

**Curso breve sobre
Operaciones Unitarias**

Domini

Guadalupe

1912
1913
1914
1915
1916
1917
1918
1919
1920
1921
1922
1923
1924
1925
1926
1927
1928
1929
1930
1931
1932
1933
1934
1935
1936
1937
1938
1939
1940
1941
1942
1943
1944
1945
1946
1947
1948
1949
1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
2006
2007
2008
2009
2010
2011
2012
2013
2014
2015
2016
2017
2018
2019
2020
2021
2022
2023
2024
2025
2026
2027
2028
2029
2030
2031
2032
2033
2034
2035
2036
2037
2038
2039
2040
2041
2042
2043
2044
2045
2046
2047
2048
2049
2050
2051
2052
2053
2054
2055
2056
2057
2058
2059
2060
2061
2062
2063
2064
2065
2066
2067
2068
2069
2070
2071
2072
2073
2074
2075
2076
2077
2078
2079
2080
2081
2082
2083
2084
2085
2086
2087
2088
2089
2090
2091
2092
2093
2094
2095
2096
2097
2098
2099
2100

Curso breve sobre
Operaciones Unitarias

Luis Cabrera Pérez

Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
División de Ciencias Básicas e Ingeniería

**Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco**

**Rectora
Mtra. Paloma Ibáñez Villalobos**

**Secretario
Ing. Darío Eduardo Guaycochea Guglielmi**

**Coordinador General de Desarrollo Académico
Dr. Luis Soto Walls**

**Coordinadora de Extensión Universitaria
Mtra. María Itzel Sainz González**

**Jefe de la Sección de Producción y Distribución Editoriales
Lic. Francisco Ramírez Treviño**

**Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco**

**Av. San Pablo 180
Col. Reynosa Tamaulipas
Del. Azcapotzalco
C. P. 02200
México, D. F.**

**© Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco**

Luis Cabrera Pérez

***Curso breve sobre operaciones unitarias*
ISBN: 978-970-31-0937-1**

**1ª. Edición, 2007
1ª. Reimpresión, 2009**

Impreso en México

A Gloria, Enrico, Ricardo Dieter
y a la memoria de Luis

1912
1913

CONTENIDO

	Página
Prólogo	XI
CAPÍTULO 0	
Generalidades	
0.1 Programa	1
0.2 Estrategia para desarrollar el curso	1
0.3 Requisitos académicos deseables	2
0.4 El proceso químico	2
0.5 Breve descripción histórica de las Operaciones Unitarias	2
0.6 Características de los procesos	4
0.7 Principios elementales	5
0.8 Unidades de medida	6
0.8.1 Concentraciones de las mezclas	8
Autoevaluación	12
Problemas	12
Referencias	13
Nomenclatura	13
CAPÍTULO 1	
Mecánica de fluidos	
1.1 La naturaleza de los fluidos	15
1.1.1 Dimensiones elementales de los fluidos	15
1.1.2 La presión	17
1.2 Estática de los fluidos y sus aplicaciones	17
1.2.1 Ecuación fundamental de la hidrostática	17
1.2.2 Aparatos de medida de la presión	19
1.3 El flujo de fluidos	22
1.3.1 Definiciones de conceptos básicos	23
1.3.2 Ecuación de continuidad	25
1.3.3 La ley de Newton de la Viscosidad	27
1.3.4 El número de Reynolds	28
1.3.5 Perfil de velocidades del fluido fluyendo en un tubo circular recto	28
1.3.6 Ecuación de Bernoulli sin pérdidas por fricción	31
1.3.7 Ecuación de Bernoulli con pérdidas por fricción	32
1.3.7.1 Pérdidas por fricción debida a la longitud de la tubería	33
1.3.7.2 Pérdidas por fricción debida a conexiones, válvulas, cambios de área de flujo	33
1.3.7.3 Aplicación del procedimiento	33
1.3.8 Ecuación de Bernoulli con bombeo	37
Autoevaluación	40
Problemas	40
Referencias	41
Nomenclatura	41

CAPÍTULO 2
Transferencia de calor

2.0	Energía térmica. Calor	43
2.1	El problema fundamental de la transferencia de calor	43
2.2	El coeficiente de transferencia de calor y la ley de Fourier	45
2.3	Aplicación de la Ley de Fourier a la conducción de calor	46
2.3.1	Conducción de calor estacionaria	46
2.3.1.1	La placa rectangular	46
2.3.1.2	El cascarón cilíndrico	48
2.3.2	Conducción de calor no estacionaria	50
2.3.2.1	La placa rectangular	50
2.4	Convección de calor	54
2.4.1	Convección forzada	55
2.4.1.1	Fluido fluyendo dentro de un tubo	55
2.4.1.1.1	Flujo laminar	55
2.4.1.1.2	Flujo turbulento	59
2.4.2	Transferencia de calor a o desde un sólido sumergido en un fluido en movimiento	60
2.4.2.1	La placa rectangular	60
2.4.2.2	El tubo circular recto	61
2.5	Intercambiadores de calor	63
	Autoevaluación	64
	Problemas	64
	Referencias	65
	Nomenclatura	65

CAPÍTULO 3
Destilación de mezclas binarias

3.0	Introducción	67
3.1	El equilibrio líquido vapor	67
3.1.1	Ley de Raoult	68
3.1.2	Volatilidad relativa	69
3.1.3	El punto de ebullición	70
3.1.4	El punto de rocío	72
3.1.5	Diagramas de ELV	74
3.2	Destilación por evaporación súbita (flash)	75
3.2.1	Volatilidad relativa constante	76
3.2.1.1	Caso 1: se conoce X_1 o y_1	78
3.2.1.2	Caso 2: se conoce ϕ	78
3.2.2	Volatilidad relativa variable	79
3.3	Destilación por tanda	83
3.4	Destilación por etapas teóricas	84
3.4.1	Las variables de la torre	85
3.4.2	Las ecuaciones	86

3.4.2.1	Balance de materia	86
3.4.2.1.1	Línea de operación en la ZR	87
3.4.2.1.2	Línea de operación en la ZA	87
3.4.2.1.3	Balance de materia global de la torre	87
3.4.2.2	Ecuaciones de ELV	88
3.4.2.3	Condiciones del proceso	88
3.4.2.4	La línea de alimentación	89
3.4.2.5	Propiedades de las líneas descritas	89
3.4.3	El número de etapas	90
3.4.4	Operación a reflujo total	92
3.4.5	Operación a reflujo mínimo	93
	Autoevaluación	98
	Problemas	99
	Referencias	101
	Nomenclatura	101

CAPÍTULO 4

Adsorción y desorción de gases

4.1	Introducción	103
4.2	El mecanismo de la adsorción	103
4.3	Tipos de sorbentes	103
4.4	Aplicaciones industriales	104
4.5	Unidades de medida de la concentración	104
4.6	Equilibrio termodinámico	105
4.6.1	La isoterma de Langmuir	106
4.6.2	La isoterma de Brunnauer Emmett y Teller	106
4.6.3	La isoterma de Freundlich	107
4.7	La etapa teórica	107
4.8	La torre de adsorción	109
4.8.1	La adsorción en una partícula de sorbente	111
4.8.2	La curva de rompimiento	112
	Autoevaluación	120
	Problemas	120
	Referencias	121
	Nomenclatura	121

CAPÍTULO 5

Extracción líquido a líquido

5.1	Introducción	123
5.2	Mezclas líquidas	123
5.3	Equilibrio líquido a líquido, ELL	124
5.4	El diagrama de equilibrio	124
5.5	Tipos de mezclas	126
5.6	Método gráfico: la Regla de la Palanca	128
5.7	Método numérico	130

5.8 Extracción en etapas a contracorriente	133
Autoevaluación	140
Problemas	140
Referencias	141
Nomenclatura	142

CAPÍTULO 6 Humidificación

6.0 Introducción	143
6.1 La carta psicrométrica	143
6.1.1 La humedad absoluta	143
6.1.2 La humedad relativa	144
6.1.3 Temperatura del sistema o de bulbo seco	145
6.1.4 Entalpía del aire	145
6.1.5 Temperatura de saturación adiabática	145
6.1.6 Temperatura de bulbo húmedo	146
6.1.7 Gráfica	148
6.2 Procesos aire agua	148
6.2.1 Calentamiento	148
6.2.2 Enfriamiento	151
6.2.3 Mezclado adiabático de aire	153
6.2.4 Humidificación del aire	155
Autoevaluación	157
Problemas	157
Referencias	157
Nomenclatura	157

CAPÍTULO 7 Cristalización

7.1 Introducción	159
7.2 El equilibrio líquido sólido	160
7.3 El proceso de cristalización	161
Autoevaluación	164
Problemas	164
Nomenclatura	164

Anexos

Anexo 1: Solución numérica del Ejemplo 5.3	165
Anexo 2: Bibliografía complementaria	172
Índices	175

PRÓLOGO

Este texto contiene el material de estudio para el curso de Introducción a las Operaciones Unitarias en licenciaturas de Ingeniería Industrial, Química, Ambiental, etcétera, donde los procesos químicos son materia de estudio, en especial en los elementos fundamentales de las operaciones con una visión práctica que les permita una primera aproximación a la resolución de problemas reales. Puede ser usado también como texto de divulgación tecnológica.

El contenido es sintético, esto es, se presentan elementos de las operaciones que se discuten en otros textos del mismo campo de conocimiento.

Su integración es el resultado de la experiencia adquirida en los cursos que sobre el tema he impartido en la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.

Para su estudio se requieren un mínimo de 50 hrs. Se han incluido un número de ejemplos que permitan al alumno aclarar los conocimientos aprendidos y problemas para resolución que sirvan para afirmar los conocimientos adquiridos. Así como incluyo una bibliografía que puede ser útil al profesor y a los alumnos más avanzados que se interesen en profundizar en el estudio de las Operaciones Unitarias.

Las ecuaciones se identifican con un número en negrita. Antes del punto se refiere al Capítulo, después del punto al número de la ecuación. Las referencias se identifican con un corchete y siguen el mismo formato que los números de las ecuaciones. La del Anexo 1 comienzan con la letra A.

Como toda obra es perfectible, invitamos al lector a comunicarnos lo que considere conveniente sobre el desarrollo, estructura, profundidad, detalle, etcétera, del contenido del texto al correo electrónico: lcp@correo.azc.uam.mx.

Agradezco la colaboración al Mtro. Ricardo Luna Paz por la revisión del Capítulo 2.

Luis Cabrera Pérez

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that this is crucial for the company's financial health and for providing transparency to stakeholders.

2. The second part outlines the specific procedures for recording transactions. It details the steps from initial entry to final review, ensuring that all necessary information is captured and verified.

3. The third part addresses the role of technology in streamlining the recording process. It highlights how modern accounting software can reduce errors and save time, while also providing real-time insights into the company's financial performance.

4. The fourth part discusses the importance of regular audits and reconciliations. It explains how these practices help identify discrepancies early on and ensure that the books are balanced and accurate.

5. The fifth part covers the training and development of staff involved in the recording process. It stresses the need for ongoing education to keep skills up-to-date and ensure compliance with the latest regulations.

6. The sixth part concludes by summarizing the key takeaways and reiterating the commitment to high standards of accuracy and transparency in all financial reporting.

CAPÍTULO 0

GENERALIDADES

0.1 *Introducción*

El estudio de los procesos químicos es tema de estudio de diferentes programas académicos en las universidades mexicanas, como la Universidad Autónoma Metropolitana. La diversificación de las profesiones que requieren título para su ejercicio, se presenta con mayor intensidad en las Ingenierías, posiblemente por el avance tecnológico y por la especialización de diferentes campos académicos, como el de la Ingeniería Ambiental, la de Alimentos, la Industrial, la Farmacéutica, etcétera. Esta evolución ha forzado que el diseño de los planes y programas de estudio sean versátiles y que permitan la preparación en diferentes niveles de profundidad a los estudiantes universitarios de estas ramas profesionales.

La organización del estudio de los procesos químicos ha cambiado desde mediados del Siglo XIX. Para ello se han propuesto diferentes clasificaciones. Por ejemplo, la de los procesos químicos y procesos de separación. Sin embargo, la clasificación propuesta desde los inicios del estudio de la Ingeniería Química basada en las Operaciones Unitarias aún subsiste.

El tiempo dedicado al estudio de estas Operaciones es diferente en cada Plan de Estudios y está organizado, también de diferentes maneras. El contenido de este texto ha resultado de la práctica de diferentes cursos, en especial el de Operaciones Unitarias.

En este trabajo se aplican fundamentalmente la Ley de la Conservación de la Materia y la Energía y, si procede, el equilibrio termodinámico correspondiente. Se hace una breve descripción del equipo y se remarca la importancia de desarrollar modelos más complejos que permitan aplicar los resultados al diseño, lo más exacto posible, del equipo de proceso.

0.2 *Estrategia para desarrollar el curso*

Por lo expuesto anteriormente, el curso exige una dedicación extraordinaria, se recomienda al alumno que se mantenga continuamente actualizado según avance éste.

La estrategia que siga el profesor podría fundamentarse en los siguientes criterios:

- Presentar y discutir los temas según el programa,
- proporcionar con la debida antelación las tareas y establecer su fecha de entrega,
- publicar las respuestas a las tareas,
- promover la asesoría para aclarar cualquier duda sobre los conocimientos incluidos en el contenido del curso,
- asociar la teoría a ejemplos prácticos,
- ampliar la bibliografía dada si fuese necesario,

La correspondiente estrategia que el alumno puede considerar sería:

- Obtener de inmediato la bibliografía indispensable para el curso,
- asistir puntualmente a todas las sesiones del curso,
- participar durante la sesión con preguntas que busquen aclarar lo que no comprendió durante la exposición de tema presentado,
- realizar cotidianamente un resumen de lo visto en cada sesión y, en caso necesario, solicitar asesoría al profesor,

- resolver los problemas de tarea, comunicarse con sus compañeros para discutir los procedimientos de solución, solicitar asesoría al profesor en caso necesario,
- solicitar asesoría, siempre que haya dudas

0.3 *Requisitos académicos deseables*

Los requisitos mínimos para el curso son:

Matemáticas: elementos de álgebra, cálculo analítico y numérico de diversas variables,

Física: conocimiento de las dimensiones, las medidas y las unidades de medida, conversiones de unidades, definición de energía y masa, tipos de energía, Ley de la Conservación de la Masa y la Energía, dinámica de las partículas, variables termodinámicas, etcétera

0.4 *El proceso químico*

La industria química se caracteriza por producir sustancias que normalmente no existen en la naturaleza, en la concentración y/o cantidad necesaria. El método de obtención de los productos químicos se conoce como proceso químico, que consiste en un conjunto de transformaciones necesarias para obtener una sustancia, a partir de otra u otras, mediante mecanismos físicos y químicos. Un esquema general de los procesos químicos se ilustra en la Figura 0.1.

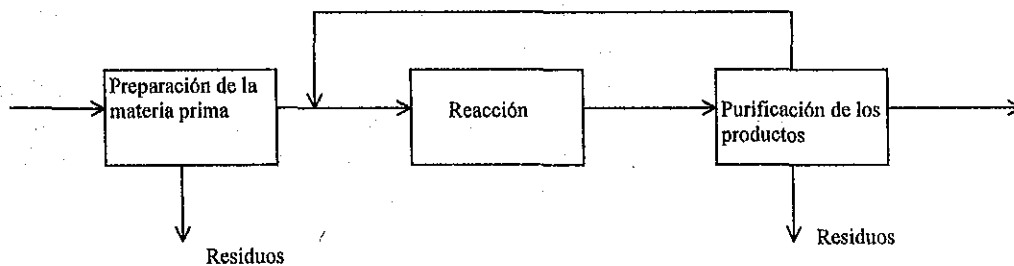


Figura 0.1

Diagrama de flujo fundamental del proceso químico

La preparación de la materia prima puede integrarse de procesos térmicos, como calentamiento o enfriamiento, cambio de tamaño, separación de contaminantes, etcétera. La reacción puede realizarse de muy diversas formas, por ejemplo, puede ser o no catalizada, en estado gaseoso, o líquido o una mezcla de diferentes estados de agregación, etcétera. La purificación de los productos se debe normalmente a que los reactivos no se transforman completamente en el producto deseado y/o entran al reactor en cantidades no estequiométricas. Una forma de clasificar los procesos consiste en dividirlos en dos grupos: las operaciones unitarias y los procesos unitarios. Las primeras se caracterizan porque no se presentan reacciones, y en las segundas sucede lo contrario, se provoca una reacción.

0.5 *Breve descripción histórica de las Operaciones Unitarias*

El término Operaciones Unitarias lo propuso Arthur D. Little, profesor del Instituto de Tecnología de Massachusetts en Estados Unidos, véase Reynolds [0.1] basándose en dos ideas fundamentales: la identificación de la personalidad científica de la Ingeniería Química y la

estructura de sus planes de estudios. Sin embargo, también en Europa se atribuyen la gestación del concepto, por ejemplo, Onken en [0.2] afirma:

“These ideas on engineering in chemical processes were to be held by German chemical companies for a long time. A quite different approach was put forward by E. Hausbrand (1845-1922) as early in 1893...In a book on distillation he applied fundamental principles from physics and physical chemistry to a process step thus developing the concept of unit operations. In two subsequent books he used this method for the treatment of evaporation, condensation and drying”.

Por otro lado, un antecedente primitivo de las operaciones unitarias puede encontrarse en los trabajos de Libavius. Un alquimista que vivió entre 1550 y 1616. Quien escribió un manual llamado “Alchemia” que contiene la descripción de los procedimientos de transformación de la materia que se conocía en esos tiempos y el equipo utilizado.

En resumen, estas argumentaciones reflejan la esencia del problema acerca del concepto “Operaciones Unitarias”: es el resultado de la evolución conceptual de los procesos químicos con el objeto de estudiarlos, y, al mismo tiempo, es el sinónimo académico de la Ingeniería Química.

Por Operación Unitaria se entiende una etapa característica de un proceso químico que busca modificar fundamentalmente la composición mediante procesos físicos y fisicoquímicos.

El concepto de las Operaciones Unitarias es una de las alternativas para clasificar los procesos de la industria química. Otra idea ordena los procesos en procesos de separación y procesos de reacción. Entre las Operaciones Unitarias se incluyen procesos de separación, como la destilación, la absorción, etcétera, procesos mecánicos, como el mezclado, la reducción de tamaño, etcétera, y, además, considera como operación unitaria el manejo de los fluidos y el intercambio de calor.

Por ejemplo, el índice actual del texto de McCabe, [0.3], uno de los clásicos del tema, incluye 13 operaciones unitarias:

- Mecánica de fluidos
- Transporte de fluidos
- Reducción de tamaño
- Manejo de sólidos
- Mezclado
- Separaciones mecánicas
- Flujo de calor
- Evaporación
- Transferencia de masa
- Absorción de gases
- Destilación
- Lixiviación y extracción
- Cristalización
- Operaciones de contacto aire agua
- Secado

Para estudiar estas operaciones se pueden dividir en dos grupos, las que requieren para su estudio teórico los principios del equilibrio termodinámico y las que, además, aplican los principios de los fenómenos de transporte.

Es pertinente mencionar que en 1935 apareció la primera edición del texto titulado "Unit Processes in Organic Synthesis" de P. H. Groggins donde presenta una clasificación de procesos con reacciones características, como la nitración, halogenación, oxidación, etcétera. Esta idea plantea una clasificación del total de los procesos en la industria química: las operaciones y los procesos unitarios.

0.6 Características de los procesos

Existe un conjunto de cualidades de los procesos que permiten asignarles nombres que los caracterizan, como procesos continuos o no continuos, procesos estacionarios, etcétera.

El esquema de la Figura 0.2 ilustra diferentes clasificaciones posibles y la una estructura teórica para el estudio y la comprensión de los procesos.

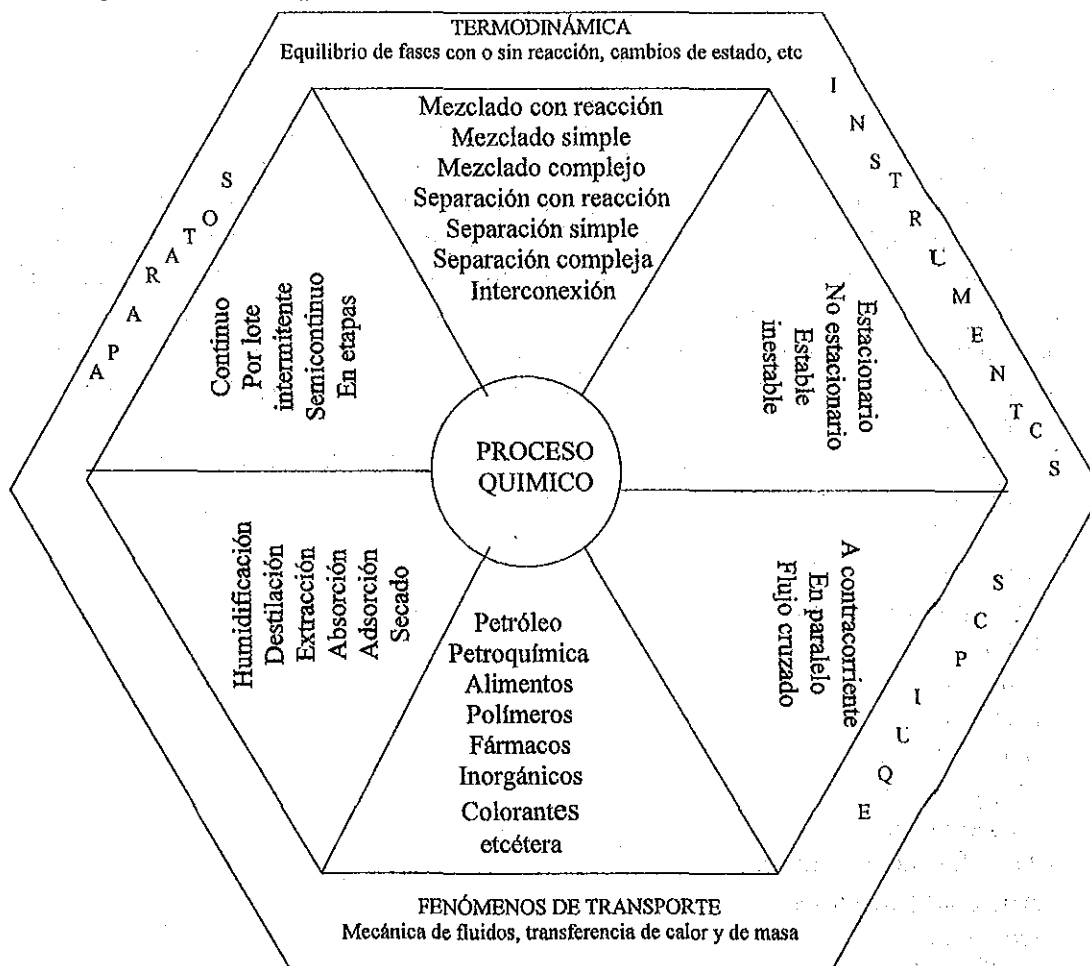


Figura 0.2
Mapa del proceso químico

Este esquema propone seis características del proceso químico, en sentido de las manecillas del reloj:

- Por la adición o división o sustracción de materia: mezclado, separación,
- por el comportamiento con respecto al tiempo de las variables del proceso,
- por la manera en que fluyen las concentraciones entre sí,
- por el tipo de industria,
- por la operación en sí,
- por la manera en que entra en contacto la materia con el equipo

El perímetro del hexágono del Mapa del Proceso Químico contiene los elementos básicos, tanto teóricos como prácticos, que son parte de su estudio:

- la termodinámica,
- los fenómenos de transporte,
- los aparatos, instrumentos y equipos

0.7 Principios elementales

El *Universo* se divide, para su estudio, en *materia y energía*.

La materia se caracteriza por poseer *masa y volumen*.

La masa se presenta en tres estados de agregación: *sólido, líquido y gaseoso*.

Para un compuesto puro se puede construir el diagrama de fases, como lo ilustra la Figura 0.3.

La línea a se conoce como línea de solidificación o fusión. La línea b es la línea de evaporación o de condensación. Y la línea c es la de sublimación.

