarios altos, medios y bajos de cada actividad económica es igual al coeficiente de salarios totales que obtuvimos anteriormente, es decir,

$$h^{*}_{w,j} = h^{*}_{wa,j} + h^{*}_{wm,j} + h^{*}_{wb,j} \tag{4.8.5}$$

donde los subíndices a, m y b se refieren a salarios altos, medios y bajos, respectivamente. A tal efecto, la estructura de costos del sector industrial en su conjunto es la suma de las estructuras de costos de las ramas que lo componen, en que los salarios de cada rama han sido asignados sólo a una de las tres categorías posibles. Si suponemos competencia y libre movilidad en el mercado de trabajo, podremos suponer que las diferencias en salario promedio tienden a reflejar diferencias en la composición del empleo. Es decir, las industrias que requieren una proporción más alta de personal calificado, pagarán salarios promedio más elevados.

Con base en esta información y en la obtenida anteriormente, calculemos la composición en salarios por niveles con respecto del contenido salarial total, de cada uno de los tres sectores, comparado con la del sector industrial. En el cuadro 4.8.5 incluimos estas comparaciones, donde el subíndice *ind* se refiere al conjunto del sector industrial. Observemos que las intensidades relativas de los otros tres insumos primarios ya se presentaron en el cuadro 4.8.1.

Cuadro 4.8.5. Intensidades relativas de salarios – año 1980 con tres sectores, comparados con el sector industrial

	Sectores		
	S1	S2	S3
$w_{aj} . w_{ind}$	0.601828	1.000000	0.508119
$w_{mj} . w_{ind}$	0.401769	1.000000	1.027998
$w_{bj}\ w_{ind}$	5.799857	1.000000	1.482840

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos ahora extender el análisis tanto a los seis insumos primarios como a los cuatro sectores, de tal forma que nuestro cuadro de relaciones interindustriales queda de acuerdo con los datos que presentamos en el cuadro 4.8.6.

Cuadro 4.8.6. Matriz de insumo–producto – año 1980
Transacciones domésticas, con cuatro sectores
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	S4	Demanda final	V.B.P.
S1	67228	238805	117160	1900	277429	702522
S2	32516	166443	43778	15007	831540	1089284
S3	44781	78217	506829	191865	1161427	1983119
S4	36350	125335	242516	395294	2340987	3140182
Salarios	124332	120713	413207	817826		
Altos	9624	4838	86940	55846		
Medios	20599	111358	326267	630934		
Bajos	94109	4517	0	131046		
Beneficios	387072	274747	439959	1414079		
Impuestos	689	25999	45714	270266		
Divisas	9554	59025	173956	34245		
V. B. P.	702522	1089284	1983119	3140482		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN INEGI, 1986.

Con base en este sistema, calculemos ahora los contenidos en insumos primarios totales.

$$B^{*} = \begin{bmatrix} 0.0137 & 0.0044 & 0.0438 & 0.0178 \\ 0.0293 & 0.1022 & 0.1645 & 0.2009 \\ 0.1340 & 0.0042 & 0.0000 & 0.0417 \\ 0.5510 & 0.2522 & 0.2219 & 0.4503 \\ 0.0010 & 0.0239 & 0.0231 & 0.0861 \\ 0.0136 & 0.0542 & 0.0877 & 0.0109 \end{bmatrix} \qquad H^{*} = \begin{bmatrix} 0.0222 & 0.0199 & 0.0654 & 0.0250 \\ 0.0762 & 0.1976 & 0.2740 & 0.2501 \\ 0.1553 & 0.0537 & 0.0221 & 0.0497 \\ 0.7038 & 0.5939 & 0.4620 & 0.5511 \\ 0.0130 & 0.0497 & 0.0503 & 0.1022 \\ 0.0296 & 0.0853 & 0.1263 & 0.0218 \end{bmatrix}$$

Finalmente, en el cuadro 4.8.7 presentamos los resultados obtenidos de las comparaciones entre los tres niveles salariales y el salario total, respecto de las intensidades relativas en el conjunto del sector industrial. Observemos que las comparaciones respecto a los tres insumos primarios restantes ya se obtuvieron en el cuadro 4.8.3.

Cuadro 4.8.7. Intensidades relativas de salarios por nivel – año 1980 con cuatro sectores, comparados con el sector industrial

	Sectores			
	S1	S2	S3	S4
$w_{aj}\ w_{ind}$	0.599376	0.503068	1.237908	0.527615
$w_{mj} w_{ind}$	0.401140	0.973283	1.012791	1.028685
$w_{bj}\ w_{ind}$	5.807721	1.878369	0.579477	1.450945

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con respecto al año 1990, en el cuadro 4.8.8 presentamos las transacciones correspondientes al nivel más desagregado, es decir, seis insumos primarios y cuatro sectores, a partir de las cuales es posible obtener las versiones más agregadas de las mismas.[20]

[20] La información del cuadro 4.8.8 es consistente con la que ya se presentó en el cuadro 4.1.1c. con un nivel de desagregación a tres sectores de actividad económica.

Cuadro 4.8.8. Matriz de insumo–producto – año 1990

Transacciones domésticas, con cuatro sectores

(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	S4	Demanda final	V.B.P.
S1	10760	30187	15002	241	48312	104502
S2	2584	17542	3833	1446	125008	150413
S3	8433	11046	66553	27279	180202	293513
S4	8057	20923	37956	82340	376067	525343
Salarios	11392	11979	44223	87447		
Altos	1484	0	13609	9277		
Medios	1885	11355	30614	45880		
Bajos	8024	624	0	32290		
Beneficios	60934	42138	80137	265552		
Impuestos	177	6590	7826	51534		
Divisas	2165	10008	37983	9504		
V. B. P.	104502	150413	293513	525343		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en este cuadro podemos ahora calcular las matrices de contenido total de insumos primarios correspondientes a los sistemas con tres y cuatro sectores, de tal forma que posteriormente permita la comparaciones entre ambas.

$$(I-A^{*})^{-1}=\begin{bmatrix}1.1289 & 0.2644 & 0.0802 & 0.0064\\ 0.0340 & 1.1424 & 0.0224 & 0.0051\\ 0.1298 & 0.1519 & 1.3181 & 0.0817\\ 0.1288 & 0.2359 & 0.2132 & 1.1998\end{bmatrix}$$

$$(I-A^{*})^{-1}=\begin{bmatrix}1.1333 & 0.1502 & 0.0104\\ 0.1629 & 1.3229 & 0.0859\\ 0.1292 & 0.2218 & 1.2003\end{bmatrix}$$

$$B^{*} = \begin{bmatrix} 0.0142 & 0.0000 & 0.0464 & 0.0177 \\ 0.0180 & 0.0755 & 0.1043 & 0.0873 \\ 0.0768 & 0.0042 & 0.0000 & 0.0615 \\ 0.5831 & 0.2802 & 0.2730 & 0.5055 \\ 0.0017 & 0.0438 & 0.0267 & 0.0981 \\ 0.0207 & 0.0665 & 0.1294 & 0.0181 \end{bmatrix} \qquad B^{*} = \begin{bmatrix} 0.0142 & 0.0307 & 0.0177 \\ 0.0180 & 0.0945 & 0.0873 \\ 0.0768 & 0.0014 & 0.0615 \\ 0.5832 & 0.2754 & 0.5055 \\ 0.0017 & 0.0325 & 0.0981 \\ 0.0207 & 0.1081 & 0.0181 \end{bmatrix}$$

$$H^{*} = \begin{bmatrix} 0.0243 & 0.0150 & 0.0660 & 0.0251 \\ 0.0477 & 0.1275 & 0.1592 & 0.1138 \\ 0.0948 & 0.0395 & 0.0194 & 0.0743 \\ 0.7689 & 0.6349 & 0.5207 & 0.6340 \\ 0.0195 & 0.0777 & 0.0572 & 0.1201 \\ 0.0448 & 0.1054 & 0.1776 & 0.0328 \end{bmatrix} \qquad H^{*} = \begin{bmatrix} 0.0234 & 0.0466 & 0.0240 \\ 0.0471 & 0.1472 & 0.1131 \\ 0.0952 & 0.0270 & 0.0747 \\ 0.7710 & 0.5641 & 0.6364 \\ 0.0199 & 0.0650 & 0.1206 \\ 0.0434 & 0.1501 & 0.0312 \end{bmatrix}$$

En el cuadro 4.8.9 mostramos el resultado de comparar las intensidades relativas de los cuatro insumos primarios, obtenido con el mismo método que seguimos en el caso del cuadro 4.8.3.

Cuadro 4.8.9. Intensidades relativas de insumos primarios – año 1990 con cuatro sectores, comparados con el sector industrial

	Sectores			
	S1	S2	S3	S4
$wu_{j,i} \; w_{ind}$	0.554519	0.732238	1.200309	0.858980
$wd_{j,i} \; w_{ind}$	2.533388	1.173811	0.936702	4.424876
$du_{j,i} \; w_{ind}$	0.218884	0.623812	1.281421	0.194125
$ut_{j,i} \; w_{ind}$	4.542154	0.941272	1.048960	0.607944

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Finalmente, en el cuadro 4.8.10. mostramos los resultados de las intensidades relativas de cada uno de los niveles salariales, respecto de los salarios totales, comparados con esta misma relación observada en el conjunto del sector industrial, obtenido con el mismo método que seguimos en el cuadro 4.8.7.

Cuadro 4.8.10. Intensidades relativas de salarios por nivel – año 1990 con cuatro sectores, comparados con el sector industrial

	Sectores			
	S1	S2	S3	S4
$w_{aj} \, w_{ind}$	0.690803	0.389573	1.278577	0.557176
$w_{mj} w_{ind}$	0.429137	1.051011	0.976720	0.801163
$w_{bj} \, w_{ind}$	4.641384	1.774875	0.646374	2.846224

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

CAPÍTULO

5

Modelos de índices de precios y de cantidades

5.1 Introducción

En este capítulo expondremos un modelo basado en la metodología insumo–producto e integrado, a su vez, por dos módulos centrales: un modelo de índices de precios y un modelo de cantidades.[1] La estructura del modelo presenta las siguientes características principales:

i) El modelo tiene una representación interna de las Cuentas Nacionales de México, apegándose estrictamente a sus reglas y definiciones contables y a los requerimientos de consistencia derivados de las mismas. Esta información se ordena en un sistema de cuentas que constituye la base contable del modelo.

ii) El modelo tiene dos módulos centrales: el *modelo de precios* y el *modelo de cantidades*. En la formulación original de Leontief, ambos modelos se resuelven independientemente uno del otro. En el modelo que aquí se presenta esto último también es posible; pero, puesto que los mismos se hallan ligados por medio del submodelo de consumo privado, como veremos a continuación, es posible primero resolver el modelo de precios, para después resolver el modelo de cantidades, con base en los índices de precios obtenidos en el primero. Concretamente, para poder solucionar la función consumo se requiere contar con el índice general de precios al consumidor, información que se obtiene de la solución del modelo de precios.[2]

[1] Para una versión más desagregada de este modelo, ver Cervini y Ortuño, 2000.

[2] Estrictamente, existe también la posibilidad de obtener estos índices directamente de los datos históricos correspondientes, en cuyo caso la solución del modelo de cantidades no requeriría la solución del modelo de precios.

iii) El modelo de precios consiste en un sistema de índices de precios de las actividades de producción y de demanda final, cuya solución permite calcular endógenamente los mismos con base en los valores provistos para los índices de precios exógenos del sistema. Entre éstos últimos se encuentran tanto los instrumentos de política, como aquellos precios sobre los que el gobierno no tiene control. Así, por ejemplo, los precios de algunas de las actividades de producción pueden ser exógenos cuando los mismos sean concertados con los productores o bien estén regulados por alguna entidad pública. De igual forma, también pueden tratarse como exógenos los índices de precios de las actividades de importación, en virtud de que los mismos están predeterminados en una economía relativamente pequeña, como es el caso de México.

iv) En el modelo de cantidades, los niveles de las actividades de producción se determinan por la demanda. El consumo privado se determina mediante un submodelo, mientras que los demás componentes de la demanda final (formación bruta de capital fijo, consumo del gobierno, variación de existencia y exportación) son exógenos. Las importaciones se calculan endógenamente, con base en los requerimientos directos de importaciones de las diferentes actividades, tanto de producción como de demanda final. Finalmente, interesa destacar que, al igual que en el caso de los precios, el modelo permite determinar exógenamente el nivel de las actividades de producción que, por razones tales como la existencia de una capacidad instalada máxima o porque se proponga como meta de política, se considere pertinente.

Como se ha visto, el modelo tiene un conjunto de variables exógenas que son las que permiten configurar escenarios alternativos para obtener los resultados. Estas variables exógenas pueden clasificarse en dos grupos: el primero está formado por aquellas sobre las que el gobierno no tiene ningún tipo de control (por ejemplo, los precios de las importaciones); el segundo está integrado por los instrumentos o parámetros de política económica considerados en el modelo: el consumo público, la política de producción de las empresas públicas (ejemplo: petróleo), la inversión pública, la fijación de precios, los impuestos directos y los impuestos indirectos y subsidios

Una de las aplicaciones más importante de este tipo de modelo es evaluar la compatibilidad de los objetivos propuestos a nivel sectorial con los correspondientes a nivel macroeconómico. En este proceso, se requiere compatibilizar los valores que se proponen para cada uno de los componentes de demanda final, entre los cuales se incluyen la inversión pública y el consumo del gobierno, con los establecidos para la producción de cada uno de los sectores y para las actividades del sector externo. Una vez establecidos los objetivos y metas, así como los instrumentos a utilizarse para la consecución de los mismos, el modelo ayuda a verificar la congruencia y consistencia de las medidas de política económica y su viabilidad en forma conjunta.

5.2 El modelo de precios: coeficientes y ecuaciones de los índices de precios de las actividades de producción

El modelo de precios está basado en la metodología insumo–producto. Su propósito principal es calcular un conjunto de índices de precios a partir de una proposición básica, que se repite para los índices de las diferentes actividades: el índice de precio de cualquier actividad es igual a la suma ponderada de los índices de precios de las diferentes actividades que proveen los flujos (o insumos) necesarios para producir la actividad en cuestión. Los ponderadores son las cantidades requeridas de cada actividad por unidad de producción de la actividad analizada, los que se suponen constantes a través del tiempo. Por lo tanto, los ponderadores son coeficientes o parámetros del modelo y se calculan a partir del sistema de cuentas que muestra las transacciones corrientes, de acuerdo con el procedimiento que describimos más adelante.

En el cuadro 5.1 presentamos una versión resumida del sistema de cuentas del modelo, cuya estructura es la misma que ya mostramos en el cuadro 4.1.1.b. Este marco contable simplificado es semejante al que desarrollamos en el cuadro 3.5.2, con cuatro desagregaciones adicionales. En primer lugar, por el lado de las estructuras de costos de las actividades de producción aparecen por separado los componentes del valor agregado: remuneración a los asalariados (U_W), excedentes brutos de operación (U_R) e impuestos indirectos netos de subsidios (U_T). En segundo lugar, por el lado de la demanda final, el vector f^* se desagrega en sus cinco componentes: consumo privado (f^*_C), consumo público (f^*_G), formación bruta de capital fijo (f^*_I), variación de existencias (L^*_D) y exportaciones (f^*_X). Consecuentemente, en el sistema de cuenta aparece el gasto total en cada uno de estos componentes: *C, G, I, L* y *X*, respectivamente. En tercer lugar, en este cuadro se contempla la importación de bienes y servicio para satisfacer los componentes de la demanda interna, que denominamos U_{MC}, U_{MG} , U_{MI}, y L^*_B , respectivamente. Ahora, la suma del renglón correspondiente a este rubro, *M*, incluye tanto la utilización de insumos intermedios como la demanda de bienes y servicios finales importados. Finalmente, en el cuadro se prevé la posibilidad de incluir impuestos indirectos netos de subsidios sobre cuatro de los componentes de la demanda final: consumo privado, U_{TC}, consumo público, U_{TG} , formación bruta de capital fijo, U_{TI} , y exportaciones, U_{TX}. Aunque estas transacciones son conceptualmente posibles, en el cuadro 4.1.1b sólo se contempla para el caso del consumo público. La suma de los renglones correspondientes a remuneración a los asalariados, excedentes brutos de operación e impuestos indirectos netos de subsidios, les llamaremos U^+_W , U^+_R y U^+_T, respectivamente.

Cuadro 5.1. Marco contable simplificado

Sectores	S1	S2	S3	Consumo privado	Consumo público	Formación de capital	Variación de existencias	Exportación	Total
S1									
S2		W		f^*_C	f^*_G	f^*_I	L^*_D	f^*_X	Q^*
S3									
Ins. nac.		W^+							
Import.		U_m		U_{MC}	U_{MG}	U_{MI}	L^*_B		M
V. A. B.		V							
Salarios		U_W							U^+_W
Beneficios		U_R							U^+_R
Imp. ind. net.		U_T		U_{TC}	U_{TG}	U_{TI}		U_{TX}	U^+_T
V. B. P.		Q^*		C	G	I	L	X	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

A cada matriz de flujos del sistema de cuentas le corresponde una matriz de coeficientes; cada elemento de estas últimas es un "ponderador" y, en general, puede definirse como la cantidad requerida de la actividad correspondiente a la fila por unidad "producida" de la actividad correspondiente a la columna. Para calcular las matrices de coeficientes, primero se suman todos los elementos correspondientes a cada una de las columnas del sistema de cuentas, obteniéndose así el valor total de cada actividad. Finalmente, se dividen los elementos de cada columna entre el valor de la suma de la misma, obteniéndose así la "participación" de aquellos en la producción de la actividad correspondiente a la columna.

Ejemplifiquemos el procedimiento descrito con las primeras columnas del sistema de cuentas, correspondientes a las actividades de producción del modelo. Si sumamos las columnas de las matrices y vectores W, U_m, U_T, U_W, y U_R, obtenemos el vector Q^*, donde el elemento Q^*_j es el valor bruto de la producción de la actividad de producción j.

Si ahora dividimos cada elemento de la columna *j–ésima* de estas matrices y vectores entre Q_j^*, obtenemos los ponderadores. Entonces, podemos definir A^* como la matriz de coeficientes de insumos de origen doméstico para la producción, esto es

$$A^* = \left\{a_{ij}^*\right\} = \left\{\frac{w_{ij}}{Q_j^*}\right\}$$

donde a_{ij}^* es la cantidad requerida de la actividad de producción i por unidad de producción j. De forma similar, podemos definir

$$B_M^* = \left\{b_j^{*m}\right\} = \left\{\frac{u_j^m}{Q_j^*}\right\}$$

donde b_j^{*m} es la cantidad utilizada de insumos intermedios de origen importado por unidad de producción j. También,

$$B_T^* = \left\{b_j^{*t}\right\} = \left\{\frac{u_j^t}{Q_j^*}\right\}$$

donde b_j^{*t} es la cantidad de impuestos indirectos por unidad de producción j. En forma similar,

$$B_W^* = \left\{b_j^{*w}\right\} = \left\{\frac{u_j^w}{Q_j^*}\right\}$$

donde b_j^{*w} es la cantidad de remuneración de asalariados por unidad de producción j. Por último,

$$B_R^* = \left\{b_j^{*r}\right\} = \left\{\frac{u_j^r}{Q_j^*}\right\}$$

donde b_j^{*r} es la cantidad de excedente de operación por unidad de producción j. Una propiedad inmediata, por construcción, es que la suma por columnas de estas matrices y vectores es igual a un vector unitario. Podemos extender ahora el mismo método a todas las columnas del sistema de cuentas, generando un vector de coeficientes asociado a cada columna.

El modelo incluye diferentes índices, que pueden agruparse en:

(i) Índices de precios de las actividades de producción (p^*), cuya determinación puede ser endógena o exógena.

(ii) Índices de precios de los insumos primarios (π^*_W, π^*_R), cuya determinación puede ser endógena o exógena.

(iii) Índices de remuneración de asalariados por unidad de trabajo (w) e indices de productividad del trabajo (q), cuya determinación puede ser endógena o exógena.

(iv) Índice del costo laboral (π^*_{WG}) y del excedente bruto de operación ($\pi^*_{R_G}$) en la actividad de consumo de gobierno general, que se determinan exógenamente.

(v) Índices de los impuestos indirectos sobre los insumos intermedio (π^*_T), el consumo privado (π^*_{TC}), la formación bruta de capital fijo (π^*_{TI}), el consumo de gobierno (π^*_{TG}) y las exportaciones (π^*_{TX}), que se determinan en forma exógena.

(vi) Índices del valor agregado de las actividades de producción (π^*_v), que se determinan endógenamente.

(vii) Índices de precios de los componentes de demanda final: consumo privado (p_C), formación de capital (p_I), consumo de gobierno (p_G) y exportación (p_X), los que se determinan endógenamente.

(viii) Índices de precios de las actividades de importación de insumos intermedios (π^*_M), consumo privado (π^*_{MC}), formación bruta de capital fijo (π^*_{MI}) y consumo de gobierno (π^*_{MG}), que se determinan en forma exógena.

El sistema de ecuaciones de los índices de precios de las actividades de producción es:

$$p^{\bullet} = \left[p^{\bullet} A^{\bullet} + \pi^{\bullet}_{M} \hat{B}^{\bullet}_{M} + \pi^{\bullet}_{W} \hat{B}^{\bullet}_{W} + \pi^{\bullet}_{R} \hat{B}^{\bullet}_{R} + p^{\bullet} \circ \left(\pi^{\bullet}_{T} \hat{B}^{\bullet}_{T} \right) \right] \Gamma_{p} + \bar{p}^{\bullet} \tag{5.2.1}$$

donde:

$p^{\bullet} = \{p^{\bullet}_{j}\}$ $j = 1, \ldots, n$: es un vector de índices de precios de las actividades de producción, donde el elemento *j–ésimo* mide el cambio en el precio de la actividad de producción j con respecto al año base;

$\pi^{\bullet}_{M} = \{\pi^{\bullet}_{Mj}\}$ $j = 1, \ldots, n$: es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el índice de precios de la actividad de importación de insumos intermedios en la actividad de producción j, que mide el cambio en el precio de dicha actividad de importación con respecto al año base;

$\pi^{\bullet}_{W} = \{\pi^{\bullet}_{Wj}\}$ $j = 1, \ldots, n$: es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados contenida en la actividad de producción j;

$\pi^{\bullet}_{R} = \{\pi^{\bullet}_{Rj}\}$ $j = 1, \ldots, n$: es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el índice de cada unidad de excedente de operación contenida en la actividad de producción j;

$\pi^{\bullet}_{T}$: es un vector de índices donde el elemento *j–ésimo* es el índice de los impuestos indirectos (al valor) sobre la actividad de producción j;

Γ_{p} : es una matriz diagonal de dimensión (n,n), cuyos elementos de la diagonal principal toman el valor cero o uno, de acuerdo con la explicación que sigue.

El sistema de ecuaciones (5.2.1) comprende dos posibilidades para cada elemento del vector p^*. Para aquella actividad de producción cuyo índice de precios está exógenamente determinado, el componente correspondiente p^* será distinto de cero, mientras que la columna correspondiente de la matriz Γ_p tendrá todos sus elementos iguales a cero. De esta forma, la primera parte de la ecuación (5.2.1) se anula, ya que la expresión entre corchetes es una suma de vectores, cuya multiplicación por la columna nula de Γ_p anula la contribución de este término. Para aquella actividad de producción cuyo índice de precios está endógenamente determinado, el componente correspondiente de p^* será cero, y la columna de Γ_p asociada a este elemento tendrá todos sus elementos iguales a cero, excepto el elemento de la diagonal principal, que será igual a uno. En consecuencia, en este caso el índice de precios de la actividad resulta ser una suma ponderada de diversosíndices asociados a cada uno de los componentes del valor de la producción. Así, la matriz Γ_p funciona como un "filtro" del vector que la premultiplica, dejando pasar la información en el caso en que su precio se determine endógenamente y anulándola en el caso contrario.

Analicemos el significado de los diversos componentes de la expresión entre corchetes. El primer sumando,

$$p^* A^* = \left\{ \sum_{i=1}^{n} p_i^* a_{ij}^* \right\}$$

es un vector donde el elemento *j–ésimo* es la suma del producto de las cantidades requeridas de cada actividad de producción para producir una unidad de j por sus índices de precios respectivos; el resultado es el costo (actualizado) de los insumos de origen doméstico requeridos para producir una unidad de la actividad de producción j, construido como la suma de los coeficientes (actualizados) de los diversos insumos que intervienen en su producción. El segundo sumando,

$$\pi_M^* \hat{B}_M^* = \left\{ \pi_{Mj}^* b_{Mjj}^* \right\}$$

es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el producto de la cantidad requerida de la actividad de importación por unidad de actividad de producción *j*, dada por el elemento *j–ésimo* de la diagonal principal de la matriz $\hat{B}^{\bullet}_{M}$, por el índice de precios de la actividad de importación (exógeno) correspondiente; el resultado es el coeficiente (actualizado) del costo de los insumos importados requeridos para producir una unidad de *j*. El tercer sumando,

$$\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W}=\left\{\pi^{\bullet}_{Wj}\,b^{\bullet}_{Wjj}\right\}$$

es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el producto del índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados utilizada en la producción de *j*, $\pi^{\bullet}_{Wj}$, por la cantidad de remuneración de asalariados requerida por unidad de producción de *j*, dada por el elemento *j–ésimo* de la diagonal principal de la matriz $\hat{B}^{\bullet}_{W}$, es decir, $b^{\bullet}_{Wjj}$; el resultado es un coeficiente (actualizado) del costo de la remuneración de asalariados contenida en una unidad de producción *j*. El vector $\pi^{\bullet}_{W}$ puede integrarse por algunos elementos exógenos y otros endógenos, de acuerdo con la explicación que se desarrolla más abajo. El siguiente sumando,

$$\pi^{\bullet}_{R}\hat{B}^{\bullet}_{R}=\left\{\pi^{\bullet}_{Rj}\,b^{\bullet}_{Rjj}\right\}$$

es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el producto del índice de cada unidad de excedente de operación utilizada en la actividad de producción de *j*, $\pi^{\bullet}_{Rj}$, por la cantidad de excedente de operación requerida por unidad de producción de *j*, dada por el elemento *j–ésimo* de la diagonal principal de la matriz $\hat{B}^{\bullet}_{R}$, es decir, $b^{\bullet}_{Rjj}$; el resultado es un coeficiente (actualizado) del excedente de operación contenido en una unidad de producción *j*. El vector $\pi^{\bullet}_{R}$ puede integrarse por algunos elementos exógenos y otros endógenos. Para aquella actividad cuyo índice de precios está exógenamente determinado, si el índice de remuneración de asalariados es exógeno, el índice del excedente de operación se determina como un residuo, es decir, por la diferencia entre el índice de precios de la actividad y los índices de los demás componentes del costo (ver ecuaciones (5.2.2) y (5.2.3)). Para aquella actividad cuyo índice de precio se determina endógenamente, el índice del excedente de operación es exógeno y el índice de precios es igual a la suma ponderada de los índices de todos los componentes del costo.[3] El siguiente sumando,

$$\dot{p} \circ \dot{\pi}_T \hat{\dot{B}}_T = \left\{ \dot{p}_j \dot{\pi}_{Tj} \dot{b}_{Tjj} \right\}$$

es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el producto de dos elementos: uno es el producto de la cantidad de impuestos indirectos (al valor) sobre la producción de la actividad *j*, dada por el elemento *j–ésimo* de la diagonal principal de la matriz $\hat{\dot{B}}_T$, por el índice (exógenos) correspondiente de estos impuestos, que nos da como resultado un coeficiente (actualizado) de los impuestos indirectos (al valor) contenidos en cada unidad de producción *j*; el otro es el índice de precios de la actividad *j*.[4] La razón de esto último es justamente que se trata de impuestos al valor; por lo tanto, el índice de los impuestos al valor contenidos en cada unidad de *j* también depende del índice de precios de la actividad sobre la que recaen los impuestos.

El sistema de ecuaciones (5.2.1) contiene tantas ecuaciones como actividades de producción, o sea, *n*. Por lo tanto, podemos determinar endógenamente el mismo número de variables, las que pueden estar conformadas por una combinación de índices de precios de las actividades de producción, de índices de excedentes de operación o de índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados. De esta forma, por cada ecuación es necesario determinar exógenamente dos de estas variables, pero no es posi-

[3] Es importante recordar que en el concepto "excedente de operación" están incluidos todos los ingresos componentes del valor agregado, con excepción de la remuneración de asalariados y los impuestos indirectos. Algunos de estos ingresos, por ejemplo, consumo de capital fijo, no deben conceptualizarse como residuales; otros, por ejemplo, utilidades, son ingresos cuya determinación está relacionada con las estructuras de mercado de la actividad.

[4] El símbolo ° indica multiplicación o división de dos vectores, elemento a elemento.

ble fijar exógenamente todas ellas. Más adelante (ver secciones 5.3 y 5.4) expondremos el cuadro completo de opciones posibles, dentro del cual incluiremos dos variables adicionales: el índice de remuneración de asalariados y el índice de productividad. La decisión sobre la forma de determinación de los índices de precios de cada actividad de producción depende de las características reales del sector. Así, en actividades donde el gobierno tiene una influencia significativa en la producción (ej. electricidad) los precios se fijan directamente como una decisión de política. En otros, donde el gobierno regula los precios a través de acuerdos con los sectores sociales de la producción, los precios pueden tratarse también como exógenos.[5]

Finalmente, podemos expresar la solución del sistema de ecuaciones (5.2.1) de la siguiente forma:

$$p^{\bullet} - p^{\bullet} A^{\bullet}\,\Gamma_p - p^{\bullet} \circ \pi^{\bullet}_T \hat{B}^{\bullet}_T\,\Gamma_p = \pi^{\bullet}_M \hat{B}^{\bullet}_M\,\Gamma_p + \pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W\,\Gamma_p + \pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R\,\Gamma_p + \bar{p}^{\bullet}$$

Considerando que

$$p^{\bullet} \circ \left(\pi^{\bullet}_T \hat{B}^{\bullet}_T\right) = p^{\bullet}\left(\hat{\pi}^{\bullet}_T \hat{B}^{\bullet}_T\right)$$

obtenemos

$$p^{\bullet}\left(I - A^{\bullet}\,\Gamma_p - \hat{\pi}^{\bullet}_T \hat{B}^{\bullet}_T\,\Gamma_p\right) = \pi^{\bullet}_M \hat{B}^{\bullet}_M\,\Gamma_p + \pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W\,\Gamma_p + \pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R\,\Gamma_p + \bar{p}^{\bullet}$$

y posmultiplicando por la inversa, nos queda

$$p^{\bullet} = \left[\pi^{\bullet}_M \hat{B}^{\bullet}_M \Gamma_p + \pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W \Gamma_p + \pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R \Gamma_p + \bar{p}^{\bullet}\right]\left(I - A^{\bullet}\,\Gamma_p - \hat{\pi}^{\bullet}_T \hat{B}^{\bullet}_T\,\Gamma_p\right)^{-1} \tag{5.2.2}$$

[5] Para aquel sector cuyo índice de precios se determina endógenamente, el índice del excedente de operación y el índice de la remuneración de los asalariados se fijan exógenamente. Esto último requiere una justificación especial en términos de la teoría de la formación de precios. El procedimiento es válido en las estructuras de mercado no competitivas, donde la teoría de los precios "normales" parece razonable: es decir, los precios son iguales a los costos más un sobreprecio.

5.3 Ecuaciones de los índices del costo de la remuneración de asalariados

La determinación de $\pi^{\bullet}_{W}$ se obtiene de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W} = \circ\frac{w}{q}\,\hat{B}^{\bullet}_{W} \tag{5.3.1}$$

donde:

$w = \{w_j\}$ es un vector de índices de la remuneración de asalariados por unidad de trabajo para cada actividad de producción;

$q = \{q_j\}$ es un vector de índices de productividad del trabajo para cada actividad de producción.

El cociente entre estos dos vectores, elemento a elemento, es un vector de los índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados contenida en una unidad de producción de la actividad respectiva, es decir, es igual al vector $\pi^{\bullet}_{W}$ que ya definimos. Así, si la productividad del trabajo (q) tiende a crecer más rápido que la remuneración de los asalariados por unidad de trabajo (w), el índice del costo por unidad de remuneración de asalariados tenderá a bajar.

Ambos índices, w y q, pueden tratarse en forma endógena o exógena, de acuerdo con las características del funcionamiento de los mercados y los objetivos del análisis. Si ambos son exógenos, entonces $\pi^{\bullet}_{W}$, aún cuando se calcula endógenamente, queda virtualmente determinado en forma exógena. Si $\pi^{\bullet}_{W}$ se determina exógenamente, alguno de estos dos índices debe determinarse en forma exógena, siendo el otro calculado endógenamente. En estos dos casos, como veremos más adelante, la ecuación (5.4.2) será redundante.

Por último, si para alguna actividad de producción el índice de precios, $p^{\bullet}$, y el índice del excedente de operación, $\pi^{\bullet}_{R}$, se fijan en forma exógena, el valor de $\pi^{\bullet}_{W}$ se calcula endógenamente a través de la ecuación (5.4.3).

Por lo tanto, en la ecuación (5.3.1) el valor de $\pi^{\bullet}_{W}$ estará determinado y sólo será posible dar exógenamente uno de los otros dos índices, w o q.

En resumen, la expresión:

$$\circ \frac{w}{q} \hat{B}^{\bullet}_{W} = \left\{ \frac{w_j}{q_j} b^{\bullet}_{Wj} \right\}$$

es el producto del índice del costo por unidad de remuneración de asalariados de la actividad j, por la cantidad de remuneración de asalariados contenida en una unidad de producción j. El resultado es equivalente al índice del costo de remuneración de asalariados contenido en una unidad de producción de la actividad j, es decir, $\pi^{\bullet}_{Wj} b^{\bullet}_{Wij}$.

5.4 Ecuaciones de los índices de los insumos primarios

El primer paso es determinar un índice del valor agregado contenido en cada unidad de producción, igual a:

$$\pi^{\bullet}_{v} \hat{v} = p^{\bullet} - p^{\bullet} A^{\bullet} - \pi^{\bullet}_{M} \hat{B}^{\bullet}_{M} \tag{5.4.1}$$

donde:

$\pi^{\bullet}_{v} = \{\pi^{\bullet}_{vj}\}$: es un vector donde el elemento *j–ésimo* es el índice de cada unidad de valor agregado contenido en la actividad de producción j;

$\hat{v}$: es una matriz diagonal donde el elemento $\hat{v}_{jj}$ es la cantidad de valor agregado por unidad de producción de la actividad j.

El producto $\pi^{\bullet}_{vj} \hat{v}_{jj}$ da como resultado el coeficiente (actualizado) del valor agregado contenido en cada unidad de producción de la actividad j.

Debemos notar que v incluye los salarios, los impuestos indirectos a la producción y el excedente de operación. Este coeficiente se determina como la diferencia entre el índice de precios de la actividad de producción menos el costo (actualizado) de los insumos domésticos ($p^{*}A^{*}$) y el coeficiente (actualizado) del costo de los insumos importados ($\pi^{*}_{M}\hat{B}^{*}_{M}$). Todos éstos no forman parte del valor agregado.

De la ecuación (5.2.1) se obtiene la solución para p^{*} , con lo cual podemos determinar $\pi^{*}_{v}\,\hat{v}$ y, despejando, calcular el vector de índices de valor agregado por actividad de producción, es decir,

$$\pi^{*}_{v} = \left[p^{*} - p^{*}A^{*} - \pi^{*}_{M}\hat{B}^{*}_{M}\right]\hat{v}^{-1} \tag{5.4.1'}$$

En las actividades de producción cuyos índices de precios son endógenos, es necesario dar valores exógenos a π^{*}_{R} y π^{*}_{W} . Ahora, el siguiente paso es determinar los π^{*}_{R} para las actividades donde el índice de precios y el índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados (π^{*}_{W}) son dados exógenamente. Entonces,

$$\pi^{*}_{R}\hat{B}^{*}_{R} = \pi^{*}_{v}\,\hat{v} - \pi^{*}_{W}\hat{B}^{*}_{W} - p^{*}\circ\,(\pi^{*}_{T}\hat{B}^{*}_{T}) \tag{5.4.2}$$

donde $\pi^{*}_{R}\hat{B}^{*}_{R}$ es un vector de coeficientes (actualizados) de excedentes de operación que resulta de la diferencia entre los coeficientes (actualizados) del valor agregado y los coeficientes (actualizados) de los demás componentes del valor agregado: remuneración de asalariados e impuestos indirectos sobre la producción (al valor). A partir de $\pi^{*}_{R}\hat{B}^{*}_{R}$ podemos obtener π^{*}_{R}, puesto que conocemos $\hat{B}^{*}_{R}$, es decir,

$$\pi^{*}_{R} = \left[\pi^{*}_{v}\,\hat{v} - \pi^{*}_{W}\hat{B}^{*}_{W} - p^{*}\circ\,(\pi^{*}_{T}\hat{B}^{*}_{T})\right]\hat{B}^{*-1}_{T} \tag{5.4.2'}$$

De la misma forma, si para alguna actividad de producción el índice de precios y el índice del excedente de operación se determinan en forma exógena, es necesario calcular endógenamente el índice del costo por unidad de remuneración de asalariados, $\pi^{\bullet}_{W}$, a partir de la siguiente ecuación:

$$\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W} = \pi^{\bullet}_{v}\hat{v} - \pi^{\bullet}_{R}\hat{B}^{\bullet}_{R} - p^{\bullet}\circ(\pi^{\bullet}_{T}\hat{B}^{\bullet}_{T}) \tag{5.4.3}$$

cuya solución es

$$\pi^{\bullet}_{W} = \left[\pi^{\bullet}_{v}\hat{v} - \pi^{\bullet}_{R}\hat{B}^{\bullet}_{R} - p^{\bullet}\circ(\pi^{\bullet}_{T}\hat{B}^{\bullet}_{T})\right]\hat{B}^{\bullet\,-1}_{W} \tag{5.4.3'}$$

De acuerdo con lo expuesto, podemos sintetizar las alternativas válidas para las variables involucradas en las ecuaciones (5.2.1) a (5.4.3') en la forma descrita en el cuadro 5.2. Para cada actividad de producción, de las cinco variables cuya determinación puede ser alternativamente endógena o exógena, es decir, $p^{\bullet}$, $\pi^{\bullet}_{W}$, $\pi^{\bullet}_{R}$, w y q, sólo dos deben calcularse endógenamente. El primer nivel de análisis incluye tres variables: $p^{\bullet}$, $\pi^{\bullet}_{W}$, $\pi^{\bullet}_{R}$, de las cuales sólo una puede calcularse endógenamente. Sin embargo, esta restricción ya no es válida si el análisis se extiende a las otras dos variables: w y q. Así, ahora es posible que $\pi^{\bullet}_{W}$ y $\pi^{\bullet}_{R}$, o $p^{\bullet}$ y $\pi^{\bullet}_{W}$ sean endógenas, siempre que w y q sean exógenas. El segundo nivel de análisis incluye también tres variables: $\pi^{\bullet}_{W}$, w y q, de las cuales sólo una puede calcularse endógenamente. No obstante, esta restricción puede no ser válida si extendemos el análisis a las otras dos variables: $p^{\bullet}$ y $\pi^{\bullet}_{R}$. En efecto, es posible que $\pi^{\bullet}_{W}$ y w, o $\pi^{\bullet}_{W}$ y q, sean endógenas, siempre que $p^{\bullet}$ y $\pi^{\bullet}_{R}$ sean exógenas.

Cuadro 5.2. Opciones para la determinación de los índices de precios

Índices	Determinación[1]
$p^{\bullet}$	* * * * • • • *
$\pi^{\bullet}_{W}$	* * • • * * • •
$\pi^{\bullet}_{R}$	• • • * * * * *
w	* • * • * • * *
q	• * * * • * * •

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

5.5 Ecuaciones de los índices de precios de los componentes de la demanda final

Para calcular los índices de precios de los componentes de la demanda final es necesario obtener los coeficientes (ponderadores) que intervienen en cada caso, a partir de las transacciones asentadas en las columnas respectivas. El procedimiento, al igual que en caso de los índices de precios de las actividades de producción, consiste en normalizar estas transacciones, dividiendo cada una de ellas entre la suma de la columna correspondiente. Denominaremos el resultado con la letra F^{*} , manteniendo en cada caso los mismos subíndices que se utilizaron en el cuadro 5.2.1 para identificar las diferentes transacciones. Los índices de precios de cada componente de la demanda final se obtiene como la suma poderada de los índices de precios de cada uno de los rubros que intervienen en la determinación de su costo, donde los ponderadores son justamente los coeficientes resultados de la normalización descrita. Así, el índice de precios del consumo privado, p_C, se determina de la siguiente forma:

$$p_C = p^{*} F_C^{*} + \pi_{MC}^{*} F_{MC}^{*} + p_C \circ \pi_{TC}^{*} F_{TC}^{*} \tag{5.5.1}$$

O sea, p_C , se determina como la suma ponderada de diferentes índices (p^{*}, π_{MC}^{*} y π_{TC}^{*}). Para comprender mejor esto último, analicemos cada componente de la ecuación. El primer sumando

$$p^{*} F_C^{*} = \left\{ \sum_{i=1}^{n} p_i^{*} F_{Ci}^{*} \right\} \qquad (i = 1,2,\ldots n)$$

es un escalar igual a la suma de los productos de los índices de precios de cada actividad de producción por la cantidad de la actividad de producción respectiva contenida en una unidad de actividad de consumo privado, dada por el vector F_C^{*} . El resultado es un índice de precios de los componentes domésticos contenidos en una unidad de actividad de consumo privado, igual a la suma ponderada de los índices de precios de las actividades de producción, donde los ponderadores son las cantidades de cada actividad de producción contenida en cada unidad gastada en consumo privado. De otra forma, también podemos interpretar el resultado como el coeficiente (actualizado) del componente de origen doméstico contenido en una unidad de actividad de consumo privado.