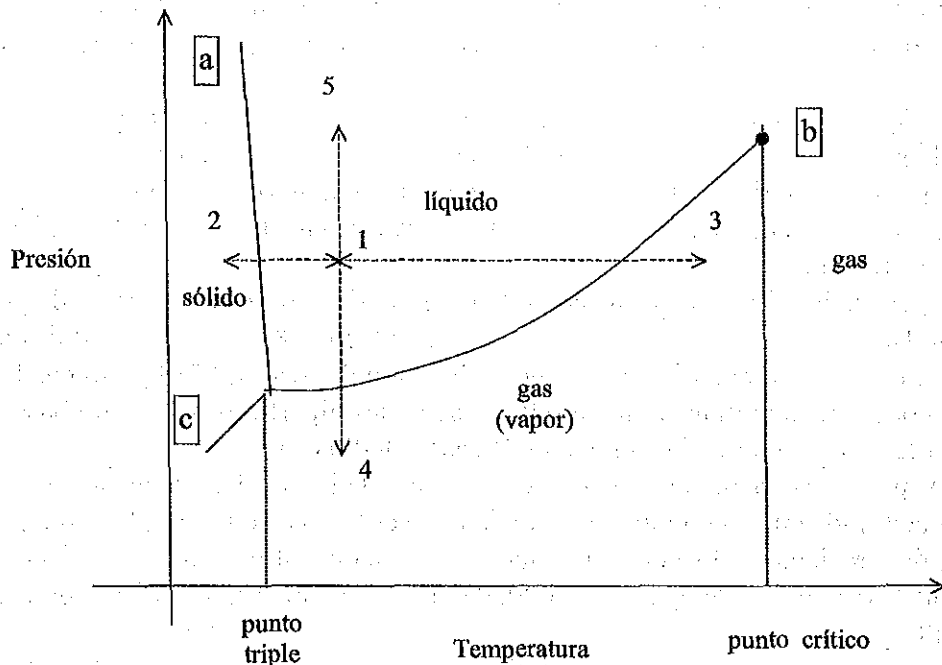


Figura 0.3
Diagrama de fases, (sustancia pura)

Si la temperatura y la presión se encuentran sobre una de las líneas se conoce como estado de saturación, porque la sustancia puede pasar de un estado de agregación a otro con un pequeño cambio de temperatura. Las líneas punteadas son ejemplos de procesos simples. El punto 1 indica que la sustancia a la presión y temperatura dada está en estado líquido. Si se enfría a presión constante hasta el punto 2 se solidificará a la temperatura que atraviesa la línea a. Si se calienta hasta el punto 3 se pasará al estado gaseoso. Si se disminuye la presión a temperatura constante, hasta el punto 4, se evaporará al pasar a la presión que indica la línea de evaporación. Las líneas punteadas indican que el proceso puede realizarse en ambos sentidos.

La energía es un concepto que sirve para explicar *fenómenos*: por ejemplo, de movimiento, de posición, de evaporación, solidificación, reacción química, reacción nuclear, etcétera.

Por esta razón se habla de energía cinética, potencial, térmica, química, nuclear, eléctrica, electromagnética, etcétera.

Existe una relación fundamental entre la materia y la energía que se conoce como la *Ley de la Conservación*. Esta Ley establece que ambas se conservan. En fenómenos a condiciones muy diferentes a las ambientales la materia se puede transformar en energía y viceversa. En los procesos químicos industriales generalmente estos fenómenos no acontecen. En la Tierra el fenómeno de transformación de la materia se presenta en forma natural pero a velocidades muy bajas. Los reactores y armas nucleares son ejemplos de esta transformación, pero inducidas por el hombre.

0.8 Unidades de medida

Para el estudio del Universo se han asignado características a las propiedades de la materia y de la energía. Estas características se conocen como *dimensiones*. Las básicas son:

La masa, la longitud, el tiempo, la corriente eléctrica, la temperatura y la luminosidad.

Como todo estudio científico del universo se basa en la medida, las *unidades de medida* básicas son:

El *kilogramo*, kg, para la masa, se define como la masa igual a la del prototipo internacional del kilogramo, 1ª y 3ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1889 y 1901.

El *mol*, mol, para la materia, se define como la cantidad de materia que contiene tantas unidades elementales como átomos existen en 0.012 kg de carbono 12 (^{12}C), 14ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1971.

El *metro*, m, para la longitud, se define como la longitud de la trayectoria recorrida por la luz en el vacío en un lapso de $1/299792458$ s, 17ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1983.

El *segundo*, s, para el tiempo, se define como la duración de 9192631770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado base del átomo de cesio 133, 13ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1967.

El *ampere*, A, para la corriente eléctrica, se define como la intensidad de una corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de sección circular despreciable, colocados a un metro de distancia entre sí en el vacío, produciría entre estos conductores una fuerza igual a 0.0000002 N/m, 9ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1948.

El *kelvin*, K, para la temperatura termodinámica, se define como la fracción $1/273.16$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua, 13ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1967.

La *candela*, cd, para la luminosidad, se define como la luminosidad, en una dirección dada de una fuente que emite una radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz y cuya intensidad energética en esa dirección es 1/683 watt por esterradián, 16ª Conferencia General de Pesas y Medidas de 1979.

Estas unidades corresponden a la *Ley Federal sobre Metrología y Normalización* mexicana. Se puede consultar en la página de la red www.cenam.mx, del Centro Nacional de Metrología.

Estas unidades tienen múltiplos y submúltiplos. Por ejemplo, la décima parte del metro es el decímetro, dm, y una longitud de mil metros es el kilómetro, km. La Tabla 0.1 muestra las abreviaciones de los múltiplos y submúltiplos en base decimal.

Tabla 0.1
Múltiplos y submúltiplos y sus abreviaciones

Factor	Unidad	Abreviación	Factor	Unidad	Abreviación
10^{12}	Tera	T	10^{-1}	deci	d
10^9	Giga	G	10^{-2}	centi	c
10^6	Mega	M	10^{-3}	mili	m
10^3	kilo	k	10^{-6}	micro	μ
10^2	hecto	h	10^{-9}	nano	n
10^1	deca	da	10^{-12}	pico	p
			10^{-15}	femto	f

Los múltiplos del tiempo no siguen normalmente el sistema decimal. Los submúltiplos sí. Así se tiene al minuto como 60 s, la hora como 60 min, el día como 24 h, el año como 365 días.

Uno de los inventos más sobresalientes de la creatividad humana consiste en la combinación de las dimensiones resultando nuevas unidades de medida. Entre las que nos interesan en este texto se encuentran, por ejemplo:

- La velocidad, longitud sobre tiempo, m/s, cuyo símbolo es v,
- la fuerza, longitud masa sobre tiempo al cuadrado, $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 = \text{N}$, N es el newton,
- la energía o el trabajo, fuerza por metro, $\text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$, J es el joule,
- la densidad, masa entre volumen, kg / m^3 , cuyo símbolo es ρ ,
- superficie, longitud al cuadrado, m^2 , etcétera

Este sistema de medidas se conoce como el Sistema Internacional. Existen otros sistema de medida. Uno muy aplicado en México es el llamado Sistema Inglés. Como se tratan de las mismas dimensiones existen factores de conversión entre las unidades de medida de ambos sistemas. Como en este texto se usará casi exclusivamente el sistema oficial mexicano se recomienda visitar la página de la oficina de medida de los Estados Unidos: National Institute of Standards and Technology, NIST.

La unidad de medida de la temperatura más común es el grado celcius o centígrado. Su magnitud es idéntica a la del kelvin. El cero de los grados celsius es igual a 273.15 K, que es la temperatura de congelación del agua pura a 1 atm de presión.

0.8.1 Concentraciones de las mezclas

Una cantidad de materia puede componerse de una sola sustancia, átomos o moléculas iguales, o estar integrada de varias sustancias. En el primer caso se dice que es una sustancia pura, en el segundo que es una mezcla.

Las mezclas pueden ser homogéneas o heterogéneas. Si son homogéneas la densidad varía continuamente en todo su cuerpo. Si son heterogéneas la densidad es discontinua. Por ejemplo, un refresco normalmente es una mezcla de gases, agua y sólidos, y es homogéneo porque su densidad propiamente es uniforme en todo su volumen. El aire parece una mezcla homogénea, pero basta observarlo contra una fuente de luz que contraste para observar que contiene partículas sólidas. Otra demostración es la caída de polvo sobre una superficie. El aire es una mezcla compleja de polvos, aerosoles, microorganismos y diferentes sustancias, como el agua, el bióxido de carbono, etcétera. Estrictamente hablando es una mezcla heterogénea. Un ejemplo más evidente de una mezcla heterogénea es aquella compuesta de agua y aceite.

Por lo tanto, la composición de las mezclas es una característica importante, esto es, por un lado, las sustancias que la componen y, por otro, en que proporción se presentan en la mezcla.

La medida de la composición puede hacerse de muy diversas maneras, como fracciones o como relaciones.

Las fracciones peso o de masa se definen como el peso de cada sustancia entre el peso total de la mezcla, se expresarán como z , x ó y .

Las fracciones mol se definen como los moles de una sustancia entre los moles totales, se expresarán como Z , X ó Y .

La presión parcial es una forma de medir la composición. Se define como el producto de la fracción mol por la presión del sistema, se expresará como p_i .

La relación peso se define como la masa de un compuesto, i , entre la masa de otro, j , se expresará como Z_{ij} , X_{ij} ó Y_{ij} .

La concentración volumétrica se define como los moles de una sustancia entre el volumen de la mezcla, se expresará como c_i .

La densidad parcial se define como la masa del compuesto i entre el volumen de la mezcla, se expresará como ρ_i .

Ejemplo 0.1

Considérese una mezcla gaseosa de 20 kg metano, 80 kg de nitrógeno, 10 kg de etano y 15 kg de propano a 20 °C y 4 bar de presión, como una mezcla gaseosa de gases ideales. Calcúlense las concentraciones definidas arriba.

Respuesta

La Tabla 0.2 muestra los resultados obtenidos según las definiciones dadas. El volumen de la mezcla se calcula a partir de la ecuación de los gases ideales:

$$0.1 \quad V = \frac{nRT}{P}$$

resultando $V = 29.13 \text{ m}^3$, con $R = 0.08314 \text{ (bar)(m}^3\text{)/kmol(K)}$

Tabla 0.2
Concentraciones de la mezcla del Ejemplo 0.1

i	m _i kg	y _i kg/kg	PM _i g/mol	n _i kmol	y _i mol/mol	P _i atm	Y _{i4} g de i/g de N ₂	c _i mol de i/m ³	ρ _i kg i/m ³
CH ₄	20	0.16	16	1.25	0.26143	1.046	0.25	0.0429	0.6869
C ₂ H ₆	10	0.08	30	0.33333	0.06971	0.279	0.125	0.0114	0.3435
C ₃ H ₈	15	0.12	44	0.34091	0.0713	0.285	0.1875	0.0117	0.5152
N ₂	80	0.64	28	2.85714	0.59756	2.390	1	0.0981	2.7477
Total	125			4.78139					

Ejemplo 0.2

A un aparato entran 100 kg/min de una corriente líquida compuesta de 30 % en peso de agua, 40 % en peso de alcohol metílico y el resto es etanol. Después del proceso el aparato produce dos corrientes, una contiene el 90 % del metanol y la otra el 20 % del etanol y el 90 % del agua, que entran. Calcúlese la cantidad de los productos en kg/s y mol/s, y su composición en fracciones peso y fracciones mol.

Respuesta

La Figura 0.4 muestra un esquema del diagrama de flujo del aparato. m_e son los kg/s del material entrante, llamado normalmente alimentación. m_{js} son los kg/s del producto j a la salida. z_i , y_i y x_i son las fracciones peso del compuesto i en el alimento, el producto 1 y el producto 2, respectivamente. Se supone que los flujos y sus composiciones son estacionarios.

Los kg/min de cada componente que entran al aparato son:

$$z_A m_e = 30 \text{ kg/min}$$

$$z_M m_e = 40 \text{ kg/min}$$

$$z_E m_e = 30 \text{ kg/min}$$

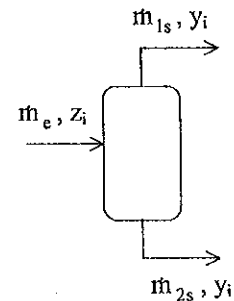
**Figura 0.4**

Diagrama de flujo del Ejemplo 0.2

A identifica al agua, M al metanol y E al etanol. De los datos, los kg/min del metanol en un producto, que se ha llamado 1, son:

$$y_M m_{1s} = 0.9(40) = 36 \text{ kg/min}$$

Al aplicar la ley de la conservación, por el otro producto, el 2, salen:

$$x_M m_{2s} = 4 \text{ kg/min}$$

de metanol. De la misma manera se obtienen:

$$x_A m_{2s} = 0.9(30) = 27 \text{ kg/min}$$

$$y_M m_{1s} = 3 \text{ kg/min}$$

$$x_E m_{2s} = 0.2(30) = 6 \text{ kg/min}$$

$$y_E m_{1s} = 24 \text{ kg/min}$$

Por lo tanto, los gastos de los productos son:

$$m_{1s} = 63 \text{ kg/min}$$

$$m_{2s} = 27 \text{ kg/min}$$

Las fracciones peso del compuesto i en el producto 1 se obtienen al dividir $y_i m_{1s}$ entre m_{1s} . Lo correspondiente se realiza para obtener las fracciones peso en el producto 2. Al dividir estos gastos entre 60 se obtienen los mismos en kg/s, como lo muestra la Tabla 0.3.

Los moles por segundo de cada componente se obtienen al dividir los kg/s entre el peso molecular correspondiente y multiplicando por 1000:

$$y_i \dot{n}_{1s} = 1000 \left(\frac{\text{moli}}{\text{kmoli}} \right) \frac{y_i (\text{kg i/kg mezcla}) m_{1s} (\text{kg mezcla/s})}{PM_i (\text{kg i/mol i})}$$

$$x_i \dot{n}_{2s} = 1000 \left(\frac{\text{moli}}{\text{kmoli}} \right) \frac{x_i (\text{kg i/kg mezcla}) m_{2s} (\text{kg mezcla/s})}{PM_i (\text{kg i/mol i})}$$

La suma de estos flujos son los gastos de los productos en mol/s.

La Tabla 0.3 contiene las fracciones peso y mol resultantes.

Tabla 0.3
Resultados del Ejemplo 0.2

i	PM_i	$z_i m_e$ kg/s	\dot{n}_{ic} kmol/s	$y_i m_{1s}$ kg/s	$x_i m_{2s}$ kg/s	y_i	x_i	\dot{n}_{i1s} kmol/s	\dot{n}_{i2s} kmol/s	y_i	x_i
Agua	18	0.5	0.0278	0.45	0.05	0.4355	0.0789	0.025	0.00278	0.5847	0.1661
Metanol	32	0.667	0.0208	0.5333	0.1333	0.5161	0.2105	0.0167	0.00417	0.3898	0.2491
Etanol	46	0.5	0.0109	0.05	0.45	0.0484	0.7105	0.0011	0.00978	0.0254	0.5848

\dot{n}_{i1s} y \dot{n}_{i2s} son los flujos molares de los productos.

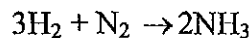
Autoevaluación

- 0.1 ¿Qué Órgano Colegiado de la UAM aprueba los Planes de estudio?
- 0.2 ¿Qué implica que el curso tenga asignados 9 créditos?
- 0.3 ¿Cómo se va a evaluar el curso?
- 0.4 Menciona al menos un hábito adecuado para tener éxito en la aprobación del curso.
- 0.5 ¿Qué conocimientos son necesarios para el curso?
- 0.6 ¿Qué son las Operaciones Unitarias?
- 0.7 Menciónese al menos ocho operaciones unitarias.
- 0.8 ¿En qué país se gestó el concepto de operaciones unitarias?
- 0.9 ¿Qué principios son indispensables para el estudio de las operaciones unitarias?
- 0.10 ¿Qué variables termodinámicas determinan el estado de agregación de una sustancia pura?
- 0.11 ¿Cómo se puede interpretar el punto donde se unen las líneas de líquido gas, líquido sólido y sólido líquido en el diagrama de fases de la Figura 0.1?
- 0.12 Mencione las partes en que se divide el Universo para su estudio.
- 0.13 Enuncie al menos tres ejemplos de mezclas homogéneas y tres de mezclas heterogéneas.
- 0.14 ¿En qué unidades se mide la energía en el Sistema Internacional?
- 0.15 Desarrolle, a partir de su experiencia, un proceso para obtener aceite de limón integrado por operaciones unitarias.
- 0.16 Según la Ley de la Conservación de la Materia, explique el aumento de peso de una persona.
- 0.17 Las tortillerías comunes en el país pueden representar una micro industria. Su producción es continua o por lote?
- 0.18 ¿Por qué se detiene una esfera al lanzarla sobre un suelo liso, como una pista de boliche?
¿No se conserva la energía cinética?
- 0.19 Un recipiente contiene $V \text{ m}^3$ de agua pura. A partir de un momento recibe 100 g/s de una solución acuosa con 35 g/ml de NaCl , mezclándose perfectamente. Al mismo tiempo sale la solución formada. Deduzca si se trata de un proceso estacionario. Dibuje un esquema del proceso e indique las variables del mismo.

Problemas

- 0.1 Si se mezclan 10 kg de agua con 20 de acetona se forma una solución homogénea. Expresé su composición en fracción masa y mol, en relación peso y mol. ¿Es necesario mencionar la temperatura y la presión a la que se encuentra la mezcla? ¿Y para calcular su densidad?
- 0.2 Una esfera sólida de 1 kg se mueve en línea recta a 3 m/s , calcule su energía cinética.
- 0.3 La densidad del agua líquida saturada a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ es de 999 kg/m^3 . Calcúlese la densidad del agua a la misma temperatura, en estado de vapor saturado, si su presión es aproximadamente 0.022 bar .
- 0.4 Una solución fluye a razón de 50 mol/h . Se compone de 50% mol de A, 35% mol de B y el resto de C. Calcúlense los moles de cada componente que fluyen en esa mezcla por segundo.

- 0.5 A un mezclador ingresan 100 kg/min de una mezcla compuesta de 45 % en peso de metano y 55 % en peso de etano y 250 kg/min de otra mezcla compuesta de 36 % de metano y el resto de etano. Calcúlense los moles por segundo que salen del mezclador de metano y de etano. Si el alimento y los productos se encuentran a 2 atm y 20 °C, ¿Cuál es el volumen producido de la mezcla y cuál es la presión parcial de cada componente en el producto del mezclado?
- 0.6 Establezca el balance de materia para la pregunta 0.19 de la sección de Autoevaluación.
- 0.7 Consúltense en Shreve [0.4] la producción de azúcar a partir de la caña de azúcar. Identificar las operaciones unitarias que se llevan a cabo.
- 0.8 En la producción del amoníaco se hacen reaccionar hidrógeno y nitrógeno a unos 450 °C y 250 atm de presión, según la reacción:



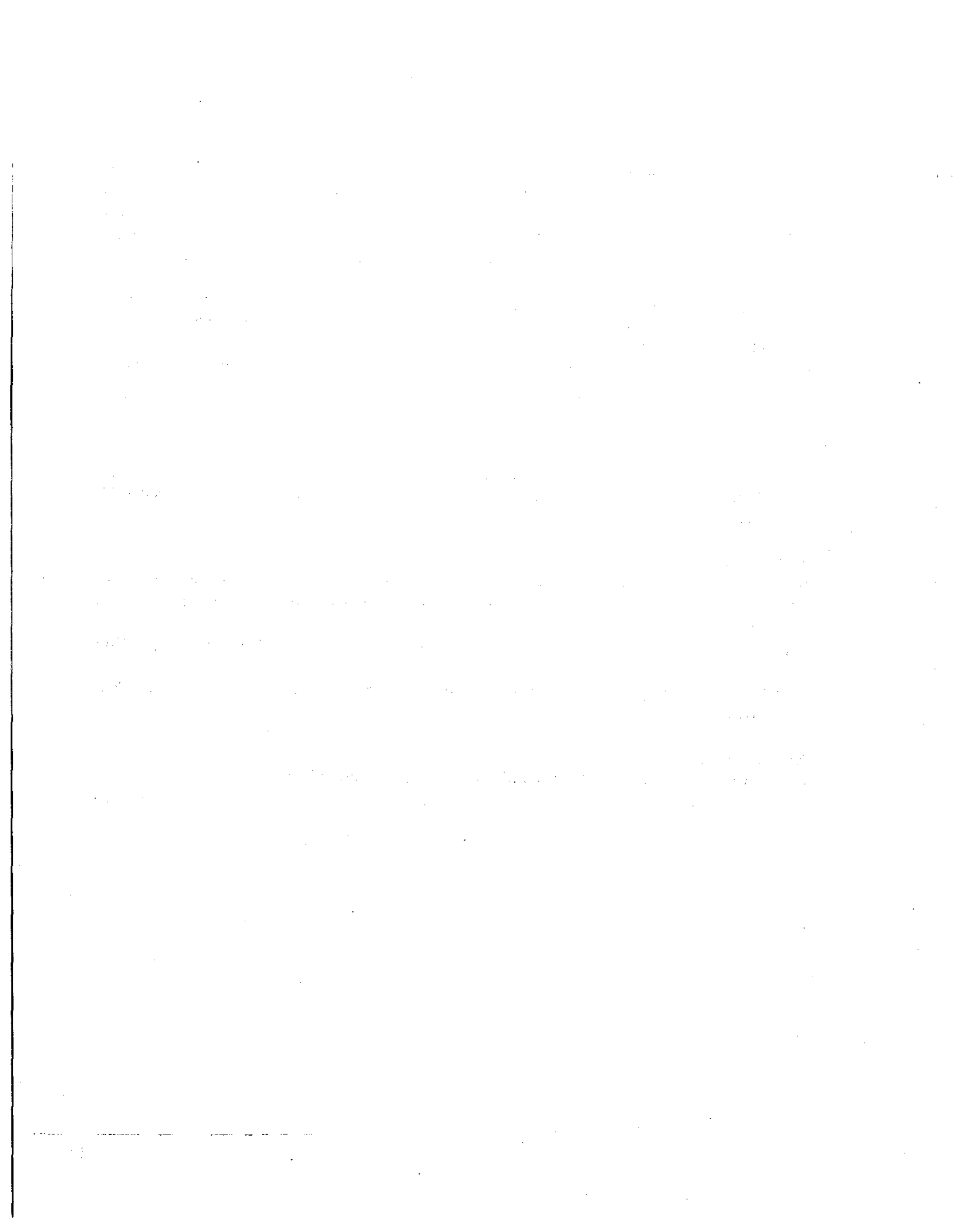
La mezcla que entra al reactor contiene 2 % mol de metano y 3.1 mol de H₂ por cada mol de N₂. Calcúlese los kg de mezcla, y de cada uno de sus componentes para producir 1000 kg de amoníaco

Referencias

- 0.1 Reynolds, T.S., *The early history of the AIChE*, Michigan Technological University, 1984
- 0.2 Onken, U., *The development of Chemical Engineering in German Industry and Universities*, Chem. Eng. Technol., 20, 71-75, 1997
- 0.3 McCabe, W.L., *Smith J.C.; Unit Operations in Chemical Engineering*, McGraw Hill Book Co., Editorial Novaro-México, S.A., México, 1956
- 0.4 Shreve, R.N, Brink, J.A. Jr., *Chemical Process Industries*, McGraw Hill Kogakusha Co., Tokio, 1977

Nomenclatura

En este Capítulo se ha definido el significado de cada símbolo utilizado.



CAPÍTULO 1

MECÁNICA DE FLUIDOS

1.1 *La naturaleza de los fluidos*

Definición: un fluido es un material cuya unión molecular no presenta resistencia a la acción para modificar su forma.

Otras definiciones:

Mataix [1.1] dice: “Fluido es aquella sustancia que, debido a su poca cohesión intermolecular, carece de forma propia y adopta la forma del recipiente que lo contiene”.

Otra forma la adopta Geankoplis [1.2]: “Fluido es una sustancia que no resiste, de manera permanente, la deformación causada por una fuerza y, por tanto, cambia de forma”.

Y McCabe en [1.3] define que: “Fluido es una sustancia que no resiste permanentemente la distorsión”.

Una manera alternativa para definir un fluido está relacionada con la descripción de su comportamiento cuando es sometido a movimiento. Las moléculas de un fluido en movimiento pueden presentar diferentes velocidades con respecto a un sistema de referencia, porque transmiten, de manera diferenciada, la cantidad de movimiento, por el contrario, las moléculas de un sólido en movimiento llevan una velocidad uniforme e igual en cada una de las partes de su cuerpo.

Los fluidos pueden presentarse en estado líquido o en estado gaseoso. Un fluido es *incompresible* si el cambio de su densidad, cuando aumenta la presión, es despreciable.

Los fluidos pueden ser sustancias puras o mezclas. El mezclado de un líquido y un sólido puede producir un líquido homogéneo o una mezcla heterogénea, que se comporta como un fluido. Hay también la posibilidad de encontrar mezclas de fases diferentes, por ejemplo, líquido y gas, o líquido y líquido.

En este curso el estudio de los fluidos se limita a fluidos puros homogéneos, sin embargo, los resultados pueden aplicarse a mezclas fluidas siempre que sean homogéneas. Los fenómenos que se abordan en este Capítulo están asociados a la acción de la gravedad en los fluidos, a los efectos relacionados con la energía cinética y a la disipación de energía causada por diferentes efectos.

1.1.1 *Dimensiones elementales de los fluidos*

Como la materia, un fluido posee masa y volumen. Dada una cantidad de masa se tiene un volumen determinado, que depende de la temperatura y la presión. La relación entre la masa, el volumen, la presión y la temperatura se conoce como *ecuación de estado*. El volumen de los líquidos es poco sensible a la presión del sistema, por el contrario, es más sensible a la temperatura. Por otro lado, el volumen de un sistema gaseoso es sensible a la presión y a la temperatura.

La relación entre la masa y el volumen es la *densidad*:

$$1.1 \quad \rho = \frac{m}{V}$$

m es la masa del fluido de volumen V. Las unidades de medida pueden ser, para la masa: gramo, kilogramo, libra, tonelada, etc., y, para el volumen: mililitro, pie cúbico, litro, m³. Si la densidad se expresa en unidades molares por unidad de volumen, por ejemplo, mol/cm³, se habla de densidad molar.

La relación entre dos densidades se conoce como el peso específico relativo:

$$1.2 \quad \text{per} = \frac{\rho}{\rho_r}$$

El subíndice r se refiere al fluido que se toma de referencia, que normalmente es agua a 4°C:
 $\rho_r = 1 \text{ g/cm}^3$.

El *volumen específico* es el inverso de la densidad:

$$1.3 \quad v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

El peso corresponde a la fuerza que ejerce la gravedad sobre una masa m:

$$1.4 \quad F = mg$$

Ejemplo 1.1

El peso específico relativo del alcohol etílico a 20 °C con respecto al agua a 4 °C es 0.8. ¿Qué masa ocupan 230 lt de alcohol puro a 20 °C?

Respuesta

La densidad del alcohol a 20 °C es:

$$\rho = 0.8(1000 \text{ kg/m}^3) = 800 \text{ kg/m}^3$$

La masa es, de la ecuación 1.1:

$$m = \rho V = 800(0.23) = 184 \text{ kg}$$

Ejemplo 1.2

Determinar las densidades molar y másica del aire a 25 °C y 590 mmHg, suponiendo que es un gas ideal de peso molecular medio 29.

Respuesta

La densidad molar es:

$$1.5 \quad \tilde{\rho} = \frac{n}{V}$$

V es el volumen que ocupan n moles. De la ley de los gases ideales:

$$\bar{\rho} = \frac{P}{RT} = \frac{(590/760) \text{ atm}}{0.082 \frac{\text{atm} \cdot \text{lt}}{\text{gmol} \cdot \text{K}} (298.15 \text{ K})} = 0.0317 \text{ gmol/lt}$$

$$\bar{\rho} = 31.75 \text{ gmol/m}^3$$

Y la densidad es:

$$\rho = \bar{\rho} (\text{PM}) = 920.75 \text{ g/m}^3 = 0.920 \text{ kg/m}^3$$

1.1.2 La Presión

Se define como la fuerza por unidad de área.

Las unidades de medida de la presión más comunes son:

Pascal: 1 Pa = N/m²

Bar: 1 bar = 100,000 Pa

Atmósfera: 1 atm = 101,325 Pa

Torriceili, o mm de Hg: 1 torr = 133.322 Pa

psia, en inglés es la abreviación de pound per square inch absolut: 6894.757 Pa

Columna de agua: 1 mm de CA = 9.8063 Pa

1.2 Estática de los fluidos y sus aplicaciones

1.2.1 Ecuación fundamental de la hidrostática

Se conoce como hidrostática a la ciencia que estudia las propiedades de un líquido en reposo, en especial el agua. Considérese una columna de un líquido con h m de altura y D m de diámetro, véase la Figura 1.1. Si la densidad del líquido es ρ, la masa de la columna es:

1.6 $m = \rho V$

El peso de esta masa es:

1.7 $F = mg = \rho Vg$

La presión que ejerce el fluido sobre la cara inferior del recipiente cilíndrico es:

1.8 $P = \frac{\rho Vg}{A} + P_0$

P₀ es la presión que ejerce la atmósfera en el espejo del líquido, donde h = 0.

Como el volumen es el producto del área por la altura:

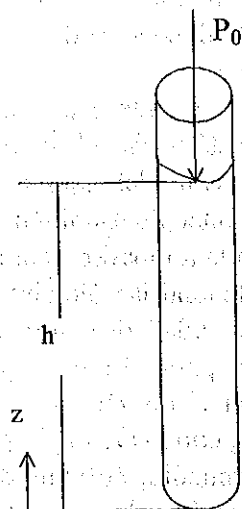


Figura 1.1 Columna de líquido

$$1.9 \quad P = \rho hg + P_0$$

O sea, la diferencia de presión entre el fondo y el espejo del líquido es:

$$1.10 \quad P - P_0 = \rho hg$$

Esta es la ecuación fundamental de la hidrostática. El cociente:

$$1.11 \quad \frac{P - P_0}{\rho g} = h$$

se conoce como la *carga del fluido*.

En general, una diferencia de presión entre dos niveles de una columna de líquido es:

$$1.12 \quad P_2 - P_1 = \Delta P = (h_1 - h_2)\rho g$$

O sea, la diferencia de presión en una columna de un líquido homogéneo, a temperatura constante, depende de la altura del líquido. Este resultado permite afirmar que la presión no depende de la forma, ni de la extensión del área transversal del recipiente, sólo de la altura de la columna y de la presión que hay sobre el espejo del líquido. Otra característica importante de los líquidos es que la presión que presenta el líquido sobre la superficie transversal, a una altura determinada de la columna, es la misma en todas direcciones. Esto es, el líquido ejerce sobre las caras del recipiente la misma presión correspondiente a la altura de la columna. Véase Figura 1.2.

Si un recipiente cerrado contiene solamente un líquido puro, la presión sobre las caras del recipiente dependen de la cantidad del volumen ocupado por el líquido y la temperatura a la que se encuentre.

Si el recipiente está completamente lleno de un líquido, la presión que debe resistir el material del que está hecho el recipiente se deduce a partir de la altura que tiene el líquido con relación al punto más alto del líquido, según la ecuación 1.11

Este concepto también se aplica a los gases, aunque no se puede considerar un recipiente abierto a la atmósfera, como el de la Figura 1.1, porque se mezclaría inmediatamente y al final el recipiente tendría sólo aire.

La densidad del aire es muy pequeña con relación a la del agua, aproximadamente una milésima parte, la diferencia de presión en una columna de aire a la presión y temperatura ambiental a ras de la tierra es insignificante, desde el punto de vista de la ingeniería. Sin embargo, con la altura, la presión cambia considerablemente. Por ejemplo, la presión en Veracruz es, en promedio, 760 mm de Hg y en la ciudad de México de alrededor de 590 mm de Hg.

La presión sobre las caras de un recipiente cerrado que contiene un gas depende de la rigidez del material que está hecho, o sea, si es rígido, como acero, ó elástico, como un globo.

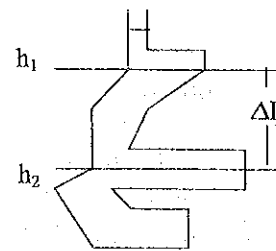


Figura 1.2

La presión depende solo de la altura

Si un recipiente rígido contiene sólo gas, la presión en el recipiente se conoce como presión absoluta.

A diferencia de los líquidos, un gas ejerce la misma presión en todas las partes del recipiente que lo contenga, aunque no esté bajo la influencia de la gravedad. Imagínese un recipiente en un viaje espacial, si está lleno de líquido, la presión dentro del recipiente dependerá sólo de la llamada presión vapor, que es una propiedad de los líquidos, pero si está llena de gas, la presión dependerá del tipo de sustancia, del volumen del recipiente, de la temperatura y de la cantidad de gas.

La presión vapor es la presión que ejerce el vapor de un líquido. Este concepto se ilustra con ayuda del esquema de la Figura 1.3. Es un recipiente que está parcialmente lleno con un líquido puro. El espacio libre está ocupado sólo por el vapor que produce ese líquido. Cuando la temperatura del líquido es la misma que la del vapor, la presión que se registra es la **presión vapor** del líquido puro.

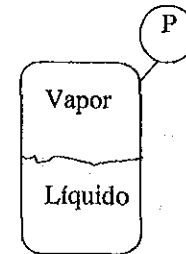


Figura 1.3
Presión vapor de un líquido

1.2.2 Aparatos de medida de la presión

Existen diferentes instrumentos de medida de la presión. Los más comunes son el barómetro y el manómetro. El barómetro es una columna de líquido en un recipiente rígido sellado en un extremo y abierto al ambiente en el otro. Véase la Figura 1.4. La altura de la columna entre el espejo del agua abierto y el espejo del agua dentro del tubo sirve para determinar la presión del ambiente, según la ecuación 1.4. Esa es la presión barométrica.

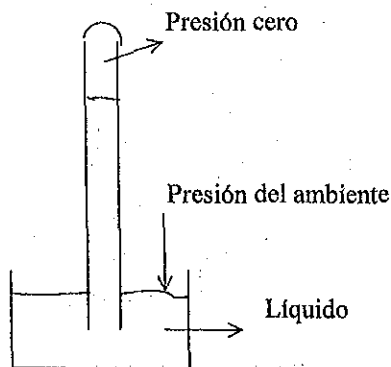


Figura 1.4
Esquema del barómetro

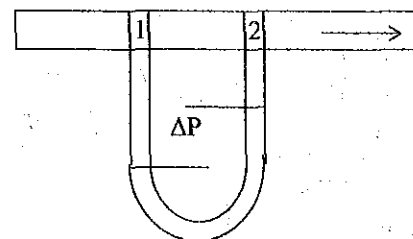


Figura 1.5
Esquema del manómetro en U

Los manómetros más comunes son los de tubo en U y los metálicos. Los primeros son, en principio iguales al barómetro, sólo que un extremo del conducto está en contacto con el líquido a una presión y el otro extremo puede estar conectado al mismo líquido en otra posición o, al ambiente. La Figura 1.5 ilustra el caso de un manómetro conectado a una tubería donde fluye un fluido. La diferencia de presión entre los puntos 1 y 2 es dada por la diferencia de niveles del líquido del manómetro. El líquido del manómetro debe cumplir, al menos, dos condiciones obvias: que su densidad sea superior a la del fluido en el tubo y que los fluidos no sean solubles entre sí.

Si una terminal del manómetro en U está conectada a un recipiente cerrado que contiene un gas y la otra está en contacto con el aire ambiente, la diferencia de altura de los espejos del líquido puede presentar tres casos, véase la Figura 1.6, uno cuando el nivel en contacto con el gas del recipiente esté por debajo del que está en contacto con el ambiente, el otro es el caso contrario, el tercero es que no haya diferencia de presión. La diferencia de presiones dadas por el tubo en U se conoce como **presión manométrica**, ΔP . La **presión absoluta** se define como la presión de la atmósfera ambiente más la **presión manométrica**.

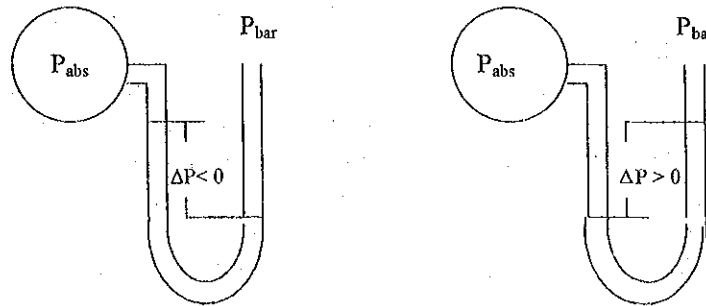


Figura 1.6
Presión relativa y presión absoluta

$$1.13 \quad P_{abs} = P_{bar} + \Delta P$$

Si ΔP es negativa, se acostumbra llamarle “vacío”.

La presión de la atmósfera se conoce también como presión barométrica.

La Figura 1.7 muestra el esquema del manómetro metálico más conocido, el manómetro de Bourdon en dos estilos, el “C” y el de espiral, de Himmelblau [1.4].

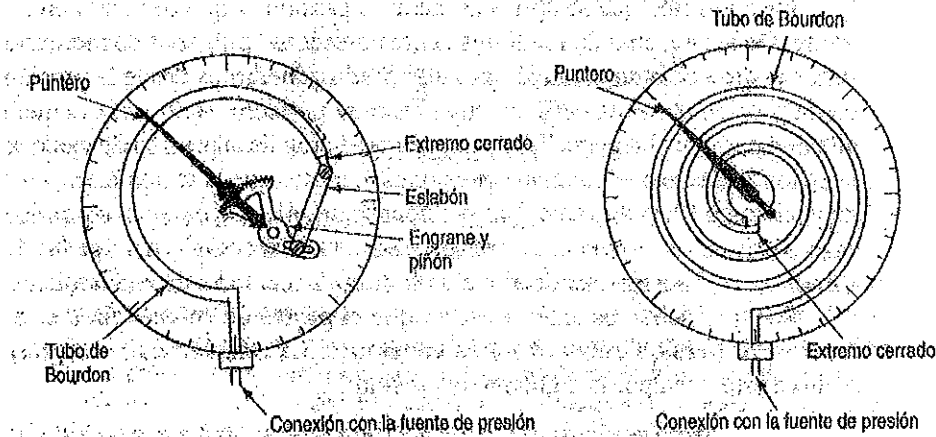


Figura 1.7
Esquema del manómetro de Bourdon: A) Tipo “C”, B) De espiral, de Himmelblau [1.4]

Otros instrumentos para medir presión son: el diafragma metálico, el sensor capacitivo, el manómetro de esfuerzos y los piezosensores.

El manómetro de Bourdon C puede utilizarse para medir presiones entre 1 atm y más de 1000 atm, el diafragma metálico desde una centésima de atmósfera a unas 50 atm. Los sensores, el manómetro de esfuerzos y los piezosensores son los más versátiles, pueden medir presiones tan bajas como 0.001 atm y tan altas como 500 atm. Se sugiere al lector interesado en ampliar esta información en la red. En algún buscador busquen con las palabras clave: manómetro, Bourdon, barómetro, piezosensor, etcétera.

Ejemplo 1.3

En un manómetro como el que se muestra en la Figura 1.8 se lee una diferencia de nivel de 1 cm. El líquido es mercurio a 20 °C. ¿Cuál es la presión absoluta, P , en ese punto si la presión atmosférica es de 590 torr? Despréciese la densidad del fluido fluyendo.

Respuesta

La densidad del mercurio es 13546.2 kg/m^3 a 20 °C según Mataix [1.1]. Como el nivel del lado del sistema es mayor que el de la atmósfera, la presión manométrica es negativa e igual a, de la ecuación 1.12:

$$\Delta P = -13546.2 \text{ kg/m}^3 (9.81 \text{ m/s}^2) (0.01) \text{ m} \\ = -1328.88 \text{ Pa} = 9.97 \text{ torr}$$

La presión absoluta en el ducto es, de la relación 1.13:

$$P_{\text{abs}} = 590 - 9.97 = 580.03 \text{ torr}$$

En la práctica se acostumbra decir que el gas tiene 9.97 torr de vacío.

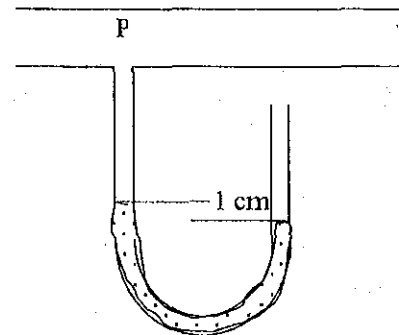


Figura 1.8
Esquema del problema 1.3

Ejemplo 1.4

Un recipiente de 200 l contiene 500 g metano. Un manómetro de Bourdon mide la presión en su interior. La temperatura del gas es de 28 °C. Determinése la presión en el recipiente y la que indica el manómetro si la presión atmosférica es de 590 torr.

Respuesta

Suponiendo que la escala del manómetro está calibrada con la atmósfera, la presión del metano es:

$$1.14 \quad P_{\text{metano}} = P_{\text{manómetro}} + P_{\text{atmosférica}}$$

Si se supone gas ideal, la presión es:

$$1.15 \quad P = \frac{nRT}{V}$$

El número de moles en el recipiente es:

$$n = \frac{500}{16} = 31.25 \text{ gmol}$$

Con estos datos la presión resulta:

$$P = 3.86 \text{ atm}$$

Como 590 torr equivalen a 0.77 atm la presión manométrica es igual a 3.09 atm.

Ejemplo 1.5

En un recipiente cilíndrico hay 200 kg de agua a 20 °C y 1 kg de aire que ocupa un volumen de 0.2 m³, ¿Cuál es la presión en la base del recipiente y cuál sobre la tapa, si la altura del agua es de 1 m?

Respuesta

Se puede suponer que el sistema se representa por el esquema de la Figura 1.9. La presión en la base es, de la ecuación 1.12:

$$P = P_0 + \rho gh$$

P_0 es la presión del aire. Suponiendo que se aplica la ley de gases ideales resulta:

$$P_0 = \frac{0.082(\text{atm lt})/(\text{gmol K})((1000/29 \text{ gmol})(293.15 \text{ K}))}{200 \text{ lt}}$$

$$P_0 = 4.144 \text{ atm}$$

Considerando la densidad del agua a 20 °C como 998 kg/m³:

$$\begin{aligned} \rho gh &= 998(\text{kg/m}^3)(9.81\text{m/s}^2)(1\text{m}) \\ &= 9790.38 \text{ Pa} \end{aligned}$$

$$\rho gh = 0.097 \text{ atm}$$

Entonces la presión en la base del recipiente es:

$$P = 4.24 \text{ atm}$$

y la presión que soporta la tapa es 4.144 atm.

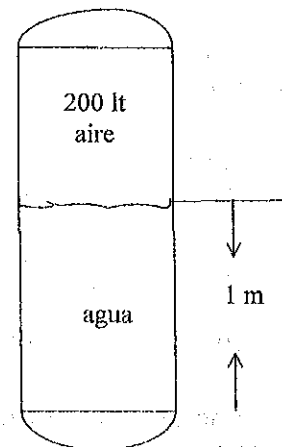


Figura 1.9
Esquema del problema 1.5

1.3 El flujo de fluidos

El movimiento de fluidos está presente en cualquier proceso químico. Un fluido puede moverse dentro de un ducto, en un canal, por sobre una superficie sólida, dentro de un recipiente, etcétera. La Figura 1.10 ilustra algunos ejemplos.

Los fluidos en la industria pueden ser compuestos de una sustancia, de una mezcla homogénea o de una mezcla heterogénea, como dos líquidos inmiscibles, una suspensión, etcétera.

Existen diferentes causas del movimiento de los fluidos, por ejemplo el efecto de la gravedad, una diferencia de presión, una bomba, una diferencia de temperatura, etcétera.

En los procesos químicos un fluido es sometido, frecuentemente, en forma simultánea tanto a movimiento como a cambios de temperatura y/o a cambios de concentración, etcétera.

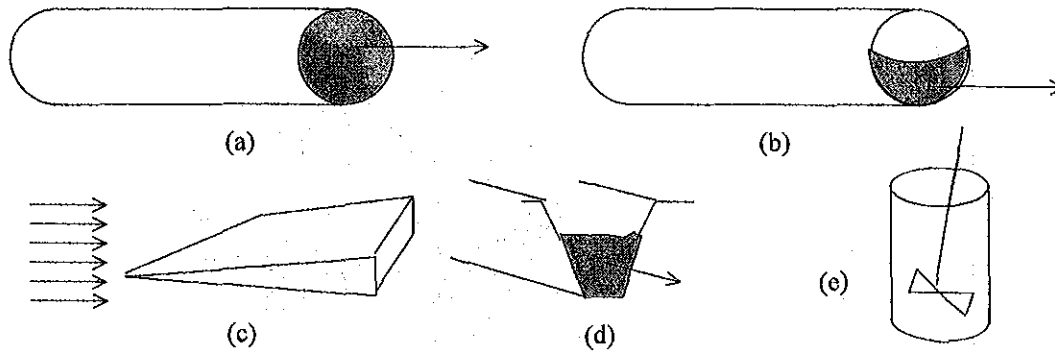


Figura 1.10

(a) Flujo dentro de un tubo lleno

(b) Flujo en un tubo parcialmente lleno

(c) Flujo sobre una superficie sólida

(d) Flujo en un canal (e) tanque agitado

Ejemplos

1. El flujo de fluidos más común es el transporte a través de una tubería, como agua, vapor de agua, petróleo, etc. La tubería puede presentar cambios de dirección, cambio de altura, tener conexiones que dividan el flujo, estar conectadas a máquinas que lo impulsen como bombas, etc. Véase la fotografía de unas instalaciones de Petróleos Mexicanos en la Figura 1.11.

2. En los aparatos de proceso, como una torre de destilación por etapas, a contracorriente, el vapor fluye hacia arriba de la torre y el líquido hacia abajo, entrando en contacto en cada etapa, como se ilustra en la Figura 1.12.

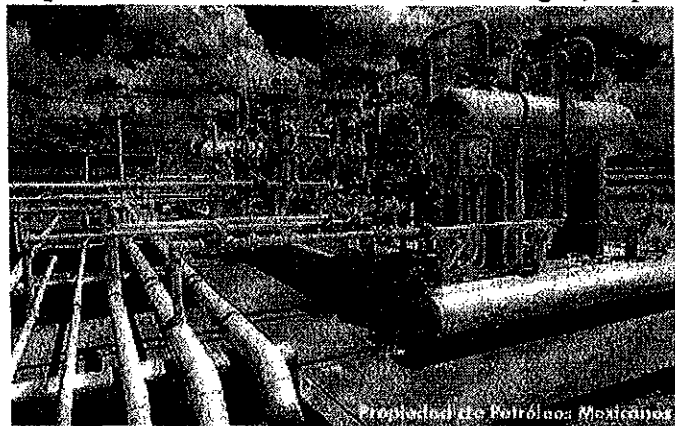


Figura 1.11

Ductos para transporte de productos del petróleo

1.3.1 Definiciones de conceptos básicos

El **flujo másico**, m , es la cantidad de masa que fluye en la unidad de tiempo. Sus unidades pueden ser: g/s, g/min, kg/h, lb/min, etcétera.

El **flujo o gasto volumétrico**, \dot{V} , también llamado **caudal**, es el volumen de fluido que fluye en la unidad de tiempo, sus unidades de medida pueden ser cm^3/s , lt/min, m^3/h , ft^3/min , etc.

El **área de flujo** es el área perpendicular a la dirección de movimiento del fluido, que ocupa el fluido. Por ejemplo, si el agua fluye por un tubo circular recto de diámetro D e inunda toda la sección, el área de flujo es igual a $\pi D^2/4$. Véase la Figura 1.10 (a).

La *velocidad media de flujo* es el cociente del gasto volumétrico entre el área de flujo:

$$1.16 \quad v = \frac{V}{A}$$

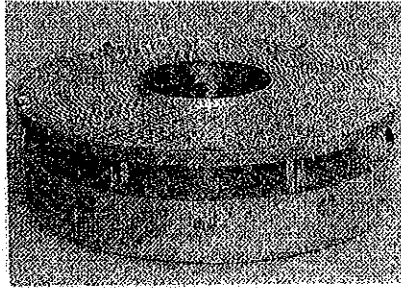
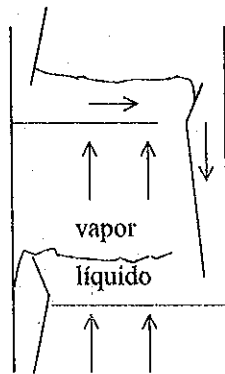


Figura 1.12

a) Esquema del flujo en una torre de destilación de platos. b) Foto de un plato real.

La relación entre el flujo másico y el volumétrico es:

$$1.17 \quad m = \rho \dot{V}$$

Ejemplo 1.6

Por una llave con boquilla de 2.5 cm sale agua continuamente hacia un tinaco. Si en 30 minutos el volumen del agua en el tinaco aumentó 2000 l, calcúlese:

a) el flujo volumétrico promedio en m^3/s ,

b) el flujo másico promedio en kg/s ,

si el agua está a 25°C

Respuesta

a) El flujo volumétrico es:

$$\dot{V} = \frac{2000 \text{ lt}}{30 \text{ min}} = 66.66 \frac{\text{l}}{\text{min}} = 66.66 \left(\frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}} \right) \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right) = 0.00111 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

b) Como la densidad del agua a 25°C es $997.1 \text{ kg}/\text{m}^3$, el flujo másico resulta, de la igualdad 1.18:

$$m = 0.00111(997.1) = 1.108 \text{ kg/s}$$

Ejemplo 1.7

Por un ducto de sección rectangular fluyen 100 m³/min de aire a 25 °C y 0.75 atm. Véase la Figura 1.13. Calcúlese el flujo másico en kg/s y la velocidad media de flujo.

Respuesta

Por la ecuación de los gases ideales:

$$\dot{n} = \frac{PV}{RT} = \frac{0.75 \text{ atm}(100 \text{ m}^3/\text{min})(1000 \text{ lt/m}^3)}{0.082 (\text{atm} \cdot \text{lt})/(\text{mol} \cdot \text{K})(298.15\text{K})} = 3067.7 \text{ mol/min}$$

\dot{n} es el **flujo molar** en mol/min. Como el peso molecular del aire es 29:

$$\dot{m} = 88963 \text{ g/min} = 1.483 \text{ kg/s}$$

El área de flujo es:

$$A = 1 \text{ m}(0.4 \text{ m}) = 0.4 \text{ m}^2$$

y la velocidad media de flujo resulta, de la ecuación 1.17:

$$\bar{v} = 100/0.4/60 = 4.17 \text{ m/s}$$

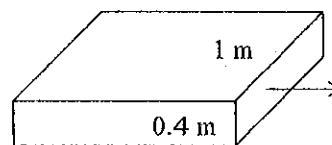


Figura 1.13
Flujo a través de un ducto de sección rectangular

1.3.2 Ecuación de continuidad

Esta ecuación es el resultado de la aplicación de la Ley de la Conservación de la Masa. Para aplicar esta ecuación es necesario conocer algunos elementos sobre el proceso, a saber:

Un **proceso estacionario** es aquel donde las variables del mismo no cambian con el tiempo en una posición dada.