El segundo sumando, $\pi^{*}_{MC} F^{*}_{MC}$, es un escalar igual al producto del índice de precios de las importaciones de bienes y servicios de consumo por la cantidad de estos bienes y servicios contenida en una unidad de actividad de consumo privado. El resultado es el coeficiente (actualizado) del componente importado contenido en una unidad de actividad de consumo privado. Interesa recordar que la transacción que aparece asentada en la intersección de la columna de consumo privado y la fila de importación es el resultado neto de sumar la importación de bienes y servicios con el consumo de los residentes en el exterior, a cuyo resultado se le resta el consumo de los no residentes en el mercado interior.

El siguiente sumando, $p_C \circ \pi^{*}_{TC} F^{*}_{TC}$, es un escalar igual al producto de tres términos: el índice de los impuesto indirectos sobre el consumo privado, la cantidad de estos impuestos contenida en una unidad de actividad de consumo privado y el índice de precios de la actividad de consumo privado. El producto de los dos primeros es el coeficiente (actualizado) de los impuestos indirectos contenidos en una unidad de actividad de consumo privado, suponiendo que el precio de esta actividad no se modifica. La razón de multiplicar, además, este resultado por p_C es que suponemos que éstos son impuestos al valor, es decir, se calculan como un porcentaje del precio. Por lo tanto, la cantidad de impuestos contenida en una unidad de consumo depende del índice de precio del mismo. En consecuencia, el resultado que finalmente obtenemos es el coeficiente (actualizado) de los impuestos indirectos contenidos en una unidad de actividad de consumo privado, pero tomando en cuenta el efecto que tiene la propia variación del precio inducida por la modifición de la tasa del impuesto.

Para obtener la solución de la ecuación (5.5.1) despejamos el valor de p_C y nos queda:

$$p_C = \left[p^{\cdot} F_C^{\cdot} + \pi^{\cdot}_{MC} \; F^{\cdot}_{MC}\right] \; / \; \left[\pi^{\cdot}_{TC} \; F^{\cdot}_{TC}\right]$$

El índice de precios de las actividad de formación bruta de capital fijo, p_I, se determina de la siguiente forma:

$$p_I = p^{\cdot} F_I^{\cdot} + \pi^{\cdot}_{MI} + F^{\cdot}_{MI} + p_I \circ \pi^{\cdot}_{TI} F^{\cdot}_{TI} \tag{5.5.2}$$

La determinación de este índice es semejante a la de p_C. Es una suma ponderada de diferentes índices, donde los ponderadores son las cantidades de cada elemento contenidas en cada unidad de la actividad de formación bruta de capital fijo. La interpretación de cada sumando de esta expresión, así como su solución, es semejante a la de los sumandos de la ecuación (5.5.1), por lo que no es necesario repetir la exposición anterior.

El índice de precios de la actividad de consumo del gobierno se determina en forma semejante, considerando que en esta actividad, además de los conceptos incluidos en los anteriores componentes de la demanda final, se generan pagos al trabajo y al excedente de operación. Entonces,

$$p_G = p^{\cdot} F_G^{\cdot} + \pi^{\cdot}_{MG} F^{\cdot}_{MG} + \pi^{\cdot}_{W_G} B^{\cdot}_{W_G} + \pi^{\cdot}_{R_G} \; B^{\cdot}_{R_G} + p_G \circ \pi^{\cdot}_{TG} F^{\cdot}_{TG} \tag{5.5.3}$$

El índice de precios de las actividad de exportación, p_X, se determina en forma semejante a las anteriores, es decir,

$$p_X = p^{\cdot} F_X^{\cdot} + p_X \circ \pi^{\cdot}_{TX} \; F^{\cdot}_{TX} \tag{5.5.4}$$

La interpretación y solución de esta ecuación es la misma que la discutida más arriba para del consumo privado. En este caso, además, deberá tomarse en cuenta la probable existencia de impuestos y subsidios a la exportación, los que aparecerán en forma neta en la intersección de la columna de exportación y la fila de impuestos indirectos. Por otra parte, es necesario tener presente que la transacción que aparece asentada en la intersección de la columna de exportación con la fila de importación del cuadro de insumo–producto corresponde a la diferencia entre el consumo de los no residentes en el mercado interior y el consumo de los residentes en el mercado exterior.

Aplicación del modelo de precios

Utilicemos los datos del cuadro 4.1.1b, correspondiente a la matriz de insumo–producto del año 1980, para realizar un ejercicio de aplicación del modelo expuesto en los apartados precedentes. Con este propósito, calculemos el modelo con base en los siguientes supuestos:

1) el precio del sector 1 es endógeno, mientras que los costos salariales y los beneficios del mismo sector son exógenos;

2) los impuestos de todos los sectores se calculan con base en el precio correspondiente de cada sector; en otras palabras, son impuestos al valor;

3) los costos salariales en el sector 2 y los beneficios en el sector 3 son endógenos;

4) por último, el índice de precios de las importaciones en los tres sectores se determinan de forma exógena.

Bajo estos supuestos, procedamos a obtener la solución para los índices de precios de los tres sectores y de los insumos primarios. En primer lugar, desarrollemos el ejercicio para una situación inicial, que llamaremos *solución base*, donde el valor de todos los índices exógenos se establece igual a la unidad. Como primer paso, debemos especificar cada uno de los componentes de la fórmula (5.2.2). Para ello, obtengamos las matrices $A^{\cdot}$ y $B^{\cdot}$ (ver cuadros 5.3 y 5.4), así como los vectores $\pi_M^{\cdot}$, $\pi_W^{\cdot}$, $\pi_R^{\cdot}$, $\pi_T^{\cdot}$ y $\bar{p}^{\cdot}$ y la matriz filtro, Γ_p. De esta manera, obtenemos:

Cuadro 5.3. Matriz de coeficientes técnicos (A^*) – año 1980

Sectores	S1	S2	S3
S1	0.095695	0.115859	0.000605
S2	0.110028	0.258842	0.065873
S3	0.051742	0.119727	0.125870

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 5.4. Matriz de coeficientes de insumos primarios (B^*) – año 1980

	Sectores		
	S1	S2	S3
Importaciones	0.013600	0.075830	0.010904
Salarios	0.176980	0.173779	0.260414
Beneficios	0.550975	0.232621	0.450275
Impuestos	0.000981	0.023341	0.086059

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Solución base

Con base en los supuestos y en las matrices de coeficientes, establecemos los siguientes elementos del sistema de ecuaciones:

$$\pi_W^* = [1 \quad 0 \quad 1] \qquad \pi_R^* = [1 \quad 1 \quad 0] \qquad \pi_M^* = [1 \quad 1 \quad 1] \qquad \pi_T^* = [1 \quad 1 \quad 1]$$

$$\bar{p}^* = [0 \quad 1 \quad 1] \qquad \Gamma_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \hat{B}_W^* = \begin{bmatrix} 0.176980 & 0 & 0 \\ 0 & 0.173779 & 0 \\ 0 & 0 & 0.262414 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_R^* = \begin{bmatrix} 0.550975 & 0 & 0 \\ 0 & 0.232621 & 0 \\ 0 & 0 & 0.450275 \end{bmatrix} \qquad \hat{B}_M^* = \begin{bmatrix} 0.013600 & 0 & 0 \\ 0 & 0.075830 & 0 \\ 0 & 0 & 0.010904 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_T^{\bullet} = \begin{bmatrix} 0.000981 & 0 & 0 \\ 0 & 0.023341 & 0 \\ 0 & 0 & 0.086059 \end{bmatrix} \qquad \hat{v} = \begin{bmatrix} 0.728936 & 0 & 0 \\ 0 & 0.429741 & 0 \\ 0 & 0 & 0.796748 \end{bmatrix}$$

Para calcular la solución de la ecuación (5.2.2), obtengamos primero el valor de los siguientes términos de la misma:

$$\pi_W^{\bullet}\, \hat{B}_W^{\bullet} = [0.176980 \quad 0 \quad 0.260414] \qquad \pi_R^{\bullet}\, \hat{B}_R^{\bullet} = [0.550975 \quad 0.232621 \quad 0]$$

$$\pi_M^{\bullet}\, \hat{B}_M^{\bullet} = [0.013600 \quad 0.0758301 \quad 0.010904]$$

Podemos ahora calcular la suma de estos tres elementos,

$$\pi_W^{\bullet}\, \hat{B}_W^{\bullet} + \pi_R^{\bullet}\, \hat{B}_R^{\bullet} + \pi_M^{\bullet}\, \hat{B}_M^{\bullet} = [0.741554 \quad 0.308451 \quad 0.271319]$$

posmultiplicar el resultado por la matriz filtro, es decir,

$$(\pi_W^{\bullet}\, \hat{B}_W^{\bullet} + \pi_R^{\bullet}\, \hat{B}_R^{\bullet} + \pi_M^{\bullet}\, \hat{B}_M^{\bullet})\Gamma_p = [0.741554 \quad 0 \quad 0]$$

y finalmente adicional a este último el vector de precios exógenos, o sea,

$$(\pi_W^{\bullet}\, \hat{B}_W^{\bullet} + \pi_R^{\bullet}\, \hat{B}_R^{\bullet} + \pi_M^{\bullet}\, \hat{B}_M^{\bullet})\Gamma_p + \vec{p}^{\,\bullet} = [0.741554 \quad 1 \quad 1]$$

Ahora necesitamos calcular la matriz inversa de la ecuación (5.2.2). Con ese propósito, obtengamos primero sus elementos:

$$\pi_T^{\bullet}\hat{B}_T^{\bullet} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.000981 & 0 & 0 \\ 0 & 0.023341 & 0 \\ 0 & 0 & 0.086059 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.000981 & 0 & 0 \\ 0 & 0.023341 & 0 \\ 0 & 0 & 0.086059 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\pi}^{\cdot}_{T}\hat{B}^{\cdot}_{T}\,\Gamma_{p} = \begin{bmatrix} 0.000981 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad A^{\cdot}\Gamma_{p} = \begin{bmatrix} 0.095695 & 0 & 0 \\ 0.110028 & 0 & 0 \\ 0.051742 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(I - A^{\cdot}\Gamma_{p} - \hat{\pi}^{\cdot}_{T}\hat{B}^{\cdot}_{T}\,\Gamma_{p}) = \begin{bmatrix} 0.90332 & 0 & 0 \\ -0.11003 & 1 & 0 \\ -0.05174 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A^{\cdot}\Gamma_{p} - \hat{\pi}^{\cdot}_{T}\hat{B}^{\cdot}_{T}\,\Gamma_{p})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.10702 & 0 & 0 \\ 0.12180 & 1 & 0 \\ 0.05728 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con estos resultados, podemos ahora calcular la ecuación (5.2.2):

$$p^{\cdot} = \left[\pi^{\cdot}_{M}\,\hat{B}^{\cdot}_{M}\,\Gamma_{p} + \pi^{\cdot}_{W}\,\hat{B}^{\cdot}_{W}\,\Gamma_{p} + \pi^{\cdot}_{R}\,\hat{B}^{\cdot}_{R}\,\Gamma_{p} + \bar{p}^{\cdot}\right](I - A^{\cdot}\,\Gamma_{p} - \hat{\pi}^{\cdot}_{T}\hat{B}^{\cdot}_{T}\,\Gamma_{p})^{-1} = (1\ 1\ 1)$$

Hemos constatado que la solución para la solución base es la unidad para todos los índices de precios, conclusión que ya discutimos anteriormente.

Escenario alternativo

Supongamos ahora que el costo salarial del sector 1 se incrementa en 10% y simultáneamente el precio del sector 3 aumenta 20%. En este escenario, volvemos a repetir los mismos pasos de la solución base, con el propósito de obtener la nueva solución que contemple los efectos que los movimientos indicados en los índices exógenos tengan sobre los índices endógenos. Entonces, con base en los supuestos establecidos, debemos modificar los vectores correspondientes al costo salarial y a los precios exógenos, de tal forma que:

$$\pi^{\cdot}_{W} = [1.1 \quad 0 \quad 1] \qquad \bar{p}^{\cdot} = [0 \quad 1 \quad 1.2]$$

Consecuentemente, en el proceso de solución de la ecuación (5.2.2), es necesario volver a calcular el siguiente término:

$$\pi^{\bullet}_{W}\ \hat{B}^{\bullet}_{W} = [0.194677 \quad 0 \quad 0.260414]$$

Podemos ahora calcular nuevamente la suma de los tres elementos que aparecen en la primer parte de la ecuación, es decir,

$$\pi^{\bullet}_{W}\ \hat{B}^{\bullet}_{W} + \pi^{\bullet}_{R}\ \hat{B}^{\bullet}_{R} + \pi^{\bullet}_{M}\ \hat{B}^{\bullet}_{M} = [0.759252 \quad 0.308451 \quad 0.271319]$$

posmultiplicar el resultado por la matriz filtro, o sea,

$$(\pi^{\bullet}_{W}\ \hat{B}^{\bullet}_{W} + \pi^{\bullet}_{R}\ \hat{B}^{\bullet}_{R} + \pi^{\bullet}_{M}\ \hat{B}^{\bullet}_{M})\Gamma_{p} = [0.759252 \quad 0 \quad 0]$$

y finalmente adicional a este último el vector de precios exógenos, o sea,

$$(\pi^{\bullet}_{W}\ \hat{B}^{\bullet}_{W} + \pi^{\bullet}_{R}\ \hat{B}^{\bullet}_{R} + \pi^{\bullet}_{M}\ \hat{B}^{\bullet}_{M})\Gamma_{p}\ \bar{p}^{\bullet} = [0.759252 \quad 1 \quad 1.2]$$

En el escenario planteado, la matriz inversa de la ecuación (5.2.2) no se modifica. Por lo tanto, podemos ahora calcular el resultado final:

$$p^{\bullet} = \left[\pi^{\bullet}_{M}\ \hat{B}^{\bullet}_{M}\Gamma_{p} + \pi^{\bullet}_{W}\ \hat{B}^{\bullet}_{W}\ \Gamma_{p} + \pi^{\bullet}_{R}\ \hat{B}^{\bullet}_{R}\ \Gamma_{p} + \bar{p}^{\bullet}\right](I - A^{\bullet}\Gamma_{p} - \hat{\pi}^{\bullet}_{T}\hat{B}^{\bullet}_{T}\ \Gamma_{p})^{-1}$$

$$= (1.031048 \quad 1 \quad 1.2)$$

Observemos que en el sector 2, donde el índice de precios está dado exógenamente y suponemos que no hay cambio alguno en el mismo, el resultado es la unidad, mientras que en el sector 3, cuyo índice de precios también se determina en forma exógena, pero suponemos que el mismo se incrementa en un 20%, el resultado final refleja esto último. El índice de precios del sector 1 se incrementará, en primer lugar, conforme a la suma del efecto del cambio en el índice de precios del sector 3, que se determina mutiplicando este último por el coeficiente de insumo–producto respectivo (0.051742*0.2=0.0103484), y del incremento en un 10% del costo salarial en el propio sector 1, que se calcula multiplicando dicho incremento por el coeficiente de insumo primario respectivo (0.17698*0.1=0.017698); la suma de estos dos efectos es igual a 0.0280464. Además, debemos sumar el efecto que induce el hecho de que los impuestos indirectos netos de subsidios sean al valor, factor que explica la diferencia entre este resultado y el que finalmente se obtuvo en la solución del modelo. Dejamos al lector investigar el significado de esta diferencia a partir de los coeficientes de la matriz inversa del modelo.

Ahora es posible obtener los índices de los insumos primarios, es decir, el índice del costo salarial y de las utilidades. Para ello, apliquemos las ecuaciones (5.4.1), (5.4.2) y (5.4.3). Resolvamos estas ecuaciones primero para la *solución base* y posteriormente para el *escenario alternativo* planteado más arriba.

$$\pi_v^{\cdot}\hat{v} = [1 \quad 1 \quad 1] - [1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix} 0.90570 & 0.11586 & 0.00061 \\ 0.11003 & 0.25884 & 0.06587 \\ 0.05174 & 0.11973 & 0.12587 \end{bmatrix}$$

$$- [1 \quad 1 \quad 1]\begin{bmatrix} 0.01360 & 0 & 0 \\ 0 & 0.07583 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01090 \end{bmatrix}$$

$$\pi_v^{\cdot}\hat{v} = [0.728935 \quad 0.429742 \quad 0.796747]$$

$$\pi_v^{\cdot} = \frac{0.728935}{0.728935} \quad \frac{0.429742}{0.429742} \quad \frac{0.796747}{0.796747} = [1 \quad 1 \quad 1]$$

$$\pi_R^{\cdot}\hat{B}_R^{\cdot} = [0.72894 \quad 0.42974 \quad 0.79675] - [0.17698 \quad 0 \quad 0.26041]$$

$$- [0.00098 \quad 0.02334 \quad 0.08606] = [0.55097 \quad 0.23262 \quad 0.450275]$$

$$\pi_R^{\cdot} = \frac{0.550975}{0.550975} \quad \frac{0.23262}{0.23262} \quad \frac{0.450275}{0.450275} = [1 \quad 1 \quad 1]$$

$$\pi_W^{\cdot}\hat{B}_W^{\cdot} = [0.72894 \quad 0.42974 \quad 0.79675] - [0.55097 \quad 0.23262 \quad 0]$$

$$- [0.00098 \quad 0.02334 \quad 0.08606] = [0.17698 \quad 0.17378 \quad 0.26041]$$

$$\pi^{*}_{W} = \frac{0.17698}{0.17698} \quad \frac{0.17378}{0.17378} \quad \frac{0.26041}{0.26041} = [1 \quad 1 \quad 1]$$

Observemos que todos los índices de precios obtenidos son iguales a la unidad, de acuerdo con lo discutido más arriba.

Escenario alternativo

$$\pi^{*}_{v}\hat{v} = [1.03104797 \quad 1 \quad 1.2] - [1.03104797 \quad 1 \quad 1.2]$$

$$\begin{bmatrix} 0.905695 & 0.115859 & 0.000605 \\ 0.110028 & 0.258842 & 0.065873 \\ 0.051742 & 0.119727 & 0.125870 \end{bmatrix} - [0.01359957 \quad 0.07583022 \quad 0.01090438]$$

$$\pi^{*}_{v}\hat{v} = [0.7466636 \quad 0.4021988 \quad 0.9715546]$$

$$\pi^{*}_{v} = \frac{0.746664}{0.728935} \quad \frac{0.402199}{0.429742} \quad \frac{0.971555}{0.796747} = [1.02432 \quad 0.93591 \quad 1.21940]$$

$$\pi^{*}_{R}\hat{B}^{*}_{R} = [0.74666 \quad 0.40220 \quad 0.97155] - [0.19468 \quad 0.14624 \quad 0.26041]$$

$$- [0.00101 \quad 0.02334 \quad 0.10327] = [0.55097 \quad 0.23262 \quad 0.60787]$$

$$\pi^{*}_{R} = \left[\frac{0.55097}{0.55097} \quad \frac{0.23262}{0.23262} \quad \frac{0.60787}{0.45028}\right] = [1 \quad 1 \quad 1.35]$$

Observemos que el resultado obtenido es consistente con los supuestos del escenario propuesto. En efecto, los beneficios de los sectores 1 y 2 son exógenos y, puesto que no hemos supuesto que los mismos cambien, los valores obtenidos muestran que los mismos permanecen constantes. En cambio, los beneficios del sector 3, que se determinan endógenamente, muestran un incremento, como efecto del aumento en el precio de este mismo sector. Dejamos al lector explicar la magnitud de este ajuste con base en los coeficientes del modelo.

$$\pi^{\bullet}_{W}\,\hat{B}^{\bullet}_{W} = [0.74666 \quad 0.40220 \quad 0.97155] - [0.55097 \quad 0.23262 \quad 0.60787]$$

$$- [0.00101 \quad 0.02334 \quad 0.10327] = [0.19468 \quad 0.14624 \quad 0.26041]$$

$$\pi^{\bullet}_{W} = \left[\frac{0.19468}{0.17698} \quad \frac{0.14624}{0.17378} \quad \frac{0.26041}{0.26041}\right] = [1.1 \quad 0.84151 \quad 1]$$

Notemos que este resultado también es consistente con los supuestos del escenario en discusión. Los costos laborales en el sector 1 se incrementan conforme al incremento propuesto, mientras que los correspondientes al sector 3 permanecen constantes. Por su parte, los del sector 2 disminuyen, en razón de que su precio es exógeno y está fijo, mientras que sus costos en insumos intermedios se incrementan como consecuencia de los ajustes en los precios de los sectores 1 y 3. Dejamos nuevamente al lector explicar la magnitud de este cambio con base en los coeficientes del modelo; conforme con estos elementos, es necesario también que el lector examine el índice de valor agregado para cada sector calculado más arriba.

Podemos ahora obtener los índices de los componentes de la demanda final. En este ejercicio calcularemos exclusivamente el correspondiente al consumo privado, p_C, el que se determina con la fórmula (5.5.1). Para resolver necesitamos determinar primero los siguientes componentes:

$$F^{\bullet}_{C} = \begin{bmatrix} 0.05864633 \\ 0.355445264 \\ 0.55066326 \end{bmatrix} \qquad F^{\bullet}_{MC} = [0.030842] \qquad F^{\bullet}_{TC} = [0]$$

Entonces,

$$p_C = [1.03105 \quad 1 \quad 1.2]\begin{bmatrix} 0.05865 \\ 0.35545 \\ 0.55507 \end{bmatrix} + [1][0.30842] + p_C \circ [0][1.03105 \quad 1 \quad 1.2]$$

Puesto que el último sumando se hace cero, nos queda

$$p_C = [1.081992] + [0.030842] = [1.112834]$$

Finalmente, en el cuadro 5.5 presentamos las transacciones interindustriales con base en los nuevos precios de los sectores y de los insumos primarios. Esto también nos servirá para comprobar que todo nuestro ejercicio es consistente, puesto que el valor bruto de la producción visto desde el punto de vista del valor de la oferta debe ser igual al mismo desde el punto de vista del valor de la demanda.

Cuadro 5.5. Transacciones interindustriales en el escenario alternativo

	Sectores			C	G	FBKF	VE	X	V.B.P
Sectores	S1	S2	S3						
S1	69.315	367,017	1,959	175,878	788	7,926	34,724	66,727	724,334
S2	77,297	795,267	206,872	1,033,868	20,892	792,592	41,485	104,130	3,072,403
S3	43,620	441.421	474,353	1,937,396	343,889	210,724	0	317,176	3,768,578
Importaciones	9.554	232,981	34,245	89,709	5,040	130.876	25,660	0	
Salarios	136,765	449,298	817,826						
Beneficios	387,072	714,706	1,909,004						
Impuestos	710	71,713	324,319						
V. B. P	724,334	3,072,403	3,768,578	3,236,852	370,609	1,142,117	101,869	488,033	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Dejamos al lector la tarea de comprobar que en este nuevo cuadro también se cumple la identidad básica de la contabilidad nacional: ingreso igual a producto.

5.6 *El modelo de cantidades*

El modelo de cantidades se vincula con el modelo de precios a través de diferentes variables. Por ejemplo, para solucionar el modelo de cantidades es necesario conocer el índice general de precios al consumidor, p_C , el vector de índices del costo de la remuneración de asalariados (π^*_W) y el vector deíndices del excedente de operación (π^*_R), variables que permiten calcular el consumo privado total que, a su vez, es uno de los componentes de las ecuaciones para determinar los niveles de las actividades de producción. Por lo tanto, la solución del modelo de cantidades requiere que se haya solucionado previamente el de precios. Volveremos sobre estas relaciones a medida que presentemos las ecuaciones que componen el modelo de cantidades.

En el modelo de cantidades se define un vector o un escalar para cada una de las siguientes actividades:[6]

(i) Q^* : vector de los niveles de las actividades de producción de bienes y servicios;
(ii) M: escalar del nivel de la actividad de importación;
(iii) C: escalar del nivel de la actividad de consumo privado, que incluye el consumo de los residentes y de los no residentes;
(iv) I: escalar del nivel de la actividad de formación bruta de capital fijo;
(v) X: escalar del nivel de la actividad de exportación;
(vi) G: escalar del nivel de la actividad de consumo del gobierno;
(vii) L^*_D : vector de los niveles de las actividades de variación de existencias de origen doméstico;
(viii) L^*_B : escalar del nivel de actividad de variación de existencias de origen importado;
(ix) Z: vector de los niveles de los excedentes (o déficits) de las actividades de producción, los que pueden destinarse a exportaciones y/o aumento de existencias (a importaciones y/o disminución de existencias);

[6] Los vectores se definen como vectores columnas.

(x) N: vector de empleo requerido por las actividades de producción;
(xi) V: vector de valor agregado generado por las actividades de producción.

Los niveles de las actividades de formación bruta de capital fijo (I), exportación (X), consumo del gobierno (G) y variación de existencias (L_D^* y L_B^*), se determinan exógenamente en el modelo. Los niveles de las actividades de consumo privado (C), de importación (M), de empleo (N) y de valor agregado (V), se determinan endógenamente, mientras que los niveles de las actividades de producción (Q^*) se pueden determinar exógena o endógenamente. Finalmente, los niveles de excedentes o déficits de producción (Z) se determinan endógenamente, como la diferencia entre la producción (oferta) y la demanda.

El consumo privado se separa en dos componentes: el consumo de los residentes ($\bar{C}^*$) y el de los no residentes ($\bar{C}_F^*$). El primero de ellos se determina por medio de una función consumo que depende de los ingresos de dos grupos sociales: los perceptores de remuneración de asalariados y los perceptores de excedente de operación. Por su parte, el consumo total de los no residentes se determina exógenamente. Finalmente, el consumo privado total se transforma en demandas por actividad de producción de origen de los bienes y servicios que lo componen, por medio del vector de coeficientes derivado del sistema de cuentas.

Una vez obtenido el consumo total (C), como la suma del consumo de los residentes y no residentes, y su transformación en demandas por actividad de producción de origen, se adiciona a los otros componentes de la demanda final, determinados exógenamente (I, X, G, L_D^* y L_B^*). Estos últimos, a su vez, también se transforman en demandas por actividad de producción de origen, para calcular finalmente los niveles de producción (Q^*), los cuales toman en cuenta los efectos directos e indirectos considerados en la metodología insumo–producto. Puesto que algunas actividades de producción pueden tener sus niveles determinados exógenamente, surge la posibilidad de un desequilibrio entre sus ofertas y demandas respectivas, cuyas diferencias determinan los niveles de excesos o déficits de producción (Z). Finalmente, determinados los niveles de producción, se procede a calcular los niveles de importación (M), empleo (N) y producto bruto (V) consistentes con los mismos, para cada actividad de producción, con base en las matrices de coeficientes respectivas. En las siguientes secciones de este capítulo expondremos la estructura formal del modelo y la estrategia (algoritmo) seguida para obtener la solución numérica del mismo.

5.7 Función de consumo privado total de los residentes

El consumo privado total de los residentes ($\bar{C}$) se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{C} = \beta_o + \beta_W \frac{1}{p_C} \left[\left(1 - t^{\bullet}_W\right) \pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W Q^{\bullet} - T^{\bullet}_W \right]$$

$$+ \beta_R \frac{1}{p_C} \left[\left(1 - t^{\bullet}_R\right) \pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R \hat{\Theta} Q^{\bullet} - T^{\bullet}_R \right] \qquad (5.6.1)$$

donde:

β_o : consumo autónomo, independiente de los niveles de ingreso;
β_W : propensión marginal a consumir del ingreso disponible de los perceptores de remuneración de asalariados;
$t^{\bullet}_W$: tasa marginal del impuesto a la renta sobre el ingreso de los perceptores de remuneración de asalariados;
$T^{\bullet}_W$: monto del impuesto a la renta sobre el ingreso de los perceptores de remuneración de asalariados, independiente del nivel de ingreso;
β_R : propensión marginal a consumir del ingreso disponible de los perceptores de excedente de operación;
$t^{\bullet}_R$: tasa marginal del impuesto a la renta sobre el ingreso de los perceptores de excedente de operación;

$T^{\bullet}_{R}$: monto del impuesto a la renta sobre el ingreso de los perceptores de excedente de operación, independiente del nivel de ingreso;

$\hat{\Theta}$: matriz diagonal de dimensión (n,n), donde el elemento $\hat{\Theta}_{ii}$ es la proporción del excedente de operación de la actividad de producción i que se distribuye a los hogares.

A continuación, mostraremos que en la función (5.6.1) se incluyen los ingresos totales provenientes de la remuneración de asalariados y sólo una parte del excedente de operación, la que se obtiene a través de la matriz $\hat{\Theta}$. La matriz $\hat{\Theta}$ es una matriz diagonal cuyos elementos indican la proporción de los excedentes de operación distribuida a los hogares por parte de cada una de las actividades de producción y, por lo tanto, el ingreso de los hogares perceptores de este concepto.

El primer término de la ecuación (5.6.1), como ya dijimos, representa el consumo autónomo, el que no depende del nivel del ingreso. En el siguiente término, la expresión

$$\frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\bullet}_{W}\right)\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W}Q^{\bullet} - T^{\bullet}_{W}\right]$$

es el ingreso disponible real para consumo proveniente de la remuneración de asalariados. Observemos que esta última expresión es igual a

$$\frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\bullet}_{W}\right)\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W}Q^{\bullet} - T^{\bullet}_{W}\right] = \frac{1}{p_C}\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W}Q^{\bullet} - \frac{1}{p_C}\left[T^{\bullet}_{W} + t^{\bullet}_{W}\ \pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W}Q^{\bullet}\right]$$

donde $\pi^{\bullet}_{W}\hat{B}^{\bullet}_{W}Q^{\bullet}$ es el monto de remuneración de asalariados pagado por las actividades de producción, para el nivel de actividad $Q^{\bullet}$. En efecto, si multiplicamos el vector de índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados ($\pi^{\bullet}_{W}$) por los requerimientos de remuneración de asalariados por unidad producida en cada una de las actividades de producción, obtenemos los requerimientos actualizados de remuneración de asalariados por unidad de producción, que multiplicados por los niveles de actividad, nos da el monto total de los salarios generados por las actividades de producción. A este último le descontamos los impuestos a la renta sobre estos ingresos, los que se componen de dos partes: una que es autónoma ($T^{\bullet}_{W}$) y otra que es una proporción ($t^{\bullet}_{W}$) del monto total de la remuneración de asalariados. Con el propósito de simplificar el método, en esta presentación no hemos sumado los ingresos de los empleados de la administración pública general en el cálculo de la remuneración de asalariados total.

Podemos exponer esta misma interpretación de una manera alternativa. Si llamamos Y_W al ingreso disponible de los perceptores de remuneración de asalariados y R_W a la recaudación del impuesto a la renta proveniente de estos ingresos, entonces:

$$Y_W = \pi^{\bullet}_{W} \hat{B}^{\bullet}_{W} Q^{\bullet} - R_W = \sum_{i=1}^{n} \pi^{\bullet}_{Wi} \hat{B}^{\bullet}_{Wii} Q^{\bullet}_{i} - R_W$$

y

$$R_W = T^{\bullet}_{W} + t^{\bullet}_{W} \pi^{\bullet}_{W} \hat{B}^{\bullet}_{W} Q^{\bullet}$$

Remplazando, nos queda

$$Y_W = \pi^{\bullet}_{W} \hat{B}^{\bullet}_{W} Q^{\bullet} - T^{\bullet}_{W} - t^{\bullet}_{W} \pi^{\bullet}_{W} \hat{B}^{\bullet}_{W} Q^{\bullet}$$

$$= \left(1 - t^{\bullet}_{W}\right) \pi^{\bullet}_{W} \hat{B}^{\bullet}_{W} Q^{\bullet} - T^{\bullet}_{W}$$

El ingreso disponible real se obtiene al dividir el ingreso disponible entre el índice de precios del consumo privado, p_C . Finalmente, β_W es la propensión marginal a consumir del ingreso disponible real de los asalariados, que multiplicada por la expresión anterior, nos da el consumo total de los perceptores de esta categoría de ingreso.

El tercer término de la ecuación (5.6.1) determina la cantidad del consumo total realizada con los ingresos provenientes del excedente de operación. En efecto, si llamamos Y_{RD} al ingreso disponible de los perceptores de excedente de operación y R_R a la recaudación del impuesto a la renta proveniente de este ingreso, podemos escribir:

$$Y_{RD} = \pi^{\bullet}_{R} \hat{B}^{\bullet}_{R} \hat{\Theta} Q^{\bullet} - R_R$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \pi^{\bullet}_{Ri} \hat{B}^{\bullet}_{Rii} \hat{\Theta}_{ii} Q^{\bullet}_{i} - R_R$$

Observemos que $\hat{\Theta}$ nos permite desglosar el excedente de operación por unidad de producción en dos partes: aquella que se distribuye a los hogares, $\hat{\Theta}_{ii}$, que podrá ahorrarse o consumirse, y aquella que se retiene en las empresas, $(1 - \hat{\Theta}_{ii})$. Esta última se destina al pago del impuesto a la renta sobre las empresas, al consumo de capital fijo y a las utilidades no distribuidas; los dos últimos conceptos constituyen fuentes de autofinanciamiento de las empresas. Las empresas públicas[7] no distribuyen utilidades, de tal forma que en aquellas ramas donde todas las empresas que la componen son públicas, el valor correspondiente de $\hat{\Theta}_{ii}$ será nulo.

La recaudación del impuesto a la renta sobre los perceptores de excedente de operación se compone de dos partes: una que es independiente del nivel de ingresos $(T^{\cdot}_{R})$ y otra que es una proporción $(t^{\cdot}_{R})$ de estos ingresos. Por lo tanto, podemos escribir:

$$R_R = T^{\cdot}_R + t^{\cdot}_R \pi^{\cdot}_R \hat{B}^{\cdot}_R \hat{\Theta} Q^{\cdot}$$

Remplazando, obtenemos el ingreso disponible proveniente del excedente de operación:

$$Y_{RD} = \left(1 - t^{\cdot}_R\right) \pi^{\cdot}_R \hat{B}^{\cdot}_R \hat{\Theta} Q^{\cdot} - T^{\cdot}_R$$

Dividiendo esta última expresión por el índice de precios del consumo privado, obtenemos el ingreso disponible real proveniente del excedente de operación, que constituye una de las variables explicativas del consumo:

$$\frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\cdot}_R\right) \pi^{\cdot}_R \hat{B}^{\cdot}_R \hat{\Theta} Q^{\cdot} - T^{\cdot}_R\right]$$

Finalmente, β_R es la propensión marginal a consumir de los perceptores de estos ingresos, que multiplicada por la expresión anterior, nos da el consumo total de los perceptores de excedente de operación.

[7] Se restringe el concepto de empresa pública a aquellas donde el Estado es el único propietario de las mismas.

Para calcular $\bar{C}$ es necesario tener los valores de las variables p_C, $\pi^{\cdot}_W$, $\pi^{\cdot}_R$ y $Q^{\cdot}$. Los valores correspondientes a las tres primeras se obtienen del modelo de precios, mientras que la última se obtiene, como veremos más adelante, de la solución simultánea del propio modelo de cantidades. Al consumo privado total de los residentes, $\bar{C}$, se le suma el consumo de los no residentes (turistas), $\bar{C}^{\cdot}_F$, para determinar el consumo privado total, C.

5.8 Ecuaciones de las actividades de producción

En general, los modelos de tipo multisectoriales incluyen alguna ecuación que asegura el equilibrio entre oferta y demanda para cada sector. En la tradición keynesiana, los niveles de demanda determinan la oferta, ya que se acepta la hipótesis de la existencia de capacidad ociosa en todo el sistema. Sin embargo, en un enfoque más realista, aún cuando se sostenga que la demanda determina la oferta, es necesario reconocer que la capacidad de producción de algunos sectores puede presentar restricciones que impiden satisfacer los niveles de demanda. El sector externo permite que los déficits (excedentes) sectoriales puedan importarse (exportarse), hasta cubrir la brecha entre oferta y demanda. De esta forma, el concepto de equilibrio se extiende a la oferta total y demanda total, con lo que es posible introducir "rigideces" de diferente naturaleza, tales como las que se originan en problemas institucionales o las que se presentan por razones de política económica.

El modelo de cantidades se basa en tres hipótesis básicas:

(i) En general, los niveles de demanda determinan los niveles de oferta interna de cada actividad de producción. Los niveles de demanda son exógenos, a excepción del consumo privado que, como ya vimos, se determina endógenamente.

(ii) Para aquélla actividad cuyo nivel de producción esté predeterminado por razones institucionales o políticas, el modelo permite introducir el nivel de producción en forma exógena. La diferencia entre éste nivel y

el que se determina a través de la demanda, se ajusta por medio del sector externo y/o cambios de existencias;

(iii) Los niveles de las actividades de importación se determinan endógenamente, a través de las matrices de coeficientes de requerimientos de bienes importados para las distintas actividades, tanto de producción como de demanda final. De esta forma, es posible obtener el balance por actividad como la diferencia entre las exportaciones (determinadas exógenamente) y las importaciones (determinadas endógenamente).

El vector de las actividades de producción, Q^{*}, está determinado por la siguiente ecuación:

$$Q^{*} = \Gamma_{Q} \left[A^{*}Q^{*} + F^{*}_{C}C + F^{*}_{G}G + F^{*}_{I}I + L^{*}_{D} + F^{*}_{X}X \right] + \bar{Q}^{*} \qquad (5.6.2)$$

La expresión entre corchetes constituye una suma de vectores, los que representan las cantidades demandadas a cada una de las actividades de producción, ya sea con destino final o intermedio. Así, por ejemplo:

$A^{*}Q^{*} = \left\{ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} Q^{*}_{j} \right\}$ es un vector donde el elemento *i-ésimo* es la demanda a la actividad de producción i para satisfacer los requerimientos de insumos necesarios para producir el nivel de producción Q^{*};

$F^{*}_{C}C = \left\{ F^{*}_{C_j} C \right\}$ es un vector donde el elemento *i-ésimo* es la demanda de actividad de producción i para satisfacer los requerimientos para alcanzar el nivel de consumo privado total, C. Es decir, esta expresión nos lleva del consumo total al consumo por origen (o actividad de producción).

Significados equivalentes tienen $F_I^{\bullet} I$, $F_X^{\bullet} X$ y $F_G^{\bullet} G$, con respecto a la formación bruta de capital fijo, exportación y consumo del gobierno, respectivamente. El vector de variación de existencias de origen doméstico, $L_D^{\bullet}$, se expresa directamente por actividad de producción de origen.

De esta forma, el vector resultante de la suma de toda la expresión entre corchete constituye el vector de demanda a las actividades de producción. Sin embargo, como ya señalamos, el nivel de cada una de las actividades de producción puede ser exógena o endógenamente determinado. El elemento Γ_{ii}^{Q} de la matriz diagonal Γ_Q será igual a 1 si la actividad i tiene su producción endógenamente determinada; si todos los elementos de la fila i de la matriz Γ_Q son nulos, significa que el nivel de producción i está exógenamente determinado y, consecuentemente, el elemento $\overline{Q}_i^{\bullet}$ será distinto de cero. Cuando la actividad de producción i tiene su producción endógenamente determinada, esta será igual a las cantidades de producción i utilizadas como insumo en las demás actividades de producción y como demanda final (consumo privado, formación bruta de capital fijo, exportación, consumo del gobierno y variación de existencias); consistentemente, el elemento $\overline{Q}_i^{\bullet}$ será nulo.

Ahora podemos discutir la solución del modelo. Las ecuaciones (5.6.1) y (5.6.2) forman un sistema de $n+1$ ecuaciones con $n+1$ niveles de actividades a determinar: n actividades de producción y 1 actividad de consumo privado. Sin embargo, es posible calcular previamente el valor de $\overline{C}$ en función de valores conocidos, de acuerdo con la siguiente expresión:[8]

$$\overline{C} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F_C^{\bullet} \overline{C}_F^{\bullet} + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1} \Gamma_Q F_C^{\bullet}}$$

donde:

$$a' = \beta_o - \beta_W \frac{1}{p_C} T_W^{\bullet} - \beta_R \frac{1}{p_C} T_R^{\bullet}$$

[8] La demostración de esta expresión y las siguientes, así como la descripción detallada del proceso de solución, se desarrolla más adelante.

$$b = \beta_W \frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\bullet}_W\right)\pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W\right] + \beta_R \frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\bullet}_R\right)\pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R \hat{\Theta}\right]$$

$$e = \Gamma_Q\left[F^{\bullet}_G G + F^{\bullet}_I I + L^{\bullet}_D + F^{\bullet}_X X\right] + \bar{Q}^{\bullet}$$

Una vez obtenido el consumo total de los residentes, $\bar{C}$, se calcula el consumo privado total, C, mediante la suma del primero más el consumo de los no residentes, $\bar{C}^{\bullet}_F$, cuya determinación es exógena, es decir,

$$C = \bar{C} + \bar{C}^{\bullet}_F \tag{5.6.3}$$

Finalmente, con base en este valor de C, podemos obtener $Q^{\bullet}$. En efecto, si en la expresión (5.6.2) despejamos $Q^{\bullet}$, nos queda

$$Q^{\bullet} = \left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F^{\bullet}_C C + \Gamma_Q F^{\bullet}_G G + \Gamma_Q F^{\bullet}_I I + \Gamma_Q L^{\bullet}_D + \Gamma_Q F^{\bullet}_X X + Q^{\bullet}\right]$$

o sea,

$$Q^{\bullet} = \left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F^{\bullet}_C C + e\right]$$

Una vez resuelto para estas variables, se pueden determinar los niveles de las actividades de importación (M), del excedente o déficit de producción (Z), del empleo (N) y del valor agregado (V) generado en cada actividad de producción.

5.9 Ecuación de la actividad de importación

Una vez determinado $Q^{\bullet}$ y C en las ecuaciones anteriores, el nivel de la actividad de importación, M, es igual a la suma de la importación requerida como insumos en todas las actividades de producción y en las actividades de demanda final siguientes: consumo privado, formación bruta de capital fijo y variación de existencias. Observemos que la actividad correspondiente a la exportación no realiza importación en forma directa. Entonces,

$$M = B^{*}_{M} Q^{*} + F^{*}_{MC} C + F^{*}_{MG} G + F^{*}_{MI} I + L^{*}_{B} \qquad (5.6.4)$$

5.10 Ecuaciones de los excedentes o déficits de producción

De acuerdo con la expresión (5.6.2), si todas las actividades de producción tienen su nivel endógenamente determinado, es decir, Γ_Q es la matriz identidad y $\overline{Q}^{*}$ es un vector nulo, el vector de los niveles de las actividades de producción, Q^{*}, es igual a

$$Q^{*} = \left[A^{*} Q^{*} + F^{*}_{C} C + F^{*}_{G} G + F^{*}_{I} I + L^{*}_{D} + F^{*}_{X} X\right]$$

Es decir, si las producciones se determinan como la suma de los requerimientos de insumos para las actividades de producción, consumo privado, consumo del gobierno, exportación, formación bruta de capital fijo y variación de existencias, o sea, se determinan de acuerdo con la demanda, no existirán ni déficits ni excedentes en ninguna de las actividades de producción. Por lo tanto, todos los elementos del vector Z serán nulos.

Si el nivel de una actividad de producción se determina exógenamente, ya sea como meta política de producción o debido a rigideces en la oferta, la solución del sistema nos indicará si la producción predeterminada es suficiente o insuficiente para enfrentar los requerimientos de las demás actividades de producción. Los elementos del vector Z serán, entonces, iguales a cero para aquellas actividades cuya producción fue exactamente la necesaria, positivos cuando existan excedentes en las actividades de producción y negativos cuando las producciones requeridas sean mayores que las predeterminadas. Podemos, entonces, definir el vector Z como la diferencia entre la demanda, representada por la expresión entre corchete, y la oferta, igual al valor de Q^{*}, obtenido mediante la expresión (5.6.2), o sea,

$$Z = Q^{\bullet} - \left[A^{\bullet} Q^{\bullet} + F^{\bullet}_{C} C + F^{\bullet}_{G} G + F^{\bullet}_{I} I + L^{\bullet}_{D} + F^{\bullet}_{X} X\right] \tag{5.6.5}$$

Estas diferencias se pueden obtener mediante importaciones, Z_M, y/o disminuciones en las existencias, Z_L, cuando Z sea negativo, o pueden destinarse a exportación, Z_X, o a incrementar las existencias, Z_L, cuando sea positivo. Entonces, Z se separa en:

$$Z = Z_L + Z_X$$

cuando Z es positivo o:

$$Z = Z_L + Z_M$$

cuando Z es negativo, donde Z_L es un vector que ajusta el vector $L^{\bullet}_{D}$ inicial, Z_M ajusta el valor de M calculado en la ecuación (5.6.4) y Z_X ajusta al vector $F^{\bullet}_{X} X$ inicial. Entonces, podemos escribir:

$$\begin{aligned} L^{+}_{D} &= L^{\bullet}_{D} + Z_L \\ M^{+} &= M - \iota Z_B \\ X^{+} &= X + \iota Z_X \end{aligned}$$

donde L^{+}_{D}, M^{+} y X^{+} son el vector ajustado de los niveles de variación de existencias domésticas y los niveles de importación y de exportación, respectivamente. El criterio para distribuir el vector Z entre Z_L, Z_M y Z_X puede ser a través de coeficientes fijos ó simple decisión de política.

5.11 Ecuaciones de empleo y del valor agregado

Conocidos los niveles de producción, es posible determinar la cantidad de empleo total requerida en las diferentes actividades de producción. Entonces,

$$N = A_N \circ \frac{Q^{\bullet}}{q} \qquad (5.6.6)$$

donde A_N es una matriz que en la diagonal principal contiene los coeficientes de empleo total (número de trabajadores) por unidad de producción en cada una de las actividades de producción y los restantes elementos de la matriz son nulos; mientras que q es un vector exógeno de índices de la productividad del trabajo en las distintas actividades de producción. Entonces, el empleo total en la actividad de producción j, N_j , es el resultado de calcular $(A_{N jj}\, Q^{\bullet}_j / q_j)$, o sea, el cociente entre el empleo total en la actividad j y su índice de productividad. Es decir, el empleo varía en forma inversa con el índice de productividad.

Conocidos los niveles de las actividades de producción y los coeficientes del valor agregado por unidad de producción, v, se puede determinar el nivel del valor agregado generado en las actividades de producción, el que comprende la remuneración de asalariados, el excedente de operación y los impuestos indirectos sobre la producción. Entonces,

$$V' = \hat{v}\, Q^{\bullet} \qquad (5.6.7)$$

5.12 Solución del sistema de ecuaciones del modelo de cantidades

Con base en la exposición conceptual sobre el modelo de cantidades desarrollada más arriba, en este apartado describiremos el algoritmo para solucionar dicho modelo.

5.12.1 Sistema de ecuaciones del modelo de cantidades

De acuerdo con la discusión anterior, el sistema de ecuaciones del modelo de cantidades está dado por:

$$\bar{C} = \beta_o + \beta_R \frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\bullet}_W\right)\pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W Q^{\bullet} - T^{\bullet}_W\right] + \beta_R \frac{1}{p_C}\left[\left(1 - t^{\bullet}_R\right)\pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R \hat{\Theta} Q^{\bullet} - T^{\bullet}_R\right] \tag{5.6.1}$$

$$Q^{\bullet} = \Gamma_Q\left[A^{\bullet} Q^{\bullet} + F^{\bullet}_C C + F^{\bullet}_G G + F^{\bullet}_I I + L^{\bullet}_D + F^{\bullet}_X X\right] + \bar{Q}^{\bullet} \tag{5.6.2}$$

$$C = \bar{C} + \bar{C}^{\bullet}_F \tag{5.6.3}$$

$$M = B^{\bullet}_M Q^{\bullet} + F^{\bullet}_{MC} C + F^{\bullet}_{MG} G + F^{\bullet}_{MI} I + L^{\bullet}_B \tag{5.6.4}$$

$$Z = Q^{\bullet} - \left[A^{\bullet} Q^{\bullet} + F_C C + F_G G + F_I I + L^{\bullet}_D + F_X X\right] \tag{5.6.5}$$

$$N = A_N \circ \frac{Q^{\bullet}}{q} \tag{5.6.6}$$

$$V' = \hat{v} Q^{\bullet} \tag{5.6.7}$$

donde:

(i) Las variables p_C, $\pi^{\bullet}_W$ y $\pi^{\bullet}_R$ se obtienen como salida del modelo de precios o de los valores históricos observados.

(ii) Las matrices y vectores $B^{\bullet}_W$, $B^{\bullet}_R$, $F^{\bullet}_I$, $F^{\bullet}_C$, $A^{\bullet}$, $F^{\bullet}_X$, $F^{\bullet}_G$, $B^{\bullet}_M$, $F^{\bullet}_{MC}$, $F^{\bullet}_{MI}$, A_N, y v se obtienen de la estandarización del sistema de cuentas.

(iii) Los parámetros β_o, β_R, β_W, $t^{\bullet}_W$, $T^{\bullet}_W$, $t^{\bullet}_R$, $T^{\bullet}_R$, se estiman o determinan exógenamente.

(iv) La matriz diagonal $\hat{\Theta}$ y los vectores y escalares $I, X, G, L^{\bullet}_D, \bar{Q}^{\bullet}, L^{\bullet}_B$ y $\bar{C}^{\bullet}_F$ se calculan exógenamente.

(v) Los valores $\bar{C}^0$ y $\bar{C}^0_F$ se determinan exógenamente.

5.12.2 Solución del modelo de cantidades

Analizando el sistema de ecuaciones podemos observar que $\bar{C}$ es función de $\bar{Q}^{\bullet}$ (ecuación 5.6.1); a su vez, $Q^{\bullet}$ es función de C (ecuación 5.6.2) y, finalmente, C es función de $\bar{C}$ (ecuación 5.6.3). El método para resolver el sistema consiste en resolver simultáneamente estas ecuaciones y posteriormente resolver secuencialmente las otras ecuaciones. Definamos los siguientes elementos:

$$a' = \beta_o - \beta_W \frac{1}{p_C} T^{\cdot}_{W} - \beta_R \frac{1}{p_C} T^{\cdot}_{R}$$

$$b = \beta_W \frac{1}{p_C} \left[\left(1 - t^{\cdot}_{W}\right) \pi^{\cdot}_{W} \hat{B}^{\cdot}_{W} \right] + \beta_R \frac{1}{p_C} \left[\left(1 - t^{\cdot}_{R}\right) \pi^{\cdot}_{R} \hat{B}^{\cdot}_{R} \hat{\Theta} \right]$$

$$e = \Gamma_Q \left[F^{\cdot}_{G} G + F^{\cdot}_{I} I + L^{\cdot}_{D} + F^{\cdot}_{X} X \right] + \bar{Q}^{\cdot}$$

que son valores conocidos. Observemos que b y e son vectores fila y columna, respectivamente.

Ahora, sustituyendo estos elementos en las ecuaciones (5.6.1) a (5.6.3), nos queda:

$$\bar{C} = a' + b\, Q^{\cdot} \qquad (5.6.1')$$

$$C = \bar{C} + \bar{C}^{\cdot}_{F} \qquad (5.6.3)$$

$$Q^{\cdot} = \Gamma_Q A^{\cdot} Q^{\cdot} + \Gamma_Q F^{\cdot}_{C} C + e \qquad (5.6.2')$$

De la expresión (5.6.2'), obtenemos

$$Q^{\cdot} = \left[I - \Gamma_Q A^{\cdot} \right]^{-1} \left[\Gamma_Q F^{\cdot}_{C} C + e \right] \qquad (5.6.4')$$

Sustituyendo (5.6.4') en (5.6.1'), nos queda:

$$\bar{C} = a' + b \left[I - \Gamma_Q A^{\cdot} \right]^{-1} \left[\Gamma_Q F^{\cdot}_{C} C + e \right] \qquad (5.6.5')$$

Sustituyendo en esta última expresión el valor de C por la expresión (5.6.3), obtenemos

$$\bar{C} = a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F^{\bullet}_C \bar{C} + \Gamma_Q F^{\bullet}_C \bar{C}^{\bullet}_F + e\right]$$

y despejando $\bar{C}$, nos queda

$$\bar{C} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F^{\bullet}_C \bar{C}^{\bullet}_F + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\Gamma_Q F^{\bullet}_C} \tag{5.6.6'}$$

O sea, $\bar{C}$ se expresa en función de valores conocidos. Ahora, sustituyendo el valor de $\bar{C}$ en (5.6.3) obtenemos el valor de C, el que a su vez remplazamos en la ecuación (5.6.4') para calcular finalmente el valor de $Q^{\bullet}$.

Analicemos, en primer lugar, las solución para el año base de las dos primeras ecuaciones del modelo, utilizando los resultados obtenidos más arriba. Los parámetros $t^{\bullet}_W$, $T^{\bullet}_W$, $t^{\bullet}_R$, $T^{\bullet}_R$, β_o, β_W y β_R de la ecuación (5.6.1) se determinan exógenamente, ya sea por medio de una estimación econométrica o sencillamente mediante valores que se desean experimentar. Por lo tanto, el valor que se obtenga de $\bar{C}$ utilizando estos valores no tiene porqué coincidir con el valor histórico observado para el año base. Por lo tanto, al evaluar (5.6.1) en el año base, la ecuación nos da como resultado

$$\bar{C} = \bar{C}^0 + \varepsilon_C \tag{5.6.7'}$$

donde $\bar{C}$ es el valor "estimado" por la ecuación (5.6.6') para el año base, $\bar{C}^0$ es el valor histórico y ε_C es el "error" o desvío. Esto es:

$$\bar{C} = \bar{C}^0 + \varepsilon_C = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F^{\bullet}_C \bar{C}^{\bullet}_F + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1}\Gamma_Q F^{\bullet}_C}$$

Entonces,

$$\varepsilon_C = \bar{C} - \bar{C}^0 \tag{5.6.8'}$$

Sin embargo, si se desea "ajustar" la ecuación (5.6.1), de tal forma que para el año base el valor estimado y el observado (histórico) coincidan, entonces, el problema es calcular una corrección sobre el β_o que compense exactamente el desvío. Con este propósito, definamos:

$$\bar{C}^{*} = -\varepsilon_C \left[I - b\left(1 - \Gamma_Q A^{*}\right)^{-1} \Gamma_Q F_C^{*}\right] \tag{5.6.9'}$$

donde ε_C se calcula como la diferencia entre el valor estimado con la ecuación (5.6.6') y el valor histórico del año base, es decir, de acuerdo con la ecuación (5.6.8'). Ahora, sumamos $\bar{C}^{*}$ al β_o de la ecuación (5.6.1), de tal forma que, en la ecuación (5.6.6') podemos escribir:

$$\bar{C} = \frac{a' + \bar{C}^{*} + b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F_C^{*} \bar{C}_F^{*} + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1} \Gamma_Q F_C^{*}}$$

o sea,

$$\bar{C} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F_C^{*} \bar{C}_F^{*} + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1} \Gamma_Q F_C^{*}} + \frac{\bar{C}^{*}}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1} \Gamma_Q F_C^{*}}$$

Por la ecuación (5.6.9'), el último término es igual a $-\varepsilon_C$, de tal forma que:

$$\bar{C} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F_C^{*} \bar{C}_F^{*} + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{*}\right]^{-1} \Gamma_Q F_C^{*}} - \varepsilon_C = \bar{C}^{0}$$

Por lo tanto, el valor finalmente estimado coincide con el observado para el año base. De otra forma, si introducimos $\bar{C}^{*}$ en la ecuación (5.6.1'), obtenemos

$$\bar{C} = a' + bQ^{*} + \bar{C}^{*}$$

o sea,

$$\bar{C} = \beta_o + \beta_W \frac{1}{p_C} \left[\left(1 - t^{\bullet}_W\right) \pi^{\bullet}_W \hat{B}^{\bullet}_W Q^{\bullet} - T^{\bullet}_W\right] + \beta_R \frac{1}{p_C} \left[\left(1 - t^{\bullet}_R\right) \pi^{\bullet}_R \hat{B}^{\bullet}_R \hat{\Theta} Q^{\bullet} - T^{\bullet}_R\right] + \bar{C}^{\bullet}$$

donde $\bar{C}^{\bullet}$ es el factor de ajuste para que $\bar{C}$ sea igual a $\bar{C}^0$ al evaluar el modelo en el año base. En otras palabras, $\bar{C}^{\bullet}$ es el valor por el que hay que ajustar el valor de la ordenada al origen de la función de consumo, β_o, para que ésta pase por el valor observado en el año base. Por lo tanto, para años posteriores al año base, $\bar{C}^{\bullet}$ no se vuelve a calcular. Entonces, si ahora volvemos a sustituir C y $Q^{\bullet}$ por las ecuaciones (5.6.3) y (5.6.2'), respectivamente, y despejamos nuevamente $\bar{C}$, obtenemos

$$\bar{C} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1} \left[\Gamma_Q F^{\bullet}_C \bar{C}^{\bullet}_F + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1} \Gamma_Q F^{\bullet}_C} + \frac{\bar{C}^{\bullet}}{1 - b\left[I - \Gamma_Q A^{\bullet}\right]^{-1} \Gamma_Q F^{\bullet}_C} \tag{5.6.10'}$$

Esta última expresión es válida para cualquier año del periodo de simulación (solución) del modelo.

Sinteticemos el procedimiento en los siguientes pasos:

(i) Se calcula el valor del consumo privado de los residentes para el año base con los parámetros estimados originalmente. Con este valor estimado se calcula el "error", como la diferencia entre el mismo y el valor histórico, es decir,

$$\varepsilon_C = \bar{C} - \bar{C}^0$$

(ii) Con el "error", ε_C, se calcula $\bar{C}^{\bullet}$:

$$\bar{C}^{\bullet} = -\varepsilon_C \left[I - b \left(1 - \Gamma_Q A^{\bullet}\right)^{-1} \Gamma_Q F^{\bullet}_C\right]$$

(iii) Con el valor de $\bar{C}^{\bullet}$ se corrige la ecuación original.

Aplicación del modelo de cantidades

Podemos ahora utilizar la misma matriz de insumo–producto del año 1980 para resolver un ejercicio con una versión limitada del modelo de cantidades. En este caso, los supuestos del ejercicio son los siguientes:

1) la producción de los sectores 1 y 2 se determina exógenamente;
2) todos los componentes de la demanda final se determinan exógenamente;
3) el valor agregado y las importaciones se determinan endógenamente.

Observemos que estamos suponiendo que el consumo privado también es exógeno. En consecuencia, el modelo queda restringido a la ecuación de balance de la producción y a las ecuaciones de valor agregado e importaciones. Bajo estos supuestos podemos calcular los niveles de estas variables en dos escenarios alternativos. En el primero, llamado *solución base*, los valores de las variables exógenas se establecen al mismo nivel que los observados en el cuadro 4.1.1b, correspondiente al año base, es decir, 1980. En el segundo, llamado *escenario alternativo*, los valores de dichas variables se fijan conforme a escenarios cuyas implicaciones se desea analizar. Así, por ejemplo, estudiaremos qué impacto tendría sobre las variables endógenas incluidas en el modelo si la inversión se incrementa en un 15% y la producción del sector 1 aumenta en un 10%.

Con el propósito de determinar el vector $Q^{\cdot}$, despejemos de la expresión (5.6.2) para obtener:

$$Q^{\cdot} = \left[I - \Gamma_Q A^{\cdot}\right]^{-1}\left[\Gamma_Q F^{\cdot}_C C + \Gamma_Q F^{\cdot}_G G + \Gamma_Q F^{\cdot}_I I + \Gamma_Q L^{\cdot}_D + \Gamma_Q F^{\cdot}_X X + \bar{Q}^{\cdot}\right]$$

Solución base

Con base en los datos de la matriz de insumo–producto, los supuestos del modelo y las matrices de coeficientes, se establecen los siguientes elementos del sistema de ecuaciones:

$$C = 2908656 \quad G = 448744 \quad I = 1106758 \quad L_D^{*} = \begin{bmatrix} 34724 \\ 41485 \\ 0 \end{bmatrix} \quad X = 433161$$

$$F_C^{*} = \begin{bmatrix} 0.058646330 \\ 0.355445264 \\ 0.555066326 \end{bmatrix} \quad F_G^{*} = \begin{bmatrix} 0.00170253 \\ 0.04655661 \\ 0.63861355 \end{bmatrix} \quad F_I^{*} = \begin{bmatrix} 0.006945511 \\ 0.716138487 \\ 0.158664315 \end{bmatrix}$$

$$F_X^{*} = \begin{bmatrix} 0.149408649 \\ 0.240395603 \\ 0.610195747 \end{bmatrix} \quad Q^{*} = \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Gamma_Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El primer componente de la fórmula nos queda:

$$\left(I - \Gamma_Q A^{*}\right)^{-1} = \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.09570 & 0.11586 & 0.00061 \\ 0.01100 & 0.25884 & 0.06587 \\ 0.05174 & 0.11973 & 0.12587 \end{bmatrix}\right]^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.05919 & 0.13700 & 0.14400 \end{bmatrix}^{-1}$$

Si sustituimos los valores anteriores en los sumandos del segundo componente de la ecuación, obtenemos:

$$\Gamma_Q F_C^{*} C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.05865 \\ 0.35545 \\ 0.55507 \end{bmatrix} * [2908656] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1614497 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_Q F^{\cdot}_G G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.00170 \\ 0.04656 \\ 0.63861 \end{bmatrix} * [448744] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 286574 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_Q F^{\cdot}_I I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.00695 \\ 0.71614 \\ 0.15866 \end{bmatrix} * [1106758] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 175603 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_Q L^{\cdot}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 34724 \\ 41485 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_Q F^{\cdot}_X X = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0.14941 \\ 0.24040 \\ 0.61020 \end{bmatrix} * [433161] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 264313 \end{bmatrix}$$

Con base en estos resultados, podemos ahora calcular el segundo componente de la ecuación, es decir,

$$\Gamma_Q F^{\cdot}_C C + \Gamma_Q F^{\cdot}_G G + \Gamma_Q F^{\cdot}_I I + \Gamma_Q L^{\cdot}_D + \Gamma_Q F^{\cdot}_X X + \bar{Q}^{\cdot}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1614497 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 286574 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 175603 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 264313 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 2340987 \end{bmatrix}$$

Finalmente, si ahora multiplicamos los dos componentes de la ecuación, nos queda:

$$Q_0^* = \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 3140482 \end{bmatrix}$$

Observemos que los valores obtenidos para los niveles de producción de cada actividad son iguales a los del cuadro que sirvió de base para el ejercicio, resultado que comprueba las consistencia de los mismos.

Con base en los resultados obtenidos y utilizando los coeficientes de valor agregado que ya determinamos, podemos calcular los niveles de valor agregado conforme a la ecuación (5.6.7). Entonces, sustituyendo en la ecuación señalada, obtenemos

$$V_0^{'} = \begin{bmatrix} 0.728935 & 0 & 0 \\ 0 & 0.427415 & 0 \\ 0 & 0 & 0.796747 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 3140482 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 512093 \\ 1320339 \\ 2502171 \end{bmatrix}$$

El nivel de las importaciones lo calculamos conforme a la ecuación (5.6.4). Con este propósito, es necesario calcular los parámetros que intervienen en la misma, es decir,

$$F_{MC}^{*} = [0.030842089] \quad F_{MI}^{*} = [0.11825169] \quad L_{B}^{*} = 25660$$

$$F_{MG}^{*} = [0.011231348]$$

Reemplazando estos valores en la ecuación indicada, nos queda

$$M_0 = [0.01359957 \quad 0.07583022 \quad 0.01090438] \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 3140482 \end{bmatrix}$$

$$+[0.03084208][2908656]+[0.11825169][1106758]+[0.011231348]$$
$$[448744]+[25660]$$

$$M_0 = [528065]$$

Por último, calculemos el desbalance sectorial, utilizando la ecuación (5.6.5). En este caso, ya tenemos todos los elementos que intervienen en la misma, de tal forma que:

$$Z_0 = \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 3140482 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.095695 & 0.115859 & 0.000605 \\ 0.110028 & 0.258842 & 0.065873 \\ 0.051742 & 0.119728 & 0.125871 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 702522 \\ 3072403 \\ 3140482 \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} 0.058646 \\ 0.355445 \\ 0.555066 \end{bmatrix} [2908656] + \begin{bmatrix} 0.001703 \\ 0.046557 \\ 0.638614 \end{bmatrix} [448744] + \begin{bmatrix} 0.006946 \\ 0.716139 \\ 0.158664 \end{bmatrix} [1106758]$$

$$+\begin{bmatrix} 33678 \\ 41485 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.149409 \\ 0.240396 \\ 0.610196 \end{bmatrix} [433161]$$

$$Z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Escenario alternativo

Supongamos que la inversión se incrementa en un 15% y simultáneamente la producción del sector 1 crece en un 10%. Apliquemos el mismo procedimiento para obtener la solución para Q^*. La primer parte de la fórmula, es decir, la matriz inversa, no se modifica. En el segundo componente, sin embargo, es necesario recalcular sólo los términos que se modifican. En este caso, el término referido a la inversión y el correspondiente a los valores de la producción determinados exógenamente experimentan cambios, de tal forma que:

$$\Gamma_Q F_I^* I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00695 \\ 0.71614 \\ 0.15866 \end{bmatrix} * [1272772] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 201943.45 \end{bmatrix} \quad \bar{Q}_1^* = \begin{bmatrix} 772774 \\ 3072403 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Remplacemos estos valores en el segundo componente de la ecuación:

$$\Gamma_Q F_C^* C + \Gamma_Q F_G^* G + \Gamma_Q F_I^* I + \Gamma_Q L_D^* + \Gamma_Q F_X^* X + \bar{Q}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1614497 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 286574 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 201943 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 264313 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 772774 \\ 3072403 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 772774 \\ 3072403 \\ 2367327 \end{bmatrix}$$

Por último, si premultiplicamos este resultado por la matriz inversa, nos queda

$$Q_1^* = \begin{bmatrix} 772774 \\ 3072403 \\ 3174774 \end{bmatrix}$$

Calculemos ahora el vector de valor agregado para los nuevos niveles de producción, con base en la ecuación (5.6.7):

$$V_0^{'} = \begin{bmatrix} 0.72894 & 0 & 0 \\ 0 & 0.42741 & 0 \\ 0 & 0 & 0.79675 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 772774 \\ 3072403 \\ 3174774 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 563302 \\ 1320339 \\ 2529493 \end{bmatrix}$$

Por su parte, el nivel de las importaciones también se altera, conforme a los nuevos niveles de producción:

$$M_1 = [0.013600 \quad 0.075830 \quad 0.010904] \begin{bmatrix} 772744 \\ 3072403 \\ 3174774 \end{bmatrix} + [0.030843][2908656]$$

$$+[0.118252][1272771.7]+[0.011231][448744]+[25660]$$

$$M_1 = [549025.7]$$

Finalmente, calculemos el desbalance, conforme a la ecuación (5.6.5):

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 772774.2 \\ 3072403.0 \\ 3174773.8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.095695 & 0.115859 & 0.000605 \\ 0.110028 & 0.258842 & 0.065873 \\ 0.051742 & 0.119727 & 0.125871 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 772774.2 \\ 3072403.0 \\ 3174773.8 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.058646 \\ 0.355445 \\ 0.555066 \end{bmatrix} [2908656] + \begin{bmatrix} 0.001703 \\ 0.046557 \\ 0.638614 \end{bmatrix} [448744] + \begin{bmatrix} 0.006946 \\ 0.716139 \\ 0.158664 \end{bmatrix} [1272772]$$

$$+ \begin{bmatrix} 33678 \\ 41485 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.149409 \\ 0.240396 \\ 0.610196 \end{bmatrix} [433161]$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 62356 \\ -128877 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Observemos que se presenta un exceso de oferta en el sector 1 y un exceso de demanda en el sector 2. Por su parte, el sector 3, cuya producción se determina endógenamente, no presenta desbalance entre oferta y demanda. En el cuadro 5.6 mostramos el nuevo cuadro de transacciones interindustriales, obtenido con base en la solución del modelo de cantidades. En el mismo, las diferencias entre ofertas (sumas de columnas) y demandas (sumas de filas) son iguales a los valores obtenidos en el vector Z.

Cuadro 5.6. Transacciones interindustriales con desbalance

	Sectores			C	G	FBKF	VE	X	V.B.P
Sectores	S1	S2	S3						
S1	73,951	355,965	1.921	170.582	761	8.810	33,678	61,718	710,119
S2	85,027	795,267	209.131	1,033,868	20.892	911,181	41,485	104,130	3,201,280
S3	39,985	367,851	399,610	1,614,497	286,574	201,911	0	264,313	3,174,774
Ins. nacionales	198,963	1,519,083	610.662	2,818,947	308,230	1,122,261	75,163	433.161	7,086,473
Importaciones	10,509	232,981	34,619	89,709	5,010	150.507	25.660	0	549,026
Insumos totales	209,472	1,752,064	645,281	2,908,656	313,270	1,272,772	100,823	433,161	7,635,498
V.A.B.	563,302	1,320,339	2,529,493	0	135,474	0	0	0	4,548,608
Salarios	136,765	533,920	826,756	0	134,850	0	0	0	1,632,291
Beneficios	425,779	714,706	1,429,520	0	422	0	0	0	2,5701,27
Imp. ind. netos	758	71,713	273,217	0	202	0	0	0	345,890
V. B. P	772,774	3,072,403	3,174,774	2,908,656	448,744	1,272,772	100,823	133,161	12,184,107

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Es necesario asignar dichos excesos, con el propósito de lograr un cuadro balanceado. En el cuadro 5.7 hemos incrementado el valor de las exportaciones del sector 1 por el monto del exceso de oferta (62,356), mientras que hemos disminuido el valor de las exportaciones y de la variación de existencias en el sector 2 por la magnitud del exceso de demanda (78,877 y 50,000, respectivamente), de tal forma que el nuevo cuadro de transacciones interindustriales no presente desbalance. Observemos que estos ajustes no afectan los niveles de producción, es decir, la oferta ya generada. En efecto, exportar más de un bien que ya ha sido producido, con el propósito de eliminar un exceso de oferta, no modifica los niveles de producción; de la misma manera, disminuir las existencias de un bien que fue producido en períodos pasados, con el propósito de satisfacer un exceso de demanda, no significa alterar los niveles de producción de este bien en el periodo corriente.

Cuadro 5.7. Transacciones interindustriales balanceadas

	Sectores			C	G	FBKF	VE	X	V.B.P
Sectores	S1	S2	S3						
S1	73,951	355,965	1,921	170,582	764	8,840	33,678	127,064	772,775
S2	85,027	795,267	209,131	1,033,868	20.892	911,481	–8,515	25,253	3,072,403
S3	39,985	367,851	399,610	1,614,497	286,574	201,913		264,313	3,174,774
Ins. nacionales	198,963	1,519,083	610,662	2,818,947	308,230	1,122,261	25,163	416,640	7,019,952
Importaciones	10,509	232,981	34,619	89,709	5.040	150,507	25,660		549,026
Insumos totales	209,472	1,752,064	645,281	2,908,656	313,270	1,272, 722	50,823	416,640	7,568,977
V.A.B.	563,302	1,320.339	2,529,493		135,474				4,548,608
Salarios	136.765	533.920	826.756		134,850				1,632,291
Beneficios	425,779	714,706	1,429,520		422				2,570,427
Imp. ind. netos	758	71,713	273,217		202				345890
V. B. P	772,774	3.072,403	3,174,774	2,908,656	448,744	1,272,772	50,823	416,640	12,117,586

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

CAPÍTULO

6

Cambios en la matriz de insumo–producto y análisis de productividad

6.1 Tablas a precios constantes

En la teoría pura del insumo–producto que expusimos en el capítulo 1, los coeficientes se refieren a las cantidades físicas de mercancías utilizadas para producir una determinada cantidad física de otra mercancía. Sin embargo, como ya hemos argumentado, casi todas las tablas se preparan en valores monetarios, con los precios vigentes en el período corriente para el que se valoran las transacciones. Puesto que los precios varían de un año a otro, estas variaciones modifican el valor de las transacciones, aun en el caso en que los flujos físicos no se hayan alterado. Por lo tanto, cuando se elaboran matrices para dos años diferentes, es necesario eliminar estos efectos de los precios y construir tablas a precios constantes.

Pueden distinguirse dos razones principales que justifican la importancia de las tablas a precios constantes. En primer lugar, aunque las tablas de insumo–producto se midan en valores monetarios, es importante que los coeficientes se interpreten en términos físicos. Estos coeficientes son coeficientes técnicos y los insumos deben depender solamente del nivel de la correspondiente producción en términos físicos, no debiendo variar por los cambios de precios.[1] En un modelo que utilice el insumo–producto, puede ser conveniente proyectar hacia el futuro las tendencias observadas de los

[1] Esto no excluye la posibilidad de que un cambio en el precio relativo de dos insumos pueda dar por resultado un cambio técnico que permitirá que el más caro sea sustituido por el que ahora es relativamente más barato.

coeficientes a fin de obtener una predicción correcta de la tabla de insumo–producto en un año futuro. Las tendencias a observar y proyectar han de referirse a los cambios en los coeficientes técnicos físicos y no han de reflejar las variaciones de los precios a los que se valoran los insumos físicos. Esto sólo puede lograrse si las tablas de insumo–producto se valoran a precios constantes (Naciones Unidas, 1974).

La segunda razón por la cual es importante volver a valorar las tablas de insumo–producto a precios constantes es la de que pueden formar parte de un sistema estadístico completo de números índices de precios y cantidades. Esta utilización de las tablas de insumo–producto se trata brevemente más adelante en este mismo capítulo (Naciones Unidas, 1970).

Cuando una tabla de insumo–producto se vuelve a valorar a los precios de algún otro año –el año base– es esencial que esto se haga al mismo tiempo que se vuelve a valorar el resto de las cuentas de producción. Los vectores de demanda final y el lado de la oferta, es decir, las producciones e importaciones por sector, deben volverse a valorar simultáneamente con la tabla insumo–producto. Sólo de este modo se puede tener seguridad de que la oferta y la demanda de todos los sectores estarán en equilibrio, tanto a precios constantes como corrientes. Intentar revalorizar sólo la tabla de insumo–producto fácilmente podría dar por resultado, dada la imperfecta naturaleza de muchas estadísticas, índices implícitos de precios de la demanda final que serán inconsistentes con los restantes datos. La consistencia necesaria para conseguir confiabilidad solamente se logrará si toda la revalorización se realiza dentro de una operación única.

Este método es especialmente importante cuando la unidad de análisis es una agregación de mercancías, dada la falta de homogeneidad de las mismas en la mayor parte de las clasificaciones industriales. La composición de un determinado grupo de mercancías puede variar entre las compras para la demanda intermedia y los compradores finales y también entre los diversos compradores industriales. A menos que la tasa de variación de los precios sea la misma para cada uno de los productos del grupo, la variación de precios entre un año y otro será diferente para cada uno de los compradores. Por consiguiente, en muchos casos no será posible aplicar un índice de precios uniforme a todos los asientos de una determinada fila, como sería el caso de una mercancía homogénea. En realidad, si las estadísticas detalladas de que se disponga lo permiten, deberán revalorarse por separado tantas casillas de la tabla de insumo–producto como sea posible (Naciones Unidas, 1974).

Debemos observar que cuando la unidad de análisis es una agrupación de establecimientos, es decir, una industria, surge un problema especial al intentar equilibrar sus cuentas. En efecto, los productos de las industrias pueden volverse a valorar a los precios de otro año, lo mismo que los insumos de mercancías que entran en las industrias. Pero el intento de revalorizar los pagos a los insumos primarios a los precios de otro año, plantea grandes problemas conceptuales. Si esta revalorización no puede hacerse, entonces no será posible la revalorización completa de los insumos de las industrias ni su equilibrio y contraste con los productos de éstas. Los intentos que se hagan para revalorizar estos ingresos, y muy especialmente el excedente de explotación (beneficio), son necesariamente arbitrarios y con frecuencia conceptualmente débiles. La solución normal para medir los ingresos de los insumos primarios a precios constantes, consiste en substraer el valor de los insumos intermedios a precios constantes, del valor bruto de la producción a precios constantes. De este modo, dichos ingresos se tratan como la partida residual o saldo de las cuentas de las industrias.

Pueden obtenerse tablas y cuentas a precios constantes aplicando indicadores de cantidad (índices de volumen) a los datos del año base o bien aplicando índices de precios a los datos del año corriente. En un sistema estadístico ideal los resultados de estos dos métodos serán idénticos y en la práctica es conveniente intentar ambos procedimientos siempre que sea posible. Habrá algunas mercancías, tales como las maquinarias o las del sector servicios, para las que serán difíciles las medidas de cantidad, pudiendo utilizarse únicamente índices de precios. Sin embargo, en muchos casos, para la producción total, aunque no para las ventas a los distintos compradores, se podrán utilizar ambos métodos. Las diferencias en los resultados indicarán la debilidad de los indicadores utilizados, llevando de este modo a una mejora de las estadísticas.

En caso de disponer exclusivamente de índices de cambio de precios de la demanda final, del valor bruto de producción y de los insumos importados, se pueden valorar, a precios constantes y para cada rama, la demanda final y el valor bruto de la producción. Por diferencia se puede efectuar el cálculo de los índices implícitos del destino intermedio de la producción de cada rama, que al aplicarse, valoran a precios constantes las respectivas demandas intermedias. Una vez valoradas a precios constantes las submatrices de transacciones intermedias y de demanda final, el consumo intermedio de origen nacional y los insumos importados, se obtiene por diferencia el valor agregado a precios constantes.[2] Este procedimiento supone que la serie de mercancías producidas por una industria sufre exactamente el mismo cambio de precio, o que cada industria produce un producto homogéneo, es decir, en el sentido de producir solamente una mercancía, o, finalmente, que las ponderaciones de las mercancías individuales en la producción de un sector dado es constante y, por lo tanto, independiente a su vez de los cambios de los precios.[3]

En el caso en que sólo se cuente con índices de precios para las actividades de producción, calculamos primero todas las transacciones cuyo origen corresponde al mismo sector (fila) con el índice de precios correspondiente a esa actividad; en segundo lugar, calculamos las producciones a precios constantes; y finalmente, obtenemos el valor agregado a precios constantes por diferencia. Es decir, si llamamos $\overline{W}$ a la matriz de las transacciones intermedias a precios constantes, podemos escribir

$$\overline{W} = \hat{p}^{*-1} W \tag{6.1.1}$$

Por otra parte, podemos expresar el vector de producción a precios constantes, $\overline{Q}^{*}$, de acuerdo con la siguiente expresión:

[2] Con este procedimiento es probable obtener un resultado. para el valor agregado. inconsistente con el que se presenta en las cuentas nacionales (Mariña. 1995). Esto depende en gran medida del nivel de agregación con que se trabaje y la bondad de los índices de precios que se uticen para deflactar los insumos intermedios.

[3] De hecho. este procedimiento se aplicó en México para expresar matrices correspondientes a los años 1950 y 1960 a precios del año 1970. Ver S.P.P.. 1981b.

$$\overline{Q}^{*} = \hat{p}^{*-1} Q^{*} \tag{6.1.2}$$

Podemos ahora obtener el valor agregado a precios constantes, $\overline{V}$, como la diferencia entre el valor de la producción a precios constantes y el valor de los insumos intermedios a precios constantes, es decir,

$$\overline{V} = \overline{Q}^{*'} - \iota \overline{W} \tag{6.1.3}$$

Si las importaciones de insumos aparecen por separado y se cuenta con un índice de precios para las mismas, calculamos primero las importaciones a precios constantes y posteriormente obtenemos el valor agregado a precios constante por diferencia, es decir,

$$\overline{V} = \overline{Q}^{*'} - \iota \overline{W} - \overline{U}_m \tag{6.1.4}$$

donde $\overline{U}_m$ es un vector fila en que el elemento $\overline{u}_j^m$ es la cantidad monetaria de insumos intermedios, a precios constantes, utilizados en la industria j.

Abordemos ahora el tema en términos de los coeficientes monetarios a precios constantes. Para ello, en primer lugar debemos obtener la matriz de coeficientes de insumo producto monetarios, a precios constantes. Si se tienen los índices de precios de cada rama y la matriz de coeficientes técnicos a precios corrientes, A^{*}, se puede calcular la matriz de coeficientes técnicos a precios constantes, $\overline{A}_t^{*}$, mediante el procedimiento que describimos a continuación. Recordemos la ecuación (2.3.9) que obtuvimos en el capítulo 2:

$$A_t^{*} = \hat{p}^{*} A_0^{*} \hat{p}^{*-1} \tag{2.3.9}$$

donde A_t^{*}, es la matriz de coeficientes técnicos monetarios para el año t y A_0^{*} es la matriz de coeficientes técnicos monetarios para el año 0, es decir, para el año base. Puesto que esta relación la obtuvimos suponiendo que la matriz de coeficientes físicos, A, no cambia, la matriz A_t^{*} se diferencia de la matriz A_0^{*} sólo en los precios de los bienes. Por lo tanto, la matriz A_0^{*} equivale a la matriz A_t^{*} expresada a precios del año base, o sea,

$$A_0^{*} = \bar{A}_t^{*} \tag{6.1.5}$$

donde $\bar{A}_t^{*}$ es la matriz del año t expresada en términos de los precios del año 0, es decir, a precios constantes. Entonces, podemos obtener $\bar{A}_t^{*}$ de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\bar{A}_t^{*} = \hat{p}^{*-1} A_t^{*} \hat{p}^{*} \tag{6.1.6}$$

Con ello, es posible calcular el valor agregado por unidad de cada actividad de producción, a precios constantes, mediante la diferencia, es decir,

$$\bar{v}_j = 1 - \bar{b}_j^{*m} - \sum_{i=1}^{n} \bar{a}_{ij}^{*} \tag{6.1.7}$$

donde $\bar{b}_j^{*m}$ es el coeficiente de insumos intermedios importados del sector j, a precios constantes, y $\bar{a}_{ij}^{*}$ es el coeficiente de insumo–producto, en términos monetarios, a precios constantes. Aun cuando los supuestos que fundamentan el método aplicado van de acuerdo con las hipótesis del modelo de insumo–producto, son sólo aproximaciones y, por lo tanto, sus resultados deben ser vistos desde otros ángulos, a fin de verificar el grado de confiabilidad de los mismos.