Si una o varias variables cambian con el tiempo en una posición dada se trata de un **proceso no estacionario**.

Supóngase que un fluido incompresible homogéneo fluye por la tubería mostrada esquemáticamente en la Figura 1.14. A_j indica el área de flujo en esa sección.

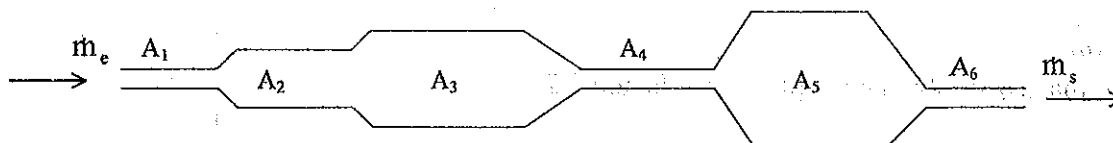


Figura 1.14
Flujo de un fluido incompresible en una tubería de diferentes áreas de flujo

Si se supone que el flujo es estacionario, la masa que entra es igual a la masa que sale:

1.18 $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$

De la ecuación 1.17, al considerar 2 secciones diferentes, se obtiene:

$$1.19 \quad \rho_i \dot{V}_i = \rho_j \dot{V}_j \quad i = 1 \text{ a } 6 ; j = 1 \text{ a } 6 ; i \neq j$$

Como la densidad es constante:

$$1.20 \quad \dot{V}_i = \dot{V}_j$$

De la relación 1.16:

$$1.21 \quad v_i A_i = v_j A_j$$



Figura 1.15
Flujo en canal

en conclusión:

$$1.22 \quad m = \rho v_i A_i$$

La ecuación 1.22 se conoce como la ecuación de continuidad.

Si la sección es circular, esta ecuación se convierte en:

$$1.23 \quad v_i D_i^2 = v_j D_j^2$$

Estas relaciones son válidas si el tubo está ocupado completamente. Si solo está parcialmente ocupado, el área de flujo corresponde al área transversal del flujo. Por ejemplo, si sólo la mitad del tubo estuviese llena, como lo muestra el esquema de la Figura 1.15 el área de flujo es $\pi D^2/8$.

Ejemplo 1.8

Un tanque cilíndrico se vacía por un tubo, como se ilustra en la Figura 1.16. En un momento dado, el cambio de la altura del espejo líquido es 3 mm/s. Si el líquido es agua a 20 °C, calcúlese el gasto másico, en kg/s, y la velocidad media del líquido a la salida en m/s, si el diámetro interior del tanque es 2.5 m y el del tubo 5 cm.

La densidad del agua líquida a esa temperatura es 998 kg/m³.

Respuesta

El gasto másico se obtiene al aplicar la relación 1.22:

$$m = 998 \text{ kg/m}^3 (0.003 \text{ m/s}) (\pi) (2.5 \text{ m})^2 / 4 = 4.678 \text{ kg/s}$$

La velocidad media del agua a la salida del tubo es, de la ecuación 1.23:

$$v = \frac{(0.003 \text{ m/s})(2.5 \text{ m})^2}{(0.05 \text{ m})^2} = 7.5 \text{ m/s}$$

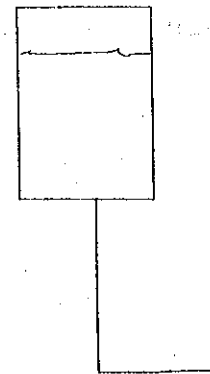


Figura 1.16
Tanque vaciándose

1.3.3 La Ley de Newton de la Viscosidad

Imagínese que un fluido está comprendido entre dos placas planas paralelas, según se ilustra en la Figura 1.17. Si la placa de abajo se comienza a mover a velocidad constante razonable, el fluido se empieza a mover por capas. Cada capa adquiere una velocidad cuando ha pasado un tiempo determinado, hasta lograr el perfil de velocidades que se muestra.

Se nota que la velocidad en la dirección x depende de la posición y : $v_x(y)$. Si la distancia entre las placas es h , y F es la fuerza necesaria para mantener el movimiento por unidad de área, A , la ley de la viscosidad de Newton predice que el cociente F/A , es proporcional al cambio de la velocidad. La constante de proporcionalidad se llama viscosidad:

$$1.24 \quad \frac{F}{A} = \mu \frac{v}{h}$$

El cociente F/A se conoce como *esfuerzo cortante* y se identifica comúnmente con τ . Nótese que A es paralela a la dirección del flujo. Expresado en forma diferencial es:

$$1.25 \quad \tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

Los subíndices indican que la fuerza aplicada, en la dirección x , es perpendicular al área de aplicación. La ecuación 1.26 es la expresión matemática de la *Ley de Newton de la Viscosidad*. Los fluidos que obedecen esta ley se conocen como *fluidos newtonianos*. La mayoría de los líquidos de compuestos orgánicos y todos los gases se comportan como fluidos newtonianos, bajo ciertas presiones y temperaturas.

La viscosidad de los líquidos puros depende, fundamentalmente, de la temperatura, la de los gases puros, de la temperatura y la presión. El agua y el aire son dos ejemplos típicos de fluidos newtonianos. Hay fluidos como los polímeros, la salsa catsup, etcétera. que no siguen esta Ley.

La ecuación 1.26 se relaciona con el movimiento de un fluido en coordenadas cartesianas pero puede adaptarse a otra geometría.

Como el mundo real es tridimensional es obvio pensar que pueden existir esfuerzos cortantes en diferentes direcciones, sin embargo, en este curso elemental nos limitaremos a considerar sólo el caso presentado, que resulta, además, muy útil en la práctica.

La ecuación 1.25 permite suponer que, bajo régimen estacionario, la velocidad v_x es función de y . $v_x = f(y)$. Esta relación se conoce como el *perfil de la velocidades* del fluido.

Considérese el flujo de un fluido en el lecho de un río que puede esquematizarse como se ilustra en la Figura 1.18. Si imaginamos un elemento del agua muy pequeño que lleva una velocidad v , su trayectoria se conoce como línea de corriente. Cuando un fluido presenta líneas de corriente continuas se dice que se trata de flujo laminar, en caso contrario, es flujo turbulento. El primero equivale a que el fluido se mueva en capas de velocidad uniforme. En el segundo el

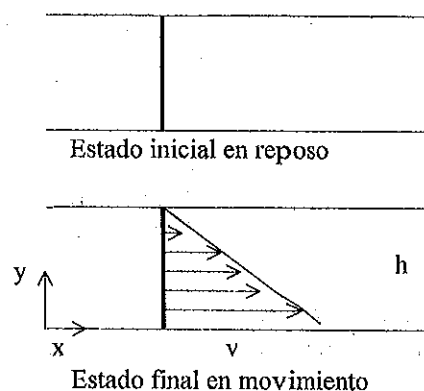


Figura 1.17
Desarrollo de flujo en láminas

movimiento es desordenado en el sentido de que el movimiento resultante de la masa total no coincide con el sentido de movimiento de las partes infinitesimales del fluido.

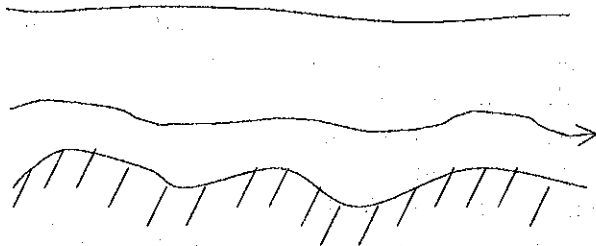


Figura 1.18
Esquema de una línea de flujo

1.3.4 El número de Reynolds

El llamado análisis dimensional establece que las ecuaciones naturales son dimensionalmente homogéneas. Por ejemplo, la posición de un cuerpo puntual al tiempo t que se mueve en línea recta con aceleración constante y que tiene una velocidad v_0 en la posición x_0 es:

$$1.26 \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Se puede comprobar que ambos miembros de la ecuación tienen unidades de longitud, o sea, el cociente:

$$1.27 \quad \frac{x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}{x} = 1$$

no tiene unidades.

Si se aplica el análisis dimensional al flujo en un tubo circular recto completamente lleno, se puede suponer que las variables que intervienen son: el diámetro, la velocidad, la densidad y la viscosidad, por lo tanto deben existir unos exponentes a , b , c y d tal que:

$$1.28 \quad D^a v^b \rho^c \mu^d = 1$$

Si se sustituyen las unidades, L para longitud, m para masa y t para tiempo:

$$1.29 \quad L^a \left(\frac{L}{t}\right)^b \left(\frac{m}{L^3}\right)^c \left(\frac{m}{Lt}\right)^d = 1$$

Si se impone que el producto 1.28 no tenga dimensiones, se forma el sistema de ecuaciones:

$$1.30 \quad \begin{aligned} a + b - 3c - d &= 0 \\ -b - d &= 0 \end{aligned}$$

$$c + d = 0$$

Asignando arbitrariamente el valor de 1 a c resulta: $a = 1$, $b = 1$, $d = -1$, por lo tanto, la relación adimensional buscada es:

$$1.31 \quad \text{Re} = \frac{Dv\rho}{\mu}$$

Este cociente es el **número de Reynolds**. En Ingeniería es común usar el valor del número de Reynolds para relacionar diferentes efectos de flujo. Por ejemplo, si un fluido newtoniano fluye en un tubo circular recto y liso con un Reynolds menor de 2300, el flujo es laminar, y si es mayor a 4000, el flujo es definitivamente turbulento. Pero si el Reynolds se encuentra entre estos dos valores puede encontrarse que el flujo sea laminar o turbulento o una combinación de ambos.

Ejemplo 1.9

Por un tubo circular recto y liso, de diámetro 1.5 cm fluyen 100 l/min de aceite de soya a 25 °C. Determinese que tipo de flujo se presenta. A esa temperatura la densidad del líquido es 0.9 g/cm³ y su viscosidad 0.04 Pa s.

Respuesta

El número de Reynolds se puede transformar a la siguiente expresión:

$$1.32 \quad \text{Re} = \frac{Dv\rho}{\mu} = \frac{D\left(\frac{\dot{V}}{\pi D^2/4}\right)\rho}{\mu} = \frac{4\dot{V}\rho}{D\mu}$$

Los datos son: $\dot{V} = 100 \text{ lt/min} = 0.00167 \text{ m}^3/\text{s}$, $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 0.04 \text{ kg/m-s}$, al sustituir se obtiene:

$$\text{Re} = \frac{4(0.00167)(900)}{0.04(0.015)} = 10000$$

Por lo tanto, el flujo es turbulento.

Nótese que el flujo laminar se presentará cuando fluyan a lo más 23 lt/min.

1.3.5 Perfil de velocidades del fluido fluyendo en un tubo circular recto

El perfil de la velocidades de un fluido newtoniano que fluye en un tubo circular recto de radio R, horizontal puede deducirse a partir de la ecuación 1.26, si el flujo es laminar, consúltese por ejemplo el texto de Geankoplis [1.2] pág. 90 el resultado es:

$$1.33 \quad v = v_{\text{max}}\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

Esta ecuación indica que la velocidad es cero en la pared del tubo, $r = R$ y llega a un valor máximo en el centro, $r = 0$, y es aplicable cuando el flujo laminar está completamente desarrollado. La Figura 1.19 ilustra la gráfica de este perfil parabólico. Nótese que no depende de la posición x .

La velocidad media del fluido es:

$$1.34 \quad \bar{v} = 0.5 v_{\max}$$

Esta velocidad media se relaciona con la caída de presión en una longitud L , por medio de la ecuación de Hagen Poiseuille:

$$1.35 \quad \Delta P = \frac{8 L \bar{v} \mu}{R^2}$$

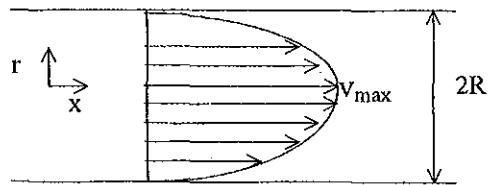


Figura 1.19
Perfil de velocidades parabólico

Al sustituir la velocidad media en la ecuación del flujo volumétrico o caudal, ecuación 1.16, se obtiene:

$$1.36 \quad \dot{V} = \frac{\pi \Delta P R^2}{128 \mu L}$$

Ejemplo 1.10

Por un tubo circular recto fluye agua a 80°C a razón de 0.1 kg/s con un $\text{Re} = 2500$. Calcúlese la velocidad media y la máxima.

Respuesta

A 80°C la densidad del agua es 972 kg/m^3 y su viscosidad $0.0004 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$. El diámetro necesario se calcula con el número de Reynolds:

$$1.37 \quad \text{Re} = \frac{D \bar{v} \rho}{\mu} = \frac{D \dot{m} \rho}{\rho \pi (D/2)^2 \mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \mu D}$$

al sustituir valores se obtiene:

$$D = 0.127 \text{ m}$$

Entonces, de la igualdad 1.22:

$$\bar{v} = \frac{0.1 \text{ kg/s}}{972 \text{ kg/m}^3 \pi (0.127)^2 / 4} = 0.008 \text{ m/s}$$

Y la velocidad máxima es 1.6 cm/s , ecuación 1.35.

Ejemplo 1.11

Estímese la caída de presión en las condiciones de flujo del ejemplo anterior si la longitud del tubo es de 100 m.

Respuesta

De la ecuación de Hagen Poiseuille:

$$\Delta P = 0.64 \text{ Pa}$$

1.3.6 Ecuación de Bernoulli sin pérdidas por fricción

La llamada ecuación de Bernoulli es la expresión algebraica del balance de energía aplicado a un fluido moviéndose en un canal o en una tubería. La energía asociada al movimiento se conoce como energía cinética, la energía asociada a cambios de presión se conoce como energía mecánica, la energía relacionada con la posición es la energía potencial.

Si se considera un flujo estacionario en una tubería, el cambio de energía cinética depende de los cambios de otras energías, de tal forma que el cambio total sea cero, por la Ley de Conservación. Si sólo se considera que la energía mecánica y la potencial son relevantes en el cambio de energía cinética, el balance de energía puede expresarse como:

$$\Delta(\text{energía cinética}) + \Delta(\text{energía mecánica}) + \Delta(\text{energía potencial}) = 0$$

Δ significa: el cambio de. Esta ecuación aplicada a un fluido en movimiento resulta fuera del alcance de este texto porque las partículas del fluido se mueven a diferentes velocidades en diferentes direcciones, por lo que el incremento debe medirse diferencialmente, resultando una ecuación diferencial. Existe una variedad muy amplia de textos sobre el tema, como el de Fox [1.5]. Sin embargo, para ciertas condiciones es posible obtener resultados simples. Si el fluido es incompresible, el flujo es estacionario y no intervienen otras energías además de las mencionadas, la ecuación de Bernoulli es:

$$1.38 \quad \frac{1}{2} m \bar{v}_1^2 - \frac{1}{2} m \bar{v}_2^2 + mgh_1 - mgh_2 + P_1 \bar{V} - P_2 \bar{V} = 0$$

\bar{v} es la velocidad media de flujo, g es la aceleración de la gravedad, h es la altura con respecto a un plano de referencia, P es la presión. Los subíndices indican la posición en el ducto.

El concepto de velocidad media es aplicado generalmente en los cálculos del flujo de un fluido, pero como se puede observar en el flujo laminar la variación de la velocidad puede resultar considerable. Para corregir esta diferencia se utiliza un factor de corrección, α , que se determina experimentalmente. Se considera que $\alpha = 0.5$ para flujo totalmente laminar, y $\alpha = 1$ si el flujo es turbulento.

Al dividir la ecuación 1.38 entre m y considerar la igualdad 1.17, se produce:

$$1.39 \quad \frac{\bar{v}_1^2 - \bar{v}_2^2}{2g} + h_1 - h_2 + \frac{P_1 - P_2}{\rho g} = 0$$

o:

$$1.40 \quad \frac{\Delta v^2}{2g} + \Delta h + \frac{\Delta P}{\rho g} = 0$$

Por el acomodo de las variables las unidades de esta ecuación son: m, cm, pies, pulgadas, etcétera. Es una de las expresiones más comunes de la *Ecuación de Bernoulli* para el flujo estacionario de un fluido de densidad constante, sin fricción.

Es necesario recalcar que *al aplicar el principio de la conservación de energía, debe satisfacerse simultáneamente el principio de la conservación de la materia*. En este texto están representados de manera simplificada por la ecuación de continuidad y la de Bernoulli, ecuaciones 1.19 y 1.41.

Ejemplo 1.12

Estímese la altura entre el espejo del agua y la salida del tubo del Ejemplo 1.8.

Respuesta

Considerando que el espejo y la salida del agua están en contacto con la atmósfera:

$$\Delta P = 0$$

Sustituyendo en la ecuación de Bernoulli:

$$\Delta h = - \frac{0.003^2 - 7.5^2}{2(9.81)} = 2.87 \text{ m}$$

Nótese que la diferencia de altura no depende de la forma y longitud del tubo de descarga. Este resultado no coincide con la experiencia cotidiana, la explicación reside en que la energía se disipa por la fricción natural, como se presenta más adelante.

Otro aspecto restrictivo en este resultado se asocia a la manera en que el agua sale del tanque, exactamente en donde está la conexión con el tubo. Al salir el agua fluye formando remolinos, de hecho, entre menor es la altura se presenta con mayor intensidad el efecto de salida, que consiste en la formación de remolino cónico.

1.3.7 Ecuación de Bernoulli con pérdidas por fricción

Normalmente el flujo del fluido experimenta cambios de dirección, de diámetro del conducto, pasa por válvulas, etcétera. Cada uno de estos cambios provoca pérdida de energía por fricción, además de la fricción relacionada con la longitud del ducto. Estas pérdidas de energía se pueden incluir en la ecuación 1.40 para satisfacer la Ley de la Conservación de la Energía de la siguiente manera:

$$1.41 \quad \frac{\Delta v^2}{2g} + \Delta h + \frac{\Delta P}{\rho g} = \Sigma_i h_{fi}$$

$\Sigma_i h_{fi}$ es la suma de las pérdidas por fricción debidas a cada uno de los efectos que sufre el flujo del fluido, como los arriba mencionados. El cálculo de las pérdidas de energía se puede realizar mediante ecuaciones, véase por ejemplo a Fox [1.5], y/o por nomogramas, como se explica a continuación.

1.3.7.1 Pérdidas por fricción debida a la longitud de la tubería

El factor de fricción debido a la longitud recorrida puede calcularse por la relación de Fanning o Darcy-Weisbach:

$$1.42 \quad h_{fL} = f \left(\frac{L}{D} \right) \left(\frac{v^2}{2g} \right)$$

f es el factor de fricción de Darcy, L la longitud del tubo, v la velocidad media, D el diámetro del tubo. f depende de Re , si $Re < 2300$:

$$1.43 \quad f = \frac{64}{Re}$$

Si $Re > 4000$ se puede aplicar la ecuación implícita de Colebrook en [1.6]:

$$1.44 \quad \frac{1}{f^{0.5}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{f^{0.5} Re} \right)$$

ε es la rugosidad de la pared del conducto. La gráfica de estas ecuaciones, para diferentes ε se muestra en la Figura 1.20, conocida como diagrama de Moody. La rugosidad de la tubería depende del material. Las Tablas 1.1 y 1.2 contienen algunos datos propuestos por Moody.[1.7]

1.3.7.2 Pérdidas por fricción debida a conexiones, válvulas, cambios de área de flujo

Los cambios de dirección, de diámetro de tubería, el paso por una válvula, etcétera, ocasionan pérdidas de *carga*, h_{fi} . Estas se pueden estimar con la ecuación 1.42 aplicando una longitud equivalente de tubería. La firma Gould Pumps propuso el nomograma de la Figura 1.21 para estimar esta longitud equivalente.

1.3.7.3 Aplicación del procedimiento

El procedimiento para aplicar la ecuación de Bernoulli, cuando hay pérdidas por fricción depende del diámetro de la tubería y de los accesorios así como del material de que están hechos, y del tiempo que tienen operando.

Normalmente cuando una tubería tiene tiempo operando aumenta su rugosidad por efecto de las incrustaciones.

Figura 1.22
Diagramas de las ecuaciones 1.43 y 1.44, conocido como Diagrama de Moody

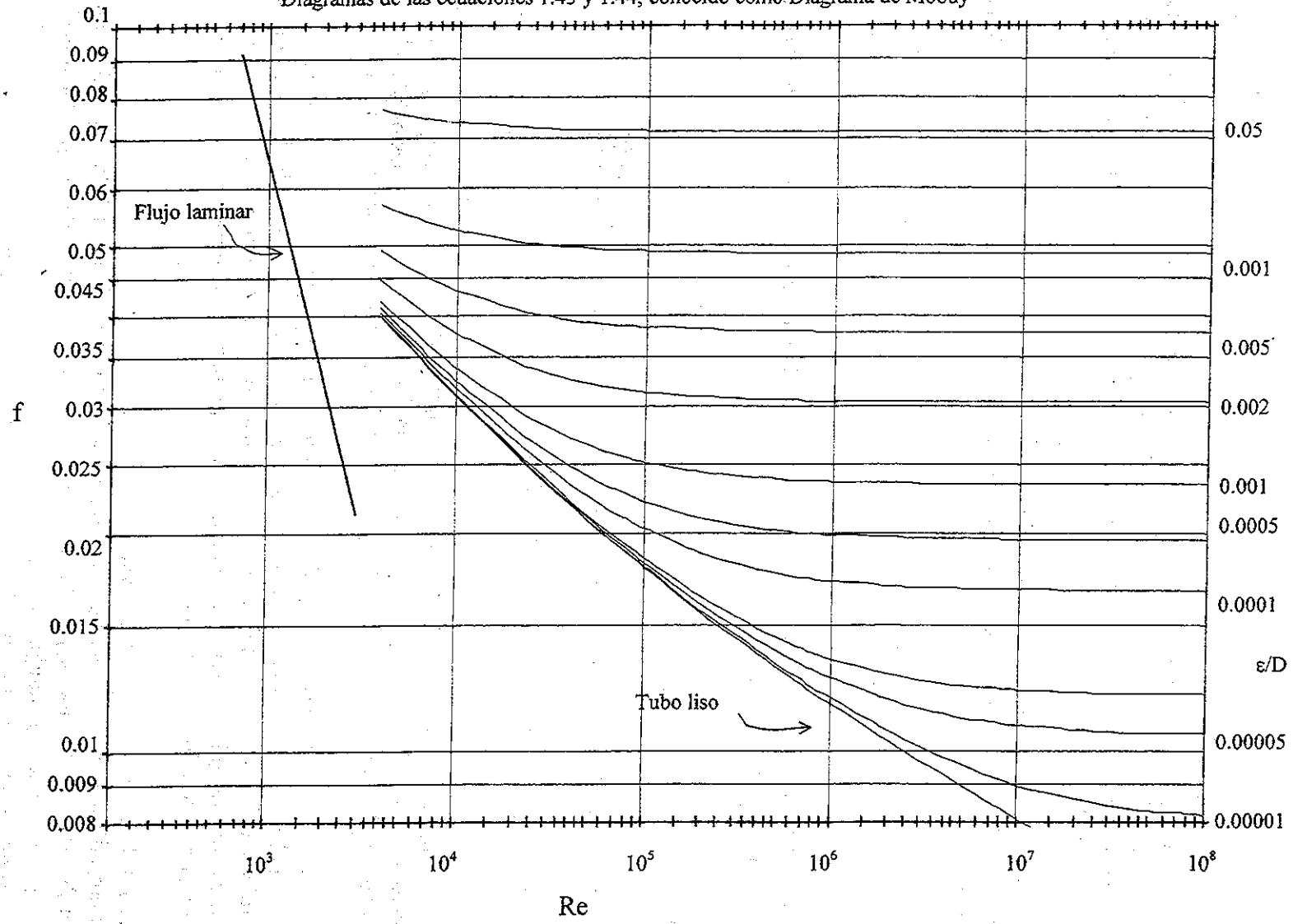


Tabla 1.1
Rugosidades de diferentes materiales según Moody [1.7]

Material	ϵ_{\min}	ϵ_{\max}
Tubería estriada	0.0000015	
Acero comercial	0.000045	
Fe colado asfalt	0.00012	
Fe galvanizado	0.00015	
Fe colado asfalt	0.00026	
Duela de madera	0.00021	0.009
Acero remachado	0.0009	0.009
Concreto	0.0003	0.003

Tabla 1.2
Rugosidades relativas de acuerdo a la Tabla 1.1

Material / D m	ϵ/D							
	0.025	0.05	0.075	0.1	0.125	0.25	0.5	1
Tubería estriada	0.00006	0.00003	0.00002	0.000015	0.000012	0.000006	0.000003	0.0000015
Acero comercial	0.0018	0.0009	0.0006	0.00045	0.00036	0.00018	0.00009	0.000045
Fe colado asfalt	0.0048	0.0024	0.0016	0.0012	0.00096	0.00048	0.00024	0.00012
Fe galvanizado	0.006	0.003	0.002	0.0015	0.0012	0.0006	0.0003	0.00015
Fe colado asfalt	0.0104	0.0052	0.0035	0.0026	0.00208	0.00104	0.00052	0.00026
Duela de madera	0.0084	0.0042	0.0028	0.0021	0.00168	0.00084	0.00042	0.00021
	0.36	0.18	0.12	0.09	0.072	0.036	0.018	0.009
Acero remachado	0.036	0.018	0.012	0.009	0.0072	0.0036	0.0018	0.0009
	0.36	0.18	0.12	0.09	0.072	0.036	0.018	0.009
Concreto	0.012	0.006	0.004	0.003	0.0024	0.0012	0.0006	0.0003
	0.12	0.06	0.04	0.03	0.024	0.012	0.006	0.003

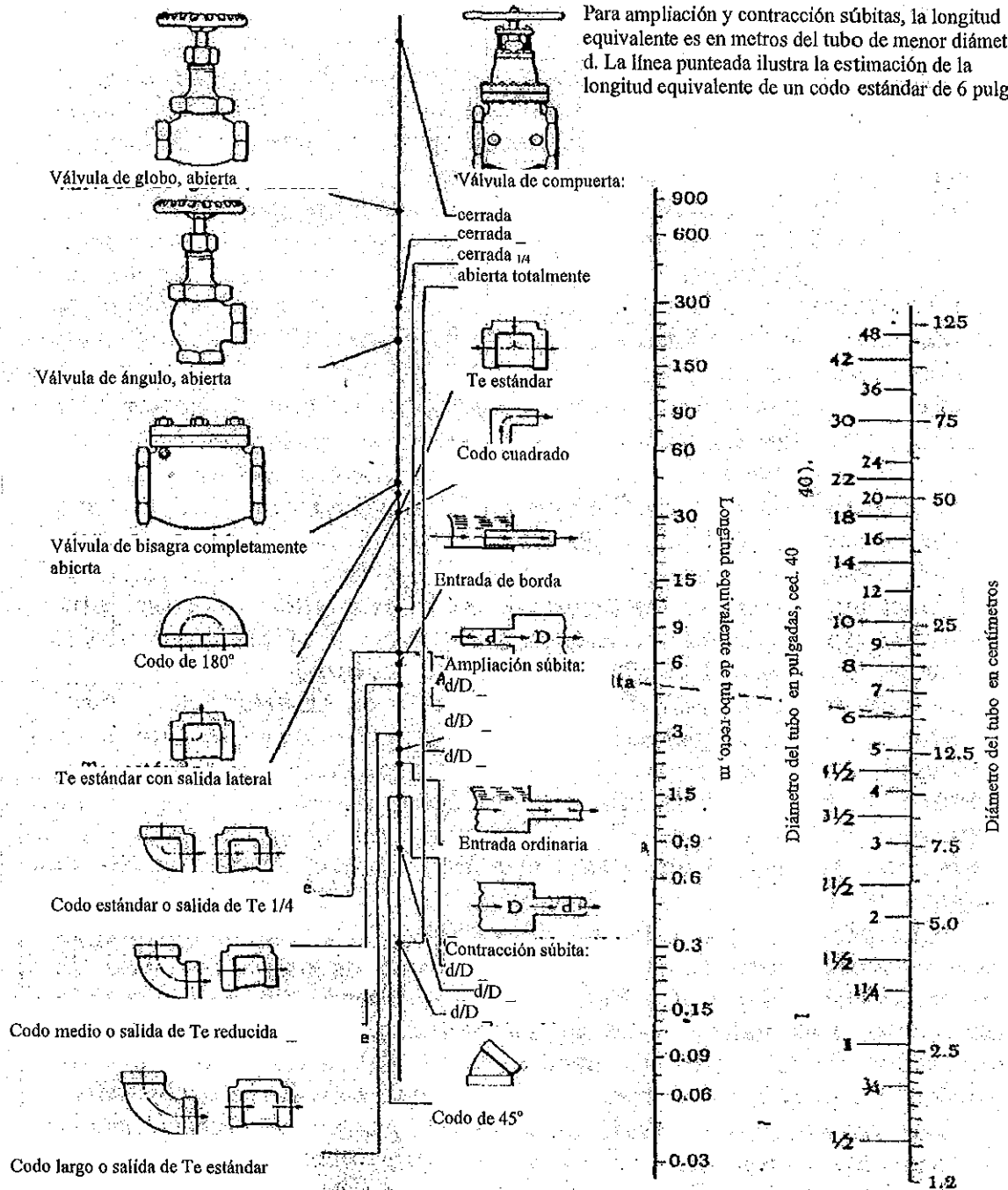


Figura 1.23
 Nomograma para la estimación de las longitudes equivalentes de válvulas y accesorios de la firma Golud Pumps, U.S.A., según Mataix [1.1].

Si la tubería y los accesorios tienen el mismo diámetro se puede calcular la longitud equivalente de cada uno de ellos y su resultado sustituirlo en la ecuación 1.43, suponiendo que la velocidad es la misma.

Ejemplo 1.13

Calcúlese la altura del espejo del agua del Ejemplo 1.12 considerando pérdidas por fricción si la tubería es de acero comercial y tiene una longitud total de 20 m. Hay un codo recto estándar en una parte de la tubería. La viscosidad del agua líquida a 20 °C es 0.001 kg/m-s.

Respuesta

Las pérdidas de carga se presentan a la salida del tanque, en el codo y en la tubería. La longitud equivalente a la salida del tanque, L_{esal} , tomada como entrada ordinaria en la Figura 1.24:

$$L_{\text{esal}} = 0.8 \text{ m}$$

La correspondiente al codo es:

$$L_{\text{ccodo}} = 1.5 \text{ m}$$

El $Re = 374250$. Por lo tanto, es flujo turbulento. De la Figura 1.21 para acero comercial:

$$\varepsilon/D = 0.00085$$

De la ecuación 1.45:

$$f = 0.01976$$

Al sustituir valores en la ecuación 1.43:

$$\Sigma_i h_{fi} = 0.01976 \left(\frac{20 + 0.8 + 1.5}{0.05} \right) \left(\frac{7.5^2}{2(9.81)} \right) = 25.27 \text{ m}$$

O sea, que la altura del espejo para obtener esa velocidad a la salida debe ser de:

$$h_1 = 2.87 + 25.27 = 28.14 \text{ m}$$

1.3.8 Ecuación de Bernoulli con bombeo

Si en un punto de la red de tubería se imparte impulso al fluido con una bomba, se incrementa su energía por una cierta cantidad, misma que puede transformarse en unidades de longitud si se divide entre pg , así se puede sumar al lado izquierdo de la ecuación 1.42.

Supóngase que el equivalente del trabajo introducido por la bomba es h_{WB} m, entonces: la ecuación de Bernoulli se expresa como:

$$1.45 \quad \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + h_1 - h_2 + \frac{P_1 - P_2}{\rho g} + h_{WB} = \sum_i h_{fi}$$

Ejemplo 1.15

Por un tubo horizontal de 25 cm de diámetro y 100 m de longitud se deben hacer fluir $100 \text{ m}^3/\text{h}$ de agua a una temperatura promedio de 12°C desde un tanque que mantendrá un nivel de agua a 5 m de la salida, como ilustra el diagrama de flujo de la Figura 1.23. Estímese la carga equivalente que requiere proporcionar la bomba. El tubo es de fierro galvanizado.

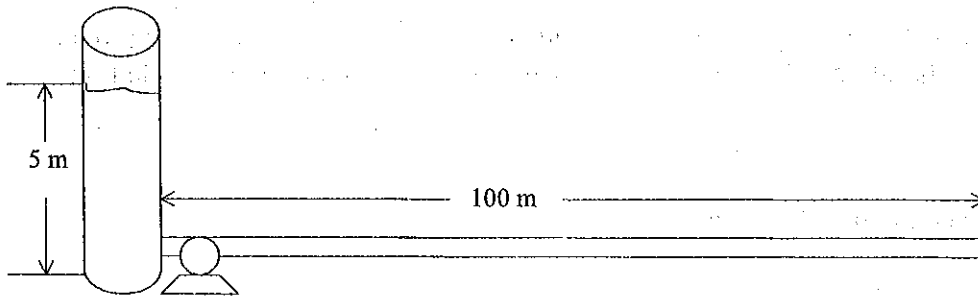


Figura 1.23
Diagrama de flujo del Ejemplo 1.15

Respuesta

La velocidad a la salida es, de la ecuación 1.16:

$$v_2 = 0.566 \text{ m/s}$$

Al sustituir valores en la ecuación 1.44 se obtiene:

$$h_{WB} = 5.016 + h_{fL}$$

Considerando $\rho_{H_2O} = 998 \text{ kg/m}^3$ y $\mu_{H_2O} = 0.001 \text{ kg-m/s}$:

$$Re = 141217$$

De la ecuación 1.45 o del diagrama de la Figura 1.21:

$$f = 0.022$$

Por lo tanto:

$$h_{fL} = 0.143 \text{ m}$$

Por lo tanto:

$$h_{WB} = 5.16 \text{ m}$$

Esta carga equivale a una potencia de:

$$5.16 \text{ m}(9.81 \text{ m/s}^2)(100 \text{ m}^3/\text{h})(1 \text{ h}/3600 \text{ s})(998 \text{ kg/m}^3)(1 \text{ W}/(\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^3))(1 \text{ kW}/1000 \text{ W}) = 1.403 \text{ kW}$$

En unidades inglesas:

$$1.403 \text{ kW}(1.431 \text{ hp/kW}) = 2 \text{ hp}$$

Autoevaluación

- 1.1 ¿Qué es un fluido?, ¿qué es la viscosidad, cuáles son sus unidades?
- 1.2 ¿En qué unidades se mide la presión?
- 1.3 Describa de qué depende la presión en un recipiente que contiene un líquido.
- 1.4 ¿Qué es la presión vapor?
- 1.5 Defina la presión absoluta, la manométrica y la barométrica.
- 1.6 ¿Qué diferencia hay entre una atmósfera y la presión atmosférica?
- 1.7 ¿Qué tipo de flujo es el viento?, ¿y un huracán?
- 1.8 ¿Por qué cuando se aprieta una manguera cuando se riega el jardín el agua viaja una mayor distancia?
- 1.9 ¿Qué causará los efectos de fricción en el flujo del fluido?
- 1.10 Escriba las variables de las que depende la velocidad de un fluido moviéndose dentro de un tubo.
- 1.11 ¿Cuáles son las unidades del número de Reynolds?, escriba su fórmula.
- 1.12 Enuncie al menos tres causas de fricción en una red de tubería.

Problemas

- 1.1 Si la densidad del etanol es de 789 kg/m^3 a 20°C , ¿cuántos kilogramos puede contener como máximo un recipiente cilíndrico de 10 m de altura y 2 m de diámetro? ¿qué presión en mm de Hg soporta la base si la presión del aire es de 65 kPa.?
- 1.2 Un tubo de PVC de 10 cm de diámetro y 10 m de largo, en posición vertical contiene gasolina, $\rho = 780 \text{ kg/m}^3$ y agua, $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$. El espejo de la gasolina está en contacto con la atmósfera.
¿Cuál es la presión en la base si el agua alcanza una altura de 3 m y la gasolina de 5 m?
- 1.3 Un recipiente cilíndrico cerrado de 20 cm de diámetro y 1 m de altura contiene 100 g de metano a 22°C . ¿Cuál es la presión en la base del cilindro y cuál en la tapa?
- 1.4 La lectura manométrica en una tubería es 100 torr de vacío. A la altura de la Ciudad de México, ¿cuál es la presión absoluta del fluido en la tubería?
- 1.5 Se desean transportar 1000 kg/min de agua a 20°C de un tanque sobre el suelo a un tinaco a 20 m de altura. El nivel del agua en el tanque se mantiene en 2 m. Por la posición, la tubería antes de la bomba tendrá dos codos rectos estándar y es de 10 cm de diámetro. Después de la bomba hay 4 codos rectos largos y una válvula de globo; la tubería es de 7.5 cm de diámetro. La longitud total de la primera parte de la tubería es de 20 m y la segunda de 25 m. El material de la tubería es hierro galvanizado
a) Dibuje el esquema del sistema. Defina lo pertinente.
b) Calcúlese la potencia necesaria en la bomba.
- 1.6 Por un tubo de 3 cm de diámetro circulan 90 kg/min de agua a 20°C , determínese si el flujo es laminar o turbulento. Si es laminar calcúlese la velocidad máxima.
- 1.7 Por un tubo de 0.5 mm de diámetro se hace circular agua a 40°C . Si la longitud del tubo es de 1 m y el caudal es de 1 lt/min, calcúlese la caída de presión.
- 1.8 Por un tubo de 50 cm de diámetro se transporta petróleo a 20°C . En un punto, la tubería debe ascender por una montaña con una pendiente de 30° de 600 m de longitud. Al pie de la montaña llega el petróleo con un $Re = 5000$. Calcúlese la potencia de la bomba para mantener el mismo gasto másico. La densidad del petróleo es de 800 kg/m^3 y su viscosidad

puede suponerse como 0.0015 kg/(m s). La tubería es de fierro galvanizado. La presión del fluido al pie de la montaña es de 2 atm.

Referencias

- 1.1 Mataix, C., *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*, Harper & Row Publishers Inc., New York, 1970.
- 1.2 Geankoplis, C., *Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias*, 3ª Ed., CECSA, México, D.F., 1998.
- 1.3 McCabe, W.L., Smith, J.J., Harriott, P., *Operaciones Unitarias en Ingeniería Química*, 4a Ed., McGraw-Hill/interamericana de España, S.A., Madrid, 1985.
- 1.4 Himmelblau, D.M., *Principios Básicos en Ingeniería Química*, 6ª Ed., Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1997.
- 1.5 Fox, R.W., McDonald, A.T., *Introducción a la Mecánica de Fluidos*, 2a Ed., McGraw Hill/Interamericana de México, S.A. de C.V., México, 1992.
- 1.6 Colebrook, C.F., "Turbulent Flow Pipes, with Particula Reference to the Transition Region between the Smooth and Roug Pipes Laws", *Journal of the Institution of Civil Engineers*, London, 11, 1938-1939.
- 1.7 Moody, L.F., *Trans. ASME*, 66, 1944

Nomenclatura

Letras latinas

Símbolo	Descripción	Unidades
A	Área	m ²
D	Diámetro de un tubo	m
F	Fuerza	N
f	Factor de fricción de Darcy	
g	Aceleración de la gravedad	m/s ²
h	Altura	m
L	Longitud	m
m	masa	kg
m	gasto másico	kg/s
n	moles	mol
n	gasto molar	mol/s
P	Presión	Pa
PM	Peso molecular	g/mol
R	Constante de los gases	J/(mol K)
r	Coordenada radial	m
R	Radio del tubo	m
Re	Número de Reynolds	
T	Temperatura	K
t	Tiempo	s
V	Volumen	m ³
v	Volumen específico	m ³ /kg
v	Velocidad media	m/s

V	Gasto volumétrico	m ³ /s
x	Coordenada lineal	m
y	Coordenada lineal	m

Letras griegas

Símbolo	Descripción	Unidades
Δ	Diferencia entre la posición 1 y la 2	
ε	Rugosidad	
μ	Viscosidad	kg/(m s)
π	pi	m
ρ	Densidad	kg/m ³
ρ̄	Densidad molar	mol/m ³
τ	Esfuerzo cortante	m/s ²

Subíndices/superíndices

Símbolo	Descripción
r	Referencia
0	Posición
e	Entrada
s	Salida
1	Posición
2	Posición
f _i	Pérdida por fricción del elemento i
f _L	Pérdida por fricción por la longitud recorrida

CAPÍTULO 2

TRANSFERENCIA DE CALOR

2.0 *Energía térmica, calor*

Se conoce como calor a un tipo de energía que causa un cambio de temperatura de la materia. También se dice que para que un líquido puro se evapore a presión constante requiere de calor, llamado calor latente de evaporación, en este caso no cambia la temperatura, el calor ocasiona el fenómeno de evaporación.

El calor puede provenir de otro cuerpo o generarse por él mismo. Por ejemplo, si se mezclan agua y ácido sulfúrico, inicialmente a la misma temperatura, en un recipiente aislado, su mezclado aumenta la temperatura de la mezcla. Este calor se llama calor de mezclado. Otro caso está relacionado con las reacciones químicas. Cuando se lleva a cabo una reacción en un recipiente aislado, la temperatura al término de la reacción puede cambiar. El cambio de temperatura se debe a la reacción.

Si un cuerpo intercambia calor y no cambia de estado de agregación, ni se presenta otro fenómeno, el calor que ocasiona el cambio de temperatura se conoce como *calor sensible*.

Si un cuerpo intercambia calor experimentando exclusivamente un cambio de estado, a temperatura constante, se dice que se trata de *calor latente*.

En general, el calor lo puede recibir un cuerpo por intercambio con otro, o lo puede generar por diferentes fenómenos, o combinación de ambos.

Uno de los enunciados de la 2ª Ley de la Termodinámica asegura que el calor se transmite espontáneamente de un cuerpo de mayor temperatura a uno de menor temperatura, a menos que exista un trabajo externo, hasta que la entropía es un máximo a energía total constante.

2.1 *El problema fundamental de la transferencia de calor*

Cuando dos cuerpos de diferente temperatura se ponen en contacto entre sí, sin presentarse otro fenómeno y aislados de sus alrededores, cambia la temperatura de cada uno hasta igualarse. Este estado se define como el *equilibrio térmico*.

Bajo las condiciones impuestas, la temperatura de equilibrio se obtiene al aplicar la 1ª Ley de la Termodinámica, que es un enunciado alternativo de la Ley de la Conservación de la Energía.

Por ejemplo, si se sumerge una placa rectangular de cobre, que tiene una temperatura uniforme igual a T_{10} , en un baño de aceite lubricante que tiene una temperatura T_{20} , y el sistema permanece aislado térmicamente de sus alrededores, véase la ilustración de la Figura 2.1, el cambio de entalpía de la placa más el cambio de entalpía del aceite es cero:

2.1

$$\Delta H_{Cu} + \Delta H_a = 0$$

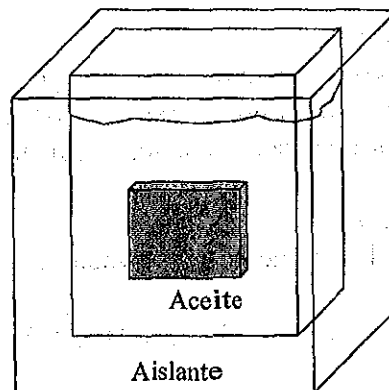


Figura 2.1
Transferencia de calor en un baño

El subíndice Cu se refiere al cobre y el subíndice a al aceite. Suponiendo que las capacidades térmicas son constantes:

$$2.2 \quad \Delta H_{Cu} = m_{Cu} C_{pCu}(T_f - T_{10})$$

$$2.3 \quad \Delta H_a = m_a C_{pa}(T_f - T_{20})$$

al sustituir las ecuaciones 2.2. y 2.3 en la igualdad 2.1 se obtiene, al despejar:

$$2.4 \quad T_f = \frac{m_{Cu} C_{pCu} T_{10} + m_a C_{pa} T_{20}}{m_{Cu} C_{pCu} + m_a C_{pa}}$$

T_f es la temperatura final, la de equilibrio, C_p la capacidad térmica específica, m la masa.

Evidentemente, al inicio $t = 0$, $T_{Cu} = T_{10}$, $T_a = T_{20}$, y al tiempo $t = t$, la placa de cobre tendrá una temperatura, $T_{Cu} = T_{1t}$, y la del aceite $T_a = T_{2t}$. La pregunta: ¿Cuánto tiempo, t_f , se requiere para que $T_{Cu} = T_a = T_f$?, es parte del problema fundamental de la teoría de la Transferencia de Calor.

Su equivalente se puede plantear con la pregunta, ¿Al tiempo con qué velocidad se está transfiriendo energía térmica de un cuerpo a otro, o, más preciso, de un punto a otro? Matemáticamente, esta pregunta se puede expresar como:

$$2.5 \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{dH}{dt} = \dot{Q} = f(\dot{Q}?)$$

Q es el calor transferido, t el tiempo y \dot{Q} es el flujo de calor. En el sistema internacional las unidades de Q son J, las de \dot{Q} son W. La forma f es el objeto de estudio de la Transferencia de Calor.

Ejemplo 2.1

Un cubo de plata a 350 °C se pone en contacto con un cubo de hierro puro a 600 °C, y con un cubo de aluminio a 100 °C. Los tres tienen el mismo volumen, determínese la temperatura de equilibrio si están aislados térmicamente.

Respuesta

Por la Ley de la conservación:

$$2.6 \quad \Delta H_{Ag} + \Delta H_{Fe} + \Delta H_{Al} = 0$$

O sea:

$$2.7 \quad m_{Ag} C_{pAg}(T_f - T_{iAg}) + m_{Fe} C_{pFe}(T_f - T_{iFe}) + m_{Al} C_{pAl}(T_f - T_{iAl}) = 0$$

T_{ij} es la temperatura inicial de cada cuerpo j . Al despejar T_f :

$$2.8 \quad T_f = \frac{m_{Ag} C_{pAg} T_{iAg} + m_{Fe} C_{pFe} T_{iFe} + m_{Al} C_{pAl} T_{iAl}}{m_{Ag} C_{pAg} + m_{Fe} C_{pFe} + m_{Al} C_{pAl}}$$

Suponiendo capacidades térmicas promedio, los datos son:

$$\begin{aligned} C_{pAg} &= 0.23 \text{ kJ/kg-K} \\ C_{pFe} &= 0.45 \text{ kJ/kg-K} \\ C_{pAl} &= 0.88 \text{ kJ/kg-K} \\ \rho_{Ag} &= 10510 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{Fe} &= 7890 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{Al} &= 2700 \text{ kg/m}^3 \end{aligned}$$

Como los volúmenes son iguales:

$$\begin{aligned} m_{Ag} &= \frac{10510}{V} \\ m_{Fe} &= \frac{7890}{V} \\ m_{Al} &= \frac{2700}{V} \end{aligned}$$

Al sustituir los valores se obtiene la temperatura final:

$$T = 385.19 \text{ }^\circ\text{C}$$

2.2 El coeficiente de la Transferencia de calor y la ley de Fourier

En la práctica se acostumbra combinar dos Leyes para resolver problemas de la Transferencia de calor. La primera se atribuye a Isaac Newton en [2.1] que fue la primera aproximación a la solución del problema. Esta se combina con la llamada Ley de Fourier, que resultó la ecuación exacta para la transferencia de calor en sólidos.

Newton afirmó que la **velocidad de transferencia de calor** es proporcional al producto del área de transferencia por la diferencia de temperaturas entre los cuerpos:

$$2.9 \quad Q = hA(T_2 - T_1)$$

la constante de proporcionalidad se llama **coeficiente de transferencia de calor**. Las unidades en el SI son: A en m², T en K y h en W/m²-K.

Un Siglo después, Fourier en [2.2], establece que la velocidad de transferencia de calor es proporcional al producto del área de transferencia por el **gradiente de temperatura**:

$$2.10 \quad Q = -kA \left(\frac{dT}{dx} \right)$$

La constante de proporcionalidad se conoce como *conductividad térmica*, k . Sus unidades en el SI son W/m-K. Algunas conductividades térmicas se muestran en la Tabla 2.1:

Tabla 2.1
Conductividades térmicas de diversos materiales

	k W/m-K			
	0 °C	100 °C	200 °C	300 °C
Aluminio	202.4	205.9	214.5	228.4
Hierro	72.7	67.5	62.3	553.6
Cobre	385.8	378.9	373.7	368.5
Agua, 1 atm	0.569	0.681		
Aire, std.	0.024	0.031	0.039	0.046

La ecuación 2.10 se aplica cuando el calor fluye en una sola dirección.
El cociente:

$$2.11 \quad q = \frac{Q}{A}$$

se conoce como *densidad de flujo térmico*, sus unidades son W/m².

La transferencia de calor entre sólidos se conoce como *conducción de calor* y se puede predecir muy acertadamente con la Ley de Fourier. La transferencia de calor a un fluido se conoce como *convección de calor*, en este caso la aplicación de la Ley de Fourier es propiamente imposible si el flujo no es laminar, porque no existen relaciones matemáticas que describan las líneas de flujo.

Con lo explicado en esta Sección, el problema fundamental de la transferencia de calor se puede expresar de dos formas: ¿Cuál es el *perfil de la temperatura*, esto es, cómo depende la temperatura de la posición?, o ¿de qué depende el coeficiente de transferencia de calor?

2.3 Aplicación de la Ley de Fourier a la conducción de calor

Si el flujo de calor es constante, se conoce como *conducción de calor en estado estacionario*, por el contrario, si varía con el tiempo se presenta la conducción de calor en estado *no estacionario*.

2.3.1 Conducción de calor estacionaria

2.3.1.1 La placa rectangular.

Considérese una placa rectangular de espesor δ , ancho a y largo L , como se muestra en la Figura 2.2. Una cara de la placa permanece constantemente a una temperatura T_1 y la otra a una temperatura T_2 .