6.2 Índices de precios y cantidades

6.2.1 Generalidades

Los números índices de cantidades y precios de la producción, importación y utilización de bienes y servicios son necesarios para abordar muchos aspectos del análisis de una economía moderna y por ello se elaboran corrientemente dichos índices como series independientes, así como formando una parte integrante de las cuentas nacionales. Los intentos actuales de establecer un conjunto integrado de números índices de precios y cantidades adaptan tanto las series de contabilidad nacional a precios constantes, como los índices tradicionales de precios y cantidades, dentro de un único marco coherente y articulado que acrecienta la utilidad analítica y la fiabilidad de estas series de datos (Naciones Unidas, 1970, 1974).

El marco de las cuentas nacionales, a precios corrientes y constantes, proporciona una base para la descomposición de las corrientes de bienes y servicios y sus componentes de precio y cantidad. Dichas corrientes se refieren al producto bruto, el consumo intermedio y final, la formación bruta de capital fijo, el aumento de existencias y las importaciones y exportaciones. Es conveniente disponer de un sistema de números índices que proporcione índices de precios y de cantidades de estas corrientes, distinguiendo en muchos casos, además, la composición por mercancías de estas corrientes.

Por consiguiente, es importante que en el marco de la contabilidad nacional se incluya una tabla de insumo–producto, a precios constantes, entre las corrientes que han de descomponerse en los elementos precio y cantidad. Como se puso de relieve más arriba, la inclusión de la tabla de insumo–producto y su conversión a precios constantes al mismo tiempo que otras corrientes contribuirá a la consistencia entre las series de partes diversas de las cuentas, aumentando de este modo la confiabilidad del trabajo.

El papel central de la tabla de insumo–producto en la cuenta de producción dentro del sistema de contabilidad nacional la convierte en un marco inapreciable para la determinación de las ponderaciones, para el año–base y el año corriente, del sistema de números índices, la selección de muestras interrelacionadas para reunir series integradas de indicadores de cantidad, de precios y de valor, y la elaboración de series enlazadas y consistentes de números índices de precios, cantidades y valores. En cualquier caso, es conveniente utilizar las tablas de insumo–producto como el marco para la elaboración de series anuales, e incluso trimestrales, de números índices y para la selección de muestras y el cálculo de ponderaciones en todo tipo de encuestas. La compilación de series anuales de números índices dentro del marco de las tablas de insumo–producto proporciona, además de otras cosas, ponderaciones relativamente corrientes para las series de precios y la base para compilar series mensuales de números índices sobre la aplicación de bienes y servicios a las fuentes interiores. El empleo de las tablas de insumo–producto como marco para elaborar el sistema de números índices ayuda también a rellenar las lagunas de las series disponibles de indicadores.

6.2.2 Valor agregado a precios constantes

Una de las utilizaciones más importantes de una tabla de insumo–producto en la construcción de números índices es su papel en la estimación del valor agregado a precios constantes por el método de la doble deflación. El valor agregado de cada industria puede obtenerse restando el valor de los insumos intermedios del valor de la producción bruta; posteriormente, la suma de los valores agregados de las industrias proporciona una estimación del producto interno bruto total, desde la óptica del ingreso. La estimación del valor agregado a precios constantes implica, por lo tanto, la revalorización de la tabla de insumo–producto a precios constantes, sustrayendo la suma de los insumos intermedios de una industria, a precios constantes, del valor de su producción bruta, también revaluado a precios constantes (Naciones Unidas, 1974). A continuación, describiremos con más detalle este procedimiento.

El vector del valor agregado de cada industria en el año base, $t = 0$, V_0, se puede escribir como:

$$V_0 = p_0\hat{Q}_0 - p_0A_0\hat{Q}_0 = p_0(I - A_0)\hat{Q}_0 \tag{6.2.1}$$

Aquí, el primer término, $p_0\hat{Q}_0$, mide el valor bruto de la producción de cada industria y el segundo término, $p_0A_0\hat{Q}_0$, es el valor de los totales por columna de los insumos intermedios de la tabla de insumo–producto, a los precios del año 0. El vector del valor agregado de las industrias en el año 1, a precios del año 0, V_1, puede escribirse como:

$$\overline{V}_1 = p_0\hat{Q}_1 - p_0A_1\hat{Q}_1 = p_0(I - A_1)\hat{Q}_1 \tag{6.2.2}$$

Aquí, tanto las producciones brutas como los insumos se han revaluado a los precios del año base, $t = 0$, restándose para obtener el valor agregado a precios constantes.

El índice Laspeyres del valor agregado, con ponderación del año base, *ILVA*, puede entonces obtenerse dividiendo (6.2.2) por (6.2.1):[4]

$$ILVA = \oslash \frac{\overline{V}_1}{V_0} = \oslash \frac{p_0(I - A_1)\hat{Q}_1}{p_0(I - A_0)\hat{Q}_0} \tag{6.2.3}$$

El método para medir los cambios de cantidad del valor agregado de las industrias que generalmente se utiliza cuando no se dispone de una tabla de insumo–producto para el año corriente, $t = 1$, es el método de la simple deflación. Esta forma de índice puede escribirse como

$$\overline{ILVA} = \oslash \frac{p_0(I - A_0)\hat{Q}_1}{p_0(I - A_0)\hat{Q}_0} \tag{6.2.4}$$

En general, la hipótesis de que la matriz de coeficientes no ha variado no estará justificada, siendo probable que este índice presente un resultado carente de confiabilidad. Esto puede verse más claramente si reescribimos la ecuación (6.2.3) en forma desarrollada, es decir,

4 Puesto que el numerador y el denominador de esta expresión son vectores. su cociente sólo está definido como otro vector donde cada elemento es el cociente de los elementos correspondientes de ambos vectores. operación que está indicada con el símbolo $\oslash$.

$$ILVA = 0\,\frac{p_0\hat{Q}_1 - p_0A_1\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0} = 0\,\frac{p_0\hat{Q}_1 - p_0A_1\hat{Q}_1 - p_0A_0\hat{Q}_1 + p_0A_0\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0} =$$

$$= 0\,\frac{p_0\hat{Q}_1 - p_0A_0\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0} + 0\,\frac{p_0A_0\hat{Q}_1 - p_0A_1\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0}$$

$$= 0\,\frac{p_0(I-A_0)\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0} + 0\,\frac{p_0(A_0-A_1)\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0}$$

(6.2.5)

El primer término de esta última ecuación es el índice de la simple deflación dado en la expresión (6.2.4), y el segundo término, por consiguiente, mide el error del método de la simple deflación. Reagrupando, obtenemos

$$ILVA = \overline{ILVA} + 0\,\frac{p_0(A_0-A_1)\hat{Q}_1}{p_0(I-A_0)\hat{Q}_0}$$

(6.2.6)

Por lo tanto, se ve que el método de la simple deflación carecerá de confiabilidad si los coeficientes de insumo–producto han variado durante el período de que se trate. No se quiere decir, sin embargo, que para la elaboración de índices de cantidad anuales sea necesario el método de la doble deflación, ya que los coeficientes no cambiarán significativamente a lo largo de un año. Para estos índices, el método de la simple deflación será adecuado.

Finalmente, desde el punto de vista aplicado, las expresiones (6.2.3) y (6.2.4) no son factibles de calcularse, puesto que no es posible obtener las matrices de coeficientes técnicos en términos físicos para una economía real. Sin embargo, con base en los fundamentos desarrollados en el capítulo 1, se puede demostrar que las mismas se preservan en términos de coeficientes monetarios, a precios constantes, y de índices de precios, de tal forma que podemos escribir:

$$ILVA^{*} = 0 \frac{p_0^{*}(I - \bar{A}_1^{*})\hat{\bar{Q}}_1^{*}}{p_0^{*}(I - A_0^{*})\hat{Q}_0^{*}} \tag{6.2.7}$$

donde:

p_0^{*}: vector de índices de precios para el año base;[5]

$\bar{A}_1^{*}$: matriz de coeficientes técnicos monetarios del año corriente, $t = 1$, a precios constantes;

A_0^{*} : matriz de coeficientes técnicos monetarios del año base, $t = 0$;

$\hat{\bar{Q}}_1^{*}$: matriz diagonal de las producciones monetarias del año corriente, a precios constantes;

$\hat{Q}_0^{*}$: matriz diagonal de las producciones monetarias del año base.

Para la simple deflación, nos queda

$$ILVA^{*} = 0 \frac{p_0^{*}(I - A_0^{*})\hat{\bar{Q}}_1^{*}}{p_0^{*}(I - A_0^{*})\hat{Q}_0^{*}} \tag{6.2.8}$$

Cuando se consideran los índices anuales, incluso si $A_0^{*} \neq \bar{A}_1^{*}$, es posible que el error en el método de la simple deflación no sea grande debido a que los componentes positivos y los negativos quizás se compensen entre sí en cierto grado. No se puede confiar en esta compensación de errores y siempre que sea posible deben de utilizarse tablas de insumo–producto a precios constantes para obtener estimaciones por el método de la doble deflación, aunque este método puede dar en ciertas circunstancias, resultados anómalos.

Se pueden originar resultados paradójicos si algún insumo importante se utiliza en cantidades mucho mayores que en el año base a causa de una con-

[5] Puesto que se refieren al año base, el valor de todos estos índices será la unidad.

siderable reducción de su precio relativo; en este caso, el índice de cantidad del valor agregado puede mostrar una disminución, aun cuando tanto el valor agregado a precios corrientes como el índice de cantidad de la producción bruta aumenten substancialmente. Si al mismo tiempo tiene lugar una disminución considerable de la cantidad de la producción bruta, el valor agregado a precios constantes incluso podría llegar a ser negativo. Sin embargo, como es probable que tales resultados irreales sean causados por uno o unos pocos factores principales, será posible identificar las razones de los mismos. Puede ser necesario un cambio del año base si se descubre que la principal razón es una variación considerable de la estructura de precios de los productos o de los insumos.

Si los indicadores utilizados en la doble deflación no tienen confiabilidad suficiente, pueden obtenerse también series no realistas de cantidad del valor agregado cuando los coeficientes de insumo–producto son elevados. Por ejemplo, si los indicadores de cantidad utilizados para la producción y los insumos intermedios no son representativos, un aumento de la producción bruta que se deba en realidad a un aumento proporcional del insumo intermedio, puede reflejarse en forma diferente en los dos indicadores y puede conducir a cambios aparentes del índice de cantidad del valor agregado. Por supuesto, pueden originarse cambios aparentes análogos en las medidas de precios o de cantidad si se utilizan índices de precios no representativos respecto a la producción bruta o para deflactar el insumo intermedio.

Aplicación

A continuación desarrollaremos un ejemplo numérico con base en las matrices de transacciones totales para los años 1980 ($t = 0$) y 1990 ($t = 1$).[6] En primer lugar, la forma más sencilla de calcular el índice de valor agregado, cuando las cuentas nacionales proveen directamente la información, es dividir el valor agregado, correspondiente al año $t = 1$ (1990), a precios cons-

[6] Para una aplicación más desagregada y detallada. ver Alamilla. Castañón y Salinas. 1997.

tantes, entre el del año $t = 0$ (1980), para cada uno de los sectores productivos, es decir:

$$ILVA^{*} = 0 \frac{\overline{V}_1}{V_0} \tag{6.2.9}$$

Para nuestro ejemplo numérico, con base en el la información provista por el Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM), obtenemos

Cuadro 6.2.1. Índice del valor agregado por sector

(millones de pesos a precios de productor; 1980=100)

Sectores	(1) V.A. año base (1980)	(2) V.A. año uno (1990)	(3) = (2)/ (1) Índice 1980–1990
S1	512.093	596.835	1.16548
S2	1.320.339	1.550.471	1.21543
S3	2.502.171	3.040.373	1.17430
Total	4.334.603	5.188.275	1.19694

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN DATOS DEL SCNM.

Si deseamos considerar explícitamente las relaciones interindustriales, podemos seguir los dos métodos que nos permiten calcular el índice correspondiente al valor agregado: de la doble y de la simple deflación. El primero requiere conocer tanto la matriz del año base como la del año uno, esta última valuada a precios constantes; en cambio, el método de la simple deflación no exige conocer la matriz del año 1. En el presente análisis, aplicaremos el criterio de la doble deflación, puesto que conocemos los flujos de ambas matrices. En el cuadro 6.2.2 presentamos la matriz de transacciones totales para 1980, donde hemos adicionado todos los rubros que integran el valor agregado y excluido todos los componentes de la demanda final, conforme a la información que aparece en el cuadro 4.1.1e.

Cuadro 6.2.2 Matriz de transacciones totales – año 1980
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia
S1	69.286	399.188	2.096	470.570
S2	84.572	985.011	218.914	1.288.497
S3	36.571	367.865	417.301	821.737
Consumo intermedio	190.429	1.752.064	638.311	2.580.804
Valor agregado	512.093	1.320.339	2.502.171	4.334.603
V.B.P.	702.522	3.072.403	3.140.482	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN DATOS DEL INEGI, 1986.

De acuerdo con el procedimiento que expusimos en la sección 6.1, podemos obtener el valor agregado a precios constantes, para cada uno de los sectores que componen el cuadro de transacciones interindustriales del año corriente, si restamos el valor de los insumos intermedios totales del valor bruto de la producción, ambos a precios constantes, correspondientes a estos sectores; de esta forma, obtenemos una estimación del producto interno bruto desde la óptica de los ingresos generados. Esta estimación implica la revalorización de la matriz de insumo–producto a precios constantes, sustrayendo en cada sector la suma de los insumos totales, a precios constantes, del valor de su producción bruta, también revaluado a precios constantes.

En nuestro ejemplo, trabajaremos con la matriz de transacciones totales del año 1990 que presentamos en el cuadro 4.1.1f. Puesto que dicha matriz incluye transacciones domésticas e importadas, es necesario utilizar los índices de precios correspondientes a cada una de estas transacciones. En otras palabras, por un lado, debemos obtener la matriz de transacciones domésticas a precios constantes y, por el otro, la matriz de importaciones a precios constantes, con base en los índices de precios correspondientes para cada caso; posteriormente, sumamos ambas matrices con el fin de calcular la matriz de transacciones totales de 1990, a precios constantes. En el cuadro 6.2.3 mostramos los índices de precios necesarios para nuestros cálculos. Los dos primeros índices de este cuadro, referidos a las transacciones domésticas y a las importaciones, se calcularon con base en las series de valores de la producción e importaciones, por rama, a precios corrientes y constantes suministradas por el SCNM, es decir, como precios implícitos. Una vez obtenida la matriz de transacciones totales de 1990, a precios constantes, se obvieron los índices de precios (implícitos) de las transacciones totales, que se muestran en la última columna del cuadro 6.2.3. Dejamos al lector verificar esto último relacionando la matriz señalada con la matriz de transacciones totales para ese mismo año, a precios corrientes.

Cuadro 6.2.3 Índices de precios – año 1990
(base 1980 = 100)

Sectores	Transacciones domésticas	Importaciones	Transacciones totales
S1	126.3595	133.7033	126.7800
S2	124.0163	160.6383	128.8303
S3	138.1487	178.6617	138.8176

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

En el cuadro 6.2.4 mostramos la matriz de transacciones domésticas para el año 1990, a precios corrientes, que obtuvimos directamente del cuadro 4.1.1c. Esta matriz la deflactamos con los índices de precios de las transacciones domésticas del cuadro 6.2.3, dividiendo cada renglón de las transacciones interindustriales domésticas y el valor bruto de la producción de cada sector por el índice correspondiente. Los insumos intermedios importados, a precios constantes, los obtenemos de la matriz de importaciones a precios constantes, que obtendremos a continuación. Con esta información, calculamos el valor de los insumos intermedios totales a precios constantes y los deducimos del valor bruto de la producción a precios constates, para obtener así el valor agregado por rama a precios constantes. En el cuadro 6.2.5 presentamos el resultado. Podemos observar la diferencia entre el valor agregado bruto por sector obtenido mediante el procedimiento descrito y este mismo valor suministrado por el SCNM que mostramos en el cuadro 6.2.1. Así, por ejemplo, el valor obtenido para el sector 3 en la matriz deflactada (1,693,251) sobreestima al valor real suministrado por el SCNM (1,550,471) en un 9.2%. Volveremos sobre esto al final del capítulo 7, donde discutiremos una forma alternativa de deflación que soluciona este problema.

Cuadro 6.2.4 Matriz de insumo–producto – año 1990
Transacciones domésticas
(miles de millones de pesos a precios de productor)

		Sectores			Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P
		S1	S2	S3			
	S1	10,760	45,189	241	56,190	48,312	104,502
Sectores	S2	11,017	98,974	28,725	138,716	305,210	443,926
	S3	8,057	58,879	82,340	149,276	376,067	525,343
Insumos nacionales		29,834	203,042	111,306	344,182	729,589	1,073,771
Importaciones		2,165	47,991	9,504	59,660	49,846	109,506
Insumos nac. e importaciones		31,999	251,033	120,810	403,842	779,43	1,183,277
V.A.B		72,503	192,893	404,533	669,929	16,476	686,405
V.B.P		104,502	443,926	525,343	1,073,771	795,911	1,869,682

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN BARANDA, *ET. AL.*, 1993.

Cuadro 6.2.5 Matriz de insumo producto – año 1990
Transacciones domésticas
(millones de pesos a precios de 1980)

		Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P
	S1	85.154	357.623	1.907	444.684	382.338	82.7021
Sectores	S2	88.835	798.073	231.623	1.118.530	2.461.047	3.579.578
	S3	58.321	426.200	596.024	1.080.546	2.722.190	3.802.736
Insumos nacionales		232.310	1.581.895	829.555	2.643.760	5.565.575	8.209.335
Importaciones		14.116	304.431	56.333	374.879	280.958	655.837
Insumos totales		246.426	1.886.327	885.887	3.018.639	5.846.533	9.521.010
V.A		580.596	1.693.251	2.916.850	5.190.696		
V.B.P		827.021	3.579.578	3.802.736	8.209.335		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

La matriz de importaciones del año 1990, a precios corrientes, la obtuvimos a partir de la diferencia entre las transacciones interindustriales totales (cuadro 4.1.1f) y las domésticas (cuadro 4.1.1c). En el cuadro 6.2.6 presentamos los resultados. A continuación, deflactamos esta matriz dividiendo las transacciones asentadas en cada fila por el índice de precios correspondiente del cuadro 6.2.3, obteniendo así la matriz de importaciones a precios del año 1980, que mostramos en el cuadro 6.2.7.

Cuadro 6.2.6 Matriz de importaciones año 1990
(millones de pesos a precios corrientes)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	Total
S1	601	4.535	26	5.162	1.555	6.717
S2	1.380	43.444	4.916	49.740	37.287	87.027
S3	184	12	4.562	4.758	6.648	11.406
Total	2165	47.991	9.504	59.660	45.490	105.150

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 6.2.7 Matriz de importaciones – año 1990

(millones de pesos a precios de 1980)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	Total
S1	4.495	33.919	195	38.608	11.630	50.238
S2	8,591	270.446	30.603	309.640	232.118	541.758
S3	1.030	67	25.535	26.631	37.210	63.841
Total	14.116	304.432	56.333	374.879	280.958	655.837

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Finalmente, sumamos las matrices de transacciones domésticas e importadas correspondientes al año 1990, a precios constantes, con el propósito de obtener la matriz de transacciones totales de ese año, a precios del año 1980. En el cuadro 6.2.8 presentamos el resultado de nuestros cálculos. Observemos que el valor agregado por sector, a precios constantes, es diferente al que aparece en el cuadro 6.2.1, es decir, el valor agregado obtenido por medio del procedimiento para deflactar la matriz es inconsistente con el que provee el SCNM.

Cuadro 6.2.8 Matriz de insumo producto – año 1990

Transacciones totales

(millones de pesos de 1980)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	Total
S1	89,649	391,541	2,102	483,292	393,968	877,260
S2	97,426	1,068,519	262,226	1,428,170	2,693,165	4,121,335
S3	59,351	426,267	621,559	1,107,177	2,759,400	3,866,577
Insumos totales	246,426	1,886,327	885,887	3,018,639		
VA	580596	1,693,251	2,916,850	5,190,696		
V.B.P.	827022	3,579,577	3,802,736			

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

La expresión (6.2.7) nos permite calcular el índice de valor agregado con base en el método de la doble deflación. En el año base, el índice de precios de cada uno de los sectores es igual a 1, es decir, $p_0 = [1 \quad 1 \quad 1]$. Con base en los cuadros 6.2.2 y 6.2.4 obtenemos las matrices de coeficientes técnicos para 1980 y 1990, A_0^* y $\bar{A}_1^*$, ambas a precios de 1980. Si restamos las mismas de la matriz identidad, obtenemos $(I - A_0^*)$ y $(I - \bar{A}_1^*)$, respectivamente:

$$(I - A_0^*) = \begin{bmatrix} 0.901375 & -0.129927 & -0.000667 \\ -0.120383 & 0.679400 & -0.069707 \\ -0.052057 & -0.119732 & -0.867122 \end{bmatrix}$$

$$(I - \bar{A}_1^*) = \begin{bmatrix} 0.891600 & -0.109382 & -0.000553 \\ -0.117803 & 0.701496 & -0.069707 \\ -0.071765 & -0.119083 & -0.83655 \end{bmatrix}$$

Las matrices diagonales de los valores brutos de la producción para 1980 y 1990, esta última expresada a precios constantes, respectivamente, son:

$$\hat{Q}_0^* = \begin{bmatrix} 702{,}522 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}072{,}403 & 0 \\ 0 & 0 & 3{,}140{,}482 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\bar{Q}}_1^* = \begin{bmatrix} 827{,}022 & 0 & 0 \\ 0 & 3{,}579{,}577 & 0 \\ 0 & 0 & 3{,}802{,}736 \end{bmatrix}$$

Con estos datos podemos calcular el índice del valor agregado, $ILVA^*$, por sector, para el año 1990, sustituyendo los mismos en la expresión (6.2.7); el resultado obtenido es:

$$ILVA^* = [1.13377 \qquad 1.28244 \qquad 1.16573]$$

Observemos que los resultados obtenidos con base en el método de la doble deflación son diferentes a los que presentamos en el cuadro 6.2.1. Es decir, nuestros resultados no son consistentes con los que provee el SCNM. Esto se debe al problema que ya identificamos: el metodo de deflación aplicado implica que la estimación del valor agregado por rama, obtenida como un residuo, difiera del suministrado por la contabilidad nacional. Volveremos sobre esto en el capítulo 7.

6.3 Estabilidad de los coeficientes, fuentes del crecimiento e índices de productividad

La importancia de las hipótesis de homogeneidad y proporcionalidad se destacó en el capítulo 1, donde se puso de relieve que los coeficientes de insumo–producto no debieran quedar afectados por la clasificación de los sectores ni por el nivel de producción. Sin embargo, la hipótesis de que los insumos varían en proporción directa al nivel de producción no requiere además que los coeficientes de insumo no cambien de un año a otro. La hipótesis de proporcionalidad para la utilización de las tablas de insumo-producto requiere que en el año al que se refieren los coeficientes de insumo sean constantes, pero hay diversas razones para esperar que dichos coeficientes variarán con el transcurso del tiempo.

El conocimiento de las razones y de la cuantía de estas variaciones de los coeficientes de insumo es muy importante, tanto para la aplicación como para la construcción de las tablas de insumo-producto. En la mayor parte de las economías hay un inevitable desfase de dos a tres años, por lo menos, después de terminado el año antes de que la tabla de insumo-producto de ese año pueda ser preparada y publicada. Si la tabla se ha de utilizar en el análisis corriente, es importante saber si, y en qué medida, los coeficientes han cambiado desde el año al cual se refiere. Toda información sobre la naturaleza de los cambios de los coeficientes puede suponer una ayuda considerable para actualizar las tablas por los métodos que se describen más adelante, así como para hacer proyecciones de las tablas para un año futuro en conexión con la labor de planificación.

Una de las preocupaciones iniciales en el análisis de insumo-producto fueron los estudios acerca de la estabilidad de los coeficientes y de la magnitud del cambio de los mismos. Un enfoque adoptado frecuentemente consiste en realizar pruebas estadísticas sobre los coeficientes, con base en observaciones disponibles para varios años. Los trabajos de Sevaldsen, 1969, en Noruega y Tilanus, 1966, en los Países Bajos son característicos de este enfoque, que sólo puede utilizarse cuando se han observado los coeficientes de insumo–producto para una serie de años (Naciones Unidas, 1974). Ambos estudios mostraron que cuando los valores anuales de cada coeficiente se comparaban con sus valores medios, se daba una considerable dispersión alrededor de los valores medios; sin embargo, cuando aquellos valores se comparaban con la tendencia en el tiempo, la dispersión se reducía considerablemente. Esta dispersión alrededor de una tendencia lineal era aún muy grande, pero Tilanus descubrió que más de la mitad de los coeficientes de las tendencias temporales eran estadísticamente significativos. La media de los coeficientes relativos a todas las casillas observadas indicaba una tendencia de los coeficientes a la variación de aproximadamente un 2% anual.

De estos estudios se deduce claramente que los coeficientes de insumo no son estables en el tiempo. Tiene lugar un cambio, pero existen buenas razones para esperar que el cambio sea gradual en vez de rápido. Si el progreso técnico se manifiesta en la forma de un nuevo producto será necesario vencer la resistencia del consumidor y éste puede ser un proceso lento. Esto es igualmente aplicable si el nuevo producto es adquirido, no por los consumidores finales, sino por otras industrias. La situación es entonces similar a la que se plantea cuando el progreso técnico origina nuevos procesos productivos. No todas las empresas de una industria adoptarán inmediatamente una nueva técnica: quizás sea necesario que las ventajas de la nueva técnica tengan que ser considerables para que se justifique la sustitución del equipo de capital existente. Los estudios de la difusión de la innovación efectuados por Mansfield, 1968 y otros muestran que los nuevos métodos se extienden relativamente despacio.

La evidencia de que los coeficientes cambian limita el número de años para los que puede considerarse que una tabla de insumo–producto posee confiabilidad para las aplicaciones corrientes. Por otra parte, el hecho de que los cambios de los coeficientes sean graduales nos permite prolongar la vida útil de una tabla. Además, el hecho de que los cambios no sólo sean relativamente ligero, sino también bastante suaves, aumentará la confiabilidad de las técnicas de actualización. Cuando se consideran algunos de los principales cambios tecnológicos que han tenido lugar durante el período de posguerra juntamente con el cambio gradual de los coeficientes observado durante este período, parece razonable concluir que cuando se proyecta una tabla para dentro de 5 a 10 años no es necesario preocuparse demasiado por la disminución de la confiabilidad de la proyección debida a un avance tecnológico que, por el momento, no se ha verificado. La mayor parte de los cambios técnicos que posiblemente harán que los coeficientes proyectados sean diferentes de los actuales es probable que ya sean conocidos. Es cierto que quizás no sea fácil determinar con precisión su impacto, pero no parece probable, en general, que un proceso, actualmente desconocido, tenga un impacto importante durante el período de proyección.

Observemos que cuando se analiza el movimiento de los coeficientes de insumo a lo largo del tiempo, casi invariablemente estos coeficientes se miden a precios constantes. En este caso podemos considerar que los movimientos de los coeficientes técnicos miden efectivamente las variaciones cuantitativas de cualquier insumo dado y los cambios no serán resultados de las variaciones de precios. Pueden darse tres razones principales de las variaciones de los coeficientes: (i) cambio tecnológico, (ii) variación de los precios relativos, (iii) datos imperfectos.

La rapidez y amplitud del cambio tecnológico en las modernas economías es una de las razones principales por las que los coeficientes de insumo cambien con el tiempo. La sustitución de muchos productos naturales por materiales sintéticos, la sustitución del petróleo y/o la electricidad por el carbón, y el desarrollo de nuevos productos y procesos automatizados de producción se encuentran entre los aspectos más importantes del cambio tecnológico moderno que han tenido, y tienen, un marcado efecto sobre los coeficientes de insumo en muchas economías. Ciertos estudios han observado también una tendencia decreciente, a lo largo del tiempo, de los totales (por columna) de la matriz de coeficientes de insumos intermedios y, por lo tanto, creciente para los coeficientes de insumos primarios. Esto podría indicarnos una mayor eficiencia en la utilización de los insumos materiales o una tendencia hacia una mayor fabricación de determinados insumos materiales asociados a un proceso de producción de mayor integración vertical y/o a unos productos terminados más complejos (Naciones Unidas, 1974).

Otra razón es que frecuentemente los cambios en los coeficientes de insumo se deben a que los precios relativos de los insumos varían. En muchos casos, el cambio técnico ejerce su efecto sobre los coeficientes de insumo mediante la variación de los precios relativos y muchas de estas variaciones de los precios relativos son el resultado del cambio tecnológico. Así, por ejemplo, las variaciones en los precios relativos de los insumos de capital y trabajo influirán en los precios de diferentes bienes en diferentes cantidades y tales variaciones en los precios relativos de los insumos intermedios pueden inducir cambios en los coeficientes (Naciones Unidas, 1974).

En tercer lugar, en la práctica es casi inevitable que las hipótesis de homogeneidad y proporcionalidad no se satisfagan perfectamente y que, como resultado, con el transcurso de algunos años tengan lugar cambios en los coeficientes. Es muy probable, por mucho cuidado que se haya tenido en la elección de la clasificación estadística, que la composición de la producción final de un sector varíe con el transcurso del tiempo con el consiguiente efecto sobre los coeficientes. Asimismo, aunque es posible que la hipótesis de proporcionalidad se cumpla para las variaciones relativamente pequeñas de los niveles de la producción que probablemente tendrán lugar en el año, o en los dos años siguientes a aquél al que la tabla se refiere, es fácil que en períodos más largos, en que se dan mayores variaciones de la producción, los insumos ya no sean función lineal homogénea de las producciones.

Se han efectuado diversos estudios para determinar la amplitud y el impacto de los cambios en los coeficientes sobre distintos aspectos de la estructura de una economía particular. Aquí nos referiremos a dos aplicaciones, las cuales no son excluyentes y pueden formar parte, si existe la información requerida, de tratamientos complementarios. Los ejercicios que describiremos a continuación sólo constituyen dos ejemplos de una amplia gama de aplicaciones acumulada en la literatura económica para abordar diversos temas, entre los cuales nosotros hemos elegido uno que se refiere a las fuentes del crecimiento de la producción y otro en que se propone la construcción de índices para medir el cambio en la productividad de los insumos primarios.

6.3.1 Fuentes del crecimiento

El problema consiste en calcular los niveles de producción que serían necesarios para satisfacer las demandas finales de un año con la tecnología de otro año. Las diferencias entre el nivel real y el calculado indican la amplitud del cambio tecnológico. En términos algebraicos, calculamos:

$$Q_0^{\bullet} = (I - A_0^{\bullet})^{-1} f_0^{\bullet} \qquad (6.3.1)$$

$$\bar{Q}_1^{\bullet} = (I - \bar{A}_1^{\bullet})^{-1} \bar{f}_1^{\bullet} \qquad (6.3.2)$$

donde los subíndices se refieren al tiempo. Podemos determinar el nivel de producción que se hubiese requerido para satisfacer la demanda del año 0, $f_0^{\bullet}$, con tecnología del año 1, es decir,

$$Q_0^{+} = (I - \bar{A}_1^{\bullet})^{-1} f_0^{\bullet} \qquad (6.3.3)$$

Ahora, expresamos el cambio de la producción observado entre el periodo 0 y el 1, de la siguiente forma

$$\bar{Q}_1^{\bullet} - Q_0^{\bullet} = (\bar{Q}_1^{\bullet} - Q_0^{+}) + (Q_0^{+} - Q_0^{\bullet}) \qquad (6.3.4)$$

donde:

$\bar{Q}_1^{\bullet} - Q_0^{+}$: cambio de la producción necesaria para satisfacer el cambio de la demanda final, con tecnología del año 1;

$Q_0^{+} - Q_0^{\bullet}$ cambio de la producción necesaria para satisfacer el mismo nivel de demanda final del año 0, pero considerando el cambio técnico, representado por la variación de la matriz de coeficientes técnicos.

Reemplazando, tenemos

$$(I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}\bar{f}_1^{\bullet} - (I-A_0^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} = \left[(I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}\bar{f}_1^{\bullet} - (I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet}\right]$$
$$+\left[(I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} - (I-A_0^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet}\right] \qquad (6.3.5)$$

Un análisis equivalente es cuantificar la diferencia entre los insumos totales requeridos con distintas tecnologías para producir un mismo nivel de demanda final, de la siguiente forma:

$(I-A_0^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} - f_0^{\bullet}$: insumos totales para producir la demanda final del año base con la tecnología de ese mismo año;

$(I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} - f_0^{\bullet}$: insumos totales para producir la demanda final del año base con la tecnología del año 1.

Ahora podemos analizar la diferencia, es decir,

$$\left[(I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} - f_0^{\bullet}\right] - \left[(I-A_0^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} - f_0^{\bullet}\right] = (I-\bar{A}_1^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} - (I-A_0^{\bullet})^{-1}f_0^{\bullet} \qquad (6.3.6)$$

que equivale a los dos últimos términos entre corchetes de la expresión (6.3.5). De este modo es posible separar la variación de la producción de cada sector en la parte debida al cambio técnico y en aquélla otra debida a cambios en la demanda final. Carter, 1970, empleó este método para estudiar el cambio técnico en la economía de los EU y Vaccara, 1969, con base en las tablas de EU. de 76 sectores, demostró que entre 1947 y 1961 la variación media del producto de los sectores debido al cambio técnico alcanzó valores entre 35% y 2.2% anual.

Aplicación

Con base en las matrices de transacciones domésticas para los años 1980 y 1990 que presentamos en los cuadros 4.1.1b y 4.1.1c, respectivamente, y los índices de precios del cuadro 6.2.3, podemos desarrollar una aplicación de la metodología expuesta más arriba. En primer lugar, en el cuadro 6.3.1.1 presentamos la parte que nos interesa de la matríz correspondiente al año 1980, es decir, las transacciones interindustriales y la demanda final. A continuación, en el cuadro 6.3.1.2 mostramos los mismos valores para el año 1990, pero deflactados con los índices señalados, es decir, a precios constantes del año considerado como base, 1980.

Cuadro 6.3.1.1 Matriz de transacciones domésticas – año 1980
(millones de pesos a precios de productor)

	Sectores			f_0^*	Q_0^*
Sectores	S1	S2	S3		
S1	67.228	355.965	1.900	277.429	702.522
S2	77.297	795.267	206.872	1.992.967	3.072.403
S3	36.350	367.851	395.294	2.340.987	3.140.482

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1B.

Cuadro 6.3.1.2. Matriz de transacciones domésticas – año 1990
(millones de pesos a precios de 1980)

	Sectores			$\bar{f}_1^{*}$	Q_1^{*}
Sectores S1	S2	S3			
S1	85.153.9	357.622.5	1.907.3	382.337.7	827.021.3
S2	88.835.1	798.072.5	231.622.8	2.461.047.5	3.579.577.8
S3	58.321.2	426.200.2	596.024.4	2.722.189.9	3.802.735.7

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA, CON BASE EN EL CUADRO 4.1.1C.

El propósito del ejercicio es desglosar el cambio de la producción, medida en términos reales, conforme al procedimiento descrito. El cambio de la producción es igual a

$$\bar{Q}_1^{*} - Q_0^{*} = \begin{bmatrix} 124{,}499 \\ 507{,}175 \\ 662{,}254 \end{bmatrix}$$

Para obtener la solución de la expresión (6.3.4), determinemos primero las matrices de coeficientes, es decir,

$$A_0^{*} = \begin{bmatrix} 0.09569 & 0.11586 & 0.00061 \\ 0.11003 & 0.25884 & 0.65873 \\ 0.05174 & 0.11973 & 0.12587 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \bar{A}_1^{*} = \begin{bmatrix} 0.10296 & 0.09991 & 0.00050 \\ 0.10742 & 1.22291 & 0.06091 \\ 0.70520 & 0.11906 & 0.15674 \end{bmatrix}$$

Podemos ahora calcular las matrices inversa, o sea,

$$(I - A_0^{*})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.28379 & 0.17869 & 0.01425 \\ 0.17559 & 1.39367 & 0.10515 \\ 0.90841 & 0.20147 & 1.15924 \end{bmatrix}$$

$$(I-\bar{A}_1^{*})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.13333 & 0.14745 & 0.01132 \\ 0.16593 & 1.32291 & 0.09565 \\ 0.11820 & 0.19912 & 1.20033 \end{bmatrix}$$

Necesitamos además los vectores de demanda final, es decir,

$$f_0^{*} = \begin{bmatrix} 277,429 \\ 1,992,967 \\ 2,340,987 \end{bmatrix} \qquad \bar{f}_1^{*} = \begin{bmatrix} 382,338 \\ 2,461,047 \\ 2,722,190 \end{bmatrix}$$

Con base en estos resultados, constatemos que se cumplen las ecuaciones (6.3.1) y (6.3.2), es decir,

$$Q_0^{*} = (I-A_0^{*})^{-1} f_0^{*} = \begin{bmatrix} 702,522 \\ 3,072,403 \\ 3,140,482 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \bar{Q}_1^{*} = (I-\bar{A}_1^{*})^{-1} \bar{f}_1^{*} = \begin{bmatrix} 827,021 \\ 3,579,578 \\ 3,802,736 \end{bmatrix}$$

Calculemos ahora la ecuación (6.3.3), o sea,

$$Q_0^{+} = (I-A_1^{*})^{-1} f_0^{*} = \begin{bmatrix} 634,790 \\ 2,906,478 \\ 3,239,526 \end{bmatrix}$$

que nos permite determinar los sumandos de la ecuación (6.3.4), es decir,

$$\bar{Q}_1^{*} - Q_0^{+} = \begin{bmatrix} 192,231 \\ 673,100 \\ 563,170 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad Q_0^{+} - Q_0^{*} = \begin{bmatrix} -67,732 \\ -165,925 \\ 99,084 \end{bmatrix}$$

El primer vector nos dice la producción adicional necesaria para satisfacer el cambio de la demanda final, suponiendo que la producción se realice con la tecnología del año 1. El segundo es el cambio de la producción del año 0 si la demanda final de ese año se obtiene con tecnología del año 1. Por lo tanto, las magnitudes negativas indican que diminuye la producción necesaria para satisfacer dicho vector de demanda final, es decir, ha habido un cambio tecnológico que permite obtener el mismo excedente con menos producción.

Finalmente, constatemos que estos resultados son consistentes, es decir, que efectivamente se cumple la ecuación (6.3.4), o sea,

$$\bar{Q}_1^{\cdot} - Q_0^{\cdot} = (\bar{Q}_1^{\cdot} - Q_0^{+}) + (\bar{Q}_0^{+} - \bar{Q}_0^{\cdot}) = \begin{bmatrix} 124{,}499 \\ 507{,}175 \\ 662{,}254 \end{bmatrix}$$

6.3.2 Indices de productividad

El segundo tema que presentaremos en esta sección consiste en aplicar los números índices que discutimos en la sección anterior para medir las variaciones de la productividad, comparando las medidas del valor agregado a precios constantes con las medidas de los insumos primarios a precios constantes. La descomposición del valor de los insumos trabajo y capital en cantidades y precios es un tema sobre el que es necesario trabajar más antes de que se pueda incluir una serie de números índices de estos factores en un sistema completo de números índices. Se ha acumulado una considerable experiencia en la determinación del valor de los sueldos y salarios en términos del empleo y de las tasas salariales, pero no en expresar la participación del capital en el valor agregado en términos de la cantidad de capital empleado y de una tasa de rendimiento del capital. Es razonable suponer que estos problemas se superarán a medida que se desarrollen más trabajos sobre el tema.

En el capítulo 1 expusimos la relación entre los precios de los insumos primarios y los precios de los productos, que se sintetiza en la expresión (1.5.18):

$$p - pA = p(I - A) = \pi B \tag{1.5.18}$$

que podemos ahora introducir en la expresión (6.2.3), para obtener

$$ILVA = 0\frac{\overline{V}_1}{V_0} = 0\frac{\pi_0 B_0 (I - A_0)^{-1}(I - A_1)\hat{Q}_1}{\pi_0 B_0 (I - A_0)^{-1}(I - A_0)\hat{Q}_0}$$

o sea,

$$ILVA = 0\frac{\overline{V}_1}{V_0} = 0\frac{\pi_0 B_0 (I - A_0)^{-1}(I - A_1)\hat{Q}_1}{\pi_0 B_0 \hat{Q}_0} \tag{6.3.7}$$

Por otra parte, podemos definir el índice de cantidad de los insumos primarios, ILIB, de la siguiente forma:

$$ILIB = 0\frac{\pi_1 B_1 \hat{Q}_1}{\pi_0 B_0 \hat{Q}_0} \tag{6.3.8}$$

Ahora podemos definir los índices de productividad, *ILIP*, como el cociente entre *ILVA* e *ILIP*, es decir,

$$ILIP = 0\frac{\pi_0 B_0 (I - A_0)^{-1}(I - A_1)\hat{Q}_1}{\pi_0 B_0 \hat{Q}_0} \; \frac{\pi_0 B_0 \hat{Q}_0}{\pi_0 B_1 \hat{Q}_1} \tag{6.3.9}$$

o sea,

$$ILIP = 0\frac{\pi_0 B_0 (I - A_0)^{-1}(I - A_1)\hat{Q}_1}{\pi_0 B_1 \hat{Q}_1} \tag{6.3.10}$$

Este índice es una de las diversas formas alternativas que se han propuesto para medir la productividad total de los factores (*PTF*), concepto que ha ocupado un lugar significativo en la literatura sobre temas aplicados. De acuerdo con la expresión (6.3.10), los cambios de la productividad se pueden atribuir a cambios en la matriz de coeficientes de insumos intermedios, A, y/o a cambios en la matriz de insumos primarios, B. En efecto, si multiplicamos y dividimos la ecuación (6.3.10) por $\pi_0 B_0 \hat{Q}_1$

$$ILIP = 0 \, \frac{\pi_0 B_0 (I - A_0)^{-1} (I - A_1) \hat{Q}_1}{\pi_0 B_0 \hat{Q}_1} \; \frac{\pi_0 B_0 \hat{Q}_1}{\pi_0 B_1 \hat{Q}_1} \tag{6.3.11}$$

Podemos distinguir dos efectos en esta última expresión. El primero, representado por el primer multiplicando, es el efecto sobre la productividad a consecuencia del cambio sólo de la matriz A, puesto que se obtiene a partir de la expresión (6.3.9) haciendo $B_0 = B_1$. El segundo, representado por el segundo multiplicando, es el efecto sobre la productividad a consecuencia sólo del cambio de la matriz B, puesto que se obtiene a partir de la expresión (6.3.9) haciendo $A_0 = A_1$.

Aplicación

a) Índice de utilización de insumos primarios (*ILIB*)

Para elaborar un sistema completo de números índices que midan la evolución de la cantidad utilizada de cada uno de los insumos primarios, es necesario contar con información sobre cada uno de estos. Por lo menos, requeriremos disponer de información sobre los insumos primarios más importantes: trabajo y capital. A continuación, centraremos nuestra atención en la elaboración de índices que midan la determinación del valor de los sueldos y salarios en términos de empleo físico y tasas salariales unitarias, así como el valor del pago al capital en términos de la cantidad física de capital empleado y de la tasa de rendimiento del capital por unidad.

Desde un punto de vista aplicado, debemos adecuar la expresión (6.3.8) para poder calcular el índice de utilización de insumos primarios, $ILIB^*$, en término de variables observables. Con base en los fundamentos desarrollados en el capítulo 1, es posible escribir:

$$ILIB^* = o\,\frac{\pi_0^* \bar{B}_1^* \hat{Q}_1^*}{\pi_0^* B_0^* \hat{Q}_0^*} \tag{6.3.12}$$

donde π_0^* es el vector de índices del rendimiento unitario de cada insumo primario; B_0^* y $\bar{B}_1^*$ son las matrices de coeficientes monetarios de insumos primarios requeridos por unidad de producción monetaria de cada uno de los sectores, para el año base y para el año 1, a precios del año base, respectivamente.

Obtendremos los índice de utilización de insumos primarios de dos maneras alternativas, con resultados diferentes. En efecto, las matrices B_0^* y $\bar{B}_1^*$ las podemos expresar tanto en términos físicos, en cuyo caso las llamaremos B_0 y B_1, como en términos monetarios, a precios constantes, en cuyo caso las denominaremos con los símbolos utilizados en la expresión (6.3.12). Si sustituimos estas matrices en esta expresión, obtendremos en el primer caso el índice en términos físicos, *ILIB*, y en el segundo en términos monetarios, a precios constantes, $ILIB^*$.

En el cuadro 6.3.1 exponemos el procedimiento que llevamos a cabo para obtener las matrices descritas. Iniciemos con la obtención de las matrices para 1980 y 1990, expresadas en términos monetarios, a precios constantes, B_0^* y $\bar{B}_1^*$, las cuales se pueden apreciar en las columnas 23, 24, 27 y 28 del cuadro. El cálculo de la matriz B_0^* se obtuvo dividiendo las remuneraciones al factor trabajo entre el valor bruto de la producción correspondiente a cada sector y el excedente bruto de operación también entre el valor bruto de la producción.

La matriz $\bar{B}_1^*$, por su parte, debe estar expresada a precios constantes, es decir, se requieren los índices de precios para deflactar el valor de los pagos al factor trabajo y al capital. Con este fin, procedimos a construir estos índices, de acuerdo con el procedimiento que se describe a continuación:

1. Debemos dividir cada uno de los elementos que conforman al valor agregado total, es decir, las remuneraciones al factor trabajo, *S*, el excedente bruto de explotación, *EXC*, y los impuestos indirectos menos los subsidios, *IS*, entre el valor agregado:

$$S^* = \frac{S}{VA} \qquad EXC^* = \frac{EXC}{VA} \qquad IS^* = \frac{IS}{VA}$$

2. Una vez que tenemos la participación de estos elementos en el valor agregado, procedemos a dividir la parte proporcional de los impuestos indirectos menos los subsidios, IS^*, entre la suma de las participaciones que le corresponden a las remuneraciones, S^*, y al excedente bruto de explotación, EXC^*, o sea,

$$\alpha = \frac{IS^*}{S^* + EXC^*}$$

3. El cociente resultante de dicha operación, α, lo multiplicamos a su vez por las participaciones de S y EXC, con el fin de obtener la parte de IS que le corresponde a cada uno de estos elementos, es decir,

$$\beta = \alpha S^* \qquad \text{y} \qquad \beta' = \alpha EXC^*$$

4. Posteriormente, procedemos a sumar los elementos β y β' a las participaciones relativas de las remuneraciones y el excedente bruto de explotación, respectivamente, en el valor agregado:

$$\delta = S^* + \beta \qquad \text{y} \qquad \delta' = EXC^* + \beta'$$

de tal forma que al multiplicar estos últimos resultados, δ y δ', por el valor agregado total, obtenemos el componente $S + IS$, correspondiente al factor trabajo (véase columna 15 del cuadro 6.3.1), y el componente $EXC + IS$, que se asocia con el capital (columna 16 del cuadro 6.3.1), respectivamente, es decir,

$$S + IS = \delta \cdot VA \qquad \text{y} \qquad EXC + IS = \delta' \cdot VA$$

Sin embargo, estos componentes se encuentran expresados a precios corrientes de 1990, por lo que es necesario deflactarlos. Para calcular los deflactores de los componentes del valor agregado, es preciso contar, por el lado del factor trabajo, con las remuneraciones a dicho factor, *REM*, tanto de 1980 como de 1990 (columnas 5 y 6 del cuadro 6.3.1, respectivamente); asimismo, necesitamos las cifras correspondientes a la población ocupada de esos años, *PO*, (columnas 3 y 4 del cuadro 6.3.1). Por el lado del capital requerimos los datos que conciernen a los acervos netos de capital,[7] *ANC*, y al excedente bruto de operación, *EXC*, para estos años (columnas 1, 2, 7 y 8 del cuadro 6.3.1).

Una vez que tenemos esta información, procedemos a calcular lo que denominamos *los niveles de precios*[8] correspondientes a ambos factores para 1980 y 1990, tal como se muestra en las columnas 9 y 11, en el caso del factor trabajo (*REM/PO*), y las columnas 10 y 12 para el capital (*EXC/ANC*), del cuadro 6.3.1. Al dividir los niveles de precios de 1990 entre los de 1980, para ambos factores, obtenemos los índices de precios del trabajo, *IPT*, y del capital, *IPC*, correspondientes a cada sector productivo (columnas 13 y 14, respectivamente). Con base en estos índices de precios procedemos a deflactar los componentes del valor agregado, es decir, $(S + IS)/IPT$ y $(EXC + IS)/IPC$, tal como lo podemos apreciar en las columnas 17 y 18, respectivamente. Finalmente, dividimos estos valores deflactados entre el valor bruto de la producción de 1990, expresado a precios constantes; de esta forma, obtenemos la matriz de las columnas 23 y 24.

7 Los datos del valor bruto de la producción, la población ocupada, y las remuneraciones totales se obtuvieron del Banco de Datos del INEGI, 1980, 1990, disco compacto. En cuanto a los acervos de capital, debido a la dificultad que representa la obtención de esta información, nos basamos en los cálculos que llevó a cabo Hernández Laos, 1993, al respecto, por división del SCNM. Sin embargo, la información que proporciona dicho autor, para los años que estamos analizando, está expresada a precios de 1970, a excepción de las manufacturas, que se encuentran a precios de 1980. Por lo tanto, calculamos la participación relativa de cada una de las divisiones (con datos expresados a precios de 1970) en el total de los acervos de capital, con el fin de emplear estas participaciones como ponderadores para el cálculo de los datos expresados a precios de 1980. Por otra parte, Hernández Laos no proporciona información para Agricultura (D1) y Otras industrias manufactureras (D11), por lo que estos datos los obtuvimos de acuerdo con las cifras que ofrece el Sistema de Contabilidad Económica y Ecológica (Banco de México, 1990); de esta forma, y con base en esta información, consideramos su participación relativa en los acervos netos de capital. Una vez que calculamos los datos para los acervos, procedimos a agregar las 17 divisiones que componen la economía a tres sectores (véase columnas 1 y 2 del cuadro 6.3.1).

8 Es preciso señalar que estos niveles de precios son distintos a los que están representados por las expresiones π_0 y π_1.

Cuadro 6.3.1 Procedimiento para el cálculo de las matrices *B* en términos físicos y monetarios[9]

	Acervos netos		Población ocupada		Remuneraciones		Excedente de operación		Nivel de precios	
	1980	1990	1980	1990	1980	1990	1980	1990	1980	1990
	1	2	3	4	5	6	7	8	9=(5/3) Trabajo	10=(7/1) Capital
S1	142375	152434	5878837	6011804	124359	11419879	387734	61083121	0.021154	0.00272
S2	535509	574413	4452864	5034645	560775	60741566	759564	1.32E+08	0.125936	0.00141
S3	202314	265959	9949864	11489902	884788	1+E-08	1617383	3.04E+08	0.088925	0.00799
tot	880199	992805	20281565	22536351	1569923	1.72E+08	2764680	4.98E+08	0.077406	0.00314

	Nivel de precios		Índices de precios		Componentes del VA 1990 (precios corrientes)		Componentes del VA 1990 (precios constantes)		Valor Bruto de la producción (precios constantes)	
	1990		1980	1990	W+IS	EXC+IS	W + IS	EXC + IS		
	11=(6/4) Trabajo	12=(8/2) Capital	13=(11/9) Trabajo	14=(12/10) Capital	15	16	17=(15/13)	18=(16/14)	1990	1980
S1	1.899576	0.400720	89.7989	147.1437	11419879	61083121	127172	415126	827021	702522
S2	12.06472	0.230064	95.8004	162.1998	60741566	1.32E+08	634042	814745	3579577	3072403
S3	8.721859	1.141424	98.0814	14.1297	1E+08	3.04E+8	1021736	2126181	3802736	3140482
tot	7.648743	0.50116	98.8128	159.5557	1.72E+08	4.98E+08	1744457	3118373	8209335	6915407

	Matriz B_1 (en términos físicos) 1990		Matriz $\overline{B}_1^*$ (a precios constantes) 1990		Matriz B_0 (en términos físicos) 1980		Matriz B_0^* (en términos monetarios) 1980	
	Trabajo 21=(4/19)	Capital 22=(2/19)	Trabajo 23=(17/19)	Capital 24=(18/19)	Trabajo 25=(3/20)	Capital 26=(1/20)	Trabajo 27=(5/20)	Capital 28=(7/20)
S1	7.269223	184.3162	0.15377	0.501952	8.368189	202.6633	0.177017	0.551917
S2	1.406491	160.4693	0.17712	0.227609	1.449309	174.2964	0.182520	0.247221
S3	3.021482	69.93879	0.26868	0.559118	3.168260	64.4214	0.281736	0.515010
tot	2.745210	120.9361	0.21249	0.379857	2.932808	127.2808	0.227018	0.399785

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

[9] Las cifras que presentamos en este cuadro están expresadas de la siguiente forma: las correspondientes a las remuneraciones totales, el excedente de operación, los componentes del valor agregado y el valor bruto de la producción, están en miles de pesos; los acervos netos en millones de pesos y la población ocupada en miles de personas.

Por otro lado, el cálculo de las matrices de insumos primarios en términos físicos, para los años 1980 y 1990, B_0 y B_1, respectivamente, se resume en las columnas 21, 22, 25 y 26 del cuadro 6.3.1; los datos necesarios para la construcción de estas matrices son la población ocupada (*PO*), los acervos netos de capital (*ANC*) y el valor bruto de la producción, a precios constantes, para los años 1980 y 1990. Estos datos se pueden apreciar en las columnas 1, 2, 3, 4, 19 y 20 del cuadro 6.3.1.

Los coeficientes correspondientes al factor trabajo de las matrices B_1 y B_0 son el resultado de dividir la población ocupada entre el valor bruto de la producción para cada sector productivo. Los coeficientes de capital de ambas matrices son el resultado de dividir los acervos netos de capital entre el valor bruto de la producción, también para cada sector productivo. Con base en estos resultados, procedemos a sustituir en la expresión (6.3.12) la matriz *B*, tanto en términos monetarios, como a precios constantes. Apliquemos primero esta expresión al cálculo del índice de insumos primarios en términos físicos (*ILIB*). El índice de precios para los insumos primarios en el año base, π_0, es igual a 1, es decir $\pi_0 = [1 \quad 1]$; la matriz B_1 y la matriz diagonal del valor bruto de la producción para el año de 1990, a precios constantes de 1980, ya se presentaron más arriba. La multiplicación de estos elementos permite obtener el vector que corresponde al numerador de la expresión (6.3.12). De igual forma procedimos para el cálculo del denominador de esta fórmula, pero en este caso las matrices que empleamos son B_0 y $\hat{Q}_0^*$, respectivamente. Finalmente, obtenemos que:

$$ILIB = [1.06874 \qquad 1.07312 \qquad 1.30709]$$

El índice de utilización de insumos primarios en términos monetarios, a precios constantes, $ILIB^*$, lo obtenemos de forma semejante, sólo que en este caso las matrices de utilización de insumos primarios son $\bar{B}_1^*$ y B_0^*. Sustituyendo en la expresión (6.3.12), obtenemos:

$$ILIB^{\bullet} = [1.05898 \quad 1.09728 \quad 1.25807]$$

Podemos observar que los índices de utilización de los insumos primarios en ambos casos llevan el mismo "patrón de comportamiento". La interpretación económica de estos índices es la siguiente: si bien todos los sectores que componen a la economía han aumentado la utilización de los insumos primarios, el sector que presentó un mayor aumento en la utilización de los mismos fue el 3, mientras que el sector 1 muestra la tasa de crecimiento más baja al respecto. De esto podemos deducir que el sector 3 ha sido el más dinámico en lo que se refiere al empleo de los factores de la producción. Esto quizá se deba a que el pago a los factores de la producción en este sector fue mayor en comparación con el de los otros rubros y esto llevó a que ambos factores se vieran incentivados a fluir de los sectores 1 y 2 al sector 3.

Una vez que tenemos el índice del valor agregado y el de utilización de los insumos primarios, procedemos a la elaboración del índice de productividad, *ILIP*, mediante la comparación entre aquellos dos. Es decir, podemos calcular el índice de productividad de la expresión (6.3.10), cuya expresión empírica puede escribirse como

$$ILIP^{\bullet} = \text{o}\,\frac{\pi_0^{\bullet} B_0^{\bullet} (I - A_0^{\bullet})^{-1} (I - \bar{A}_1^{\bullet}) \hat{\bar{Q}}_1^{\bullet}}{\pi_0^{\bullet} \bar{B}_1^{\bullet} \hat{\bar{Q}}_1^{\bullet}} \tag{6.3.13}$$

Otra forma de expresar este mismo índice de productividad, conforme con la expresión (6.3.11), es la siguiente:

$$ILIP^{\bullet} = \text{o}\,\frac{P_0^{\bullet} (I - \bar{A}_1^{\bullet}) \hat{\bar{Q}}_1^{\bullet}}{\pi_0^{\bullet} B_0^{\bullet} \hat{\bar{Q}}_1^{\bullet}} \, \frac{\pi_0^{\bullet} B_0^{\bullet} \hat{\bar{Q}}_1^{\bullet}}{\pi_0^{\bullet} \bar{B}_1^{\bullet} \hat{\bar{Q}}_1^{\bullet}} \tag{6.3.14}$$

o también,

$$ILIP^{*} = \mathrm{o}\, \frac{\pi_0^{*} B_0^{*} (I - A_0^{*})^{-1} (I - \bar{A}_1^{*}) \hat{\bar{Q}}_1^{*}}{\pi_0^{*} B_0^{*} \hat{\bar{Q}}_1^{*}} \; \frac{\pi_0^{*} B_0^{*} \hat{\bar{Q}}_1^{*}}{\pi_0^{*} \bar{B}_1^{*} \hat{\bar{Q}}_1^{*}}$$

(6.3.15)

Observemos que el índice de productividad se descompone en dos efectos: el cambio en los coeficientes técnicos de la matriz A^{*} y el cambio en los coeficientes de la matriz B^{*}. El primero es un cambio en la tecnología de utilización de insumos intermedios, mientras que el segundo se refiere a cambios en la tecnología de utilización de los insumos primarios. Podemos construir índices para medir por separado estos dos componentes del cambio de productividad. Por un lado, si suponemos que no ha habido cambio en los coeficientes técnicos, es decir, que $A_0^{*} = \bar{A}_1^{*}$, medimos aquella parte del cambio de productividad debida a un cambio en la tecnología de factores y, de igual forma, si suponemos que $B_0^{*} = \bar{B}_1^{*}$, obtenemos aquella parte del cambio de productividad que se debe a un cambio en los coeficientes de los insumos primarios. Entonces, estos índices de productividad parcial pueden obtenerse de la expresión (6.3.14), de la siguiente forma:

$$ILIP_{A^{*}} = \mathrm{o}\, \frac{P_0^{*} (I - \bar{A}_1^{*}) \hat{\bar{Q}}_1^{*}}{\pi_0^{*} B_0^{*} \hat{\bar{Q}}_1^{*}}$$

(6.3.16)

mide únicamente el cambio en las condiciones técnicas de utilización de los insumos intermedios y

$$ILIP_{B^{*}} = \mathrm{o}\, \frac{\pi_0^{*} B_0^{*} \hat{\bar{Q}}_1^{*}}{\pi_0^{*} B_0^{*} \hat{\bar{Q}}_1^{*}}$$

(6.3.17)

mide exclusivamente el cambio en las condiciones técnicas de utilización de los insumos primarios.

Con base en lo anterior, procedemos a sustituir el conjunto de valores que obtuvimos para los distintos índices. Debemos recordar que los elementos de la matriz B pueden expresarse en términos monetarios, en cuyo caso identificamos la matriz como B^{*}, o en términos de físicos, en cuyo caso la identificamos como B. Empleando la expresión (6.3.14), y sustituyendo las matrices B_0^{*} y $\bar{B}_1^{*}$ en la misma, obtenemos el vector correspondiente a los índices de productividad:

$$ILIP^{*} = [1.07062 \quad 1.16873 \quad 0.92659]$$

De igual forma, cuando empleamos las matrices B_0 y B_1, los índices de productividad son:

$$\text{ILIP} = [1.06085 \quad 1.19505 \quad 0.89185]$$

En el cuadro 6.3.2 resumimos los resultados obtenidos utilizando las matrices B_0^{*} y $\bar{B}_1^{*}$.

Cuadro 6.3.2. Índices de valor agregado, utilización de insumos primarios y productividad para 1990[10]

Sectores	Indice de valor agregado (1) $ILVA^{*}$	Indice de insumos primarios (2) $ILIB^{*}$	Indice de productividad (3) = (1/2) $ILIP^{*}$	Descomposición: Insumos intermedios (4) $B_0^{*}=\bar{B}_1^{*}$	Descomposición: Insumos primarios (5) $A_0^{*}=\bar{A}_1^{*}$
S1	1.13377	1.05898	1.07062	0.96309	1.11165
S2	1.28244	1.09728	1.16873	1.10073	1.06177
S3	1.16572	1.25807	0.92659	0.96271	0.96248

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

[10] Es importante señalar que el índice de productividad se puede obtener de dos formas distintas, las cuales proveen el mismo resultado: multiplicando los componentes bajo los cuales se descompone dicho índice, es decir, multiplicando $A_0^{*} = \bar{A}_1^{*}$ por $B_0^{*} = \bar{B}_1^{*}$, o dividiendo el índice de valor agregado (*ILVA*) entre el índice de utilización de insumos primarios (*ILIB*), para cada sector.

A continuación presentamos la interpretación económica del cuadro 6.3.2. Los resultados indican que el sector 2 presenta la tasa de crecimiento del valor agregado más alta. Esto se debe a que con un aumento de los insumos primarios de 9.7% logró un aumento del producto del 28.2%, resultando así un aumento de la productividad del 16.9% en este sector. Este cambio de productividad se descompone en dos efectos. Por un lado, si suponemos que la utilización de los insumos primarios no varía (columna 5), entonces el aumento de la productividad debido al cambio de los coeficientes técnicos fue de 10.1%. Por otra parte, si suponemos que no hubo cambio en los coeficientes técnicos ($A_0^{*} = A_1^{*}$), entonces el crecimiento de la productividad debido a los insumos primarios fue de 6.2%. Como podemos ver, el cambio en los coeficientes técnicos de insumo–producto es más importante que el cambio en la utilización de los insumos primarios como fuente de los cambios en la productividad de este sector.

Por el contrario, el sector primario presenta la tasa más baja de crecimiento de su producto (13.4%), en comparación con los otros dos sectores. Esto se debe a que su tasa de crecimiento de la utilización de insumos primarios es también la más baja (5.9%); como consecuencia, su productividad creció en un 7.1%. Este incremento se debe al aumento en la productividad en la utilización de los insumos primarios (11.2%); a la vez, podemos observar un decremento en la productividad en la utilización de los insumos intermedios (–3.7%), lo que incide en la baja tasa de crecimiento de la productividad.

Por su parte, el sector servicios presenta una tasa de crecimiento de su producto de 16.6%, acompañada de un aumento en la utilización de los insumos primarios de 25.8%; como resultado neto, su productividad decreció a lo largo del periodo que estamos analizando en –7.3%. Este decremento se debe tanto a la disminución en la productividad de los insumos intermedios (3.7%), como a la disminución en la productividad de los factores de la producción (3.8%).

6.4 Cambios de las transacciones interindustriales

Las tablas de insumo–producto han sido utilizadas tradicionalmente para investigar los cambios experimentados por la economía durante un cierto período de tiempo. Estos trabajos incluyen desde algunos sencillos que se basan en el análisis del simple impacto, hasta otros más sofisticados que analizan los diversos componentes del impacto, de acuerdo con lo descrito por Powell (1989). Estos estudios utilizan como base una tabla de insumo-producto y comparan dos o más desarrollos posibles de la misma economía.

Es menos común encontrar comparaciones hechas con base en dos (o más) tablas de insumo–producto correspondientes a una misma economía, para dos (o más) diferentes puntos en el tiempo. Dos estudios en este sentido son los de Feldman *et. al.* (1987) y Skolka (1989), realizados para las economías de Estados Unidos y Austria, respectivamente. Estos estudios examinan los cambios en la producción en estas economías y atribuyen estos cambios a los cambios de la demanda final y los cambios en los requerimientos de insumos o de la tecnología de las actividades de producción.

En esta sección expondremos un método (Dewhurst, 1993) que nos permite descomponer el cambio de una transacción individual en cinco elementos. El primero de ellos se refiere al efecto que ejerce sobre las transacciones interindustriales el simple crecimiento (o decrecimiento) de las actividades de producción, si se supone que todas ellas crecen (o decrecen) a una misma tasa. El segundo se basa justamente en considerar que las actividades de producción crecen a diferentes tasas, hecho que incide en un crecimiento diferenciado de los insumos utilizados por cada actividad. El siguiente elemento está asociado con la posibilidad de que la utilización de los insumos de una actividad no tenga el mismo dinamismo que el del valor agregado, sugiriendo un cambio en la eficiencia en el uso de los mismos. El cuarto elemento considera el impacto de un dinamismo diferenciado en la utilización de los distintos insumos de una misma actividad de producción, situación que se captura mediante la diferencia entre la tasa de crecimiento de la utilización del insumo particular y la de los insumos totales, en una misma actividad. El último de estos elementos se refiere al efecto de una modificación en el origen (doméstico vs. importado) de cada uno de los insumos considerados en el cuadro de relaciones interindustriales.

El método requiere contar con un conjunto completo de datos sobre la economía; en particular, requiere la matriz de importaciones desagregada. Además, puesto que las matrices están elaboradas de acuerdo con los precios corrientes de cada año, también necesitaremos un conjunto de índices de precios para las producciones y las importaciones sectoriales. A continuación nos referiremos a dicho método, para posteriormente aplicarlo a un ejemplo númerico basado en las matrices correspondientes a los años 1980 y 1990. Finalmente, a modo de ejercicio, interpretaremos los resultados numéricos obtenidos.[11]

Supongamos que existen dos tablas de insumo–producto para el mismo país y para dos diferentes momentos en el tiempo. Llamemos W^0 a la tabla de transacciones intermedias de origen doméstico para el año base 0 y $\overline{W}^1$ a la correspondiente al año 1, a precios constantes. Los elementos de estas matrices, $\overline{w}_{ij}^{d}$ $(d = 0,1)$, representan las utilizaciones hechas por la actividad de producción j de insumos producidos por la actividad de producción i, a precios constantes. El cambio en un elemento individual es

$$\overline{w}_{ij}^{1} - w_{ij}^{0} = \Delta w_{ij} \tag{6.4.1}$$

Este cambio puede descomponerse en los siguientes cinco elementos:

(a) Cambio debido al crecimiento global del país

Si $\overline{V}^{+d}$ es el producto interno bruto total de la economía en el año d, a precios constantes, definimos el efecto del crecimiento del país sobre la transacción (i,j) como

11 Para una aplicación más desagregada y detallada, ver Cervini, 1993.

$$C1_{ij} = w_{ij}^{0} \frac{\overline{V}^{+1} - V^{+0}}{V^{+0}} = w_{ij}^{0} g \qquad (6.4.2)$$

donde g es la tasa de crecimiento global del producto bruto del país.[12] Este efecto es el cambio en la transacción (i,j) que debería ocurrir si la actividad de producción j hubiese crecido al mismo ritmo que la economía del país como un todo y si no hubiese habido algún otro cambio. Claramente, todos los efectos $C1_{ij}$ tendrán el mismo signo, o sea, el mismo que el de g. Nos referiremos a $C1$ como el efecto "país".

(b) Cambio debido a las diferencias entre las tasas de crecimiento de las actividades de producción

La tasa de crecimiento de una actividad de producción individual puede escribirse como

$$g_j = \frac{\overline{V}_j^1 - V_j^0}{V_j^0} \qquad (6.4.3)$$

donde $\overline{V}_j^d$ es el producto bruto de la actividad de producción j en el año d, a precios constantes. Podemos escribir el efecto de la tasa de crecimiento diferencial de la actividad de producción como

$$C2_{ij} = w_{ij}^{0} (g_j - g) \qquad (6.4.4)$$

Este efecto es el cambio en la transacción (i,j) que debería ocurrir si la utilización del insumo i hubiese crecido a una tasa igual a la diferencia entre las dos tasas de crecimiento mencionadas.

La suma de $C1$ y $C2$ mide el cambio de las transacciones que debería tener lugar si ellas hubieran crecido a la misma tasa que el producto de la

[12] Observemos que el producto interno bruto corresponde a la suma de los valores agregados de los sectores, es decir, a la suma de los elementos del vector $\overline{V}$, definido en la expresión (6.1.4).

actividad de producción compradora particular. Todos los términos $C2_{ij}$ para una j dada serán positivos si el producto bruto de la actividad de producción j crece más rápido que el producto del país como un todo y negativos si el producto de la actividad de producción j crece menos que el del país. Nos referiremos a $C2$ como el efecto "industrial".

(c) Cambio debido a la modificación de la importancia relativa entre el total de los insumos intermedios y el valor agregado

Llamemos $\bar{u}^{d}_{m,j}$ al total de los insumos intermedios de origen importados utilizados por la actividad de producción j, a precios constantes, y $\overline{w}^{+d}_{j}$ al total de los insumos intermedios de origen domésticos utilizados por la actividad de producción j, a precios constantes, o sea

$$\overline{w}^{+d}_{j} = \sum_{i=1}^{n} = \overline{w}^{d}_{ij} \tag{6.4.5}$$

Llamemos f_j a la tasa de crecimiento de los insumos intermedios totales utilizados por la actividad de producción j, es decir

$$f_j = \frac{(\overline{w}^{+1}_{j} + \bar{u}^{1}_{m,j} - w^{+0}_{j} + u^{0}_{m,j})}{(w^{+0}_{j} + u^{0}_{m,j})} \tag{6.4.6}$$

Entonces, podemos escribir el efecto debido al cambio en la importancia relativa entre el total de los insumos intermedios utilizados y el valor agregado como

$$C3_{ij} = w^{0}_{ij}\,(f_j - g_j) \tag{6.4.7}$$

Nos referiremos a $C3$ como el efecto "insumo", el cual mide el cambio que tiene lugar en razón de que los insumos totales utilizados por la actividad de producción j pueden no haber crecido a la misma tasa que el producto de la actividad de producción j. En parte, esto puede deberse a una modificación de la eficiencia en la utilización de los insumos intermedios, es decir, a un cambio en la función de producción. Sin embargo, también puede deberse a un movimiento a lo largo de la función de producción, en respuesta a cambios en los precios relativos.

Al igual que los efectos industriales, los efectos insumos tendrán todos el mismo signo para una misma actividad de producción j, determinado por el signo de la diferencia entre f_j y g_j.

(d) Cambio debido a las modificaciones en la importancia relativa de los insumos intermedios individuales

Llamemos $\overline{w}^{d}_{m,ij}$ a la cantidad de insumo intermedio importado i utilizado por la actividad de producción j en el año d (d = 0,1), a precios constantes, o sea

$$\overline{u}^{d}_{m,j} = \sum_{i=1}^{n} = \overline{w}^{d}_{m,ij} \tag{6.4.8}$$

Podemos identificar el cambio en las transacciones debido a las diferencias entre las tasas de crecimiento de los insumos individuales como sigue. Llamemos f_{ij} a la tasa de crecimiento del total (doméstico e importado) del insumo i utilizado en la actividad de producción j, es decir

$$f_{ij} = \frac{(\overline{w}^{1}_{ij} + \overline{w}^{1}_{m,ij} - w^{0}_{ij} + w^{0}_{m,ij})}{(w^{0}_{ij} + w^{0}_{m,ij})} \tag{6.4.9}$$

entonces, definimos $C4_{ij}$ como

$$C4_{ij} = w^{0}_{ij} \, (f_{ij} - f_j) \tag{6.4.10}$$

Nos referiremos a este como el efecto “combinación de insumos”, que se debe a las tasas de crecimiento desiguales de los insumos individuales. Estas diferencias pueden ocurrir en razón de incrementos (o decrementos) diferenciales en la utilización de los insumos individuales o de cambios en los precios relativos de los mismos.

(e) Cambio debido a las modificaciones en el patrón del comercio

El último componente del cambio total en las transacciones que identificaremos es el que se debe a los cambios en el patrón de compras de las industrias. La matriz de transacciones cambia si las actividades de producción importan relativamente más (o menos) de un insumo particular. Llamemos t_{ij} a la tasa de crecimiento del insumo de origen doméstico i utilizado en la actividad de producción j, es decir

$$t_{ij} = \frac{(\overline{w}^{1}_{ij} - w^{0}_{ij})}{w^{0}_{ij}} \qquad (6.4.11)$$

entonces, podemos definir

$$C5_{ij} = w^{0}_{ij}\ (t_{ij} - f_{ij}) \qquad (6.4.12)$$

Nos referiremos a C5 como el efecto “comercio”, el cual mide el cambio que induce en la transacción (i,j) la modificación de la estructura del origen (doméstico vs. importado) del insumo i utilizado por la actividad de producción j.

Dos observaciones acerca de la descomposición que hemos expuesto. En primer lugar, podemos apreciar que ésta es exhaustiva, puesto que la suma de todos los efectos, es decir, la suma de las expresiones (6.4.2), (6.4.4), (6.4.7), (6.4.10) y (6.4.12) es igual al cambio total de la transacción correspondiente. Así, sumando el lado derecho y el lado izquierdo de las expresiones señaladas, obtenemos

$$C1_{ij} + C2_{ij} + C3_{ij} + C4_{ij} + C5_{ij} = w^0_{ij}g + w^0_{ij}(g_j - g) + w^0_{ij}(f_j - g_j)$$
$$+ w^0_{ij}(f_{ij} - f_j) + w^0_{ij}(t_{ij} - f_{ij})$$

y simplificando, nos queda

$$= w^0_{ij} t_{ij} = w^0_{ij} \frac{w^1_{ij} - w^0_{ij}}{w^0_{ij}} = \Delta w_{ij}$$

que corresponde al cambio de la transacción, de acuerdo con la definición establecida en la expresión (6.4.1).

En segundo lugar, los componentes *C2* y *C3* se refieren a las actividades de producción individuales, mientras que *C4* y *C5*, o mejor sus sumas sobre las actividades de producción j, deben verse como relacionados con el insumo i al cual ellos se refieren.

Aplicación

En este apartado aplicaremos la metodología descrita a la información disponible para la economía de México. Con este propósito, utilizaremos las matrices de transacciones domésticas y de importaciones para el año 1980 y para 1990. En los cuadros (6.4.1) y (6.4.2) se muestran las matrices de transacciones domésticas y transacciones totales, respectivamente, correspondientes al año 1980;[13] en el cuadro (6.4.3) se presenta la matriz de importaciones para ese mismo año, obtenida como la diferencia entre las dos anteriores.

[13] Estos cuadros se obtuvieron de los cuadros 4.1.1b y 4.1.1e. respectivamente.

Cuadro 6.4.1 Matriz de insumo producto – año 1980
Transacciones domésticas
(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P
S1	67.228	355.965	1.900	425.093	277.429	702.522
S2	77.297	795.267	206.872	1.079.436	1.992.967	3.072.403
S3	36.350	367.851	395.294	799.495	2.340.987	3.140.482
Insumos nales.	180.875	1.519.083	604.066	2.304.024	7.649.898	7.074.777
Importac.	9.554	232.981	34.245	276.780	251.285	528.065
Insumos totales	190.429	1.752.064	638.311	2.580.804	4.862.688	7.443.472
VA	512.093	1.320.339	2.502.171	4.334.60	135.474	4.470.077
V.B.P.	702.522	3.072.403	3.140.482	6.915.407	4.998.142	11.913.549

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 6.4.2 Matriz de insumo-producto –año 1980
Transacciones totales
(millones de pesos a precios del productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P
S1	69.286	399.188	2.096	470.570	286.402	756.972
S2	84.572	985.011	218.914	1.288.497	2.191.166	3.479,663
S3	36,571	367.865	417.301	821.737	2.373.635	3.195.372
TFN[1]	0	0	0	0	11.465	11.465
Insumos totales	190.429	1.752.064	638.311	2.580.804	4.862.688	7.443.472
VA	512.093	1.320.339	2.502.171	4.334.603	135.474	4.470.077
V.B.P.	702.522	3.072.403	3.140.482	6.915.407	4.988.142	11.913.549

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

1 Transacciones fronterizas netas.

Cuadro 6.4.3 Matriz de importaciones – año 1980

(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	Total
S1	2.058	43.223	196	45.477	8.973	54.450
S2	7.275	189.744	12.042	209.061	198.199	407.260
S3	221	14	22.007	22.242	326.48	54.890
Total	9.554	232.981	34.245	276.780	251.285	528.065

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Puesto que las matrices correspondientes a 1990 están valuadas a precios corrientes, fue necesario expresarlas a precios constantes de 1980. Con este fin, el procedimiento seguido fue el siguiente:

i) Los renglones de la matriz de importaciones a precios corrientes del año 1990 se deflactaron por los índices de precios implícito de las importaciones por rama de origen, publicados en el Sistema de Cuentas Nacionales (INEGI–PNUD, 1988, 1991), obteniéndose la matriz de importaciones a precios constantes con base en 1980 ($\bar{w}^{90}_{m,ij}$). Posteriormente, la suma por columnas de esta matriz permitió obtener el total de insumos importados utilizados por cada una de los sectores ($\bar{u}^{90}_{m,j}$), a precios de 1980. En el cuadro (6.2.7) presentamos el resultado obtenido para esta matriz.

ii) Los renglones de la matriz de transacciones domésticas a precios corrientes del año 1990 se deflactaron por los índices de precios implícitos de la producción bruta, por rama de origen, publicados en el SCNM (INEGI–PNUD, 1988,1991), obteniéndose la matriz de transacciones domésticas a precios constantes con base en 1980 ($\bar{w}^{90}_{ij}$). En el cuadro 6.2.5 presentamos el resultado obtenido. Posteriormente, la suma por columnas de esta matriz permitió calcular el total de insumos de origen domésticos utilizados por cada uno de los sectores ($\bar{w}^{+90}_{j}$) a precios de 1980.

iii) El valor bruto de la producción del año 1990 correspondiente a cada rama, a precios corrientes, se deflactó por el índice de precios implícitos de la producción bruta publicados en el SCN (INEGI–PNUD, 1988,1991), obteniéndose el valor bruto de la producción a precios constantes con base en 1980 ($\bar{Q}_j^{*90}$). En el cuadro 6.2.5 aparece el resultado de este cálculo.

iv) Finalmente, obtuvimos el valor agregado por rama a precios constantes ($\bar{V}_j^{90}$) como la diferencia entre el valor de la producción ($\bar{Q}_j^{*90}$) y los insumos totales ($\bar{w}_j^{+90} + \bar{u}_{m,j}^{90}$), es decir,

$$\bar{V}_j^{90} = \bar{Q}_j^{*90} - \bar{w}_j^{+90} + \bar{u}_{m,j}^{90}$$

Este resultado también se incluye en el cuadro 6.2.5. Con base en la información obtenida en los incisos *ii)*, *iii)* y el presente, obtuvimos la matriz de insumo–producto para el año 1990, a precios constantes, que presentamos en el cuadro 6.2.5.

v) La suma de las matrices de transacciones domésticas (cuadro 6.2.5) y de importaciones (cuadro 6.2.7) es la matriz de transacciones totales, resultado que se presenta en el cuadro 6.4.6.

La diferencia entre los elementos de la matriz de transacciones domésticas obtenida de acuerdo con el procedimiento descrito[14] en *i)* y los elementos de la matriz de transacciones doméstica del año 1980 (w_{ij}^{80}), permitió obtener el cambio en la utilización de cada insumo en cada rama, es decir, los elementos Δw_{ij} (ver cuadro 6.4.4), los que fueron desglosados conforme al método expuesto en la sección anterior.

[14] El procedimiento implica que si bien se mantiene correspondencia entre la suma de cada fila con la información del SCNM. esto no sucede con respecto a la suma de columnas. En consecuencia. ni la suma de los insumos utilizados en cada sector ni el valor agregado de las mismas coinciden con la información proporcionada por el SCNM.

Cuadro 6.4.4 Matriz de variación de las transacciones interindustriales (Δw_{ij})

Sectores	S1	S2	S3	Total
S1	17,925.9	1,657.5	7.3	19,591
S2	11,538.1	2,805.5	24,750.8	39,094
S3	21,971.2	58,349.2	200,730.4	281,051
Total	51,435.2	62,812.2	225,488.5	339,736

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con este propósito, la tasa de crecimiento del producto bruto total, g, y las correspondientes al producto bruto de cada sector, g_j, las obtuvimos del SCN (ver cuadro 6.4.5), mientras que las tasas de crecimiento de la utilización del total de cada insumo (f_{ij}), de cada insumo de origen doméstico (t_{ij}) y de los insumos totales (f_j) para cada rama, los obtuvimos directamente de la información contenida en las matrices descritas (ver cuadros 6.4.6 y 6.4.7).

Cuadro 6.4.5 Producto y tasas de crecimiento (g_j y g)

Sectores	PIB 1990	PIB 1980	Tasas
S1	580,595	512,093	0.13377
S2	1,693,251	1,320,339	0.28244
S3	2,916,849	2,502,171	0.16573
Total	5,190,695	4,334,603	0.19750

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 6.4.6 Tasas de crecimiento de la utilización de los insumos intermedios totales (f_{ij} y f_j)

Sectores	S1	S2	S3
S1	0.29390	–0.01916	0.00286
S2	0.15199	0.08478	0.19785
S3	0.62290	0.15876	0.48947
Total (f_j)	0.29406	0.07663	0.38786

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 6.4.7 Tasa de crecimiento de la utilización de los insumos intermedios domésticos (t_{ij})

Sectores	S1	S2	S3
S1	0.26664	0.00466	0.00382
S2	0.14927	0.00353	0.11964
S3	0.60444	0.15862	0.50780
Total	0.28437	0.04135	0.37328

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en los datos presentados se obtuvo el desglose de los cambios de las transacciones interindustriales, conforme al procedimiento descrito. En los cuadros 6.4.8 a 6.4.12 se muestran los cinco efectos discutidos. El efecto "país" (cuadro 6.4.8) es positivo en todos los sectores, puesto que la tasa de crecimiento del PIB total en el período considerado es positiva (19.75%). Vistos como sectores compradores (columnas), el efecto "industrial" (cuadro 6.4.9) es positivo en el sector 2 (industria), puesto que este exhibe una tasa de crecimiento de su PIB (28.24%) superior a la de la economía total, mientras que en los sectores 1 y 3 es negativo, ya que sus tasas de crecimiento son menores a la total (13.38 y 16.57%, respectivamente). Observemos que, vistos como sectores proveedores, los tres muestran un resultado total neto positivo para este efecto.