El balance de energía en la banda imaginaria mostrada en la Figura, es:

$$2.12 \quad \dot{Q}_{x+\Delta x} = \dot{Q}_x$$

si $\Delta x \rightarrow 0$ entonces:

$$2.13 \quad \frac{dQ}{dx} = 0$$

Al sustituir el valor Q , de la Ley de Fourier, se obtiene:

$$2.14 \quad \frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

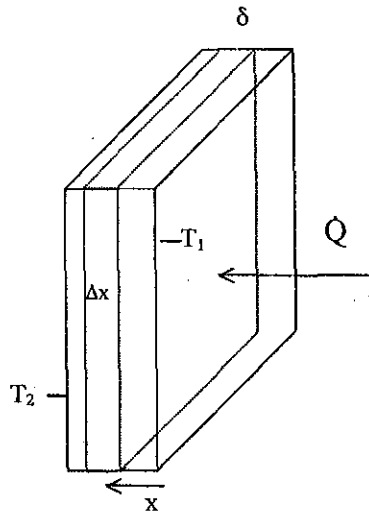


Figura 2.2
Conducción en una placa

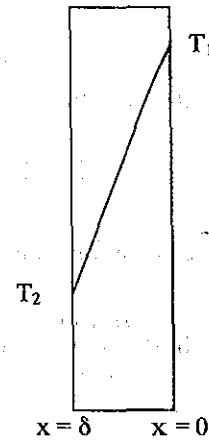


Figura 2.3
Perfil de la temperatura

Se ha supuesto que la conductividad térmica es constante. La integración de esta ecuación puede hacerse entre los límites $(x,T) = (0,T_1)$ y $(x,T) = (\delta,T_2)$ resultando:

$$2.15 \quad T = T_1 - \frac{(T_1 - T_2)}{\delta} x$$

que es el perfil de temperatura. La Figura 2.3 ilustra su gráfica, por tratarse de una recta.

Al aplicar la Ley de Fourier a este perfil se obtiene la velocidad de transferencia de calor:

$$2.16 \quad Q = \frac{k}{\delta} A(T_1 - T_2)$$

Si se compara con la ecuación de Newton, se obtiene el coeficiente de transferencia de calor para la placa:

$$2.17 \quad h = \frac{k}{\bar{a}}$$

De acuerdo a la experiencia esta ecuación predice que el flujo de calor aumenta si el espesor disminuye, y viceversa.

Ejemplo 2.2

Una pared de tabique de 20 cm de espesor está a 2000 °C y la otra a 25 °C. Evalúese la pérdida de calor por m² de pared. Tómese $k = 0.692 \text{ W/m-K}$.

Respuesta

Combinando las ecuaciones 2.9 y 2.11 se obtiene:

$$2.18 \quad \dot{q} = h(T_2 - T_1)$$

El coeficiente de transferencia de calor se calcula de 2.17:

$$h = \frac{0.692}{0.2} = 3.46 \text{ W/m}^2\text{-K}$$

al sustituir valores:

$$\dot{q} = 3.46(2000-20) = 6851 \text{ W/m}^2 = 6.851 \text{ kW/m}^2$$

2.3.1.2 El cascarón cilíndrico

El cascarón cilíndrico puede verse como un tubo circular recto, como se muestra en la Figura 2.4. Si las temperaturas se mantienen constantes en cada pared, la interior y la exterior, el flujo de calor será constante. En un anillo imaginario, que se muestra con línea punteada, el flujo de calor que entra es igual al que sale:

$$2.19 \quad \dot{Q}_{r+\Delta r} = \dot{Q}_r$$

En este caso el área depende del radio según la ecuación:

$$2.20 \quad A = \pi r L$$

entonces, por la Ley de Fourier:

$$2.21 \quad \dot{Q}_{r+\Delta r} = -2\pi(r + \Delta r)Lk \frac{dT}{dr}$$

$$2.22 \quad Q_r = -2\pi r L k \frac{dT}{dr}$$

Si se sustituyen estas dos últimas ecuaciones en la ecuación 2.19 y se hace que $\Delta r \rightarrow 0$, se obtiene:

$$2.23 \quad d\left(r \frac{dT}{dr}\right) = 0$$

se ha supuesto que la conductividad térmica es constante. Al integrar esta ecuación entre los límites $(r,T) = (R_1, T_1)$ y $(r,T) = (R_2, T_2)$, se obtiene el *perfil de temperatura*:

$$2.24 \quad T = T_1 + (T_1 - T_2) \frac{\ln(r/R_1)}{\ln(R_2/R_1)}$$

Aplicando la Ley de Fourier:

$$2.25 \quad Q = \frac{2\pi k L}{\ln(R_2/R_1)} (T_1 - T_2)$$

Al comparar con la ecuación de Newton, se nota que el área de referencia tiene que seleccionarse entre las áreas posibles. En la práctica, el coeficiente de transferencia de calor se define de dos formas, una con respecto a la cara interior, $A_1 = \pi R_1 L$:

$$2.26 \quad h_i = \frac{k}{R_1 \ln(R_2/R_1)}$$

la segunda con respecto a la cara exterior, $A_2 = \pi R_2 L$:

$$2.27 \quad h_o = \frac{k}{R_2 \ln(R_2/R_1)}$$

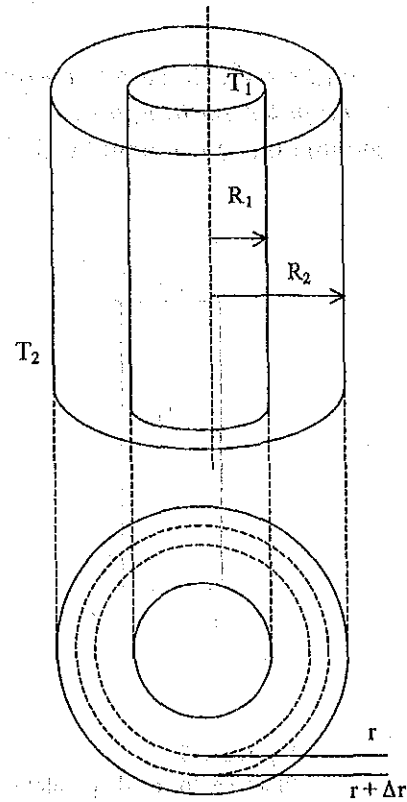


Figura 2.4 Conducción en un anillo cilíndrico

Ejemplo 2.3

Un anillo cilíndrico de 20 cm de espesor y de 1 m de radio interno está expuesto a una temperatura de 2000 °C en su cara interior y 20 °C en su cara exterior. ¿Cuánto calor se pierde por metro de tubo? Tómesese una conductividad térmica constante e igual a 0.696 W/m-K.

Respuesta

Al sustituir valores en la ecuación 2.26:

$$Q/L = \frac{2\pi(0.692 \text{ W/m-K})}{\ln(0.6 \text{ m}/0.5 \text{ m})} (2000 - 20)\text{K} = 47218 \text{ W/m} = 47.22 \text{ kW/m}$$

2.3.2 Conducción de calor no estacionaria

2.3.2.1 La placa rectangular.

Se tiene una placa rectangular de largo L , ancho b y espesor δ a una temperatura T_i , véase Figura 2.5.

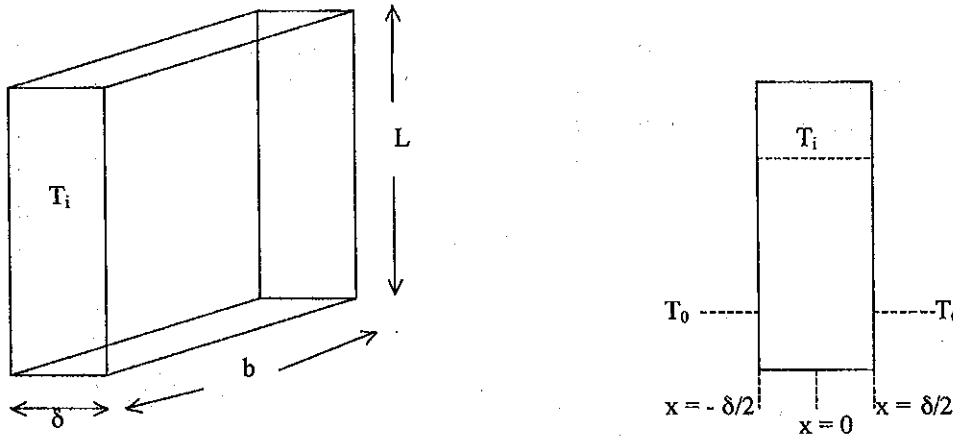


Figura 2.5

Placa en forma de paralelepípedo rectangular, dimensiones, condición inicial y sistema coordenado.

En un momento dado se sumerge en un baño que se mantiene a una temperatura constante T_0 . Si $T_i > T_0$, la placa se enfriará y, por la ley de conservación, el calor que pierde la placa lo gana el baño, por lo tanto debe extraerse la misma cantidad para mantenerlo a temperatura constante. ¿Cuál es la velocidad de calor que debe extraerse del fluido para mantenerlo a T_0 ?

Para efectos de este estudio se supone lo siguiente:

- la temperatura en las caras, Lb , es constante e igual a T_0 ,
- la transferencia de calor sólo se da por las dos caras, Lb , o sea los cantos, δb y δL , estarán aislados,
- el flujo de calor se realiza en una sola dirección, perpendicular a las caras,
- la conductividad térmica es constante e igual en toda la placa,
- no hay producción de calor, por ejemplo, no hay reacción,

Considérese una lámina de volumen $bL\Delta x$ de la Figura 2.6. El balance térmico se expresa como:

$$2.28 \quad (\dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+\Delta x}) \Delta t = (H_{t+\Delta t} - H_t)$$

O sea, el cambio de entalpía de la placa en el tiempo Δt es igual a la diferencia entre el calor que fluye hacia la rebanada de espesor Δx en el plano x , menos el calor que sale por la cara en el plano $x + \Delta x$.

Por la serie de Taylor:

$$2.29 \quad Q_{x+\Delta x} \approx Q_x + \frac{dQ_x}{dx} \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{d^2 Q_x}{dx^2} \Delta x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3 Q_x}{dx^3} \Delta x^3 \dots$$

El cambio de entalpía correspondiente es:

$$2.30 \quad H_{t+\Delta t} - H_t = m C_p (T_{t+\Delta t} - T_t) = \rho b L \Delta x C_p \Delta T$$

Al combinar estas ecuaciones se obtiene, por aproximación:

$$2.31 \quad - \frac{dQ_x}{dx} - \frac{1}{2!} \frac{d^2 Q_x}{dx^2} \Delta x - \frac{1}{3!} \frac{d^3 Q_x}{dx^3} \Delta x^2 = \rho b L C_p \frac{\Delta T}{\Delta t}$$

si $\Delta x \rightarrow 0$ y $\Delta t \rightarrow 0$, se produce:

$$2.32 \quad - \frac{dQ_x}{dx} = \rho b L C_p \frac{dT}{dt}$$

La derivada del flujo térmico con respecto a x es, de la ecuación 2.10:

$$2.33 \quad \frac{\partial Q}{\partial x} = -kA \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

la combinación de las ecuaciones 2.32 y 2.33 produce el siguiente resultado:

$$2.34 \quad \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

α se conoce como la **difusividad térmica**:

$$2.35 \quad \alpha = \frac{k}{\rho C_p}$$

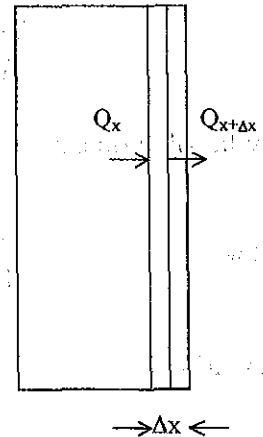


Figura 2.6
Volumen de control

La ecuación 2.34 se conoce como la **Segunda Ley de Fourier**, su solución se conoce como una serie de Fourier. Las condiciones para resolver la ecuación diferencial parcial se obtienen de los presupuestos del problema, a saber, la temperatura de la placa al inicio es T_i .

$$T(-\delta/2 < x < \delta/2, t = 0) = T_i$$

La temperatura en las caras de la placa es constante e igual a T_0 :

$$T(\delta/2, t > 0) = T_0$$

$$T(-\delta/2, t > 0) = T_0$$

y la solución es:

$$2.36 \quad \frac{T - T_0}{T_i - T_0} = 4 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\hat{a}} \exp\left[-\left(\frac{\hat{a}}{\ddot{a}}\right)^2 \hat{a} t\right] \cos\left(\frac{\hat{a}}{\ddot{a}} x\right)$$

siendo:

$$2.37 \quad \beta = (2n+1)\pi$$

La función 2.36 es el perfil de temperatura en la placa, $T(x,t)$. Se observa que es simétrico al plano central, $T(x,t) = T(-x,t)$. La Figura 2.7 ilustra gráficamente el perfil de temperaturas $T(x,t)$. Si se aplica la primera Ley de Fourier en $x = \delta/2$ se obtiene el calor que está transfiriéndose entre la placa y el baño en el momento t :

$$2.38 \quad Q = 4(T_i - T_0)A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\hat{a}} \exp\left[-\left(\frac{\hat{a}}{\ddot{a}}\right)^2 \hat{a} t\right]$$

El calor total que se ha transferido entre el tiempo 0 y el tiempo t en cada cara es:

$$2.39 \quad Q_{\text{total}} = 4(T_i - T_0)A \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\hat{a}^3} \frac{\ddot{a}}{\hat{a}} \left\{ 1 - \exp\left[-\left(\frac{\hat{a}}{\ddot{a}}\right)^2 \hat{a} t\right] \right\}$$

El coeficiente de transferencia de calor varía con el tiempo. Véase el esquema de la Figura 2.7. Si t es relativamente pequeño, el *coeficiente de transferencia de calor promedio* entre el inicio del proceso y el tiempo t es dado por:

$$2.40 \quad \bar{h} = 2k \sqrt{\frac{1}{\partial t \alpha}}$$

Y, si el tiempo es muy largo:

$$2.41 \quad \bar{h} = \frac{\partial^2 k}{2\delta}$$

para tiempos intermedios se recomienda usar:

$$2.42 \quad \bar{h} = \frac{k}{\ddot{a}} \sqrt{\frac{\partial^4}{4} + \frac{4\ddot{a}^2}{\partial \dot{a} t}}$$

La *temperatura media* de la placa al tiempo t se define como:

$$2.43 \quad \bar{T} = T_i + \frac{\Delta H}{mC_p}$$

Con lo que resulta:

$$2.44 \quad \bar{T} = T_0 + (T_i - T_0) \exp\left(-\frac{2\bar{h}}{\ddot{n}C_p \delta} t\right)$$

Al combinar con la ecuación 2.39 se obtiene:

$$2.45 \quad Q = 2\bar{h} b L t \frac{T_i - \bar{T}}{\ln\left(\frac{\bar{T} - T_0}{T_i - T_0}\right)}$$

Estos resultados están limitados principalmente por la suposición de que la temperatura en las caras es igual a la del baño, que, como se discute adelante, no es así y depende fuertemente del fluido, en movimiento o estático.

Ejemplo 2.4

Una lámina de metal se pasa por un baño a temperatura constante a una velocidad de v m/s, como ilustra la Figura 2.7. Los cantos no están en contacto con el baño. El problema es matemáticamente idéntico al descrito en esta Sección. El ancho de la placa es b y el largo del baño L . Si la temperatura de entrada es de 20°C y la del baño es de 200°C , determínese la temperatura media de salida si $v = 0.1$ m/s, $L = 10$ m, $b = 1$ m y $\delta = 0.2$ m. Las propiedades del sólido son:

$$k = 75 \text{ W/m-K}$$

$$C_p = 0.523 \text{ kJ/kg-K}$$

$$\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$$

Respuesta

Identificando variables:

$$T_i = 20^\circ\text{C}$$

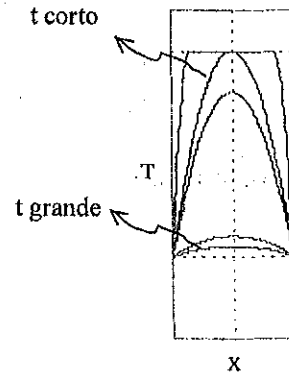


Figura 2.7
Perfiles de temperatura en diferentes tiempos

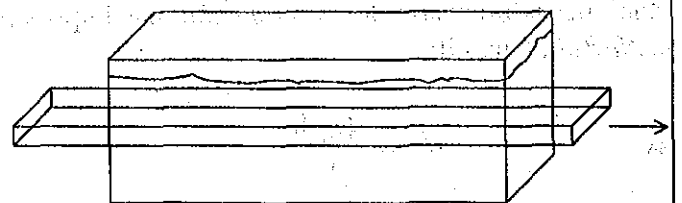


Figura 2.7
Esquema del Ejemplo 2.4

$$T_0 = 200 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t = 10/0.1 = 100 \text{ s}$$

$$\alpha = 75/1000/7500/0.523 = 1.91 \cdot 10^{-5}$$

El coeficiente de transferencia de calor es, de la ecuación 2.42:

$$\bar{h} = \frac{75 \text{ W/m} \cdot \text{K}}{0.2 \text{ m}} \sqrt{\frac{\partial^4}{4} + \frac{4(0.2 \text{ m})^2}{\partial (1.91(10)^{-5} \text{ m}^2/\text{s})(100 \text{ s})}}$$

$$\bar{h} = 2677 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} = 2.677 \text{ kW/m}^2 \cdot \text{K}$$

Al sustituir valores en la ecuación 2.43:

$$T = 200 + (20 - 200) \exp\left(-\frac{2(2.677 \text{ kW/m}^2 \cdot \text{K})}{(7500 \text{ kg/m}^3)(0.523 \text{ kJ/kg K})(0.2 \text{ m})} 100 \text{ s}\right)$$

$$T = 109 \text{ }^\circ\text{C}$$

Esta temperatura sería la misma de una lámina de este material inicialmente a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ que se sumerge en un baño que mantiene constante la temperatura en ambas caras a $200 \text{ }^\circ\text{C}$.

2.4 Convección de calor

La transferencia de calor a fluidos presenta una gran diversidad de situaciones. El fluido puede estar contenido por un ducto, o pasar sobre una superficie, el fluido puede moverse por una fuerza externa, o por fuerzas de flotación, el fluido puede cambiar de fase o permanecer en la misma fase durante el proceso, etcétera.

Si la causa del movimiento de un fluido es una bomba, un compresor, un ventilador se presenta la llamada **convección forzada**, pero si son las fuerzas debidas a la diferencia de densidades se desarrolla la denominada **convección natural**.

Como se ha revisado en el Capítulo 1, el tipo de flujo puede predecirse mediante el número de Reynolds, reconociéndose flujo laminar, transiente y turbulento. **Esta clasificación es la pauta para el estudio de la transferencia de calor a fluidos en movimiento.**

Para el estudio de la transferencia de calor por convección se definen un conjunto de relaciones adimensionales. La relación más importante en la literatura especializada es el **número de Nußelt**, Nusselt:

$$2.46 \quad \text{Nu} = \frac{4r_H \bar{h}}{k}$$

\bar{h} es el coeficiente de transferencia de calor promedio, r_H es el **radio hidráulico**, que se define como el cociente del área de flujo entre el perímetro mojado.

Si un fluido fluye por un tubo circular recto, de radio r , inundándolo todo, el área de flujo es:

$$A = \pi r^2$$

Y el perímetro mojado es:

$$P = 2\pi r$$

por lo que el radio hidráulico es:

$$r_H = r/2$$

por lo que el número de Nusselt para un fluido en un tubo circular recto es:

$$2.47 \quad Nu = \frac{hD}{k}$$

Otro *número adimensional* es el de *Prandtl*:

$$2.48 \quad Pr = \frac{C_p \dot{m}}{k}$$

Por último el producto del número de Reynolds por el de Prandtl se conoce como *número de Péclét*:

$$2.49 \quad Pe = \frac{vD}{\dot{a}} = Re Pr$$

2.4.1 Convección forzada

2.4.1.1 Fluido fluyendo dentro de un tubo

Si un fluido se mueve dentro de un tubo, el perfil de velocidades depende, entre otras variables, de la viscosidad. La Figura 2.8 muestra el perfil que corresponde a un fluido de viscosidad despreciable. La Figura 2.9 muestra un esquema aproximado del perfil de flujo turbulento al interior de un tubo. La Figura 2.10 es el esquema de las etapas de desarrollo del flujo con respecto a la longitud del tubo.

La deducción del coeficiente de transferencia de calor para un fluido moviéndose en flujo laminar escapa del alcance de este curso, aún en el caso más sencillo, sin embargo, se puede consultar en la literatura especializada, por ejemplo, el texto de Geankoplis [2.3], o el de Holman [2.4].

Para calcular el coeficiente de transferencia de calor para un fluido fluyendo en un tubo se estudia por una parte el flujo laminar y por otra el caso de flujo turbulento.

2.4.1.1.1 Flujo laminar

Supóngase que un fluido fluye en un tubo cilíndrico recto cuya temperatura de la cara interior se mantiene a una temperatura constante, T_p , y cuyo número de Reynolds es menor a 2100, si la

temperatura del fluido a la entrada del tubo es T_e y a la salida tiene una temperatura media igual a

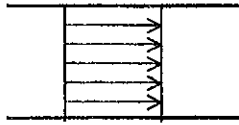


Figura 2.8
Perfil de un fluido de viscosidad nula

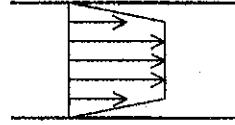


Figura 2.9
Perfil de un fluido de viscosidad baja

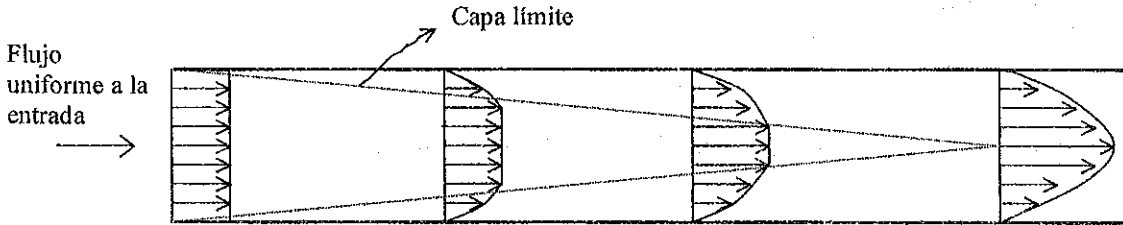


Figura 2.10
Desarrollo del perfil de velocidades

T_s , como lo ilustra la Figura 2.11, el número de Nusselt se calcula de acuerdo a los siguientes casos:

Si $Pe \left(\frac{D}{L} \right) \rightarrow 0$, cuando $Pr = 0$:

2.50 $Nu = 5.78$

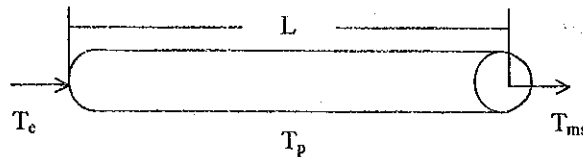


Figura 2.11
Calentamiento de un fluido en un tubo de longitud L , diámetro D y temperatura en la pared constante.

y cuando $Pr > 0$:

2.51 $Nu = 3.65$

Si $Pe \left(\frac{D}{L} \right) \rightarrow \infty$, y:

2.52 $Pr \rightarrow 0$ $Nu = \sqrt{\frac{4Pe \left(\frac{D}{L} \right)}{\delta}}$

2.53 $0.5 \leq Pr \leq 500$ $Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3} \left(\frac{D}{L} \right)^{1/2}$

2.54 Pr es muy grande $Nu = 1.61 \sqrt[3]{Pe \left(\frac{D}{L} \right)}$

Para valores de $Pe \left(\frac{D}{L} \right)$ intermedios se pueden usar las relaciones:

2.55 Si $Pr = 0$ $Nu = \sqrt{33.41 + \frac{4}{\theta} Pe \left(\frac{D}{L} \right)}$

2.56 Si $Pr > 0$ $Nu = \sqrt[3]{48.63 + 4.17 Pe \left(\frac{D}{L} \right)}$

La temperatura media a la salida, \bar{T}_s , es dada por:

2.57 $\bar{T}_s = T_p + (T_e - T_p) \exp\left(-\frac{\bar{h}A}{\dot{m} C_p \dot{V}}\right)$

El calor transferido es:

2.58 $Q = \rho C_p \dot{V} (\bar{T}_s - T_e)$

y el área de transferencia es:

2.59 $A = \frac{Q}{\bar{h}} \frac{\ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - \bar{T}_s}\right)}{\bar{T}_s - T_e}$

Ejemplo 2.5

Por un tubo de 1 cm de diámetro se debe calentar benceno de 20 a 75 °C manteniendo el $Re = 1000$. ¿Cuál es la longitud necesaria de tubo si su pared interna se mantiene a 83°C? Las propiedades del benceno se dan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2

Propiedades del benceno líquido*

	T °C		
	20	50	100
ρ kg/m ³	879	847	793
C_p kJ/kg-K	1.729	1.821	1.968
k W/m-K	0.144	0.134	0.127
μ g/m-s	0.649	0.436	0.261

*Wärmeatlas, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1974 -

Respuesta

El valor de las propiedades físicas se calcula a una temperatura promedio igual a:

$$2.60 \quad T_m = \frac{T_e + T_{ms}}{2} = 47.5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Interpolando linealmente a esta temperatura:

$$\begin{aligned} \rho &= 830 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 1.87 \text{ kJ/kg-K} \\ k &= 0.131 \text{ W/m-K} \\ \mu &= 0.382 \text{ g/m-s} \end{aligned}$$

De estos valores:

$$\begin{aligned} P_r &= 5.416 \\ P_e &= 5416 \end{aligned}$$

La longitud del tubo corresponde a un área de transferencia igual a:

$$A = \pi DL$$

Si se sustituye esta relación en la ecuación 2.59 se obtiene:

$$2.61 \quad L = \frac{1}{\partial D} \frac{Q}{\bar{h}} \frac{\ln\left(\frac{T_p - T_e}{T_p - T_{ms}}\right)}{T_{ms} - T_e}$$

La velocidad media se obtiene del número de Reynolds:

$$\bar{v} = \frac{1}{D} \frac{\text{Re}}{\mu} = \frac{(0.000382 \text{ kg/m-s})(1000)}{(0.01 \text{ m})(830 \text{ kg/m}^3)} = 0.046 \text{ m/s}$$

Entonces:

$$2.62 \quad \dot{V} = A \bar{v} = \pi(0.01)^2(0.046)/4 = 3.62 (10^{-6}) \text{ m}^3/\text{s}$$

Por lo tanto de 2.58:

$$\begin{aligned} Q &= 830 \text{ kg/m}^3(3.62 (10^{-6}) \text{ m}^3/\text{s})(1.87 \text{ kJ/kg-K})(75-20)\text{K} \\ Q &= 0.3085 \text{ kW} \end{aligned}$$

Sustituyendo valores en la igualdad 2.61 se obtiene:

$$2.63 \quad L = \frac{0.3684}{\bar{h}}$$

Al sustituir el valor del Péclet y el diámetro en la ecuación 2.56 resulta:

$$2.64 \quad Nu = \sqrt[3]{48.63 + \frac{225.85}{L}}$$

Tomando en cuenta la definición de Nusselt, ecuación 2.46:

$$2.65 \quad \bar{h} = 0.0144 \sqrt[3]{48.63 + \frac{225.85}{L}}$$

Al resolver simultáneamente las ecuaciones 2.63 y 2.65 se obtiene:

$$L = 5.755 \text{ m}$$

$$\bar{h} = 0.064 \text{ kW}/(\text{m}^2 \text{ K})$$

2.4.1.1.2 Flujo turbulento

La transferencia de calor a un fluido dentro de un tubo, en flujo turbulento, depende principalmente de la capa límite. Las relaciones más frecuentes son completamente experimentales. Para la transferencia de calor a un fluido dentro de un tubo que se mantiene a una temperatura constante en la pared, como el de la Figura 2.8, con flujo turbulento totalmente desarrollado se propone usar la siguiente relación para calcular el coeficiente de transferencia de calor promedio en la longitud L:

$$2.66 \quad Nu = \frac{\frac{\alpha}{8}(\text{Re}-1000)\text{Pr}}{1 + 12.7\sqrt{\frac{\alpha}{8}(\text{Pr}^{2/3}-1)}} \left[1 + \left(\frac{D}{L}\right)^{2/3} \right]$$

el factor de fricción se calcula con la ecuación:

$$2.67 \quad \zeta = (1.82 \log(\text{Re}) - 1.64)^{-2}$$

Se aplican también las ecuaciones 2.57, 2.58 y 2.59 de la temperatura media a la salida, el calor transferido y el área de transferencia, respectivamente.