Cuadro 6.4.8 Efecto crecimiento de la economía ($C1_{ij}$)

Sectores	S1	S2	S3	Total
S1	13.278	70.304	375	83.957
S2	15.266	157.067	40.858	213.191
S3	7.179	72.651	78.071	157.902
Total	35.723	300.022	119.304	455.049

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 6.4.9 Efecto del crecimiento diferencial ($C2_{ij}$)

Sectores	S1	S2	S3	Total
S1	–4.285	30.234	–60	25.889
S2	–4.926	67.546	–6.573	56.046
S3	–2.317	31.243	–12.560	16.366
Total	–11.528	129.023	–19.194	98.301

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

El efecto "insumo" (cuadro 6.4.10) es negativo en el sector 2 (industria), puesto que este exhibe una tasa de crecimiento de su PIB (28.24%) superior a la de sus insumos intermedios totales (7.66%), mientras que en los sectores 1 y 3 es positivo, ya que sus tasas de crecimiento (13.38 y 16.57%, respectivamente) son menores a la de sus insumos intermedios totales (29.4 y 38.8%, respectivamente). Estos resultados pueden deberse a disminución relativa de eficiencia en el utilización de los insumos intermedios en estos dos últimos sectores, mientras que en el primero se estaría incrementando la misma. Vistos como sectores proveedores, los sectores 1 y 2 muestran un resultado total neto negativo, mientras que para el 3 este es positivo.

Cuadro 6.4.10 Cambios por la modificación de la importancia relativa de los insumos intermedios totales ($C3_{ij}$)

Sectores	S1	S2	S3	Total
S1	10.776	–73.259	422	62.062
S2	12.390	–163.670	45.953	–105.327
S3	5.826	–75.706	87.808	17.929
Total	28.992	–312.635	134.184	–149.459

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

El efecto "combinación de insumos" (cuadro 6.4.11) tendrá signo positivo o negativo dependiendo de la diferencia entre la tasa de crecimiento del insumo correspondiente a la fila de cada celdilla y la tasa de crecimiento de la utilización de insumos intermedios totales de la actividad de producción señalada por la columna de la misma. En este caso el interés se centra en la suma por fila del efecto, puesto que esta nos dice si el sector ha disminuido o incrementado su participación como proveedor de insumos. Los resultados obtenidos nos muestran que los sectores 1 y 2 han disminuido su importancia relativa como proveedores de insumos intermedios, mientras que el sector 3 la ha incrementado.

Cuadro 6.4.11 Cambios por la modificación de la importancia relativa de los insumos intermedios individuales ($C4_{ij}$)

Sectores	S1	S2	S3	Total
S1	–11	–34.097	–732	–34.839
S2	–10.981	6.479	–39.308	–43.810
S3	11.953	30.211	40.167	82.331
Total	961	2.593	127	3.682

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

El efecto "comercio" (cuadro 6.4.12) tendrá signo positivo o negativo dependiendo de la diferencia entre la tasa de crecimiento del insumo total correspondiente a la fila de cada celdilla y la tasa de crecimiento del insumo. En este caso el interés se centra en la suma por fila del efecto, puesto que esta nos dice si el sector ha disminuido o incrementado su participación como proveedor de insumos. Los resultados obtenidos nos muestran que los sectores 1 y 2 han disminuido su importancia relativa como proveedores de insumos intermedios, mientras que el sector 3 la ha incrementado.

Cuadro 6.4.12 Cambio debido a las modificaciones en el patrón de comercio ($C5_{ij}$)

Sectores	S1	S2	S3	Total
S1	–1.832	8.477	2	6.646
S2	–210	–64.616	–16.179	–81.005
S3	–671	–51	7.244	6.523
Total	–2.713	–56.190	–8.933	–67.837

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

6.5. Cambio estructural, productividad total de los factores y beneficios de la innovación [15]

Leontief *et. al.*, (1953), señalaron que una reducción en los requerimientos de insumos por unidad de producto puede considerarse como un incremento en la productividad. Desarrollaron posteriormente un índice de cambio estructural semejante al índice de la productividad total de los factores (*PTF*) propuesto por Kendrick (1961). Utilizando estos índices, Leontief calculó que, para un producto dado de la economía estadounidense, era necesario 14% menos de

[15] En esta sección seguiremos de cerca la exposición de Fontela (1994).

insumos en 1929 que en 1919 y 10% menos en 1939 que en 1929. Con los mismos datos, Kendrick obtuvo para su índice los valores 1 en 1919, 1.16 en 1929 y 1.29 en 1939, con un promedio anual de la razón de crecimiento de la PTF de 1.3% para ese periodo de 20 años. A partir de estos trabajos iniciales, se ha desarrollado una amplia gama de trabajos sobre el tema. Una de las versiones es el enfoque que presentamos en las ecuaciones 6.3.13, 6.3.14 y 6.3.15.

Domar (1961) y Peterson (1979) hicieron una versión continua de los índices de cambio estructural de Leontief, relacionando este trabajo con las investigaciones acerca de la función de producción y la PTF. De esta forma, abrieron la puerta para el cálculo sectorial de la PTF. Peterson (1979) calculó estimaciones de estas medidas sectoriales de la PTF para el Reino Unido utilizando una matriz insumo–producto, mientras que Wolff (1985) hizo lo mismo para los Estados Unidos.

Carter (1990) asoció investigaciones de la misma naturaleza con ideas de Shumpeter acerca de la innovación, afirmando que en una matriz insumo-producto una innovación implica un cambio en alguna columna de los coeficientes de la matriz o en el coeficiente sectorial del factor primario. Carter identifica la noción de "beneficios de la innovación" con la diferencia entre la suma inicial de los costos en insumos necesarios para producir un bien o un servicio dado y una nueva y menor suma de estos costos relacionados con una innovación. En esta sección adoptaremos el concepto de beneficio de la innovación en el sentido de Carter, tomando en cuenta posibles limitaciones del concepto. Así, por ejemplo, el cambio en los costos puede ser un resultado directo de una variación en el grado de la capacidad utilizada en lugar de un verdadero proceso de innovación.

El cambio estructural, los cambios en la PTF y los beneficios de la innovación son tres aspectos de un mismo fenómeno que se observa en la evolución de cualquier economía: la creatividad humana que busca producir con el menor esfuerzo (directo o indirecto) y que busca obtener más y mejores respuestas con menores estímulos. Este proceso humano permite plantearnos dos interesantes problemas.

(1) El primero tiene que ver con la identificación del origen de este proceso y su extensión; es el problema de la generación de ganancias de productividad.

(2) El segundo se refiere a determinar quién es finalmente beneficiado por este proceso. Es el problema de la distribución o de la apropiación de estas ganancias.

En términos de métodos cuantitativos, el primer problema puede considerarse como prácticamente resuelto y los únicos aspectos pendientes están relacionados con cuestiones estadísticas, tal como: (i) si es mejor utilizar índices de la cantidad de trabajo para los insumos de trabajo o deflactores de precios para la tasa salarial; (ii) si es mejor utilizar índices de cantidad para los acervos de capital y la capacidad de utilización, o algún deflactor de precios para la tasa de ganancia. Parte de estos problemas los enfrentamos en la sección 6.3 cuando calculamos los índices de volumen para el trabajo y el capital.

6.5.1 Generación y distribución de los beneficios de la innovación

Establezcamos la diferencia formal entre el problema de generación y el problema de distribución de los beneficios de la innovación de Carter, o sea, del total de los excedentes de productividad, utilizando un contexto de tiempo discreto. Para ello, regresemos a la identidad (1.3.3), donde establecimos que, en cualquier punto del tiempo, el valor de la producción de cualquier actividad de producción (bien) es igual a la suma del valor de los destinos o utilizaciones de esa producción, es decir,

$$p_i^t \, Q_i^t = \sum_{j=1}^{n} = p_i^t \, q_{ij}^t + p_i^t f_i^t \qquad (6.5.1.1)$$

donde el supraíndice t indica el periodo al que se refiere la identidad. De igual forma, en la ecuación (1.4.4), escribimos que la suma de los costos en insumos, tanto intermedios como primarios, también es igual al valor de la producción, para cada actividad, puesto que entre estos últimos incluimos las utilidades, o sea, una categoría residual. Es decir,

$$p_j^t Q_j^t = \sum_{i=1}^{n} = p_i^t q_{ij}^t + \sum_{k=1}^{K} \pi_k^t Y_{kj}^t$$

(6.5.1.2)

Por lo tanto, para cada actividad de producción, en cualquier punto del tiempo, el total de sus productos es igual al total de los insumos usados (ambos medidos a precios corrientes), de tal forma que

$$0 = \left(\sum_{j=1}^{n} p_i^t q_{ij}^t + p_i^t f_i^t \right) - \left(\sum_{i=1}^{n} p_i^t q_{ij}^t + \sum_{k=1}^{K} \pi_{kj}^t Y_{kj}^t \right)$$

(6.5.1.3)

Sin embargo, esta misma diferencia, pero a precios del año base, será diferente de cero, puesto que todos los precios han variado en diferentes proporciones. Llamemos z_i a esta diferencia, es decir,

$$z_i = \left(\sum_{j=1}^{n} p_i^0 q_{ij}^t + p_i^0 f_i^t \right) - \left(\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_{ij}^t + \sum_{k=1}^{K} \pi_{kj}^0 Y_{kj}^t \right)$$

(6.5.1.4)

Por lo tanto, z_i es la diferencia del valor de la fila de la matriz de insumo–producto y el valor de la columna, ambas a precios del año base, o sea, es el excedente del valor de los productos obtenidos respecto de el total de los insumos utilizados. Podemos también definir z_i como la diferencia entre las expresiones (6.5.1.4) y (6.5.1.3), es decir,

$$z_i = \left(\sum_{i=1}^{n} q_{ij}^t (p_i^t - p_i^0) + \sum_{k=1}^{K} Y_{kj}^t (\pi_{kj}^t - \pi_{kj}^0) \right) - \left(\sum_{j=1}^{n} (q_{ij}^t + f_i^t)(p_i^t - p_i^0) \right)$$

(6.5.1.5)

Se puede entender facilmente que z_i, definido por la ecuación (6.5.1.4), refleja las ganancias de bienestar de las innovaciones que permitieron que la industria i incrementara el valor de sus productos más rápido que el costo de sus insumos entre el tiempo 0 y el tiempo t (obviamente, si $z_i > 0$). Además, no es difícil transformar esta ecuación en ganancias de innovación por unidad de producto para llegar nuevamente a la definición de Carter de estas ganancias. Al mismo tiempo, z_i puede interpretarse como el superávit de la PTF. Una simple inspección de la ecuación (6.5.1.4) muestra una inmediata relación con el índice propuesto por Kendrick, $IPTF_K$, que es de hecho la relación de las dos expresiones del lado derecho de esta ecuación, es decir,

$$IPTF_K = \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} p_i^0 q_{ij}^t + p_i^0 f_i^t\right)}{\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_{ij}^t + \sum_{k=1}^{K} \pi_{kj}^0 Y_{kj}^t\right)} \tag{6.5.1.6}$$

Mientras que la ecuación (6.5.1.4) establece claramente el proceso de *generación* del superávit de la PTF o las ganancias de bienestar de la innovación en una industria, la ecuación (6.5.1.5) describe el proceso de *redistribución* de estas ganancias como el resultado de cambios en los precios. Es decir,

i) si $p_i^0 > p_i^t$, entonces la industria está transfiriendo parte de sus ganancias de productividad a sus clientes (productores intermedios o consumidores finales), por el hecho de suministrar sus productos a un precio relativo más bajo;

ii) si $p_j^t > p_j^0$, entonces la industria está transfiriendo parte de las ganancias de productividad a sus proveedores, es decir, a otras industrias que le proveen insumos intermedios, al trabajo a través de tasas salariales más elevadas o al capital a través de ganancias incrementadas;

iii) si $\pi_{kj}^{0} > \pi_{kj}^{t}$, entonces el insumo primario está transfiriendo parte de las ganancias de productividad a los productores intermedios y/o a las consumidores finales.

Si nos salimos del modelo estático de insumo–producto, sabemos que el origen de las diferencias entre productos e insumos a precios constantes de una industria, reflejadas en la ecuación (6.5.1.4), se encuentra ya sea en un cambio de los coeficientes técnicos de los insumos intermedios o en una cambio de los coeficientes de trabajo y de capital, siempre por unidad de producto. No obstante, a precios corrientes, para cada industria, el total de productos y el total de insumos deben ser idénticos en cada punto del tiempo, por razones contables obvias. Por eso, puede entenderse que cambios en los precios del año base al año corriente reflejan de hecho cambios en el volumen de los coeficientes técnicos de insumos intermedios y primarios. También se entiende que el proceso de generación de ganancias de productividad es un proceso dual de cambios en precios relativos que involucra a todos los productos e insumos.

Mientras que el problema de *generación* de ganancias de innovación o ganancias de productividad ha sido tratado extensamente en la literatura de crecimiento y específicamente, la *medición* de la PTF ha recibido atención internacional en el contexto actual de productividad descendente, el problema de la *distribución* permanece inexplorado.

6.5.2. El problema de la distribución de las ganancias de productividad

El problema de la distribución está de hecho relacionado con los cambios en los precios relativos de los productos, los insumos intermedios y los insumos primarios, que reflejan la extensión de la apropiación de los beneficios de la innovación por los agentes económicos involucrados en el proceso de generación.

6.5.2.1 Agentes involucrados en el proceso de distribución

De acuerdo con Arrow (1962), en un mercado de competencia perfecta, las reducciones de costos introducidas por incrementos en la productividad pueden distribuirse inmediatamente hacia los consumidores, llevando así a un decremento del precio relativo del producto y generando beneficios para el comprador. No obstante, si el productor es un monopolista discriminador, puede apropiarse esas ganancias y así incrementar el superávit de su capital. Carter (1990) trató ideas similares en el contexto de la teoría de innovación:

> En el mundo ideal de Shumpeter, el innovador se apropia inicialmente de los beneficios de la innovación como una ganancia. Gradualmente, las fuerzas de la competencia lo obligan a trasladar estos beneficios de la innovación hacia los consumidores (p.241).

En este contexto, se presta relativamente poca atención al hecho de que otros actores también esperan una inmediata apropiación de estos beneficios: el gobierno puede crear impuestos sobre los beneficios; los trabajadores pueden pedir incrementos salariales. Obviamente, en el caso de demandas salariales, podemos suponer que en un mercado de trabajo flexible, los salarios se determinan fuera de la empresa, algo que es razonable en el caso de competencia perfecta. Sin embargo, la regla de oro de la estabilidad de precios en un mundo neoclásico (la tasa salarial debe incrementarse a la tasa de crecimiento de la productividad laboral) indica que, en condiciones operacionales, por lo menos alguna parte de los beneficios del proceso de innovación debe distribuirse a los trabajadores, y esta distribución será reforzada si existe una unión laboral más agresiva.

Podemos entonces concluir que los beneficios de la innovación o las ganancias de bienestar de los cambios de la *PTF*, se distribuyen entre capitalistas y trabajadores de las empresas innovadoras, el gobierno y los consumidores. Las reglas de la distribución estarán finalmente dictadas por la estructura de los diferentes mercados. Específicamente, con competencia perfecta en todos los mercados de productos e insumos primarios, los consumidores van a beneficiarse inmediatamente por la consiguiente disminución de los precios pero, en todos los casos de más o menos competencia imperfecta, el resultado será menos claro.

6.5.2.2 Flujos de beneficios

Supongamos que estamos en el caso de competencia perfecta y que la empresa innovadora produce bienes intermedios. Por reducción de sus precios, el innovador va a contribuir a una reducción en el costo de sus consumidores industriales; esta reducción en el precio de un insumo va a producir excedentes que tienen que distribuirse nuevamente (en el caso de la competencia perfecta, a través de nuevas reducciones de precios). Los beneficios de la innovación operan como un sistema de flujos que cubren toda la economía y que se mueven hacia los consumidores finales y los dueños de los insumos primarios. En palabras de Carter (1990) y Mohnen (1989), *En términos de bienestar, además de incrementar los excedentes en la industria innovadora, la innovación disminuye el precio de los insumos para las industrias usuarias y así también incrementa su excedente de producción.*

Estas ideas han sido traducidas por Fontela (1989) en un sistema insumo–producto de beneficios de innovación y posteriormente desarrollado por Fontela y Pulido (1991), Garau (1993), Lo Cascio *et. al.*, (1993) y Pulido y Fontela (1993). A continuación exponemos una versión simplificada del mismo. Para un año dado t tenemos un sistema completo insumo–producto a precios corrientes (ver cuadro 5.1), con una matriz W de flujos intermedios, un vector f^* de demanda final, un vector U_W de salarios y un vector U_R de excedentes de operación, o sea, de ganancias de capital. Las importaciones se tratan separadamente como el vector U_m. El sistema satisface las siguientes identidades para el valor bruto de la producción por rama de actividad económica (vector Q^*):

$$W\iota + f^{\bullet} = Q^{\bullet}$$

$$\iota W + U_m + U_W + U_R = Q^{\bullet\prime} \tag{6.5.2.1}$$

(6.5.2.2)

Supongamos el mismo sistema de datos para el año t, pero después de ajustar sus transacciones en dos formas. En primer lugar, deflactamos las mismas usando el año base 0 para los deflactores de precios. Se trata de deflactar no sólo la matriz de flujos interindustriales y de demanda final, sino también los insumos primarios, es decir, las importaciones, los salarios y las ganancias de capital. Los vectores y matrices deflactados son los siguientes: $\overline{W}, \bar{f}^{\bullet}, \bar{U}_m, \bar{U}_W, \bar{U}_R$ y $\bar{Q}^{\bullet}$; las ecuaciones de balance correspondientes son:

$$\overline{W}\iota + \bar{f}^{\bullet} = \bar{Q}^{\bullet} \tag{6.5.2.3}$$

$$\iota\overline{W} + \bar{U}_m + \bar{U}_W + \bar{U}_R + z = \bar{Q}^{\bullet\prime} \tag{6.5.2.4}$$

Hasta aquí z es el vector residual del excedente de la PTF o beneficios de la innovación, establecido como la diferencia entre productos e insumos a precios constantes para cada industria, exactamente como en la ecuación (6.5.1.4). Si bien este cálculo nos permite obtener una primera aproximación a nivel total de cada rama, no es útil para analizar qué sucede a nivel de cada transacción, puesto que sólo se basa en la diferencia entre los totales de filas y columnas del sistema deflactado. Si se intentara tomar como base la diferencia entre los valores corrientes y constantes de cada transacción tampoco nos permitiría obtener resultados transparentes, puesto que en un contexto inflacionario todas estas diferencias serían positivas. Con el propósito de resolver el problema, procedemos a inflactar nuestro sistema deflactado utilizando un índice general de precios, que para estos fines será el índice de precios implicito del PIB. Entonces, transformamos todas las varibles de los sistemas (6.5.2.3) y (6.5.2.4), utilizando un nuevo símbolo (~) para indicar que la variable ha sido primeramente deflactada por el índice de precios correspondiente y posteriormente inflactada por el índice señalado.

Definamos ahora los flujos de las ganancias de productividad o de los beneficios de la innovación como la diferencia entre el sistema a precios corrientes y el nuevo sistema a precios constantes e inflactado, o sea:

$$S = W - \tilde{\bar{W}} \qquad (6.5.2.5) \qquad\qquad s_m = U_m - \tilde{\bar{U}}_m \qquad (6.5.2.6)$$

$$s_f = f^{\cdot} - \tilde{\bar{f}}^{\cdot} \qquad (6.5.2.7) \qquad\qquad s_W = U_W - \tilde{\bar{U}}_W \qquad (6.5.2.8)$$

$$s_R = U_R - \tilde{\bar{U}}_R \qquad (6.5.2.9)$$

Restando la ecuación (6.5.2.3), inflactada, de la (6.5.2.1) y la (6.5.2.4), inflactada, de la (6.5.2.2), obtenemos:

$$z = (lS + s_m + s_R + s_W) - (Sl + s_f)' \qquad (6.5.2.10)$$

$$z = [lS - (Sl)'] + s_m + s_R + s_W - s_f' \qquad (6.5.2.11)$$

La interpretación de estas matrices y vectores es relativamente sencilla. El elemento S_{ij} muestra la ganancia de innovación transferida entre la industria i y la industria j. Si $S_{ij} > 0$ significa que la industria j está pagando más a precios corrientes que a precios constantes por el producto suministrado por la industria i. Es decir, la industria j está usando algunas de sus ganancias de innovación o su excedente de productividad para pagar sus insumos, mientras que la industria i está recibiendo flujos de las ganancias de innovación que se suman a sus propios excedentes, si es que los tiene.

Para cualquier industria i, $\sum_{j=1}^{n} S_{ji} - \sum_{j=1}^{n} S_{ij}$, es decir, la suma de la columna correspondiente menos la suma de la fila, proporciona la contribución neta de la industria al resto de los sectores productores, ya sea incrementando el pago de sus insumos intermedios o bajando los precios a los sectores consumidores de sus productos.

Los vectores S_R y S_W muestran la suma de las ganancias de innovación transferidas al capital y al trabajo a través de incrementos en las utilidades o en la tasa salarial. Finalmente, S_f es el vector de los excedentes de productividad o de ganancias de innovación transferidos hacia los consumidores si los precios disminuyen ($S_{ij} < 0$) o, eventualmente, recibidas por las industrias de los consumidores ($S_{ij} > 0$).

Las ecuaciones (6.5.2.10) y (6.5.2.11) explican claramente que las ganancias de innovación de una industria se pueden incrementar por flujos o ganancias provenientes de los proveedores de insumos (de bienes intermedios, capital o trabajo) si sus precios decrecen, o bien por flujos de beneficios provenientes de los consumidores (si estos aceptan pagar más por los productos de la industria). También se muestra que el total de estas ganancias de innovación (producidas internamente o recibidas de afuera) se distribuyen después hacia el resto de los agentes económicos (pagando más por los insumos recibidos o cobrando menos por los productos vendidos).

Aplicación

Con base en la matriz del año 1990 a precios corrientes (ver cuadro 6.2.4) obtenemos la matriz de transacciones interindustriales, W, y el vector de demanda final, f^* (ver cuadro 6.5.1).

Cuadro 6.5.1 Matriz de transacciones interindustriales y demanda final – año 1990 (miles de millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	f^*
S1	10.760	45.189	241	56.190	48.312
S2	11.017	98.974	28.725	138.716	305.210
S3	8.057	58.875	82.340	149.276	376.067
Ins. nacionales	29.834	203.042	111.306	344.182	729.589

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Si deflactamos estas transacciones con los índices de precios de la primer columna del cuadro 6.2.3, obtenemos el valor de las mismas a precios constantes (ver cuadro 6.5.2), que ya presentamos en el cuadro 6.2.5.

Cuadro 6.5.2 Matriz de transacciones interindustriales y demanda final – año 1990 (miles de millones de pesos a precios de 1980)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	$\bar{f}^{*}$
S1	85.15	357.62	1.91	444.68	382.34
S2	88.84	798.07	231.62	1.118.53	2.461.05
S3	58.32	426.20	596.02	1.080.55	2.722.19
Ins. nacionales	232.31	1.581.90	829.55	2.643.76	5.565.58

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Ahora inflactamos todas las transacciones del cuadro 6.5.2 por el índice de precios implícito del PIB suministrado por el SCNM (igual a 130.21) y obtenemos $\bar{\bar{W}}$ y $\bar{\bar{f}}^{*}$ (ver cuadro 6.5.3).

Cuadro 6.5.3 Matriz de transacciones interindustriales y demanda final – año 1990 (miles de millones de pesos a precios de 1980, inflactada)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	$\bar{\bar{f}}^{*}$
S1	11,087.86	46,565.93	248.34	57,902.14	49,784.09
S2	11,567.19	103,916.81	30,159.54	145,643.55	320,452.35
S3	7,593.99	55,495.41	77,608.19	140,697.59	354,455.64
Ins. nacionales	30,249.05	205,978.16	108,016.07	344,243.28	724,692.09

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos ahora obtener S y s_f, de acuerdo con las expresiones (6.5.2.5) y (6.5.2.7), respectivamente, que presentamos en el cuadro (6.5.4).

Cuadro 6.5.4 Matriz de beneficios de la innovación por transacción interindustrial y demanda final – año 1990

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia	f^*
S1	–327.86	–1.376.93	–7.34	–1.712.14	–1.472.09
S2	–550.19	–4.942.81	–1.434.54	–6.927.55	–15.242.35
S3	463.01	3.383.59	4.731.81	8.578.41	21.611.36
Ins. nacionales	–415.05	–2.936.16	3.289.93	– 61.28	4.896.91

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Para calcular s_f seguimos el siguiente procedimiento, cuyos resultados presentamos en el cuadro 6.5.5. En primer lugar, obtenemos del cuadro 6.2.4 los valores de las importaciones, por destino, a precios corrientes, U_m . Con los índices del cuadro 6.2.3 calculamos el valor de estas transacciones a precios constantes, $\bar{U}_m$. Obervemos que esta última coincide con los valores que ya calculamos en los cuadros 6.2.5 y 6.2.7. Finalmente, inflactamos estas magnitudes con el índice de precios implícito del PIB, con el propósito de determinar $\tilde{U}_m$.

Cuadro 6.5.5 Distribución de los beneficios de la innovación para las importaciones – año 1990

	S1	S2	S3	Demanda intermedia
U_m	2.165.00	47.991.00	9.504.00	59.660.00
$\bar{U}_m$	14.12	304.43	56.33	374.88
$\tilde{U}_m$	1.837.99	39.639.96	7.334.93	48.812.89
s_m	327.01	8.351.04	2.169.07	10.847.11

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Para obtener s_W y s_R se siguió el mismo procedimiento (ver cuadros 6.5.6 y 6.5.7, respectivamente). Se deflactaron los flujos a precios corrientes de los insumos primarios salarios y beneficios, obtenidos del cuadro 4.1.1c, con los índices de precios del salario y del capital del cuadro 6.3.1. Posteriormente se inflactaron estas transacciones con el mismo índice ya señalado, para finalmente calcular las diferencias con respecto a los valores corrientes.

Cuadro 6.5.6 Distribución de los beneficios de la innovación para los salarios – año 1990

	S1	S2	S3	Demanda intermedia
U_W	11.392.00	56.202.00	87.447.00	155.041.00
$\bar{U}_W$	126.86	586.66	891.58	1.605.09
$\tilde{U}_W$	1.837.99	39.639.96	7.334.93	48.812.89
s_W	–5.126.57	–20.186.49	–28.644.85	–53.957.91

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 6.5.7 Distribución de los beneficios de la innovación para las utilidades – año 1990

	S1	S2	S3	Demanda intermedia
U_R	61.111.00	136.691.00	317.086.00	514.888.00
$\bar{U}_R$	415.32	842.73	2.215.38	3.473.42
$\tilde{U}_R$	54.078.07	109.731.95	288.463.44	452.273.46
s_R	7.032.93	26.959.05	28.622.56	62.614.54

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos ahora resumir los resultados obtenidos y calcular z (ver cuadro 6.5.8), de acuerdo con la expresión (6.5.2.11).

Cuadro 6.5.8 Distribución de los beneficios de la innovación –año 1990

Sectores	$\iota S - S\iota'$	s_m	s_R	s_W	s_f	z
S1	1.297.09	327.01	7.032.93	–5.126.57	–1.472.09	5.002.55
S2	3.991.39	8.351.04	26.959.05	–20.186.49	–15.242.35	34.357.34
S3	–5.288.48	2.169.07	28.622.56	–28.644.85	21.611.36	–24.753.06

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Puesto que $S_{ij} > 0$ para las transacciones de los sectores 1, 2 y 3, con el sector 3, estos tres sectores utizaron parte de sus ganancias de innovación para pagar los insumos que utilizó el sector 3. En efecto, en la matriz S (ver cuadro 6.5.4) se puede observar que todos los insumos entregados por el sector 3 a los tres sectores tienen signos positivos, es decir, estos últimos pagaron un precio relativamente mayor por los mismos. Por otra parte, puesto que $S_{ij} < 0$ en todas las otras transacciones de la matriz S, los sectores 1, 2 y 3 recibieron ganancias de innovación de los sectores 1 y 2, gracias a que los precios relativos de los mismos disminuyeron. El resultado neto de las relaciones interindustriales lo podemos ver en la primer columna del cuadro 6.5.8: los sectores 1 y 2 contribuyen al resto de la economía transfiriendo ganancias de innovación, $(\iota S - S\iota') > 0$, mientras que el sector 3 (servicios) absorbe las ganancias de productividad, $(\iota S - S\iota') < 0$.

En la segunda columna del cuadro 6.5.8 observamos que el sector externo (importaciones) ha absorbido parte de las ganancias de innovación, puesto que su precio relativo se ha incrementado. De igual forma, el capital (tercer columna) resultó beneficiado, mientras que el trabajo ha experimentado el efecto contrario. En la quinta columna mostramos que los sectores 1 y 2 han transferido parte de las ganancias de productividad a los consumidores finales, mientras que el sector 3 experimentó una transferencia de ingresos desde este último. El efecto neto a nivel del conjunto de la economía aparece en la última columna: los sectores 1 y 2 son los que transfieren ($z_i > 0$) y el sector 3 absorbe ($z_i < 0$) los beneficios de la innovación.

CAPÍTULO

7

Actualización de la matriz de insumo–producto

7.1 El método RAS

La estimación y equilibrio de una tabla de insumo–producto requiere una considerable cantidad de tiempo y recursos. De ser posible, es muy conveniente elaborar una tabla precisa de insumo–producto integrada con las cuentas nacionales, para lo cual normalmente se requiere más información estadística que la que está anualmente disponible en la mayor parte de los países. Esto implica, necesariamente, un costo elevado, el que no todos los países están dispuestos a asumir, menos aún si se pretendiera estimar una tabla de insumo–producto para cada año. Por esta razón, se planteó y resolvió seguir un camino menos honeroso, que permitiera, con la información disponible de las propias cuentas nacionales anuales, obtener una matriz estimada que sea relativamente confiable y con un bajo costo en su elaboración (Naciones Unidas, 1974).

Con este propósito, describiremos a continuación el método de actualización de matrices propuesto inicialmente por Richard Stone, 1961, y por Stone y Brown, 1963, en Cambridge, Reino Unido, conocido como método RAS. La técnica mencionada consiste en la transformación de un cuadro correspondiente a un año pasado, con el fin de hacerlo compatible con los valores de la contabilidad nacional disponibles para un año más reciente. El fundamento del método estriba en encontrar una serie de multiplicadores para modificar los renglones y una serie de multiplicadores que ajusten las columnas de la matriz existente para un año base, de tal manera que los flujos del cuadro transformado sumen los totales por renglón y por columna acordes con la información de cuentas nacionales para un año posterior al base.[1] De esta forma, el método supone un gran avance, puesto que no hay necesidad de compilar tablas anuales de insumo–producto basadas en datos completos.

El método RAS no es exclusivamente para cuadros de relaciones interindustriales. Puede aplicarse a cualquier matriz para la que se conocen los totales prescritos para el año al que se quiere actualizar. De hecho, el problema en cuestión puede considerarse como un problema estadístico de ajuste de una matriz para que concuerde con las nuevas restricciones.

7.2 Aplicación del método RAS a los flujos monetarios

El método RAS postula que los flujos de un cuadro de insumo–producto van modificándose, a través del tiempo, por los efectos de los cambios en los precios de los insumos, en el nivel de producción y en las técnicas. En efecto, por la expresión (1.3.1) y la definición de coeficiente técnico (físico) podemos escribir

$$w_{ij}^t = p_i^t q_{ij}^t \qquad \text{y} \qquad q_{ij}^t = a_{ij}^t Q_j^t$$

donde el supraíndice t indica el periodo al que se refiere el valor de la variable. Sustituyendo, nos queda

$$w_{ij}^t = p_i^t a_{ij}^t Q_j^t$$

[1] Puesto que el problema de actualizar los coeficientes técnicos consiste en un proceso de doble rectificación por filas y columnas, habitualmente se lo plantea como un problema de biproporcionalidad. Se han propuesto diferentes métodos biproporcionales de resolución del problema de ajuste (Mesnard, 1989), pero el más difundido es el método RAS, único al que nos referiremos en este trabajo.

Es decir, el valor monetario de la utilización del insumo i en la producción de j, en el periodo t, se determina por el efecto de los tres factores mencionados: (i) el precio del insumo i; (ii) el nivel de producción física del producto j; (iii) y la tecnología, representada por el coeficiente técnico en términos físicos. Por lo tanto, el cambio del valor monetario de una transacción interindustrial, entre el periodo base (t=0) y el periodo corriente (t=1), está determinado por el efecto conjunto de estas tres variables. Observemos, en particular, que ahora estamos suponiendo que el coeficiente técnico de insumo–producto cambia a lo largo del tiempo.

El problema que aborda el método RAS es justamente obtener el valor de las transacciones interindustriales de un año diferente al base, a partir de la información disponible para el año base y el año de la proyección. El supuesto principal del método establece que pueden obtenerse los elementos del cuadro del año reciente al multiplicar renglones y columnas del cuadro del año base con ciertos multiplicadores, r^* y s^*, respectivamente, de tal manera que podemos escribir

$$w_{ij}^{1} = r_i^{*} w_{ij}^{0} s_j^{*} \tag{7.2.1}$$

donde:

r_i^* multiplicador de la fila i (i =1, 2,..., n);
s_j^* multiplicador de la columna j (j=1, 2,..., n).

En los multiplicadores de los renglones y de las columnas de una matriz transformada con dicho método, se valora el efecto que el conjunto de las tres variables económicas señaladas han tenido sobre cada rama de actividad o categoría económica de la matriz de insumo–producto.

Para iniciar la aplicación del método son necesario tres conjuntos de datos:

(i) Un cuadro de insumo–producto de un año pasado, que consideraremos el año base (t=0), y que tiene como elementos las transacciones interindustriales a precios corrientes de ese año, es decir, w_{ij}^{0};

(ii) Un vector con los valores de la demanda intermedia total por sector, a precios corrientes, de un año reciente, el año 1, cuyos elementos llamaremos t_i;

(iii) Un vector con los valores de los insumos intermedios totales por sector, a precios corrientes, del año 1, cuyos elementos llaremos q_j

Así, para el año base se requiere contar con la información completa sobre el cuadro de insumo–producto, es decir, el valor de todas las transacciones interindustriales. En cambio, para el año de proyección sólo necesitamos la suma por fila y columnas del cuadro de insumo–producto, que puede normalmente estar disponible a partir de la información elaborada por las cuentas nacionales. Los multiplicadores r^{*} y s^{*} se desconocen, pero sabemos que la suma de cada renglón y la de cada columna deben coincidir con los totales de las cuentas nacionales para el año reciente, es decir

$$\sum_{i=1}^{n} = w_{ij}^{1} = t_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \qquad \text{(suma de filas)} \qquad (7.2.2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} = w_{ij}^{1} = q_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \qquad \text{(suma de filas)} \qquad (7.2.3)$$

donde, además, se cumple que

$$\sum_{i=1}^{n} t_i = \sum_{j=1}^{n} q_j \qquad (7.2.4)$$

Entonces, introduciendo la expresión (7.2.1) en las ecuaciones (7.2.2) y (7.2.3), obtenemos

$$\sum_{j=1}^{n} r_i^{*} w_{ij}^{0} s_j^{*} = t_i \qquad (i = 1,2,\ldots,n) \qquad (7.2.5)$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_i^{*} w_{ij}^{0} s_j^{*} = q_j \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \qquad (7.2.6)$$

En consecuencia, en el sistema conformado por las ecuaciones (7.2.5) y (7.2.6), las incógnitas son los n multiplicadores filas y los n multiplicadores columnas; por lo tanto, el número de incógnitas es n+n=2n. Por su parte, el número de ecuaciones también es igual a n+n=2n; sin embargo, la expresión (7.2.4) introduce un condición que implica que el sistema sea linealmente dependiente, de tal forma que sólo quedan n–1 ecuaciones linealmente independientes. Por lo tanto, existen infinitas soluciones; si r^* y s^* son un par de valores solución del sistema, αr^* y s^*/α también lo son, donde α es un factor (escalar) cualquiera. Sin embargo, aún cuando el número de combinaciones r^*, s^* posible es infinito, el valor de los flujos de la matriz actualizada es único, puesto que

$$w_{ij}^{1}(r^*, s^*) = r_i^* w_{ij}^{0} s_j^* = \alpha r_i^* w_{ij}^{0} s_j^* / \alpha = w_{ij}^{1}(\alpha r^*, s^*/\alpha)$$

donde $\alpha \neq 0$.

Con respecto al procedimiento para obtener los multiplicadores, normalmente se sigue un método iterativo, que consiste en un ajuste sucesivo del cuadro base, que en la práctica lleva a una convergencia relativamente rápida. El procedimiento se inicia multiplicando cada elemento del cuadro base, w_{ij}^{0}, con un factor dado por la relación entre el valor prescrito y el valor real, de la columna o del renglón correspondiente. Si se inicia la transformación por renglón, se continúa con columnas, ya que una vez ajustados los valores reales con los prescritos por renglón hay que proceder al ajuste por columna; con ello se desajustan nuevamente los totales de renglones y habrá que reajustar renglones, posteriormente se ajustan nuevamente los totales de columnas y así sucesivamente, hasta obtener igualdad entre los totales reales con los prescritos, tanto por renglón como por columna. Cada uno de los factores que utilizamos para transformar la matriz base en las diferentes iteraciones se irá acumulando multiplicativamente hasta llegar a los mutiplicadores finales para cada renglón y cada columna del cuadro.[2]

[2] Interesa mencionar que las propiedades matemáticas del método RAS han sido examinadas por Bacharach. 1969. quien demuestra que el método tendrá una solución única. con independencia de que se ajusten en

Aplicación

Realicemos ahora un ejemplo numérico para ilustrar el procedimiento descrito.[3] Tomemos como matriz base la matriz de transacciones domésticas para el año 1980, que mostramos en el cuadro (7.2.1), y como cifras de control (prescritas) los totales de filas y columnas correspondientes a la matriz de transacciones domésticas del año 1990, que mostramos en el cuadro (7.2.2). Obviamente, en nuestro ejercicio supondremos que no conocemos las transacciones interindustriales que efectivamente se observaron para este último año, las que son las incógnitas del problema. Una vez terminado el ejercicio numérico podremos comparar los resultados obtenidos con los valores efectivamente observados para cada transacción interindustrial, que presentamos en el cuadro 7.2.2bis.[4]

Cuadro 7.2.1 Matriz base – año 1980

(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P
S1	67.228	355.965	1.900	425.093	277.429	702.522
S2	77.297	795.267	206.872	1.079.436	1.992.967	3.072.403
S3	36.350	367.851	395.294	799.495	2.340.987	3.140.482
Insumos nacionales	180.875	1.519.083	604.066	2.304.024	4.611.383	6.915.407
Insumos importados	9.554	232.981	34.245	276.780		
Insumos primarios	512.093	1.320.339	2.502.171	4.334.603		
V.B.P.	702.522	3.072.403	3.140.482	6.915.407		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

primer lugar las filas o las columnas. La experiencia ha demostrado que el método pronto converge en la solución. no requeriendo. por lo tanto. demasiado tiempo de computadora.

[3] Para aplicaciones más desagregadas y detalladas. ver Ramírez. 1976: Ten Kate. 1975: Ten Kate. Villegas y Baranda. 1993: e INEGI. 1986.

[4] Las matrices citadas se presentaron completas en los cuadros 4.1.1b y 4.1.1c. respectivamente.

Cuadro 7.2.2 Matriz uno –año 1990

(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P.
S1				56.190.000	4.812.000	104.502.000
S2		?		138.716.000	305.210.000	443.926.000
S3				149.276.000	376.067.000	525.343.000
Insumos nacionales	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	729.589.000	1.073.771.000
Insumos importados	2.165.000	47.991.000	9.504.000	59.660.000		
Insumos primarios	72.503.000	192.893.000	404.533.000	669.929.000		
V.B.P.	104.502.000	443.926.000	525.343.000	1.073.771.000		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.2.2bis Matriz de transacciones domésticas – año 1990

(miles de millones de pesos a precios de productor)

Sectores	Sectores S1	S2	S3	Demanda intermedia	Demanda final	V.B.P.
S1	10.760	45.189	241	56.190	48.312	104.502
S2	11.017	98.974	28.725	138.716	305.210	443.926
S3	8.057	58.879	82.340	149.276	376.067	525.343
Insumos nacionales	29.834	203.042	111.306	344.182	729.589	1.073.771
Insumos importados	2.165	47.991	9.504	59.660		
Insumos primarios	72.503	192.893	404.533	669.929		
V.B.P.	104.502	443.926	525.343	1.073.771		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

En los siguientes cálculos, el valor que en cada iteración resulta de la suma de los flujos ajustados por renglón y por columna, se llamará total real (año cero), para distinguirlo del total prescrito. De esta forma, el valor prescrito para la suma por fila es el valor de la demanda intermedia en el año 1, mientras que el correspondiente a la suma por columna es el valor de los insumos nacionales para ese mismo año.

A) Obtención de los primeros multiplicadores por columna:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	67.228	355.965	1.900	425.093	56.190.000
S2	77.297	795.267	206.872	1.079.436	138.716.000
S3	36.350	367.851	395.294	799.495	149.276.000
Total real	180.875	1.519.083	604.066	2.304.024	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		344.182.000

Definimos ahora s_j^* como el cociente entre el total prescrito y el total real correspondientes a la columna del sector j, es decir,

$$s_1^* = 29{,}834{,}000/180{,}075 = 164.94264$$
$$s_2^* = 20{,}042{,}000/1{,}519{,}083 = 133.66090$$
$$s_3^* = 111{,}306{,}000/604{,}066 = 184.26132$$

A continuación, procedemos a multiplicar cada elemento de la columna j por el multiplicador correspondiente, es decir, s_j^*. El resultado se presenta en el siguiente paso, donde además se calculan los nuevos totales de columnas y filas.