Ejemplo 2.6

Calcúlese el coeficiente de transferencia de calor promedio para alcohol etílico fluyendo en un tubo de 6 m de longitud, 5 cm de diámetro con un $\text{Re} = 40000$. El valor promedio de sus

propiedades a la temperatura del proceso son:

$$\begin{aligned}\rho &= 750 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 2.8 \text{ kJ/kg-K} \\ k &= 0.165 \text{ W/m-K} \\ \mu &= 0.000701 \text{ kg/m-s}\end{aligned}$$

Respuesta

De las propiedades:

$$Pr = 11.89$$

El factor de fricción es:

$$\xi = (1.82 \log(40000) - 1.64)^{-2} = 0.022$$

Y el Nusselt, de la ecuación 2.65:

$$Nu = \frac{0.022}{8} \frac{(40000 - 1000)(11.89)}{1 + 12.7 \sqrt{\frac{0.022}{8}} (11.89^{2/3} - 1)} \left[1 + \left(\frac{0.05}{6} \right)^{2/3} \right]$$

$$Nu = 349.53$$

De donde:

$$\bar{h} = 1153 \text{ W/m}^2\text{-K} = 1.153 \text{ kW/m}^2\text{-K}$$

Algunas fórmulas de Nu presentadas en esta Sección han sido propuestas por Schlünder en [2.5].

2.4.2 Transferencia de calor a o desde un sólido sumergido en un fluido en movimiento

La transferencia de calor a o desde un cuerpo sumergido en un fluido en movimiento forzado presenta similares desarrollos a los planteados para flujo al interior de ductos.

2.4.2.1 La placa rectangular.

El flujo de un fluido sobre una placa plana horizontal presenta una zona donde se desarrolla un perfil de la velocidades del fluido, véase la Figura 2.11. Este perfil será laminar si $Re < 100000$, y el coeficiente de transferencia de calor promedio para una longitud L de la placa puede calcularse con la fórmula de Kroujiline [2.6]:

$$2.68 \quad Nu = 0.664 Re^{1/2} Pr^{1/3}$$

En este caso el número de Reynolds es:

2.69
$$Re = \frac{\bar{n} v_{\infty} L}{\mu}$$

v_{∞} es la velocidad de aproximación del fluido, L la longitud desde el canto de contacto, ρ la densidad del fluido y μ su viscosidad. Las propiedades físicas y de transporte se calculan a una temperatura media, T_m :

2.70
$$T_m = \frac{T_{\infty} + T_p}{2}$$

T_{∞} es la temperatura del fluido al entrar en contacto con la placa, T_p es la temperatura de la placa. El flujo de calor es:

2.71
$$Q = \bar{h} A (T_{\infty} - T_p) = \pi D L \bar{h} (T_{\infty} - T_p)$$

Si $500,000 < Re < 10,000,000$ el fluido ha desarrollado, en parte, flujo turbulento. Bajo estas condiciones el coeficiente de transferencia de calor promedio puede calcularse con la expresión propuesta por Gnielinski [2.7]:

2.72
$$Nu = \frac{0.037 Re^{0.8} Pr}{1 + 2.443 Re^{-1} (Pr^{2/3} - 1)}$$

2.4.2.2 *El tubo circular recto*

Cuando un fluido fluye sobre un tubo circular recto perpendicular a su eje longitudinal el fluido tiende a separarse de la superficie formando una estela después de pasar por el perímetro del tubo, como se muestra en la Figura 2.12.

El coeficiente de transferencia de calor promedio para el cilindro de longitud L y diámetro D puede calcularse mediante la relación:

2.73
$$Nu = A Re^n Pr^{1/3}$$

Los valores de A y n se dan en la Tabla 2.3:
El número de Reynolds es:

2.74
$$Re = \frac{\bar{n} v_{\infty} D}{\mu}$$

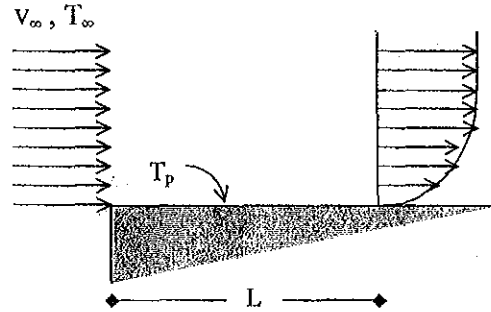


Figura 2.11
Transferencia de calor entre una placa y un fluido fluyendo

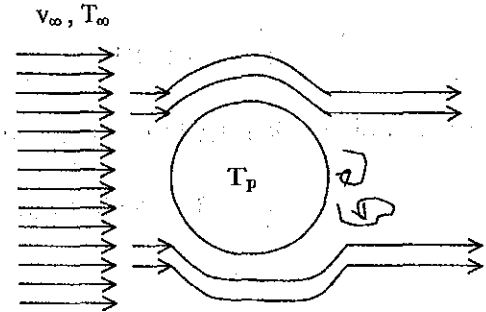


Figura 2.12
Fluido pasando sobre un cilindro

Tabla 2.3

Valores de las constantes de la ecuación 2.72

Re	A	n
0.4 - 4	0.989	0.330
4 - 40	0.911	0.385
40 - 4000	0.683	0.466
4000 - 40000	0.193	0.618
40000 - 400000	0.0266	0.805

Ejemplo 2.7

Determinese la pérdida de calor por metro de longitud de un tubo de 20 cm de diámetro que mantiene una temperatura constante de 60 °C si sobre su cara externa fluye aire a 3 m/s, con una temperatura media de 20 °C y 1 atm de presión. Las propiedades del aire a $T_m = 40$ °C son:

$$\begin{aligned}\rho &= 1.078 \text{ kg/m}^3 \\ C_p &= 1.008 \text{ kJ/kg-K} \\ k &= 0.02822 \text{ W/m-K} \\ \mu &= 0.00001925 \text{ kg/m-s}\end{aligned}$$

Respuesta

La pérdida de calor por metro de tubo es, de la ecuación 2.68:

$$2.75 \quad \frac{Q}{L} = \pi D \bar{h} (T_f - T_\infty)$$

$$Pr = 0.6875$$

$$Re = \frac{0.2 \text{ m}(3 \text{ m/s})(1.078 \text{ kg/m}^3)}{1.925(10^{-5}) \text{ kg/m-s}} = 33600$$

Al aplicar la ecuación 2.72, según las constantes de la tabla 2.1:

$$Nu = 0.193 (33600)^{0.618} (0.6875)^{1/4}$$

$$Nu = 106.81$$

El coeficiente de transferencia de calor promedio es:

$$\bar{h} = \frac{106.81(0.02822 \text{ W/m-K})}{0.2 \text{ m}} = 15.07 \text{ W/m}^2\text{-K}$$

Y la pérdida de calor asciende a:

$$\frac{Q}{L} = \pi(0.2 \text{ m})(15.07 \text{ W/m}^2\text{-K})(20 - 60)$$

$$\frac{Q}{L} = - 378.77 \text{ W/m}$$

El signo significa que el calor fluye del tubo hacia el medio que lo rodea.
Las ecuaciones y constantes son tomadas de Holman [2.8]

2.5 Intercambiadores de calor

Se conoce como intercambiador de calor al aparato que permite la transmisión de la energía térmica entre dos cuerpos, preferentemente fluidos. La geometría de los intercambiadores varía mucho. Un tipo común se caracteriza porque por un haz de tubos fluye un fluido y, por el exterior de ellos, otro. En estos casos se acostumbra que los fluidos en estado gaseoso fluyan por fuera de los tubos. Un intercambiador de calor muy conocido es el llamado radiador del auto. Por dentro de un conjunto de ductos fluye la mezcla acuosa de refrigerante y por fuera el aire. En la red electrónica, llamada Internet, se pueden encontrar muchos ejemplos de estos equipos.

Autoevaluación

- 2.1 ¿Qué diferencias hay entre la ley de conducción de calor de Newton y la de Fourier?
- 2.2 Según la Ley de Fourier, ¿de qué depende el flujo de calor?
- 2.3 ¿Cuáles variables afectan el valor del coeficiente de transferencia de calor?
- 2.4 La Figura Au2.1 ilustra el perfil de temperatura en una placa expuesta a dos temperaturas diferentes. Señale la posición donde se presenta la mayor velocidad de transferencia de calor.
- 2.5 A dos cuerpos de diferente capacidad térmica se les transmite la misma cantidad de calor. ¿Cuál logrará la mayor temperatura?
- 2.6 Supóngase que un muro de un material uniforme está expuesto, por un lado a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ y, en la otra cara, a $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ a una temperatura. Si por otro muro del mismo material que tiene expuesta una cara a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la otra a $120\text{ }^{\circ}\text{C}$, ¿por cuál muro se transmite mayor cantidad de calor si sus espesores son iguales y siguen la ley de Newton?
- 2.7 Por un anillo cilíndrico fluye calor porque sus caras están expuestas a temperaturas diferentes. Si estas varían con el tiempo, ¿qué pasa con el perfil de temperaturas?
- 2.8 Defínase el número de Nusselt, el número de Prandtl y el número de Péclet.

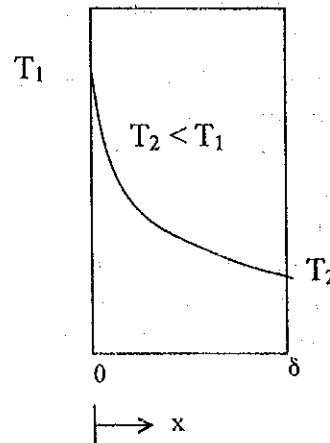


Figura Au2.1
Flujo en una placa

Problemas

- 2.1 Si la conductividad térmica del concreto es de 1.73 W/m-K , ¿Cuál es el coeficiente de transferencia de calor de un muro rectangular de 20 cm de espesor, para flujo estacionario? Si una cara del muro está a $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ y la otra a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$, calcúlese el flujo de calor por unidad de área.
- 2.2 Supóngase que una chimenea tiene forma cilíndrica. Su diámetro interior es de 2 m y su diámetro exterior de 2.3 m . Si además se acepta que los gases mantienen la temperatura en la cara interior de $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ y en la cara exterior tiene una temperatura de $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, calcúlese la pérdida de calor por metro de largo de la chimenea. $k = 0.692\text{ W/m-K}$. Calcúlese h_i y h_o .
- 2.3 Una placa de cobre a $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ se sumerge en un baño de aceite que mantiene la temperatura constante en las caras de la lámina a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. si la lámina mide 2 m por 1.5 m y tiene un espesor de 10 cm , en que tiempo la temperatura media de la placa será igual a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Consulte en el texto de Holman [2.4] para obtener los datos necesarios, o en cualquier otra fuente de datos.
- 2.4 Para calentar agua de 20 a $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ se cuenta con un intercambiador de tubos concéntricos, por dentro fluiría el agua y la temperatura de la pared en contacto con el agua se puede mantener constante. El tubo mide 5 m y tiene 3 cm de diámetro, si el flujo del agua es de 0.8 lt/s , ¿qué temperatura es necesaria en la pared interior del tubo?

- 2.5 En un recipiente se agregan 500 l de aceite de oliva y se calienta de 20 a 180 °C. Una vez lograda esta temperatura se agregan 100 kg de carne de res que tiene una temperatura de 30 °C, mezclándose hasta lograr una temperatura uniforme. Las propiedades se dan en la Tabla P2.5. ¿Cuántos joules se necesitan para calentar el aceite?, ¿qué temperatura alcanzará la carne si se pierde un 20 % del calor suministrado al aceite?

Tabla P2.5

Propiedades de los materiales del Problema 2.5

	C_p J/g-K	ρ g/cm ³
aceite	10.1	1.3
carne	16	2

- 2.6 Se requiere calcular la longitud necesaria para calentar en un tubo de diámetro D , 300 lt/h de agua de 30 a 90 °C. Si la temperatura en la pared es de 120 °C, ¿de que largo debe ser el tubo si se prueban los siguientes diámetros: 0.006, 0.012 y 0.024 m.

Referencias

- 2.1 Newton, I., Philosophical Transactions of the Royal Society, 1701.
- 2.2 Fourier, J.B.J., Theorie Analytique de la Chaleur, 1822.
- 2.3 Geankoplis, C.J., *Procesos de transporte y operaciones unitarias*, Compañía editorial Continental, S.A. de C.V., México, 1998.
- 2.4 Holman, J.P., *Heat Transfer*, McGraw Hill, 1972.
- 2.5 Schlünder, E.-U., *Einführung in die Wärme- und Stoffübertragung*, Vieweg, Braunschweig, 1972.
- 2.6 Kroujiline, G., Techn. Phys. USSR 3, pag. 183, 311, 1936.
- 2.7 Gnielinski, V., VDI-Wärmeatlas, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, Ga 1, 1974.
- 2.8 Holman, J.P., *Transferencia de Calor*, McGraw Hill Book Co., México, 1972.

Nomenclatura

Letras latinas

Símbolo	Descripción	Unidades
b	Ancho de una placa rectangular	m
C_p	Capacidad térmica a presión constante	J/(kg K)
h	Coefficiente de transferencia de calor	W/(m ² K)
H	Entalpía	J
k	Conductividad térmica	W/(m K)
Nu	Número de Nußelt	
P	Perímetro	m
Pe	Número de Péclet	
Pr	Número de Prandtl	
Q	Calor	J
\dot{Q}	Flujo de calor	W
r	Radio	m

T Temperatura

K

Letras griegas

Símbolo	Descripción	Unidades
α	Difusividad térmica	m^2/s
β	Parámetro de la ecuación 2.36	
δ	Espesor de una placa rectangular	m
ζ	Coefficiente de fricción	

Subíndices/superíndices

Símbolo	Descripción
f	Valor final
i	Interior o valor inicial
o	Exterior
0	Valor inicial
-	Valor promedio
H	Hidráulico
∞	Valor de aproximación a la placa
m	Valor medio

Además de las variables definidas en el Capítulo 1

CAPÍTULO 3

DESTILACIÓN DE MEZCLAS BINARIAS

3.0 Introducción

Cuando se lleva a la ebullición agua destilada en un recipiente abierto se observa que la temperatura se mantiene constante. Si esta operación se realiza en Veracruz la temperatura será aproximadamente 100 °C, pero en la Ciudad de México estará cerca de los 92 °C. Esta diferencia de temperaturas se debe a que la presión atmosférica en Veracruz es superior a la de la Ciudad de México. En conclusión, la *temperatura de ebullición de un compuesto puro* depende de la presión.

En cambio, si se procede de manera semejante con una mezcla compuesta de 50 % en peso de agua y el resto acetona se observará que la temperatura varía durante el transcurso de la ebullición, *¡sin cambio de presión!* Este hecho se explica porque la composición del líquido cambia de composición con el avance de la evaporación. La conclusión, en este caso, es que la *temperatura de ebullición de la mezcla* dependerá de la presión y de su concentración. Por lo tanto, la composición del vapor debe ser diferente de la del líquido que lo produce. Esta propiedad es el *fundamento de la destilación*: la destilación es la operación de separación de los compuestos de una mezcla líquida mediante el fenómeno de la evaporación de tal forma que el vapor contiene los mismos compuestos que el líquido pero *con composición diferente*.

Por estas razones el estudio de la destilación requiere del conocimiento de la relación entre la presión, la temperatura y la composición del líquido y el vapor. Esta relación es el objeto de estudio de la termodinámica del equilibrio de fases, en especial el:

3.1 El equilibrio líquido vapor, ELV.

La termodinámica establece que el estado de equilibrio de un sistema se logra cuando la temperatura, la presión y los potenciales químicos de cada componente, en cada subsistema, son iguales. Si un sistema se compone de dos subsistemas, un líquido y un vapor, se habla de equilibrio líquido vapor, ELV. Habrá que recordar que un *vapor* es una sustancia en estado gaseoso cuya temperatura es menor que su temperatura crítica.

En este Capítulo se considerarán sistemas donde participen dos compuestos, llamados *sistemas binarios*. El ELV de estos sistemas corresponde al estado en que:

$$T_L = T_V$$

$$P_L = P_V$$

$$\mu_{AL} = \mu_{AV}$$

$$\mu_{BL} = \mu_{BV}$$

T es la temperatura, P la presión y μ el potencial químico. A y B identifican a los compuestos. V se refiere al vapor y L al líquido.

La condición de igualdad del potencial químico conduce a la relación de equilibrio entre las composiciones del líquido y el vapor, cuya representación matemática es:

$$3.1 \quad y_A = K_A x_A$$

$$3.2 \quad y_B = K_B x_B$$

K es la *constante de equilibrio*. x es la fracción mol en el líquido y y la correspondiente fracción mol en el vapor. Esta fórmula sirve para predecir las condiciones de ELV y tiene diferentes expresiones algebraicas.

3.1.1 Ley de Raoult

La relación más sencilla de la constante de equilibrio se conoce como la Ley de Raoult, cuya expresión es:

$$3.3 \quad y_i = \frac{p_{vi}}{P} x_i$$

al comparar con las ecuaciones anteriores:

$$3.4 \quad K_i = \frac{p_{vi}}{P}$$

p_{vi} es la *presión vapor* de i . La presión vapor se puede predecir mediante diferentes fórmulas que se encuentran en la literatura, una muy conocida es la llamada *ecuación de Antoine*:

$$3.5 \quad p_{vi} = \exp\left(A_i - \frac{B_i}{C_i + T}\right)$$

A_i , B_i y C_i son constantes propias de cada sustancia. Otras fórmulas para calcular la presión vapor y sus constantes se pueden consultar en Perry en [3.1], Prausnitz en [3.2], Henley en [3.3], etc.

La temperatura de ebullición del compuesto puro, a la presión P , es:

$$3.6 \quad T = \frac{B_i}{A_i - \ln(P)} - C_i$$

En una mezcla binaria el *compuesto más volátil* es aquel que posee la mayor presión vapor a una temperatura.

Ejemplo 3.1

Calcúlese la temperatura de ebullición del alcohol etílico a 1 atm de presión. Las constantes de la ecuación de Antoine son $A = 18.3337$ $B = 3749.16$ $C = 219.04$ para T en $^{\circ}\text{C}$ y P en torr.

Respuesta

Al sustituir valores en la ecuación 3.6 se obtiene, con $P = 760$ mmHg (1 atm), se obtiene:

$$T = 78.34 \text{ }^\circ\text{C}$$

Ejemplo 3.2

Calcúlese la presión vapor de la acetona pura entre 50 y 100 °C en intervalos de 5 °C. Las constantes de la ecuación 3.5 son: A = 16.5939, B = 2902.77, C = 235.29, T en °C y p_v en torr.

Respuesta

Al aplicar la fórmula 3.5 se producen los datos de la Tabla 3.1.

Tabla 3.1

Presión vapor de la acetona

T °C	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
p _v torr	613	731	866	1020	1195	1392	1615	1865	2144	2454	2797

La Figura 3.1 muestra la gráfica de p_v contra T, y la Figura 3.2 la relación de ln(p_v) contra 1/T.

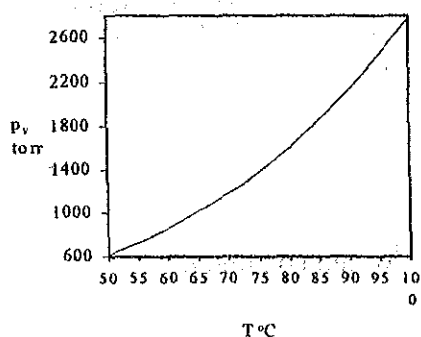


Figura 3.1
Gráfica de p_v contra T en °C

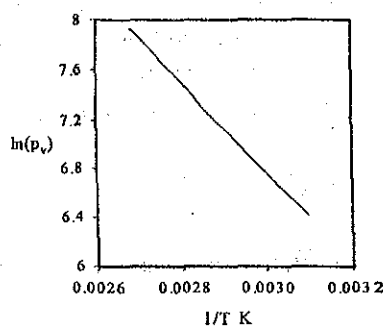


Figura 3.2
Gráfica de ln(p_v) contra 1/T K

3.1.2 Volatilidad relativa

El cociente:

$$3.7 \quad \alpha = \frac{K_A}{K_B}$$

se conoce como **volatilidad relativa** de A con respecto a B.

Al combinar esta ecuación con las expresiones 3.1 y 3.2 se obtiene:

$$3.8 \quad y_A = \frac{\alpha x_A}{1 + (\alpha - 1)x_A}$$

Esta es una expresión alternativa de la relación de equilibrio de un sistema binario. Es muy

útil cuando la volatilidad relativa se mantiene constante o se puede expresar como un promedio, como sucede con las mezclas de hidrocarburos a presiones moderadas. *Nótese que, si se puede aceptar que el sistema posee volatilidad relativa constante, el ELV no depende de la temperatura ni de la presión.*

3.1.3 El punto de ebullición

La **temperatura de ebullición** es la temperatura de ELV de una mezcla líquida a una presión dada. Esta temperatura también se conoce como punto de burbuja y se puede predecir considerando que la suma de las fracciones mol del vapor es igual a 1:

$$3.9 \quad y_A + y_B = 1$$

al sustituir las ecuaciones 3.1 y 3.2 se obtiene:

$$3.10 \quad K_A x_A + K_B x_B = 1$$

Como se conocen la presión y la concentración del líquido, la ecuación 3.10 es una función de la temperatura. Para resolver esta ecuación y encontrar la temperatura de ebullición es necesario utilizar un método de aproximaciones sucesivas. El método de Newton Raphson es un método adecuado para este tipo de funciones, para tal efecto se define:

$$3.11 \quad f(T) = K_A x_A + K_B x_B - 1 = 0$$

La temperatura que satisface esta ecuación se encuentra con la fórmula de iteración:

$$3.12 \quad T_{k+1} = T_k - \frac{f(T)}{f'(T)}$$

$f'(T)$ es la derivada de $f(T)$ con respecto a T , k es el número de iteración, $k = 0, 1, 2, \dots$. La derivada de $f(T)$ con respecto a T es:

$$3.13 \quad f'(T) = x_A \frac{dK_A}{dT} + x_B \frac{dK_B}{dT}$$

La derivada de la constante de equilibrio es, por la ecuación 3.4:

$$3.14 \quad \frac{dK_i}{dT} = \frac{\frac{dp_{vi}}{dT}}{P}$$

y la derivada de la presión vapor según la ecuación 3.5:

$$3.15 \quad \frac{dp_{vi}}{dT} = p_{vi} \frac{B_i}{(C_i + T)^2}$$

o sea que la ecuación 3.14 puede escribirse como:

$$3.16 \quad \frac{dK_i}{dT} = K_i \frac{B_i}{(C_i + T)^2}$$

El subíndice i identifica el compuesto. El proceso de iteración puede detenerse cuando:

$$3.17 \quad |T_{k+1} - T_k| = \left| \frac{f(T)}{f'(T)} \right| < \varepsilon$$

ε es un número arbitrariamente pequeño. El diagrama de flujo de este procedimiento se ilustra en la Figura 3.3.