B) Ajuste de la matriz por columna y obtención de los multiplicadores por renglón:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	11.088.764	47.578.602	350.097	59.017.462	5.6190.000
S2	12.749.571	106.296.102	38.118.508	138.716.000	138.716.000
S3	5.995.665	49.167.295	72.837.395	128.000.356	149.276.000
Total real	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

Definimos ahora r_j^* como el cociente entre el total prescrito y el total real correspondiente a la fila del sector i, es decir:

$$r_j^* = 56,190,000/59,017,462 = 0.95209$$
$$r_j^* = 138,716,000/138,716,000 = 0.88262$$
$$r_j^* = 149,276,000/128,000,356 = 1.16622$$

A continuación, procedemos a multiplicar cada elemento de la fila i por el multiplicador correspondiente, es decir, r_j^*. El resultado se presenta en el siguiente paso, donde además se calculan los nuevos totales de columnas y filas.

C) Ajuste de la matriz por renglones y obtención de los multiplicadores por columna:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	10.557.513	45.299.163	333.324	56.190.000	56.190.000
S2	11.253.006	93.818.897	33.644.077	138.716.000	138.716.000
S3	6.992.237	57.339.663	84.944.100	149.276.000	149.276.000
Total real	28.802.757	196.457.722	118.921.521	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

En lo sucesivo repetimos el procedimiento descrito, ajustando sucesivamente por filas y columnas. En esta iteración, nos queda

$s_1^* = 1.03580$ $\qquad s_1^* = 1.03351$ $\qquad s_1^* = 0.93596$

D) Ajuste de la matriz por columnas y obtención de los multiplicadores por renglón:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	10.935.510	46.817.364	311.978	58.064.853	56.190.000
S2	11.655.905	96.963.236	31.489.589	140.108.730	138.716.000
S3	7.242.585	59.261.401	79.504.432	146.008.418	149.276.000
Total real	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

$r_1^* = 0.96771$ $\qquad r_2^* = 0.99006$ $\qquad r_3^* = 1.02238$

E) Ajuste de la matriz por renglones y obtención de multiplicadores por columna:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	10.582.414	45.305.681	301.905	56.190.000	56.190.000
S2	11.540.041	95.999.387	31.176.572	138.716.000	138.716.000
S3	7.404.670	60.587.636	81.283.695	149.276.000	149.276.000
Total real	29.527.125	201.892.704	112.762.171	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

$s_1^* = 1.01039$ $\qquad s_2^* = 1.00569$ $\qquad s_3^* = 0.98709$

F) Ajuste de la matriz por columnas y obtención de los multiplicadores por renglón:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	10.692.397	45.563.588	298.006	56.553.992	56.190.000
S2	11.659.976	96.545.874	30.773.969	138.979.819	138.716.000
S3	7.481.626	60.932.538	80.234.025	148.648.189	149.276.000
Total real	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

$r_1^{*} = 0.99356$ $r_3^{*} = 0.99810$ $r_3^{*} = 1.00422$

El procedimiento continúa hasta que se satisfaga un criterio de convergencia. Este último consiste en terminar el proceso cuando la diferencia entre el valor de los multiplicadores en la última iteración y en la penúltima sea menor a un valor muy pequeño que se establece arbitrariamente. En nuestro caso, el proceso iterativo se detuvo cuando esta diferencia fue menor a 0.000001, obteniendo como resultado la matriz actualizada que presentamos en el cuadro 7.2.3.

Cuadro 7.2.3 Matriz actualizada iniciando por columnas (millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	10.633.530	45.261.744	294.725	56.190.000	56.190.000.
S2	11.661.248	96.447.744	30.607.008	138.716.000	138.716.000
S3	7.539.222	61.332.512	80.404.266	149.276.000	149.276.000
Total real	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

De acuerdo con la descripción del procedimiento RAS y la aplicación que hemos realizado del mismo, en cada iteración estamos multiplicando el cuadro de flujos obtenido en la iteración anterior por los multiplicadores filas o columnas correspondientes. Esto significa que el cuadro actualizado obtenido en la última iteración resulta de la multiplicación sucesiva del cuadro original por los factores r_i^* y s_j^*, es decir, es el resultado de la acumulación multiplicativa de cada una de las iteraciones sucesivas; por lo tanto, para obtener los multiplicadores r_i^* y s_j^* definitivos se deben multiplicar los multiplicadores obtenidos en cada iteración. De esta forma, nuestros multiplicadores finales (r_i^* y s_j^*), son:

(i) Multiplicadores por columna:

$$s_1^* = 164.94264 * 1.03580 * 1.01039 * ... * 1.00000 = 173.04906$$
$$s_2^* = 133.66090 * 1.03351 * 1.00569 * ... * 1.00000 = 139.11243$$
$$s_3^* = 184.26132 * 0.93596 * 0.98709 * ... * 1.00000 = 169.70944$$

(ii) Multiplicadores por renglón:

$$r_1^* = 0.95209 * 0.96771 * 0.99356 * ... * 1.00000 = 0.91402$$
$$r_2^* = 0.88262 * 0.99006 * 0.99810 * ... * 1.00000 = 0.87179$$
$$r_3^* = 1.16622 * 1.02238 * 1.00422 * ... * 1.00000 = 1.19854$$

Para constatar la consistencia de estos resultados, calculemos una de las transacciones interindustriales sustituyendo en la ecuación (7.2.1) los valores correspondientes. Tomemos, por ejemplo,

$$w_{11}^1 = r_1^* w_{11}^0 s_1^* = 0.91402*67{,}228*173.04906* = 10{,}633{,}472 \approx 10{,}633{,}530$$

La diferencia se debe a los redondeos propios del proceso de cálculo. El ajuste anterior lo iniciamos por columnas. A continuación presentamos el inicio del procedimiento cuando las iteraciones se comienzan por renglones:

A) Obtención de los primeros multiplicadores por renglón:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Tota prescrito
S1	67.228	355.965	1.900	425.093	56.190.000
S2	77.297	795.267	206.872	1.079.436	138.716.000
S3	36.350	367.851	395.294	799.495	149.276.000
Total real	180.875	1.519.083	604.066	2.304.024	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		344.182.000

$$r_1^{*} = 56{,}190{,}000/4{,}225{,}093 = 132.18284$$
$$r_2^{*} = 138{,}716{,}000/1{,}079{,}436 = 128.50785$$
$$r_3^{*} = 149{,}276{,}000/\ 799{,}495 = 186.71286$$

B) Ajuste de la matriz por renglón y obtención de los multiplicadores por columna:

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Tota prescrito
S1	8.886.388	47.052.465	251.147	56.190.000	56.190.000
S2	9.933.271	102.198.053	26.584.676	138.716.000	138.716.000
S3	6.787.013	68.682.513	73.806.474	149.276.000	149.276.000
Total real	25.606.672	217.933.030	100.642.298	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

$$s_1^{*} = 29{,}834{,}000/2{,}506{,}672 = 1.16509$$
$$s_2^{*} = 203{,}042{,}000/217{,}933{,}030 = 0.93167$$
$$s_3^{*} = 111{,}306{,}000/100{,}642{,}298 = 1.10596$$

De forma sucesiva, se continúa con las iteraciones hasta cumplir con el criterio de convergencia y llegar a la matriz actualizada, que presentamos en el cuadro 7.2.4. Dejamos al lector completar estos cálculos.

Cuadro 7.2.4 Matriz actualizada iniciando por filas
(A millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Tota prescrito
S1	10.633.530	45.261.744	294.725	56.190.000	56.190.000
S2	11.661.248	96.447.744	30.607.008	138.716.000	138.716.000
S3	7.539.222	61.332.512	80.404.266	149.276.000	149.276.000
Total real	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Observemos que los resultados son prácticamente iguales a los obtenidos al iniciar las iteraciones por columna (ver cuadro 7.2.3). Los multiplicadores que se obtuvieron finalmente en este segundo ajuste son:

$s_1^* = 1.14935$ $\quad$ $r_1^* = 137.61755$

$s_2^* = 0.92395$ $\quad$ $r_2^* = 131.25896$

$s_3^* = 1.12717$ $\quad$ $r_3^* = 180.45489$

Aunque la matriz ajustada es la misma, se puede observar que los multiplicadores obtenidos difieren entre sí por un factor *alfa* (α), igual al cociente entre la r_i^* del primer ajuste y la r_i^* del segundo ajuste y también igual al cociente entre las s_j^*, pero en una relación inversa ($1/\alpha$).[5] En efecto, podemos constatar estas relaciones de la siguiente forma:

$$\alpha = 0.91402/137.61755 = 0.00664$$
$$\alpha = 0.87179/131.25896 = 0.00664$$
$$\alpha = 1.19854/180.45489 = 0.00664$$
$$\alpha r_1^* = 137.61755 * 0.00664 = 0.91402$$

[5] Existen pequeños errores de redondeo porque sólo se presentan cinco decimales en estos coeficientes.

$\alpha r_2^{*} = 131.25896 * 0.00664 = 0.87179$
$\alpha r_3^{*} = 180.45489 * 0.00664 = 1.19854$
$s_1^{*} / \alpha = 1.14935 / 0.00664 = 173.04906$
$s_2^{*} / \alpha = 0.92395 / 0.00664 = 139.11243$
$s_3^{*} / \alpha = 1.12717 / 0.00664 = 169.70944$

Finalmente, si comparamos los resultados obtenidos, observaremos que las matrices (iguales) actualizadas que presentamos en los cuadros 7.2.3 y 7.2.4 difieren de la matriz observada, que mostramos en el cuadro 7.2.2bis. La diferencias entre los valores estimados y los observados pueden servir de base para determinar la bondad del método RAS.

7.3 Aplicación del método RAS a cuadros de coeficientes a precios constantes

Originalmente, el método RAS fue diseñado para aplicarse a matrices de coeficientes a precios constantes del año base. La hipótesis es que el coeficiente de insumo–producto de un año reciente, a precios constantes, será igual al coeficiente de insumo–producto del año base transformado con dos multiplicadores, r y s, asociado cada uno a la fila y columna correspondientes al coeficiente, respectivamente, es decir,

$$\bar{a}_{ij}^{*1} = r_i \; a_{ij}^{*0} \; s_j \tag{7.3.1}$$

donde:

a_{ij}^{*0} coeficiente (monetario) de insumo–producto del año 0;
$\bar{a}_{ij}^{*1}$ coeficiente (monetario) de insumo–producto del año 1, a precios constantes del año 0.

Puesto que $\bar{a}_{ij}^{*1}$ se define como el cociente entre el flujo intersectorial a precios constantes y el valor de la producción bruta de la rama j a precios constantes, y a su vez el primero es igual al flujo a precios corrientes dividido entre el índice de precios del bien i, podemos escribir[6]

$$\bar{a}_{ij}^{*1} = \bar{w}_{ij}^{1} / \bar{Q}_{j}^{*1} = (w_{ij}^{1} / p_{i}^{*})(Q_{j}^{*1} / p_{j}^{*}) = (w_{ij}^{1} / Q_{j}^{*1})(p_{j}^{*} / p_{i}^{*}) = a_{ij}^{*1} \, (p_{j}^{*} / p_{i}^{*})$$

$$a_{ij}^{*1} = a_{ij}^{*1} \, (p_{i}^{*} / p_{j}^{*}) \tag{7.3.2}$$

En la ecuación (6.5.7) se ha eliminado el efecto precio y el efecto de cambios en los niveles de producción, puesto que ambos coeficientes están a precios del año base y estamos trabajando con insumos por unidad de producción. Por lo tanto, en la transformación RAS expresada en la ecuación mencionada, los cambios de los coeficientes de insumo–producto para el año reciente se explican exclusivamente por modificaciones de las condiciones tecnológicas de producción que se han presentado durante el período comprendido entre el año 0 y el año 1. La transformación RAS genera dos juegos de multiplicadores a los que se les puede atribuir dos factores de esas modificaciones, respectivamente:

(a) r_i : el efecto *sustitución*, medido por el grado en que el bien i ha sido sustituido por otro u otros bienes en el proceso productivo;
(b) s_j : el efecto *fabricación*, medido por el grado en que el bien j ha absorbido una mayor o menor relación de insumos intermedios por unidad de producción.

Se supone, además, que cada efecto opera uniformemente, es decir, que la tasa con que un sector aumenta o disminuye como insumo es la misma en todos los sectores y que cualquier cambio en la relación entre los insumos intermedios y los totales de un sector tiene el mismo efecto sobre todos los sectores utilizados como insumos.

[6] La siguiente presentación puede obtenerse en términos matriciales a partir de la ecuación (6.1.6). En efecto, puesto que dicha expresión, cuando t=1, es $\bar{A}_1^{*} = \hat{p}^{*-1} A_1 \hat{p}^{*}$(6.1.6), equivale a $a_{ij}^{*1} = \bar{a}_{ij}^{*1} (p_j^{*} / p_i^{*})$; despejando, nos queda $A_1^{*} = \hat{p}^{*} \bar{A}_1^{*} \hat{p}^{*-1}$, que equivale a $a_{ij}^{*1} = \bar{a}_{ij}^{*1} (p_j / p_i^{*})$.

A continuación describiremos el procedimiento para obtener estos multiplicadores. Puesto que

$$a_{ij}^{*1} = \frac{w_{ij}^{1}}{Q_j^{*1}}$$

entonces,

$$w_{ij}^{1} = a_{ij}^{*1} Q_j^{*1} \tag{7.3.3}$$

y remplazando en las ecuaciones (7.2.2) y (7.2.3), obtenemos

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{*1} \; Q_j^{*1} = t_i \tag{7.3.4}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}^{*1} \; Q_j^{*1} = q_j \tag{7.3.5}$$

Sustituyendo (7.3.2) en las ecuaciones (7.3.4) y (7.3.5), nos queda

$$\sum_{j=1}^{n} p_i^{*} \bar{a}_{ij}^{*1} \, (Q_j^{*1}/p_j^{*}) = \sum_{j=1}^{n} p_i^{*} \bar{a}_{ij}^{*1} \; \bar{Q}_j^{*1} = t_i \tag{7.3.6}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{*} \bar{a}_{ij}^{*1} \, (Q_j^{*1}/p_j^{*}) = \sum_{i=1}^{n} p_i^{*} \bar{a}_{ij}^{*1} \; \bar{Q}_j^{*1} = q_j \tag{7.3.7}$$

y remplazando $\bar{a}_{ij}^{*1}$ por la expresión (7.3.1), obtenemos

$$\sum_{j=1}^{n} p_i^{*} r_i a_{ij}^{*0} \, s_j \bar{Q}_j^{*1} = \sum_{j=1}^{n} r_i \, (p_i^{*} a_{ij}^{*0} \; \bar{Q}_j^{*1}) s_j \; = t_i \tag{7.3.8}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} p_i^{*} r_i a_{ij}^{*0} \; s_j \bar{Q}_j^{*1} = \sum_{i=1}^{n} r_i (p_i^{*} a_{ij}^{*0} \bar{Q}_j^{*1}) s_j = q_j \tag{7.3.9}$$

ó

$$\sum_{j=1}^{n} (r_i p_i^{*})(w_{ij}^{0} / Q_j^{*0})(s_j \bar{Q}_j^{*1}) = \sum_{j=1}^{n} (r_i p_i^{*}) w_{ij}^{0} (\bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) \, s_j = t_i \tag{7.3.10}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} (r_i p_i^{*})(w_{ij}^{0} / Q_j^{*0})(s_j \bar{Q}_j^{*1}) = \sum_{i=1}^{n} (r_i p_i^{*}) w_{ij}^{0} (\bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) \, s_j = q_j \tag{7.3.11}$$

Al comparar los sistemas (7.3.10) y (7.3.11) con (7.2.5) y (7.2.6), se observa que a cada solución r^{*} y s^{*} corresponde una solución r y s, de tal forma que

$$r_i^{*} = r_i p_i^{*} \qquad ; \qquad s_j^{*} = \frac{\bar{Q}_j^{*1}}{Q_j^{*0}} \, s_j \tag{7.3.12}$$

Estas dos últimas igualdades expresan que, cuando se actualiza un cuadro de flujos, los multiplicadores r_i^{*} resultantes representan una medición del efecto de sustitución del sector i, r_i, conjuntamente con la tendencia en los movimientos de precios del sector i, p_i^{*}. Los factores s_j^{*} representan el efecto de eficiencia de producción de la rama j, s_j, además de los efectos por variaciones en el nivel de producción, representadas por un índice de cantidad (volumen) de esa rama, $(\bar{Q}_j^{*1} / \bar{Q}_j^{*0})$.

Por su parte, los valores altos o bajos de r_i, en relación a las demás r, proporcionan la idea de si la economía aumentó o disminuyó relativamente su demanda del producto i como insumo intermedio. Los valores relativos de s_j representarán la economía o deseconomía de insumos por unidad de producto j, en relación a las otras ramas, es decir, la eficiencia en su produccción en comparación con la eficiencia de los otros sectores productivos.

Es necesario agregar que el sistema de ecuaciones (7.3.10, 7.3.11) es equivalente al (7.2.5, 7.2.6), solamente que en éste se trabaja con los flujos de la matriz base tal como son y en el primero se transforman previamente con los índices de precios de cada rama y con los índices de cantidad correspondientes, de tal manera que se modifican los flujos por variaciones de precios y de niveles de producción. Una vez hecha esta modificación en los flujos, se procede a la actualización y se obtienen valores de r_i y s_j que representan exclusivamente cambios tecnológicos. En síntesis, el procedimiento consisten en transformar las filas de la matriz del año base con los índices de precios correspondientes y las columnas con los índices de cantidad respectivos; por lo tanto, el nuevo cuadro contiene flujos de insumos intermedios del año 0 a precios y valores de producción del año 1, pero como si no hubiese habido progreso técnico. Por lo tanto, la diferencia de este cuadro con el cuadro correspondiente al año reciente se explica exclusivamente por el cambio tecnológico. A este cuadro se le aplica el RAS para obtener los r_i y s_j, que son los multiplicadores que transforman sus transacciones interindustriales para incorporarles los efectos *fabricación* y *sustitución*, respectivamente.

Con el propósito de ilustrar el procedimiento descrito, desarrollaremos un ejercicio numérico basado en los mismos cuadros que ya presentamos, 7.2.1 y 7.2.2, es decir, el cuadro de insumo–producto del año 1980 (año cero) y el cuadro de las sumas de filas y columnas de la matriz de insumo–producto del año 1990 (año uno), respectivamente, en conjunto con los índices de precios para el año 1990, con base 1980, para cada sector.

Los valores brutos de producción del año 1 son (ver cuadro 7.2.2): $Q_1^{\cdot 1} = 104{,}502{,}000$; $Q_2^{\cdot 1} = 443{,}926{,}000$; $Q_3^{\cdot 1} = 525{,}343{,}000$. Los índices de precios de cada rama son (ver cuadro 6.2.3): $p_1^{\cdot} = 126.35947$; $p_2^{\cdot} = 124.01631$; $p_3^{\cdot} = 138.14869$. Estos índices se obtienen de los datos suministrados por el SCNM. Con base en esta información es posible obtener los valores de la producción del año 1, a precios constantes:

$$\bar{Q}_1^{\cdot 1} = \frac{Q_1^{\cdot 1}}{p_1^{\cdot}} = 827{,}022 \quad \bar{Q}_2^{\cdot 1} = \frac{Q_2^{\cdot 1}}{p_2^{\cdot}} = 3{,}579{,}577 \quad \bar{Q}_3^{\cdot 1} = \frac{Q_3^{\cdot 1}}{p_3^{\cdot}} = 3{,}802{,}736$$

Ahora podemos calcular los índices de volumen, IQ_j, como los cocientes entre los valores de la producción del año 1, a precios constantes, y los valores de la producción del año 0:

$$IQ_1 = \frac{\overline{Q}_1^{\cdot 1}}{Q_1^{\cdot 0}} = 1.17722 \quad IQ_2 = \frac{\overline{Q}_2^{\cdot 1}}{Q_2^{\cdot 0}} = 1.16507 \quad IQ_3 = \frac{\overline{Q}_3^{\cdot 1}}{Q_3^{\cdot 0}} = 1.21088$$

Cada renglón de la matriz del año cero se transforma con los índices de precios del sector correspondiente y cada columna se transforma con los índices de volumen correspondiente, para obtener así el cuadro que contiene flujos de insumos de producción del año 0 a precios y valores de producción del año 1, pero como si no hubiese habido progreso técnico (ver cuadro 7.3.1). Por lo tanto, el cuadro así obtenido sólo difiere del cuadro del año 1990 en los efectos que el cambio tecnológico tenga sobre las transacciones interindustriales.

Cuadro 7.3.1 Matriz doméstica ajustada por $p_1^{\cdot}$ y por IQ_j

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia
S1	10.000.342	52.404.512	290.711	62.695.565
S2	11.284.916	114.906.703	31.065.647	157.257.266
S3	5.911.641	59.206.896	66.125.179	131.243.717
Insumos nacionales	27.196.899	226.518.111	97.481.537	351.196.547

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Este es ahora el cuadro base al que se le aplicará el método iterativo para transformarlo y conocer los cambios tecnológicos que afectaron a cada sector, representados en los multiplicadores r_i y s_j. En este procedimiento, los totales prescritos son iguales a los que se consideraron en los cálculos para obtener el cuadro 7.2.2. De igual forma a la expuesta, se continúa con las iteraciones hasta obtener la igualdad entre los totales reales y prescritos y llegar a la matriz actualizada, que presentamos en el cuadro 7.3.2.

Cuadro 7.3.2 Matriz actualizada iniciando por columnas

(millones de pesos a precios de productor)

Sectores	S1	S2	S3	Total real	Total prescrito
S1	10.633.530	45.261.744	294.725	56.190.000	56.190.000
S2	11.661.248	96.447.744	30.607.008	138.716.000	138.716.000
S3	7.539.222	61.332.512	80.404.266	149.276.000	149.276.000
Total real	29.834.000	203.042.000	111.306.000	344.182.000	
Total prescrito	29.834.000	203.042.000	111.306.000		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Dejamos al lector la tarea de realizar el procedimiento iterativo, cuyo resultado se sintetiza en el cuadro indicado y en los multiplicadores obtenidos. A continuación presentamos estos últimos, que calculamos acumulando multiplicativamente los multiplicadores obtenidos en cada iteración:

Multiplicadores de coeficientes por columna:

$s_1 = 1.09696 * 1.02422 * 1.00687 * ... * 1.00000 = 1.13310$

$s_2 = 0.89636 * 1.02204 * 1.00377 * ... * 1.00000 = 0.92038$

$s_3 = 1.14182 * 0.95632 * 0.99140 * ... * 1.00000 = 1.08034$

Multiplicadores de coeficientes por renglón:

$r_1 = 0.96422 * 0.97840 * 0.99573 * ... * 1.00000 = 0.93842$

$r_2 = 0.91957 * 0.99328 * 0.99874 * ... * 1.00000 = 0.91197$

$r_3 = 1.10527 * 1.01481 * 1.00280 * ... * 1.00000 = 1.12552$

Comprobemos que estos multiplicadores cumplen con la hipótesis básica. Para ello, sustituiremos en la expresión (7.3.1) los valores correspondientes a uno de los coeficientes técnicos. A modo de ejemplo, elegimos la determinación del coeficiente $\dot{a}_{21}$. Con este propósito, determinemos primero este coeficiente técnico para el año base y el que se obtiene a partir de la matriz actualizada (cuadro 7.3.2):

$$a^{*0}_{21} \; \frac{w^{0}_{21}}{Q^{*0}_{1}} = \frac{77,297}{702,522} = 0.1100278 \quad a^{*1}_{21} = \frac{w^{1}_{21}}{Q^{*1}_{1}} = \frac{11,661,248}{104,502,000} = 0.111586$$

En segundo lugar, determinemos el valor del coeficiente técnico a precios constantes implícito en la matriz actualizada, a partir del coeficiente a precios corrientes y los índices de precios del insumo y del producto, de acuerdo con la ecuación (7.3.2):

$$\overline{a}^{*1}_{21} = a^{*1}_{21} \; \frac{p^{*}_{1}}{p^{*}_{2}} = 0.111586 \; \frac{126.35947}{124.01631} = 1.113694$$

Por último, comprobemos que el coeficiente a precios constantes obtenido mediante el procedimiento RAS coincide con este útimo. Para ello, apliquemos la expresión (7.3.1):

$$\overline{a}^{*1}_{21} = r_2 \, a^{*0}_{21} \, s_1 = 0.91197 * 0.1100274 * 1.13310 = 0.113697$$

Observemos que el cuadro final 7.3.2 es similar a los cuadros 7.2.3 y 7.2.4 obtenidos en el ejemplo anterior, porque el cuadro actualizado es único. Estos multiplicadores, r_i y s_j , representan únicamente cambios tecnológicos, es decir, cambios relativos de *sustitución* (s_j) y cambios relativos de *eficiencia* (r_i) de insumos. Con base en sus valores podemos determinar los multiplicadores correspondientes a la transformación RAS de las transacciones interindustriales a precios corrientes, aplicando la ecuación (7.3.12):

$$r^{*}_{1} = 0.93842 * 126.35947 = 118.57790 \quad s^{*}_{1} = 1.13310 * 1.17721 = 1.33390$$
$$r^{*}_{2} = 0.91197 * 124.01631 = 113.09903 \quad s^{*}_{2} = 0.92038 * 1.16507 = 1.07230$$
$$r^{*}_{3} = 1.12552 * 138.14869 = 155.48861 \quad s^{*}_{2} = 1.08034 * 1.21087 = 1.30815$$

Podemos observar que el grupo de multiplicadores de este ajuste no es igual a ninguno de los obtenidos en los dos ajustes del ejemplo inicial. Esta diferencia en los valores de los multiplicadores no debe sorprender. Es posible obtener un factor *alfa* (α= 129.7316, en el caso de este ejemplo) aplicable a estos últimos multiplicadores r_1^* y s_1^* para obtener las r_1^* y las s_1^* anteriores. En efecto,

r_1^* =118.57790/129.7316= 0.91402 s_1^* =1.33390 * 129.7316 = 173.04905
r_2^* =113.09903/129.7316= 0.87179 s_2^* =1.07230 * 129.7316 = 139.11243
r_3^* =155.48861/129.7316= 1.19854 s_3^* =1.30815 * 129.7316 = 169.70944

Estos últimos multiplicadores sí son iguales a los obtenidos cuando el procedimiento RAS se inició por las columnas. De esta forma, se constatar que los flujos actualizados alcanzados son iguales y se confirma también que la solución de multiplicadores que se logró es otra más entre las infinitas posibilidades.

Si los ajustes comienzan por filas, llegamos a la misma matriz actualizada que presentamos en el cuadro 7.3.2. Si obtenemos los multiplicadores acumulando multiplicativamente los obtenidos en cada iteración, nos queda:

r_1^* = 0.92336 s_1^* = 0.92336
r_2^* = 0.89733 s_2^* = 0.93539
r_3^* = 1.10745 s_3^* = 1.09796

Al igual que en el ejemplo anterior, al multiplicar los índices de precios y de volumen por los valores de los multiplicadores r_i y s_j, respectivamente, cuando el proceso iterativo lo iniciamos por fila, llegamos a la siguiente solución numérica:

r_1^* = 0.92336 * 126.35947 = 116.67490 s_1^* = 1.15158 * 1.17722 = 1.35565
r_2^* = 0.89733 * 124.01631 = 111.28400 s_2^* = 0.93539 * 1.16507 = 1.08979
r_3^* = 1.10745 * 138.14869 = 152.99330 s_3^* = 1.09796 * 1.21088 = 1.32949

De manera similar, con base en el factor a correspondiente para este caso, igual a 0.84782, obtenemos:

$r_1^* = 116.67490/0.84782 = 137.61755 \quad s_1^* = 1.35565 * 0.84782 = 1.14935$
$r_2^* = 111.28400/0.84782 = 131.25895 \quad s_2^* = 1.08979 * 0.84782 = 0.92395$
$r_3^* = 152.99330/0.84782 = 180.45489 \quad s_3^* = 1.32949 * 0.84782 = 1.12717$

Estos últimos multiplicadores son iguales a los que obtuvimos cuando iniciamos el procedimiento por fila. Los resultados obtenidos para los multiplicadores r y s mediante el proceso iterativo iniciado por columna o por fila, muestran que los insumos ofrecidos por el sector 2 han sido sustituidos por otros, ya que el mismo exhibe un multiplicador r relativamente bajo en comparación con los demás sectores. De igual forma, el sector 1 también ha disminuido su participación relativa, pero en menor medida si lo comparamos con el sector 2. En cambio, el sector 3 se ha comportado de forma contraria a estos sectores, pues al tener un multiplicador r relativamente alto implica que los insumos ofrecidos por este sector han sustituido a los demás.

Con respecto al efecto eficiencia, el sector 2 muestra un aumento en su eficiencia, debido a que su multiplicador s es el más bajo en comparación con los demás; entonces, podemos afirmar que este sector ha generado su producción con un menor consumo relativo de insumos intermedios. En cambio, el sector 1 muestra una disminución en su eficiencia relativa, debido a que tiene el multiplicador s más alto.

7.4 Limitaciones del método RAS

De acuerdo con la hipótesis básica del método RAS, los flujos de una matriz actualizada se obtienen con las siguiente fórmula:

$$w_{ij}^1 = r_i^* w_{ij}^0 s_j^* \tag{7.2.1}$$

Bajo esta expresión, cualquier elemento cero o muy pequeño en el cuadro base, se mantendrá igual o variará muy poco en el cuadro actualizado. Es decir, si el elemento inicial es cero, $w_{ij}^0 = 0$, se mantendrá como cero, $w_{ij}^1 = 0$; si fuese una cifra muy pequeña, no crecerá mucho, aún con un multiplicador grande. Esto puede resultar inconveniente, dependiendo del elemento particular de que se trate. Por ejemplo, si un flujo es cero en la matriz base y por algún cambio tecnológico crece mucho en pocos años, esto escapará al método RAS y el cero que aparecerá en la matriz actualizada representará una fuerte desviación de la realidad. Lo mismo podría aplicarse para elementos muy pequeños (Naciones Unidas, 1974).

Otra fuente de errores muy importante está en la uniformidad de los multiplicadores r para renglones y s para columnas. La formulación del método nos lleva a encontrar el valor de una r_i que será constante a través de todo el *i–ésimo* renglón; en la realidad puede ocurrir que un insumo que produce la rama i sea remplazado por otro en un grado mayor para algunas ramas, en pequeña medida en otras y en otras más tal vez no haya remplazo de este insumo. Estas variaciones en la sustitución del insumo no serán detectadas por el procedimiento RAS, que dispersa todo el efecto de sustitución a través de todo el renglón, con las sobre y subestimaciones que ello implica.

La uniformidad de los multiplicadores puede producir fallas iguales para columnas. Una s muy baja para una rama determinada nos representa un efecto de mayor eficiencia en relación con las otras ramas; puede ocurrir que la eficiencia haya sido alta en algunos insumos de la rama, baja en otros y que algunos insumos se mantuvieron estables por cada unidad de producción. Esta diversidad escapa al método RAS y el valor de la s uniforme para toda la rama dispersa los efectos de eficiencia en todos los insumos de la columna con las fallas consecuentes en la estimación (Naciones Unidas, 1974; Ramirez, 1976).

Finalmente, es necesario remarcar que las r^* y las s^* deben analizarse conjuntamente con las r y s, para entender cuándo un valor alto o uno bajo de los multiplicadores obedece a un efecto de los precios, a una alteración del nivel de producción o a un efecto tecnológico.

7.5 *El método RAS modificado*

En algunos casos es posible disponer, para un año determinado al cual se trata de actualizar un cuadro, de información adicional a la necesaria para aplicar el método RAS. Además, puede intentarse obtener, si no es muy costoso en tiempo y dinero, alguna información sobre elementos de la matriz de insumo–producto en los que, por circunstancias especiales, pueden temerse malas estimaciones debido, por ejemplo, a medidas particulares de política económica o a progresos técnicos evidentes.

Tal información, en caso de obtenerse, se incorporará al cuadro de una manera exógena, como sigue (Naciones Unidas, 1974; Ramírez, 1976; INEGI,1986):

(a) Las casillas del cuadro base que corresponden a los elementos conocidos se llenarán con ceros, retirando previamente los elementos que tenían;
(b) Los elementos que se retiran del cuadro base se deducen del total real del renglón y la columna correspondientes y los valores exógenos respectivos se deducen de los totales de control para el año reciente;
(c) Se aplica el método RAS al cuadro con los elementos restantes, esto es, al cuadro de flujos endógenos;
(d) Al cuadro transformado con el procedimiento RAS se le incorporan los valores exógenos en las casillas que corresponden.

Este tipo de modificaciones puede mejorar notablemente las estimaciones en virtud de que cuanto más elementos exógenos se tengan, menor será la posibilidad de errores, no sólo porque los datos exógenos constituyen información correcta, sino porque habiendo menos desviaciones de la realidad en algunos casilleros del cuadro, hay menos probabilidades de generar desviaciones en los demás elementos.

La experiencia muestra que, en general, una matriz estimada por el método RAS, a partir de la matriz de un año ya pasado, da una estimación bastante mejor de la matriz del último año, que la que proporciona la matriz de dicho año pasado, esto es, rA_0s se acerca más a A_1 que A_0. También se ha demostrado que la incorporación de datos exógenos al método RAS simple tenderá a mejorar la confiabilidad, con lo cual podrán estimarse mejor otras casillas de las mismas filas y columnas que las de las casillas conocidas (Schneider, 1965; Paelinck y Waelbroeck, 1965).

En otras palabras, los datos exógenos sobre ciertas casillas pueden llevar a un mayor perfeccionamiento del método de actualización. En diversos estudios, por medio de los contrastes entre las tablas de insumo–producto obtenidas con información directa y las tablas obtenidas por medio del método RAS, se ha demostrado que se pueden mejorar substancialmente los resultados cuando se incorporan en el trabajo de actualización cantidades relativamente pequeñas de información sobre los coeficientes preseleccionados más importantes. Por ello, parece conveniente efectuar ciertos contrastes de los trabajos de actualización para determinar cuáles son las casillas más importantes en determinadas tablas nacionales. Cuando estas casillas se hayan identificado, pueden entonces hacerse esfuerzos para encontrar datos exógenos sobre estos coeficientes que mejoren la confiabilidad del trabajo de actualización.

Evidentemente, esta tabla no será tan precisa como otra que se estime con datos completos (aunque incluso ésta padecerá inevitablemente de errores de medición, especialmente en el caso de los insumos más pequeños), pero será lo suficientemente precisa como para que no sea necesario elaborar una tabla completa cada año, especialmente si se pueden incorporar datos exógenos sobre los coeficientes. Ciertamente, es probable que esto sea así si se considera el empleo de la tabla de insumo–producto como instrumento analítico o en la construcción de modelos y si se considera la tabla de insumo–producto en su papel de ayuda para conseguir mayor coherencia del marco estadístico. Por ejemplo, si para una determinada mercancía se halla un multiplicador de fila muy elevado, que no corresponde al conocimiento que se tiene de los cambios de las técnicas industriales, esto indicará que o bien la demanda final se ha subestimado o bien el producto total se ha sobreestimado, con el resultado de una sobreestimación de la demanda intermedia. En forma análoga, un multiplicador de columna anormal podría inducir a sospechar de las estimaciones de los insumos primarios o del producto total del sector.

De estas observaciones se deduce que la aplicación del método RAS, ya sea simple o modificado, sólo permitirá una estimación precisa de la tabla de insumo–producto si los totales de control son precisos. Esto requiere estimaciones precisas de la producción por industria y por mercancía, de los insumos primarios (valor agregado) y de la demanda final. Es probable que cualquier error en este campo de los datos de contabilidad nacional se transmita a la tabla de insumo–producto, cuyos totales de fila y columna se obtienen como residuos a partir de estos otros vectores (Naciones Unidas, 1974).

Debemos observar que cuando se utiliza el método RAS modificado no se puede atribuir ninguna significación económica a los valores de los multiplicadores de fila y columna. Esto no debe impedir la utilización del método RAS modificado. En este caso, es preferible considerar el método RAS simplemente como una herramienta estadística utilizable para el ajuste de tablas de doble entrada, donde los valores de los multiplicadores carecen de significado.

Es conveniente terminar esta sección con una conclusión sobre la frecuencia con que deben construirse las tablas de insumo–producto. A fin de utilizar de modo óptimo los limitados recursos estadísticos de que se dispone, en muchos países será muy satisfactoria la elaboración de una tabla de insumo–producto basada en datos completos cada 5 a 10 años y la elaboración anual de una tabla integrada con las cuentas nacionales, utilizando la técnica de actualización RAS aquí descrita (Naciones Unidas, 1974).

7.6 Descomposición de los multiplicadores columnas

De acuerdo con la fórmula (7.3.11), los multiplicadores de flujos s_j^* representan, además del efecto de eficiencia de la rama, el de las variaciones en el nivel de producción, dadas por los índices de cantidad. Los multiplicadores de coeficientes s_j, por su parte, corresponden a efectos de eficiencia y, co-

mo veremos a continuación, a efectos que llamaremos estructurales, debidos al propio método RAS. En efecto, a partir de la expresión (7.3.11), estos últimos multiplicadores pueden escribirse de la siguiente manera:

$$s_j = q_j \Big/ \sum_{i=1}^{n} r_i \,(p_i^{*} w_{ij}^{0}) \bar{Q}_j^{*1} (1/Q_j^{*0})$$

$$= q_j \Big/ \left(\sum_{i=1}^{n} r_i \, p_i^{*} w_{ij}^{0} \right) (\bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) \tag{7.6.1}$$

Si en esta última expresión multiplicamos numerador y denominador por

$$q_j^0 = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{0}$$

y

$$\bar{q}_j = \sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{1} / p_i^{*} = \sum_{i=1}^{n} r_i^{*} w_{ij}^{0} s_j^{*} / p_i^{*} \tag{7.6.2}$$

nos queda

$$s_j = \frac{\bar{q}_j / \bar{Q}_j^{*1}}{q_j^0 / Q_j^{*0}} \, \frac{q_j}{\bar{q}_j} \, \frac{\sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{0}}{\sum_{i=1}^{n} r_i p_i^{*} w_{ij}^{0}} \tag{7.6.3}$$

Pero, si en la ecuación (7.6.2) introducimos las igualdades (7.3.11) y (7.3.12), obtenemos

$$\bar{q}_j = \sum_{i=1}^{n} r_i \,(p_i^{*} w_{ij}^{0} \bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) s_j / p_i^{*} = \sum_{i=1}^{n} r_i \,(w_{ij}^{0} \bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) s_j$$

Entonces, remplazando en la ecuación (7.6.3), obtenemos

$$s_j = \frac{\bar{q}_j / \bar{Q}_j^{*1}}{q_j^0 / Q_j^{*0}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} r_i^{*} (p_i^{*} w_{ij}^{0} \bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) s_j}{\sum_{i=1}^{n} r_i^{*} (w_{ij}^{0} \bar{Q}_j^{*1} / Q_j^{*0}) s_j} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{0}}{\sum_{i=1}^{n} r_i \, p_i^{*} w_{ij}^{0}} = \frac{\bar{q}_j / \bar{Q}_j^{*1}}{q_j^0 / Q_j^{*0}} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} w_{ij}^{0}}{\sum_{i=1}^{n} r_i \, w_{ij}^{0}} \tag{7.6.4}$$

Observemos que hemos logrado expresar el multiplicador columna como el producto de dos elementos, definidos ambos como cocientes. El significado económico de estos componentes es el siguiente:

(a) El primer elemento es la relación entre la absorción de insumos intermedios por unidad de producción del año de estudio (t=1) y la del año base (t=0), es decir, es la relación entre los coeficientes técnicos promedios del año de estudio y del año base. Esta relación está, a su vez, formada por dos cocientes: el del numerador representa la relación entre los insumos intermedios y el valor bruto de la producción, a precios constantes, para el año 1 y el del denominador corresponde a esa misma relación para el año base. El cociente de ambas relaciones expresa si la absorción de insumos intermedios por unidad de producción de la rama ha aumentado o disminuido en el periodo en estudio. Por esta razón, se puede sostener que refleja cambios en la *eficiencia* en la absorción de insumos por unidad de producción. Si dicha absorción ha aumentado, este cociente influirá para elevar el valor del coeficiente s correspondiente. Es esto lo que determina que un coeficiente s comparativamente alto pueda representar una disminución de la eficiencia relativa en la producción de la rama considerada.

(b) El segundo expresa la relación entre la suma de los flujos intersectoriales de la columna j en el año base y la suma de los mismos flujos, pero transformados con su multiplicador de renglón correspondiente, r_i. A este elemento se le denomina efecto *estructural*, precisamente porque su valor depende de la estructura de insumos de la columna. Esto se explica de la siguiente manera: los insumos interindustriales de una rama provienen de las otras en proporciones muy diversas; cuando estos insumos son proporcionados en cantidades muy fuertes por algunas ramas, los multiplicadores de renglón que corresponden a esas ramas proveedoras tendrán una ponderación muy alta, ponderación dada por la proporción en que proveen a la rama analizada.

Por lo tanto, los valores de los multiplicadores de renglón de las ramas que constituyen proveedores importantes en la columna de insumos analizada, influirán relativamente más en el valor de la relación que representa al efecto estructural: cuanto más alto sea el valor del multiplicador de renglón y su ponderación, menor será el efecto estructural. Esto implica que por el efecto estructural el valor de s puede elevarse o disminuirse sin que ello signifique menor o mayor eficiencia. Así, por ejemplo, el valor de este componente puede disminuir como consecuencia de que un r_i con fuerte ponderación aumente, sin que ello justifique un incremento de la productividad en la rama j. Por ello, además de observar los valores relativos de las s, deben analizarse los componentes para corroborar si efectivamente representan efecto eficiencia. Al analizar este elemento debe observarse la columna y sus flujos, cuáles fueron los insumos más fuertes en el año base y cómo evolucionaron las ramas que producían esos insumos.

En el cuadro 7.6.1 se sintetizan los resultados obtenidos en el proceso RAS descrito en el apartado anterior. Los multiplicadores por renglón se identifican de acuerdo con la forma de iniciar el proceso RAS: el supraíndice c indica que el mismo se inició por columnas, mientras que el supraíndice f señala que se inició por filas.

Cuadro 7.6.1 Multiplicadores obtenidos por RAS
Matriz de transacciones domésticas (1980–1990)

Sectores	$r^{\cdot c}$	$r^{\cdot f}$	$s^{\cdot c}$	$s^{\cdot f}$	r^c	r^f	s^c	s^f
S1	0.91402	137.61756	173.04906	1.14935	0.93842	0.92336	1.13310	1.15158
S2	0.87180	131.25896	139.11243	0.92395	0.91197	0.89733	0.92038	0.93539
S3	1.19854	180.45489	169.70994	1.12717	1.12552	1.10745	1.08034	1.09796

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

En el cuadro 7.6.2 mostramos los resultados obtenidos en el proceso de descomposición de los multiplicadores por columna (s), tanto al iniciar el ajuste por filas (s^f) como por columnas (s^c). En las columnas 1 y 2 se presentan los resultados de la relación que indica si la absorción de insumos intermedios, a precios constantes, por unidad de producción del sector respectivo, ha aumentado o disminuido para el periodo de estudio. Observemos que ambas columnas presentan los mismos resultados para el índice de absorción a precios constantes, puesto que el mismo es independiente del hecho de haber iniciado el proceso iterativo por fila o por columna. Los elementos de las columnas 3 y 4 representan la relación entre la suma de los flujos de la columna *j* en el año base y los mismos flujos pero transformados con su multiplicador fila correspondiente, es decir, representan el efecto estructural, cuyo valor depende de la estructura de insumos de la columna. Observemos que las columnas 1 y 3 consideran el caso cuando el proceso iterativo se inició por columna, mientras que las columnas 2 y 4 representa el caso cuando se inicia por fila. Las columnas 5 y 6 corresponden a los valores de los multiplicadores por columna, mismos que ya fueron presentados en el cuadro 7.6.1. Observemos que el ordenamiento de los sectores de acuerdo al valor relativo de este multiplicador no se modifica si seguimos una u otra opción.

Cuadro 7.6.2 Componentes de los multiplicadores por columna
Matriz doméstica (1980–1990)

	1	2	3	4	5	6
	$\frac{\bar{q}_j/\bar{Q}_j^{\cdot 1}}{q_j^0/Q_j^{\cdot 0}}$	$\frac{\bar{q}_j/\bar{Q}_j^{\cdot 1}}{q_j^0/Q_j^{\cdot 0}}$	$\frac{\sum_i w_{ij}^0}{\sum_i r_i\, w_{ij}^0}$	$\frac{\sum_i w_{ij}^0}{\sum_i r_{.i}\, w_{ij}^0}$	s^c	s^f
Sectores	c	f	c	f		
S1	1.09311	1.09311	1.03658	1.05348	1.13310	1.15158
S2	0.89266	0.89266	1.03106	1.04787	0.92038	0.93539
S3	1.13630	1.13630	0.95076	0.96626	1.08034	1.09796

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos argumentar que el sector 2 tiene el multiplicador *s* más bajo, determinado por un índice de absorción de insumos intermedios que también resulta el de menor magnitud. El valor del efecto estructural se mantiene en un nivel intermedio. Por su parte, el sector 1 exhibe el multiplicador *s* más alto, debido a que si bien presenta un índice de absorción de insumos de nivel intermedio, tiene un el efecto estructural elevado. Para el sector 3 observemos que el valor de su multiplicador *s* se encuentra en un valor intermedio, con relación al de los otros rubros, mientras que el nivel de su índice de absorción de insumos es el más elevado. La razón de esto es que el efecto estructural en este sector es relativamente bajo. En conclusión, el efecto estructural logra modificar el orden de los sectores de acuerdo con el índice de absorción, de tal forma que el multiplicador columna no es un indicar directo apropiado para analizar el cambio de eficiencia relativa en el uso de los insumos intermedios. Es necesario observar primero los índices de absorción, que son los que reflejan mejor este fenómeno.

Al observar la composición porcentual de todos los sectores en la matriz de 1980, a lo largo de la columna correspondiente al sector 1 notamos que el sector 2 representa el 43% de los insumos; puesto que su multiplicador *r* es el más bajo, implica que el cociente del efecto estructural del sector 1 se eleve y contribuya así a incrementar el nivel del multiplicador. De igual forma, al considerar la columna correspondiente al sector 3 en la matriz doméstica para 1980, comprobamos que la participación del propio sector ocupa el 65% a lo largo de esta columna. Por otra parte, el multiplicador fila de este es el más elevado, de tal forma que al tomar en cuenta dicho multiplicador en el cociente que corresponde al efecto estructural, este resulta el de menor magnitud. Esto nos lleva a pensar que el comportamiento del multiplicador *s* en el sector 3 se debe en gran medida a un efecto estructural, más que al desempeño de su índice de absorción.

7.7 Descomposición de los multiplicadores filas

Desglosemos ahora los componentes de los multiplicadores filas. A partir del sistema de ecuaciones (7.3.10), podemos escribir:

$$r_i = \frac{t_i}{\sum_{j=1}^{n} \dot{p}_i \frac{w_{ij}^{0}}{\bar{Q}_j^{\cdot 0}} \bar{Q}_j^{\cdot 1} s_j}$$

Dividiendo y multiplicando por t_i^0, obtenemos

$$r_i = \frac{1}{\dot{p}_i} \frac{t_i}{t_i^0} \frac{t_i^0}{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^{0} \frac{\bar{Q}_j^{\cdot 1}}{\bar{Q}_j^{\cdot 0}} s_j}$$

pero,

$$t_i^0 = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}^0$$

entonces,

$$r_i = \frac{t_i \dot{p}_i}{t_i^0} \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^0}{\sum_{j=1}^{n} (w_{ij}^0 \frac{\bar{Q}_j^{\cdot 1}}{\bar{Q}_j^{\cdot 0}}) s_j}$$

$$r_i = \frac{t_i}{t_i^0} \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^0}{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^0 \dot{s}_j}$$

Observemos que hemos logrado expresar el multiplicador fila como el producto de dos elementos, definidos ambos como cocientes. El significado económico de estos componentes es el siguiente:

(a) El primer elemento representa la relación entre la producción para la demanda interna en el año de estudio, a precios constantes, y el mismo concepto para el año base. Es decir, representa la variación real de la producción de la rama i que se destina a insumos intermedios; por lo tanto, mide el componente o efecto "sustitución".
(b) El segundo elemento es el cociente entre los insumos producidos por lo rama i, en el año base, y la suma de esos mismos insumos, pero transformados cada uno por el multiplicador de columna respectivo, es decir, por el índices de volumen multiplicado por el efecto eficiencia. Este elemento ajusta el valor de (a) conforme al comportamiento de la producción y de la eficiencia de la rama j, es decir, mide el efecto estructural.

En el cuadro 7.7.1 presentamos los resultados referidos a los componentes de los multiplicadores fila, r. En la columna 1 mostramos la variación, a precios corrientes, de la producción destinada a insumos intermedios en la economía; en la 2 se presenta la relación inversa del índice de precios de la producción de la rama i, que al considerarla conjuntamente con la de la columna anterior, representa la variación real de la producción del sector destinada a demanda interna a precios constantes, que presentamos en la columna 3. Finalmente, las expresiones de las columnas 4 y 5 representan el efecto estructural.

Cuadro 7.7.1 Componentes de los multiplicadores por filas

Matriz doméstica (1980–90)

	1	2	3	4	5	6	7
	$\frac{t_i}{t_i^0}$	$\frac{1}{p_i^{\cdot}}$	$\frac{\bar{t}_i}{t_i^0}$	$\frac{\sum_j w_{ij}^0}{\sum_j w_{ij}^0 s_j^{\cdot}}$	$\frac{\sum_j w_{ij}^0}{\sum_j w_{ij}^0 s_j^{\cdot}}$	r^c	r^f
Sectores				c	f		
S1	132.18284	0.00791	1.04609	0.89707	0.88267	0.93842	0.92336
S2	128.50785	0.00806	1.03577	0.88009	0.86597	0.91197	0.89733
S3	186.71287	0.00723	1.35161	0.83276	0.81940	1.12552	1.10745

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos observar que existe una alta asociación entre los multiplicadores r de cada sector con los índices de la producción de insumos intermedios de los mismos, a precios constantes; es decir, el sector cuya producción de insumos creció a un menor ritmo (sector 2), también muestra un multiplicador bajo. Del mismo modo, el sector 3, que tiene la r más alta, también tiene el índice de producción de insumos más elevado. Con base en estos resultados, concluimos que, en este ejercicio, el comportamiento de estos multiplicadores no se afectan significativamente por los efectos estructurales.

7.8 La deflación de matrices y el método RAS

En la sección 6.2 mostramos que la obtención de la matriz de insumo–producto doméstica a precios constantes mediante el método de deflactar las filas por los índices de precios respectivos y obtener el valor agregado como residuo, resulta en diferencias significativas de este último concepto respecto a los valores suministrados por el SCNM. Por otra parte, el SCNM también provee el valor del consumo intermedio *total* a precios constantes, por rama; obviamente, si el valor agregado se desvía de los valores del SCNM, también sucederá lo mismo con este concepto. En el cuadro 7.8.1 presentamos el consumo intermedio total (doméstico e importado), el valor agregado y el valor bruto de la producción que provee el SCNM para 1990, a precios del año 1980, para los tres sectores en que hemos agregado nuestro sistema. Si comparamos los mismos con los valores que obtuvimos en la matriz deflactada para ese mismo año (ver cuadro 6.2.8) constatamos efectivamente que las diferencias son significativas. Observemos que el V.B.P. sí es el mismo, puesto que hemos utilizado para deflactar este rubro los mismas índices de precios aplicados por el SCNM.

Cuadro 7.8.1 Consumo intermedio, valor agregado y valor bruto de la producción, por sector, del SCNM (miles de millones de pesos a precios de 1980)

	Sectores		
	S1	S2	S3
Consumo intermedio	230.192	2.029.184	762.357
Valor agregado	596.835	1.550.471	3.040.373
V.B.P.	827.021	3.579.578	3.802.736

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN INEGI.

A continuación presentaremos un procedimiento basado en el método RAS que nos permite obtener una estimación de la matriz a precios constantes que soluciona este problema. Por medio de sucesivas iteraciones obtendremos un sistema de precios asociado a las transacciones interindustriales que debemos deflactar, es decir, contaremos con un deflactor para cada una de las celdillas de la matriz de insumo–producto. Con este propósito, tomaremos como valores prescritos (TP) el consumo intermedio total suministrado por el SCNM (cuadro 7.8.1), para las columnas, y la demanda intermedia de las matrices domésticas y de importaciones, a precios de 1980, para las filas, que obtuvimos con el método de deflación que aplicamos en la sección 6.2.[7]

[7] Para una aplicación más detallada y desagregada, ver Mariña, 1995; y Aburto y Barbosa, 2002.

Si sumamos las matrices de transacciones domésticas (ver cuadro 6.2.5 y 7.8.2) y de importaciones (ver cuadro 6.2.7 y 7.8.3), a precios constantes, obtenemos la matriz de transacciones totales (ver cuadro 6.2.8 y 7.8.4), también a precios de 1980.

Cuadro 7.8.2 Matriz de transacciones domésticas
(miles de millones de pesos a precios de 1980)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia TP
S1	85.15	357.62	1.91	444.68
S2	88.84	798.07	231.62	1.118.53
S3	58.32	426.20	596.02	1.080.55
Total	232.31	1.581.90	829.55	2.643.76

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.3 Matriz de importaciones
(miles de millones de pesos a precios de 1980)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia TP
S1	4.50	33.92	0.19	38.61
S2	8.59	270.45	30.60	309.64
S3	1.03	0.07	25.53	26.63
Total	14.12	304.43	56.33	374.88

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.4 Matriz de transacciones totales
(miles de millones de pesos a precios de 1980)

Sectores	S1	S2	S3	Demanda intermedia
S1	89.65	391.54	2.10	483.29
S2	97.43	1.068.52	262.23	1.428.17
S3	59.35	426.27	621.56	1.107.18
TR	246.43	1.886.33	885.89	3.018.64
TP	230.19	2.029.18	762.36	
s_j	0.93412292	1.07573299	0.86055868	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Con base en los consumos intermedios de esta última, que tomamos como los totales reales (TR) u observados, y los consumos intermedios del SCNM, que son los totales prescritos (TP), estimamos los multiplicadores columnas, s_j , con el propósito de ajustar la matrices de transacciones domésticas y de importaciones iniciales (cuadros 7.8.2 y 7.8.3), a precios constantes. El resultado de este ajuste se muestra en los cuadros 7.8.5 y 7.8.6, respectivamente. De esta forma, hemos obtenido una segunda serie de cuadros a precios constantes, donde la nueva matriz de transacciones totales la obtenemos como la suma de las matrices de transacciones domésticas y de importaciones ajustadas (ver cuadro 7.8.7).

Cuadro 7.8.5 Matriz doméstica resultante
de la primera iteración por columna

Sectores	S1	S2	S3	TR	TP	*rid*
S1	79.54	384.71	1.64	465.89	444.68	0.95447831
S2	82.98	858.51	199.32	1.140.82	1.118.53	0.98046105
S3	54.48	458.48	512.91	1.025.87	1.080.55	1.05329623
TR	217.01	1.701.70	713.88	2.632.58		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.6 Matriz de importaciones resultante de la primera iteración por columna

Sectores	S1	S2	S3	TR	TP	*rim*
S1	4.20	36.49	0.17	40.85	38.61	0.94503501
S2	8.02	290.93	26.34	325.29	309.64	0.95189358
S3	0.96	0.07	21.97	23.01	26.63	1.15747945
TR	13.19	327.49	48.48	389.15		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.7 Matriz de transacciones totales resultante de la suma de las matrices ajustadas

Sectores	S1	S2	S3	TR
S1	83.74	421.19	1.81	506.75
S2	91.01	1.149.44	225.66	1.466.11
S3	55.44	458.55	534.89	1.048.88
TR	230.19	2.029.18	762.36	3.021.73
TP	230.19	2.029.18	762.36	
s	1.00	1.00	1.00	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Observemos que la suma por columna de esta última matriz de transacciones totales es igual al valor prescrito del SCNM, pero la suma por fila de las matrices doméstica e importada es diferente al valor prescrito, es decir, al valor de la demanda intermedia doméstica y al de la demanda intermedia importada, que corresponde a la suma por fila de las matrices de los cuadros 7.8.2 y 7.8.3. Por lo tanto, es necesario volver a ajustar estas dos matrices.

Con este propósito, en primer lugar, calculamos los multiplicadores fila, rd_i y rm_i, que igualan, respectivamente, el total de cada renglón de las matrices de transacciones domésticas (cuadro 7.8.5) y de importaciones (cuadro 7.8.6) con los elementos correspondientes de los vectores de demanda intermedia doméstica e importada prescritos. Con base en estos multiplicadores procedemos a ajustar ambas matrices, cuyo resultado presentamos en los cuadros 7.8.8 y 7.8.9, respectivamente. La suma de estas dos matrices ajustadas permite obtener una nueva matriz de transacciones totales (ver cuadro 7.8.10).

Cuadro 7.8.8 Matriz de transacciones domésticas resultante de la primera iteración por fila

Sectores	S1	S2	S3	TR	TP	*rid*
S1	75.92	367.19	1.57	444.68	444.68	1.00
S2	81.36	841.74	195.43	1.118.53	1.118.53	1.00
S3	57.38	482.91	540.25	1.080.55	1.080.55	1.00
TR	214.67	1.691.85	737.25	2.643.76		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.9 Matriz de importaciones resultante de la primera iteración por fila

Sectores	S1	S2	S3	TR	TP	*rim*
S1	3.97	34.48	0.16	38.61	38.61	1.00
S2	7.64	276.93	25.07	309.64	309.64	1.00
S3	1.11	0.08	25.43	26.63	26.63	1.00
TR	12.72	311.50	50.66	374.88		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.10 Matriz de transacciones totales resultante de la primera iteración por fila

Sectores	S1	S2	S3	TR
S1	79.89	401.68	1.72	483.29
S2	89.00	1.118.67	220.50	1.428.17
S3	58.50	483.00	565.68	1.107.18
TR	227.39	2.003.34	787.91	3.018.64
TP	230.19	2029.18	762.36	
S_j	1.01233217	1.01289915	0.96757063	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

La nueva matriz de transacciones totales cumple la condición de que sus totales por fila son iguales a los prescritos, pero los correspondientes a la suma por columna no lo son. Entonces, en la siguiente etapa calculamos un segundo conjunto de multiplicadores por columna (ver cuadro 7.8.10), como la relación entre el vector de consumo intermedio total del SCNM y la suma por columnas del cuadro 7.8.10. Con estos multiplicadores volvemos a ajustar las matrices de transacciones domésticas y de importaciones de los cuadros 7.8.8 y 7.8.9. De esta forma continuamos con sucesivas iteraciones hasta que el proceso de ajuste converge. En nuestro ejercicio realizamos 13 iteraciones, puesto que a partir de ésta última los ocho decimales de los multiplicadores ya no cambian. El resultado final obtenido en la última iteración se presentan en los cuadros 7.8.11, 7.8.12 y 7.8.13.

Cuadro 7.8.11 Matriz de transacciones doméstica, a precios constantes, resultante de la última iteración

Sectores	S1	S2	S3	TR	TP	*rid*
S1	75.93	367.27	1.48	444.68	444.68	1.0000
S2	82.16	850.12	186.24	1.118.53	1.118.53	1.0000
S3	59.04	496.93	524.57	1.080.55	1.080.55	1.0000
TR	217.14	1.714.32	712.30	2.643.76		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.12 Matriz de importaciones, a precios constantes, resultante de la última iteración

Sectores	S1	S2	S3	TR	TP	*rim*
S1	3.97	34.49	0.15	38.61	38.61	1.0000
S2	7.67	278.20	23.76	309.64	309.64	1.0000
S3	1.18	0.09	25.37	26.63	26.63	1.0000
TR	12.82	312.78	49.28	374.88		

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.13 Matriz de transacciones totales, a precios constantes, resultante de la última iteración

Sectores	S1	S2	S3	TR
S1	79.90	401.76	1.63	483.29
S2	89.84	1.128.33	210.01	1.428.17
S3	60.22	497.02	549.94	1.107.18
TR	229.96	2.027.11	761.58	3.018.64
TP	230.19	2.029.18	762.36	
s_j	1.00102504	1.00102504	1.00102504	

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Los multiplicadores finales (rd_i, rm_i y s_j) se obtienen como el producto de las respectivas series parciales, obtenidas en las iteraciones sucesivas (ver cuadros 7.8.14 y 7.8.15.

Cuadro 7.8.14 Multiplicadores fila

Iteraciones	rd_1	rd_2	rd_3	rm_1	rm_2	rm_3
1	0.95447831	0.98046105	1.05329623	0.94503501	0.95189358	1.15747945
2	0.98751518	0.99508618	1.00989115	0.98750295	0.99086882	1.03136953
3	0.99652664	0.99814815	1.00125252	0.99655618	0.99729286	1.00578256
4	0.99846082	0.99880145	0.99945349	0.99846732	0.99862220	1.00040642
5	0.99886780	0.99893931	0.99907626	0.99886916	0.99890167	0.99927646
6	0.99895328	0.99896830	0.99899706	0.99895357	0.99896039	0.99903911
7	0.99897123	0.99897439	0.99898043	0.99897129	0.99897273	0.99898926
8	0.99897500	0.99897567	0.99897694	0.99897502	0.99897532	0.99897879
9	0.99897580	0.99897594	0.99897620	0.99897580	0.99897586	0.99897659
10	0.99897596	0.99897599	0.99897605	0.99897596	0.99897598	0.99897613
11	0.99897600	0.99897600	0.99897602	0.99897600	0.99897600	0.99897603
12	0.99897601	0.99897601	0.99897601	0.99897601	0.99897601	0.99897601
13	0.99897601	0.99897601	0.99897601	0.99897601	0.99897601	0.99897601
Multiplicador	0.929107	0.9636971	1.0548288	0.9199382	0.93064295	1.19060856

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Cuadro 7.8.15 Multiplicadores columna

Iteraciones	s_1	s_2	s_3
1	0.93412292	1.07573299	0.86055868
2	1.01233217	1.01289915	0.96757063
3	1.00381643	1.00345662	0.99378082
4	1.00161438	1.00153476	0.99949351
5	1.00114867	1.00113208	1.00070295
6	1.00105099	1.00104752	1.00095738
7	1.00103049	1.00102976	1.00101083
8	1.00102619	1.00102603	1.00102206
9	1.00102528	1.00102525	1.00102442
10	1.00102509	1.00102509	1.00102491
11	1.00102505	1.00102505	1.00102502
12	1.00102504	1.00102504	1.00102504
13	1.00102504	1.00102504	1.00102504
Multiplicador	0.95974152	1.10534688	0.83437506

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Si ahora multiplicamos los cuadros deflactados iniciales de las transacciones domesticas e importaciones (cuadros 7.8.2 y 7.8.3) por los correspondientes multiplicadores, obtendremos nuevamente las matrices de los cuadros 7.8.11 y 7.8.12. Por otra parte, si dividimos los elementos correspondientes de la matriz de transacciones domésticas a precios corrientes (cuadro 6.2.4) y de la matriz del cuadro 7.8.11, obtenemos la matriz de índices de precios implícitos de los insumos domésticos (cuadro 7.8.16), para cada transacción de la matriz, p^{*}_{ij}. Cada uno de estos índices depende del índice de precios de la producción bruta respectivo (p^{*}_{i}), así como de una combinación específica de multiplicadores (rd_i, s_j). Con el fin de comparación, también se incluyen en el cuadro 7.8.16 los índices de precios obtenidos con base en la información suministrada por el SCNM para cada actividad de producción, que utilizamos en su oportunidad para aplicar el procedimiento de deflación convencional (ver cuadro 6.2.3).

Cuadro 7.8.16 Matriz de índices de precios implícitos de las transacciones interindustriales de origen doméstico (1980=100)

	Sectores			Indices de precios implícitos del SCNM
	S1	S2	S3	
S1	141.71	123.04	163.00	126.3595
S2	134.09	116.42	154.23	124.0163
S3	136.46	118.49	156.97	138.1487

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos sintetizar el procedimiento en los siguientes pasos: (i) deflactamos las transacciones interindustriales domésticas (w_{ij}) con los índices de precios ($p_i^{\bullet}$), obteniendo los valores iniciales de estas a precios constantes, es decir, $\bar{w}_{ij} = w_{ij} / p_i^{\bullet}$; (ii) calculamos los multiplicadores fila y columna con los cuales transformamos y obtenemos las transacciones interindustriales domésticas, a precios constantes, finales, es decir, $\tilde{w}_{ij} = rd_i \bar{w}_{ij} s_j$. Por lo tanto, el índice por el que finalmente hemos deflactado las transacciones a precios corriente es

$$p_{ij}^{\bullet} = \frac{w_{ij}}{\tilde{w}_{ij}} = \frac{w_{ij}}{rd_i \bar{w}_{ij} s_j} = \frac{w_{ij}}{rd_i (w_{ij} / p_i^{\bullet}) s_j} = \frac{p_i^{\bullet}}{rd_i s_j} \tag{7.8.1}$$

Del cociente de los respectivos elementos de los cuadros de importaciones a precios corrientes (6.2.7) y a precios constantes (cuadro 7.8.12), obtenemos la matriz de índices de precios implícitos de los insumos importados ($p_{ij}^{m\bullet}$), que presentamos en el cuadro 7.8.17. También incluímos en este cuadro los índices de precios implícitos, obtenidos a partir de la información provista por el SCNM, que utilizamos para deflactar la matriz de importaciones mediante el procedimiento convencional (ver cuadro 6.2.3).

Cuadro 7.8.17 Matriz de índices de precios implícitos de los insumos importados (1980=100)

	Sectores			Indices de precios implícitos de las importaciones
	S1	S2	S3	
S1	151.44	131.49	174.19	133.7033
S2	179.85	156.16	206.87	160.6383
S3	156.35	135.76	179.85	178.6617

FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.

Podemos tambien en este caso sintetizar el procedimiento en los siguientes pasos: (i) deflactamos las transacciones interindustriales de origen importado, w_{ij}^{m} (ver cuadro 6.2.7), con los índices de precios de las importaciones por rama de origen, $p_i^{m\cdot}$ (cuadro 6.2.3), obteniendo los valores iniciales de estas a precios constantes, es decir, $\bar{w}_{ij}^{m} = w_{ij}^{m} / p_i^{m\cdot}$; (ii) calculamos los multiplicadores fila y columna con los cuales transformamos y obtenemos las transacciones interindustriales domésticas, a precios constantes, finales, es decir, $\tilde{w}_{ij}^{m} = rm_i \bar{w}_{ij}^{m} s_j$. Por lo tanto, el índice por el que finalmente hemos deflactado las transacciones a precios corriente es

$$p_{ij}^{m\cdot} = \frac{w_{ij}^{m}}{\tilde{w}_{ij}^{m}} = \frac{w_{ij}^{m}}{rm_i \bar{w}_{ij}^{m} s_j} = \frac{w_{ij}}{rm_i (w_{ij}^{m} / p_i^{m\cdot}) s_j} = \frac{p_i^{m\cdot}}{rm_i s_j}$$

Referencias bibliográficas

Aburto, R. y G. Barbosa (2002), *Distribución sectorial de los beneficios de la innovación tecnológica en México*, 1980–1993, Tesis de Grado, UAM–Azcapotzalco, México.

Alamilla, M., G. Castañón y C. Salinas (1997), *Análisis de la productividad con el método RAS*, Tesis de Grado, UAM–Azcapotzalco, México.

Arrow, K.J. (1962), "Economic welfare and the allocation of resources for invention", en Nelson (ed.), *The Rate and Direction of Incentive Activity: Economic and Social Factors*, *NBER*, Princeton, NJ, Princeton University Press.

Banco de México (1995), *Sistema de contabilidad económica y ecológica de México, Balance de activos económicos producidos, 1985 y 1995*, México.

Bacharach, M. (1969), *Bi–proporcional matrices and input–output change*, Cambridge University Press.

Barceinas, F. y H. Cervini (1993), "Análisis de los multiplicadores contables asociados a una matriz de contabilidad social para México", *Análisis Económico*, núm. 22, vol. XI, UAM–Azcapotzalco, México.

Baranda, V., Ten Kate, A. y Villegas, G. (1993), *Matriz de insumo producto de México para 1990*, mimeo.

Baumol, W. J. (1967), "Macroeconomics of unbalanced growth: the anatomy of urban crisis", *American Economic Review*, 57, pp. 415–426.

Baumol, W: J. & Wolff, E. N. (1984), "On interindustry differences on absolute productivity", *Journal of Political Economy*, 92, pp. 1017–1034.

Blitzer, C., P. Clark y L. Taylor (1975), *Economy–Wide models and development planning*, London: Oxford University Press.

Bulmer–Thomas, V. (1982), *Input–output analysis in developing countries*, John Wiley, Nueva York, EU.

Carter, A. (1970), *Structural changes in the American economy*, Harvard.

Carter, A.P. (1992), "Appropriation and profit incentives in a leaky system", en F. Sherer & M. Perlan (eds), *Entrepreneurship, Technological Innovation and Economic Growth*, University of Michigan Press.

Cervini, H. (1987), *Sistema de cuentas sociales para un modelo de equilibrio general*, Cuadernos Docentes 38, UAM–Azcapotzalco, México.

Cervini, H. (1992), "Cambios en precios relativos y márgenes de ganancia de las actividades exportadoras: una simulación para Colombia", en *Análisis Económico*, núm. 20, vol. X, UAM–Azcapotzalco, México.

Cervini, H. (1993), "Cambios de las transacciones interindustriales en la economía de México para el periodo 1980–1990", *Análisis Económico*, núm. 23, vol. XI, UAM–Azcapotzalco.

Cervini, H. (1995), "Contenido de salario de las exportaciones manufactureras de Colombia", *Economía: Teoría y Práctica*, núm. 4, UAM.

Cervini, H. (1997), "Teoría y Aplicaciones del modelo de insumo–producto", UAM–Azcapotzalco, mimeo.

Cervini, H. y P. Ortuño (1999), U*n modelo de precios y cantidades con técnica de insumo–producto*, UAM–Azcapotzalco.

Cervini, H. y E. Londero (1998), "Colombia: labour abundance and export promotion", en Londero y Teitel, 1998.

Chenery, H. y Clark, P. (1963), *Economía interindustrial*, FCE, México.

Dalgaard, E. (1989), "System productivity time series for Denmark 1944–85", *Paper presented at the 9th International Conference on Input–Output Techniques, Keszthely*.

Dewhurst, J. H. L., "Descomposition of change in input–output", *Economic Systems Research*, vol. 5, núm. 1, pp. 41–53.

DGE (1980), *Submatriz de Consumo Privado por Objeto del Gasto y Rama de Actividad Económica del Origen, Año 1970*, Dirección General de Estadística, México.

DGE (1981a), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1970–1978*, Dirección General de Estadística, México.

DGE (1981b), *Matriz de Insumo–Producto, año 1975*, Dirección General de Estadística, México.

DGE (1982), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1978–1980*, Dirección General de Estadística, México.

Dervis, K., De Melo, J. y S. Robinson (1992), *General equilibrium models for development policy*, Banco Mundial, Cambridge University Press, Nueva York, EU.

Domar, E. D. (1961), "On the measurement of technical change", *Economic Journal*.

Feldman, S. J., McLain, D. y Palmer, K. (1987), "Sources of structural change en the United States, 1963–78: an input–ouput perspective", *Review of Economic and Statistics*, 69(3), pp. 503–510.

Fontela, E. & Pulido, A. (1991), "Input–Output et surplus de productivité: l'économie espagnole entre 1975 et 1980", en E. Archambault & O. Arkhipoff (eds.), *La Comptabilité Nationale Face au défi International*, Paris, Económica.

Fontela, E., Lo Cascio, M. & Pulido, A. (1989), "Productivity surplus distribution: Spanish and Italian results", *Paper presented at the 9th International Conference on Input–Output Techniques, Keszthely*.

Fontela, E. (1989), "Industrial structures and economic growth, an input–output perspective", *Economic Systems Research*, 1, pp. 45–52.

Garau, G. (1993), "La Répartition des gains de productivité globale des facteurs", *Thése de doctorat*, la Faculté des Sciences Economiques de l'Université de Genéve, Département d'Econométrie.

Hernandez Laos, E. (1993), "Evolución de la productividad total de los factores en la economía mexicana (1970–1989)", *Cuaderno de Trabajo núm. 1*, STPS, México.

Hirschman, A. (1958), *The Strategy of Economic Development*, New Haven, Yale University Press.

INEGI (1986), *Matriz de Insumo Producto, Año 1980*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, México.

INEGI–PNUD (1983), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1979–1981*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1984), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1980–1982*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1985), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1981–1983*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1986), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1982–1984*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1988), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1980–1986*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1989), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1981–1987*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1991), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1986–1989*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo, México.

INEGI–PNUD (1991), *Sistema de Cuentas Nacionales 1986–1990*, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, México.

Kendrick, J. W. (1961), *Productivity Trends in the United States*, Princeton, NJ, Princeton University Press.

Kozikowski, Z. (1988), *Técnicas de planificación macroeconómica*, Trillas, México.

Laumas, P. S. (1976), "The weighting problem in testing the linkage hypothesis", *Quarterly Journal of Economics*, 90.

Leontief, W. *et. al.*, (1953), *Studies in the structure of the American Economy*, Oxford University Press, Nueva York.

Londero, E. y S. Teitel (1998), *Resources, industrialization and exports in Latin America*, MacMillan Press Ltd., Gran Bretaña.

Lo Cascio, M., Garau, G. & Fontela E. (1993), "Factor productivity surpluses and market structures", *Paper presented at the 10th International Conference on Input–Output Techniques*, Sevilla.

Mansfield, E. (1968), *Industrial research and technological innovation*, Norton.

Mariña, A. (1995), "La deflación biproporcional de las matrices de insumo–producto utilizando el método Ras (y su aplicación para el caso de México)", *Análisis Económico*, núm. 26, vol. XII, UAM–Azcapotzalco.

Mesnard, L. de (1989), "Note about the theoretical foundations of biproporcional methods", *Ninth Internacional Conference on Input–Output Techniques, Keszthely.*

Mohnen, P. (1989), "New technologies and inter–industry spill–overs", *Paper presented at the OECD International Seminar on Science, Technology and Economic Growth*, June 1989, Paris.

Naciones Unidas (1970), *Un sistema de cuentas nacionales*, Estudios de Métodos, Serie F, núm. 2, Rev. 3, Naciones Unidas, Nueva York.

Naciones Unidas (1974), *Problemas y análisis de las tablas de insumo–producto*, Estudios de Métodos, Serie F, núm. 4, ref. 1, Naciones Unidas, Nueva York.

Naciones Unidas (1993), *Sistema de cuentas nacionales*, 1993, Bruselas, Nueva York, París, Washington D.C.

NAFINSA–BID (1986), *Los precios de cuenta en México 1986*, Nacional Financiera y Banco Interamericano de Desarrollo, México.

NAFINSA–BID (1988), *Los precios de cuenta en México 1988*, Nacional Financiera y Banco Interamericano de Desarrollo, México.

O'Connor, R. y E. W. Henry (1975), *Input–output analysis and its applications*, Haffner Press, Nueva York.

Paelinck, J. y L. Waelbroeck (1965), "Etude empirique sur l'evolution de coefficients input–output", *Economie Appliquée*.

Pasinetti, L. (1984), *Lecciones de teoría de la producción*, FCE, México.

Peterson, W. (1979), "Total factor productivity in the UK: a disaggregated analysis", en K. D. Patterson & K. Schott (eds.), T*he Measurement of Capital: Theory and Practice*, London, Macmillan.

Powell, R. (1989), "Impact component analysis: making more use of what we have", *paper presented at the Burn Conference on Regional and Interregional Input–Output Modelling*, Departament of Economics and Management, University of Dundee.

Powers, T. ed. (1981), *El cálculò de los precios de cuenta en la evaluación de proyectos*, BID, Washington D.C., E.U.

Pulido, A. y Fontela, E. (1993), *Analisis Input–Output, Modelos, Datos y Aplicaciones*, Madrid, Piramide.

Pyatt, G. y Jeffery Round (1985), *Social accounting matrices. A basis for planning*, Banco Mundial, Washington, EU.

Pyatt, G. y Jeffery Round en Pyatt y Round (1985), "Accounting and fixed–price multipliers in a social accounting matrix framework",

Ramírez C., Delfina (1976), *Actualización de la matriz de insumo–producto de México con el método RAS para 1971 y 1972*, UNAM, México.

Ramírez, Delfina, Adrián Ten Kate, Antonie Waarts y Robert Wallace (1979), *La polítíca de protección en el desarrollo económico de México*, FCE, México.

Reyes Heroles, Jesús (1983), *Polítíca macroeconómica y bienestar en México*, FCE, México.

Sevalsen, P. (1969), "The stability of input–otuput coefficients", en *Aplications of input–output analysis*, publicado por Carter, A. y A. Brody, North Holland.

Schneider, J. (1965), *An evaluation of two alternative methods for up–dating input–output tables*, Tesis, Harvard, EU.

Skolka, J. (1989), "Input–Output structural descomposition analysis for Austria", *Journal of Policy Modelling*, 11(1), pp. 45–66.

SPP (1978), *Matriz de insumo–producto de México. Año 1970*, México.

SPP (1979a), *La matriz de insumo producto como instrumento de análisis y programación económica*, México.

SPP (1979b), *Bases informativas para las aplicaciones de la matriz de insumo–producto de 1970*, México.

SPP (1980a), *Modelo de insumo–producto*, Serie de lecturas I, Tomo I, II y III, México.

SPP (1980b), *Bases informativas para la utilización del modelo de insumo–producto*, Tomo I y II, México.

SPP (1981a), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, Años 1970–1978*, México.

SPP (1981b), *Las matrices de insumo–producto de México de 1950, 1960 y 1970: su utilización para el analisis de los cambios estructurales de la economía*, México.

SPP (1983), *Matriz de insumo–producto, año 1978*, México.

Stone, R. (1985), "The disaggregation of the household sector in the national accounts", en Pyatt y Round (1985).

Stone, R., (1963), "Input–output relationships 1954–1966", a programme for growth, vol. 3, Chapman and Hall, Cambridge University.

Taylor, L. (1986), *Modelos macroeconómicos para los países en desarrollo*, FCE, México.

Ten Kate, A. (1975), "Estimación del cuadro de insumo–producto de México para 1970 con base en el método RAS", *Investigación Económica*, UNAM, México.

Ten Kate, A., G. Villegas y V. Baranda (1993), "Matriz de insumo–producto de México para 1990", *Economía Mexicana*, Nueva Época, vol. II, núm. 1, CIDE, México.

Tilanus, C. (1966), *Input–output experiments*, Rotterdam.

Vaccara, B. (1969), "Changes over time in input–output coefficients for the United States", en *Aplications of input–output analysis*, publicado por Carter, A. y A. Brody, North Holland.

Wolff, E. N. (1985), "Industrial composition, interindustry effects and the US productivity slowdown", *Review of Economics and Statistics*, 67, pp. 268–277.

Wolff, E. N. (1989), "Dynamics of growth in input–output analysis", *Paper presented at the OECD International Seminar on Science Technology and Economic Growth, june 1989, Paris.*

Índice

Bases y aplicaciones del modelo insumo–producto,
de Héctor Cervini Iturre, se terminó de imprimir en diciembre de
2002, en los talleres de Litho Offset Aresa SA de CV,
Javier Martínez V., 218, Col. Escuadrón 201, México, DF,
y se encuadernó en los talleres de Encuadernación Técnica
Editorial SA, Calzada San Lorenzo 279–45,
Col. Granjas Estrella, Unidad Industrial Iztapalapa, México, DF,
bajo la coordinación, en su producción editorial,
de Amalgama Arte Editorial.
amalgama@avantel.net

El tiro fue de 1000 ejemplares

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

COSEI COORDINACIÓN DE SERVICIOS DE INFORMACIÓN

Formato de Papeleta de Vencimiento

El usuario se obliga a devolver este libro en la fecha señalada en el sello mas reciente

Código de barras. 2893664

FECHA DE DEVOLUCION

- Ordenar las fechas de vencimiento de manera vertical.

- Cancelar con el sello de "DEVUELTO" la fecha de vencimiento a la entrega del libro

La matriz de insumo–producto permite explicar las magnitudes de las corrientes interindustriales en función de los niveles de actividad de los distintos sectores económicos. Una extensión inmediata de esto último es que los niveles de producción pueden determinarse por las demandas intermedias y finales, de tal forma que finalmente los mismos dependen del nivel de los distintos componentes de la demanda final. Esta interdependencia implica que el modelo insumo–producto es una parte intrínseca de las cuentas nacionales.

Base y Aplicaciones del Modelo Insumo–Producto presenta un conjunto de ejercicios y aplicaciones con la matriz de insumo–producto. La exposición de los mismos, así como la discusión sobre los resultados numéricos obtenidos, se realiza paralelamente con el desarrollo de la exposición teórica de los temas incluidos. El lector requiere tener un conocimiento introductorio de los fundamentos de la contabilidad nacional, así como de la presentación que en particular se realiza en el Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCNM). Ello ayuda a una mejor comprensión de la matriz de insumo–producto y su vinculación con las cuentas incluidas en dicho sistema. También es necesario que el lector cuente con un conocimiento introductorio del álgebra lineal, que le permita realizar las operaciones elementales definidas en la misma (suma, resta y multiplicación), así como las que se refieren a la inversión de matrices. En la exposición no se incluyen normalmente los fundamentos matemáticos del modelo, puesto que la intención primordial del trabajo es ofrecer un material que ayude a comprender la utilidad del mismo y despierte la inquietud sobre las posibilidades de su aplicación en otros campos de los que aquí se incluyen.

El modelo insumo–producto tiene una vasta aplicación en el análisis empírico de diversos tópicos económicos. Desde la utilización del mismo en el estudio de la estructura económica y su evolución, hasta su aporte metodológico en la investigación sobre temas aún más complejos, como los relacionados con la explicación de los cambios de la productividad, el comportamiento del comercio exterior y la distribución del ingreso, convierten a esta herramienta en un recurso valioso para el conocimiento de los procesos económicos.

Las aplicaciones que se desarrollan a lo largo de todo el libro son un auxiliar inevitable para lograr una mejor comprensión de la escritura algebraica de los diferentes temas incluidos en el mismo. Una sugerencia obligada es que el lector reproduzca en una hoja de cálculo estos ejercicios, de tal forma que pueda, en primer lugar, constatar los resultado y, adicionalmente, construir escenarios alternativos que le permitan ampliar su propia visión de los mismos.