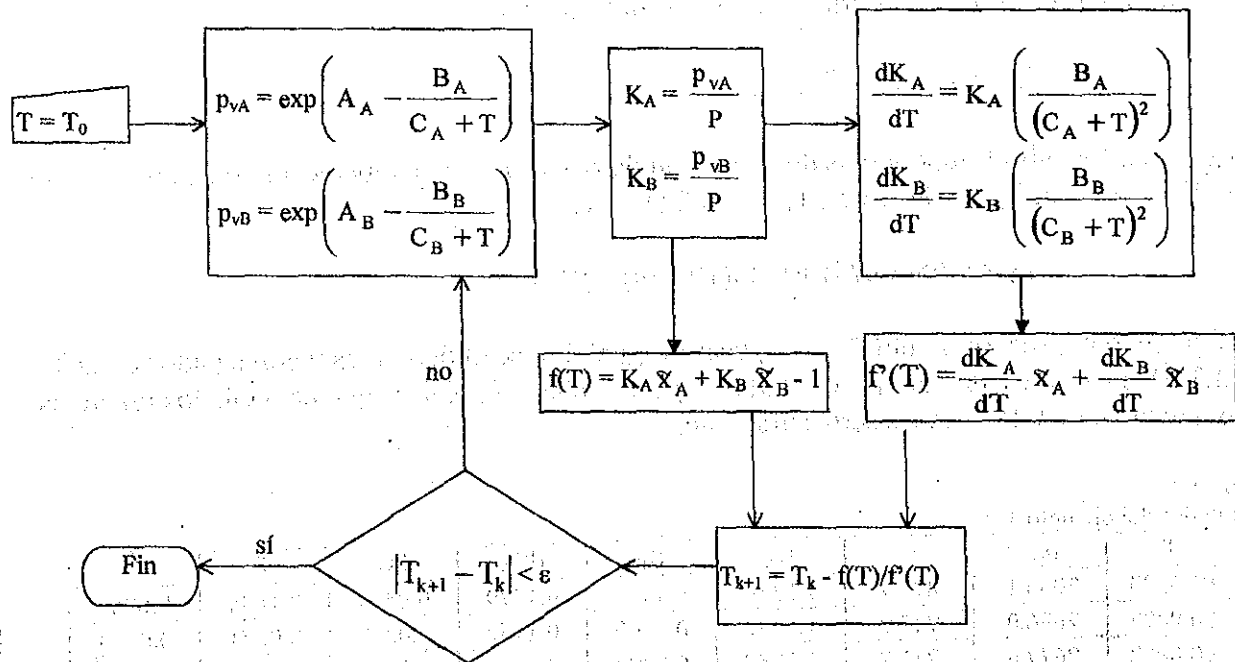


Figura 3.3

Diagrama de flujo del método de Newton Raphson para calcular la temperatura de burbuja

Ejemplo 3.3

Determinése la temperatura de burbuja de un líquido a 2000 torr compuesto de 35 % mol de oxígeno y 65 % mol de nitrógeno. La Tabla 3.2 contiene las constantes de Antoine.

Tabla 3.2
Constantes de Antoine

	A	B	C
N ₂	15.9164	745.51	2.903
O ₂	15.6321	772.95	-4.346

P_{vi} según la ec. 3.5, T en K y P_{vi} en torr

Respuesta

Asignando A al nitrógeno y el B al oxígeno, de los datos se tiene que $x_A = 0.65$ y $x_B = 0.35$. La ecuación a resolver es:

$$f = 0.65 \frac{P_{vA}}{2000} + 0.35 \frac{P_{vB}}{2000} - 1 = 0$$

De acuerdo al procedimiento descrito se requiere una primera temperatura, T_0 . Se propone que ésta se calcule como el promedio pesado de las temperaturas de ebullición de los compuestos de la mezcla a la presión de equilibrio según la fórmula siguiente:

$$3.18 \quad T_0 = T_{Aeb} x_A + T_{Beb} x_B$$

T_{Aeb} y T_{Beb} son las temperaturas de ebullición de A y B, respectivamente a la presión de operación. En este caso: $T_{Aeb} = 86.75$ K, $T_{Beb} = 100.59$ K y:

$$T_0 = 0.65(86.75) + 0.35(100.59) = 91.59 \text{ K}$$

Siguiendo el procedimiento descrito, véase Figura 3.3, se obtienen los valores dados en la Tabla 3.3. Después de 3 iteraciones $f = 7.9(10^{-11})$ y $T = 89.96$ K. Nótese que para efectos prácticos propiamente con 2 iteraciones sería suficiente.

Tabla 3.3
Resultados del ejemplo 3.2

k	T	P_{vA}	P_{vB}	K_A	K_B	dK_A	dK_B	f	F
0	91.5933	3063.1	873.7	1.5316	0.4369	0.1279	0.0444	0.1484	0.0986
1	90.0887	2696.0	747.9	1.3480	0.3740	0.1162	0.0393	0.0071	0.0893
2	90.0092	2677.6	741.7	1.3388	0.3709	0.1156	0.0391	1.9E-05	0.0888
	90.0090	2677.6	741.7	1.3388	0.3708	0.1156	0.0391	1.37E-10	0.0888

3.1.4 El punto de rocío

Es la temperatura de saturación de un vapor, ELV, a una presión dada. Esta temperatura se puede calcular de manera semejante a la temperatura de burbuja, considerando que la suma de las fracciones mol del líquido es:

$$3.19 \quad x_A + x_B = 1$$

al combinar esta ecuación con las ecuaciones 3.1 y 3.2 resulta:

$$3.20 \quad \frac{y_A}{K_A} + \frac{y_B}{K_B} = 1$$

Como en el caso anterior, la temperatura de rocío se obtiene al resolver esta ecuación. Aplicando el método de Newton-Raphson la ecuación a resolver es:

$$3.21 \quad f(T) = \frac{y_A}{K_A} + \frac{y_B}{K_B} - 1 = 0$$

su derivada con respecto a T es:

$$3.22 \quad f'(T) = -y_A \left(\frac{1}{K_A^2} \frac{dK_A}{dT} \right) - y_B \left(\frac{1}{K_B^2} \frac{dK_B}{dT} \right)$$

El diagrama de flujo de este procedimiento se ilustra en la Figura 3.4.

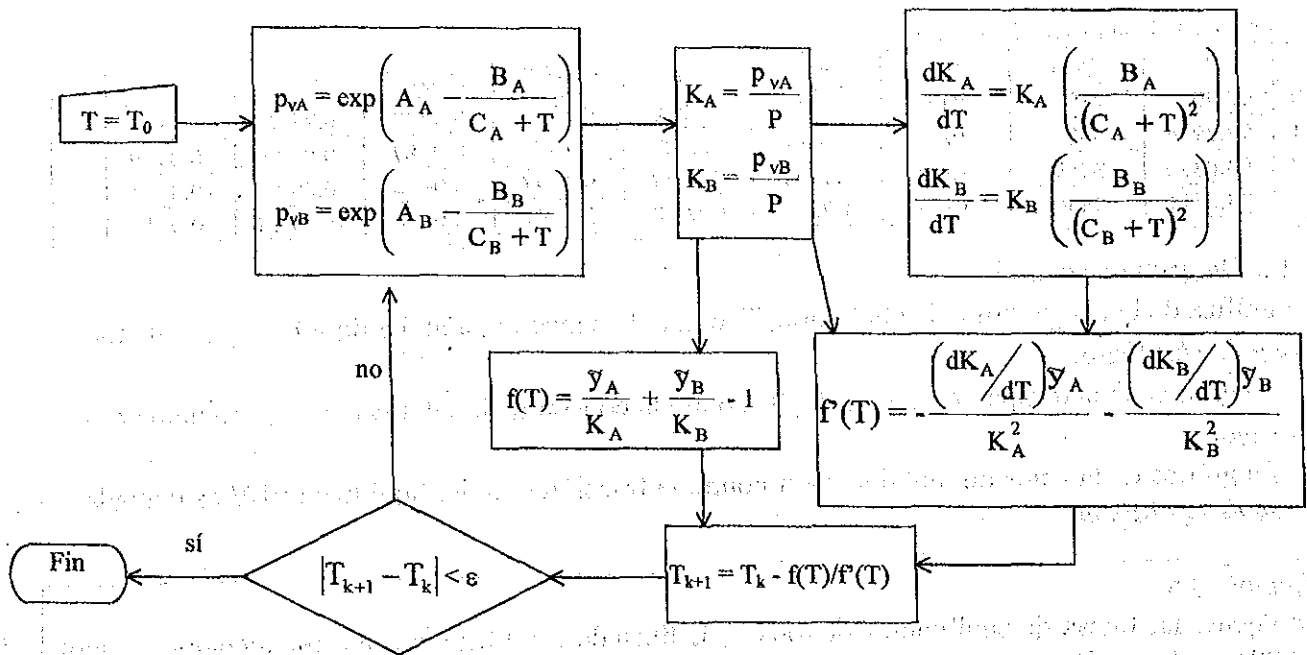


Figura 3.4
Diagrama de flujo del método de Newton Raphson para calcular la temperatura de rocío

Ejemplo 3.4

Determinese la temperatura de rocío de una mezcla gaseosa compuesta de 30 moles de oxígeno y 70 moles de nitrógeno a 2000 torr.

Respuesta

Asignando A al nitrógeno y el B al oxígeno, de los datos se tiene que $y_A = 0.7$ y $y_B = 0.3$. Para calcular la presión vapor se utilizarán las constantes del problema 3.3. La ecuación a resolver es:

$$f(T) = \frac{600}{P_{vA}} + \frac{1400}{P_{vB}} - 1$$

Como en el Ejemplo 3.3 se propone calcular la primera temperatura como:

$$T_0 = T_{Aeb} y_A + T_{Beb} y_B$$

Con estos datos resulta:

$$T_0 = 0.7(86.749) + 0.3(100.590) = 90.9013 \text{ K}$$

La Tabla 3.4 muestra los resultados al aplicar el método descrito cuyo diagrama de flujo se ilustra en la Figura 3.4.

Tabla 3.4

Resultados de la iteración del Ejemplo 3.3

k	T	P_{vA}	P_{vB}	K_A	K_B	dK_A/dT	dK_B/dT	f	f'
0	90.9013	2890	814	1.4450	0.4070	0.1224	0.0420	0.2215	-0.1171
1	92.7934	3382	985	1.6908	0.4927	0.1376	0.0487	0.0229	-0.0939
2	93.0376	3449	1009	1.7247	0.5047	0.1397	0.0496	0.0003	-0.0913
	93.0411	3450	1010	1.7252	0.5048	0.1397	0.0496	6.3E-08	-0.0912

3.1.5 Diagramas de ELV

La gráfica de la temperatura de ebullición, T , contra la concentración del líquido, x_A , se llama **línea de ebullición**.

La gráfica de la temperatura de rocío, T , contra la concentración del vapor, y_A , se llama **línea de rocío**.

La gráfica de la fracción mol del vapor contra la fracción mol del líquido en ELV es llamada **línea de equilibrio**.

Ejemplo 3.5

Dibújense las líneas de ebullición y de rocío, y la línea de equilibrio, del sistema metanol – etanol a 590 torr de presión, suponiendo que sigue la ley de Raoult. Las constantes de Antoine se dan en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5

Constantes de Antoine

	A	B	C
Metanol	18.3545	3490.6	233.32
Etanol	18.3337	3479.2	219.05

P_i según la ec. 3.5, T en °C y P_i en torr

Respuesta

Para un sistema binario se acostumbra asignar x a la fracción mol del componente más volátil. Como en este caso el más volátil es el metanol, se calculará la temperatura de ebullición para mezclas con: $x = 0, 0.05, 0.1, \dots, 1.0$, y con ella la constante de equilibrio, que se aplica para evaluar la fracción mol del vapor, y , con la ecuación 3.1. Los resultados se muestran en la Tabla 3.6. Las gráficas correspondientes se ilustran en las Figuras 3.5 y 3.6.

Tabla 3.6
Datos del ELV del sistema metanol etanol a 1 atm

x	y	$T^{\circ}\text{C}$	x	y	$T^{\circ}\text{C}$
0.00	0.0000	72.03	0.50	0.6392	64.32
0.05	0.0833	71.17	0.60	0.7277	62.99
0.10	0.1613	70.33	0.70	0.8069	61.72
0.15	0.2346	69.51	0.80	0.8780	60.50
0.20	0.3033	68.71	0.90	0.9421	59.34
0.30	0.4289	67.18	0.95	0.9718	58.77
0.40	0.5402	65.71	1.00	1.0000	58.22

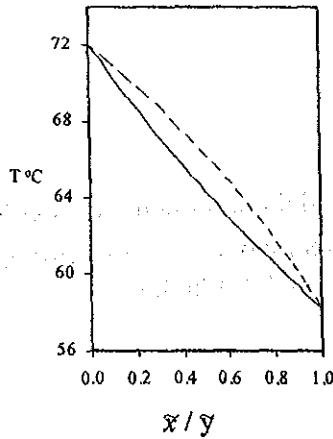


Figura 3.5
Líneas de ebullición — y de rocío - · -, Ejemplo 3.5
Fracciones mol del metanol

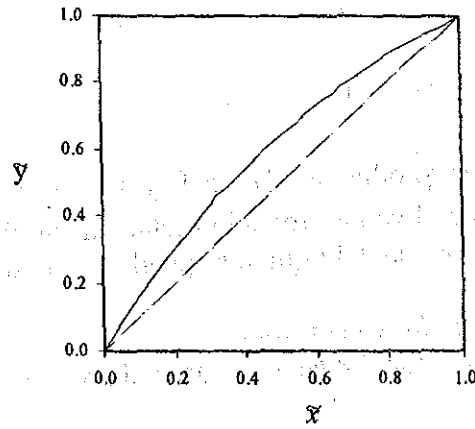


Figura 3.6
Línea de equilibrio, Ejemplo 3.5
Fracciones mol del metanol

3.2 Destilación por evaporación súbita (flash).

La destilación por evaporación súbita es una operación, como su nombre lo indica, en que un líquido repentinamente se evapora, como se ilustra en la Figura 3.7. Este diagrama de flujo muestra que F moles por unidad de tiempo de una mezcla binaria se expande a través de una válvula de expansión para desembocar a un recipiente donde se separan el vapor, V , y el líquido, L , producidos. Para su estudio, se supone que en este proceso:

- la mezcla es binaria, compuesta de A y B,
- los productos salen en equilibrio termodinámico entre sí,

- es continuo y estacionario, y
- no hay pérdidas de calor, ni otros flujos de entrada o de salida,
- no se presenta reacción química.

Con estas suposiciones el balance de materia global resulta :

$$3.23 \quad F = L + V$$

el balance por componente es:

$$3.24 \quad z F = x L + y V$$

Se han eliminado los subíndices de las fracciones mol porque:

$$3.25 \quad x_A = 1 - x_B = x$$

$$3.26 \quad y_A = 1 - y_B = y$$

$$3.27 \quad z_A = 1 - z_B = z$$

Nótese que los productos $z F$, $x L$ y $y V$ son los flujos mol del componente más volátil. Como el líquido y el vapor producido están en equilibrio termodinámico la relación entre la fracción mol del vapor y la del líquido se puede expresar por la ecuación 3.3 o la 3.8.

3.2.1 Volatilidad relativa constante

Si se aplica la ecuación 3.8 las variables del proceso son:

- F gasto del alimento,
- z fracción mol del compuesto más volátil en el alimento,
- L gasto del líquido producido,
- x fracción mol del compuesto más volátil en el líquido producido,
- V gasto del vapor producido,
- y fracción mol del compuesto más volátil en el vapor producido,

En total 6. Las ecuaciones que relacionan estas variables son 3: la 3.23, la 3.24 y la 3.8, por lo tanto, los **Grados de Libertad** del proceso son 3.

De las ecuaciones mencionadas se puede eliminar fácilmente una variable al dividir las entre F y definir una nueva variable:

$$3.28 \quad \phi = \frac{V}{F}$$

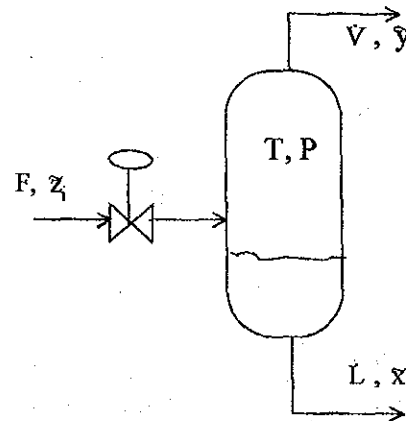


Figura 3.7
Esquema del proceso de destilación por evaporación súbita

ϕ se llama la *fracción vaporizada*.

La ecuación 3.24 se convierte en:

$$3.29 \quad (1 - \phi)x + \phi y = z$$

Se deja al lector comprobar que ahora sólo hay dos grados de libertad. Como normalmente se conoce el alimento, resta un grado de libertad al problema.

Esto se traduce en un resultado trascendente: existen dos tipos de problemas, cuando se conoce la fracción mol del líquido o del vapor y cuando se conoce la fracción vaporizada.

Si se despeja la fracción mol del vapor en la ecuación 3.29 se obtiene:

$$3.30 \quad y = -\frac{1-\phi}{\phi}x + \frac{z}{\phi}$$

Esta ecuación indica que los valores de las composiciones de los productos están restringidos, porque los valores de la fracción vaporizada están acotados a:

$$3.31 \quad 0 \leq \phi \leq 1$$

La Figura 3.8 ilustra tres casos:

- cuando $\phi = 0$, o sea, se obtiene un vapor con la mayor composición posible:

$$3.32 \quad y_{\max} = \frac{\alpha z}{1 + (\alpha - 1)z}$$

y el líquido correspondiente tiene la misma composición del alimento:

$$3.33 \quad x_{\max} = z$$

- cuando $\phi = 1$, obteniéndose la menor concentración posible del líquido:

$$3.34 \quad x_{\min} = \frac{z}{\alpha - (\alpha - 1)z}$$

cuyo vapor en equilibrio tiene la composición:

$$3.35 \quad y_{\min} = z$$

y, para una ϕ entre 0 y 1.

En resumen:

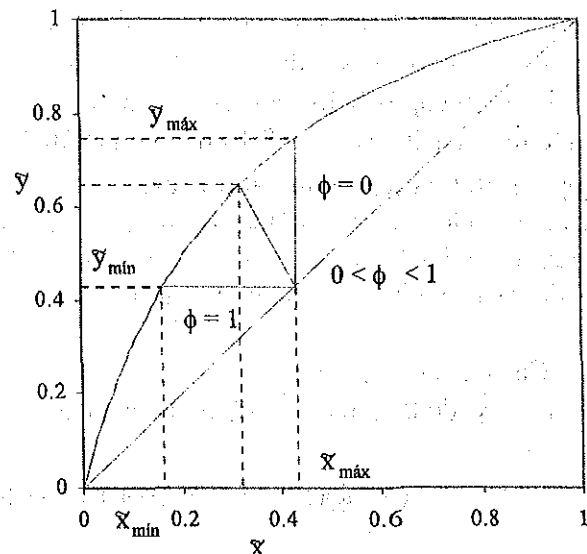


Figura 3.8

Líneas de diferentes fracciones vaporizadas

$$3.36 \quad \frac{z}{\alpha - (\alpha - 1)z} \leq x \leq z$$

y:

$$3.37 \quad z \leq y \leq \frac{\alpha z}{1 + (\alpha - 1)z}$$

3.2.1.1 Caso 1: se conoce x o y

De la ecuación 3.8 se puede calcular la fracción mol incógnita y con la ecuación 3.29 se calcula ϕ .

Ejemplo 3.6

Se destilan, como se ha descrito, 200 mol/s de una mezcla acuosa de alcohol etílico al 40 %. Determinése cuánto vapor se debe obtener para:

- que su concentración sea de 80 % mol de alcohol etílico,
- que la concentración del líquido obtenido sea del 10 % mol de alcohol etílico,
- que la concentración del líquido obtenido sea del 20 % mol de alcohol etílico.

La volatilidad relativa del alcohol etílico en agua es 3.9.

Respuesta

a) Al sustituir $y = 0.8$ en la ecuación 3.8 y despejar se obtiene $x = 0.5063$, y de la ecuación 3.29 la fracción vaporizada resulta $\phi = -0.362$, un valor imposible, en conclusión no es posible producir dicho vapor bajo estas condiciones.

b) Si ahora se sustituye $x = 0.1$ en la ecuación 3.8 se obtiene que $y = 0.3023$ y, de la ecuación 3.29, $\phi = 1.482$, también un valor irreal.

c) Realizando los mismos cálculos que en el inciso b) para $x = 0.2$, el vapor producido tiene una concentración del 49.36 % mol y se vaporiza un 68.1 % del alimento, o sea, se producen 136.21 mol/s de vapor y 63.79 mol/s de líquido.

3.2.1.2 Caso 2: se conoce ϕ

Al sustituir y de la ecuación 3.8 en la ecuación 3.29, después de manejo algebraico, se obtiene:

$$3.38 \quad (1 - \phi)(\alpha - 1)x^2 + [\alpha\phi + (1 - \phi)(\alpha - 1)z]x - z = 0$$

Esta ecuación tiene dos raíces, se selecciona la que aporte un resultado realista.

Ejemplo 3.7

Al destilar por evaporación súbita 100 kmol/h de una mezcla al 60 % mol de n-butano y 40 % mol de n-pentano se producen 40 kmol/h de vapor. Calcúlese las concentraciones de los productos si la volatilidad relativa con relación al butano es de 2.2.

Respuesta

Identificando variables:

$$\alpha = 2.2$$

$$\phi = 40/100 = 0.4$$

$$z = 0.6$$

al sustituir en la ecuación 3.38 resulta:

$$0.72 x^2 + 0.76 x - 0.6 = 0$$

cuyas raíces son:

$$x = 0.5266 \quad \text{y} \quad x = -1.5822$$

Por lo tanto, la fracción mol del vapor es, de la ecuación 3.8:

$$y = 0.7100$$

3.2.2 Volatilidad relativa variable

Si el ELV del sistema obedece la Ley de Raoult, ecuación 3. 3, el número de variables aumenta en dos: la presión y la temperatura, P y T, respectivamente:

$$F, L, V, T, P, z, x, y$$

y, además, en una ecuación, la 3.1 que se expresa en términos del compuesto más volátil:

$$3.39 \quad y = K_A x$$

y para el compuesto menos volátil:

$$3.40 \quad (1 - y) = K_B(1 - x)$$

de acuerdo con la nomenclatura definida en la Sección anterior. Por lo que los grados de libertad son 4. Si se conoce el alimento y la presión de operación resta asignar valor a una variable, que puede seleccionarse entre: ϕ , T, x y y , o una combinación de ellas.

Los límites de las fracciones mol del líquido y vapor producidos son los mismos que los discutidos en la Sección anterior. Dada una presión, la temperatura de los productos se encuentra entre la temperatura de ebullición y la de rocío del alimento.

Caso 1: se conoce T

De la combinación algebraica de las ecuaciones 3.29 y 3.39 se obtiene:

$$3.41 \quad x = \frac{z}{1 + (K_A - 1)\phi}$$

Y si ahora se combina el balance de materia, ecuación 3.29 con la ecuación de equilibrio 3.40, al despejar se obtiene:

$$3.42 \quad x = 1 - \frac{1 - z}{1 + (K_B - 1)\phi}$$

Al restar estas dos últimas ecuaciones:

$$3.43 \quad \frac{z}{1 + (K_A - 1)\phi} + \frac{(1 - z)}{1 + (K_B - 1)\phi} = 1$$

Si se sustituye la fracción mol del líquido de la ecuación 3.39 y se despeja la fracción mol del vapor, se obtiene:

$$3.44 \quad y = \frac{zK_A}{1 + (K_A - 1)\phi}$$

Y si ahora se combina el balance de materia, ecuación 3.29 con la ecuación de equilibrio 3.40, al despejar se obtiene:

$$3.45 \quad y = 1 - \frac{(1 - z)K_B}{1 + (K_B - 1)\phi}$$

Al restar estas dos últimas ecuaciones:

$$3.46 \quad \frac{zK_A}{1 + (K_A - 1)\phi} + \frac{(1 - z)K_B}{1 + (K_B - 1)\phi} = 1$$

La diferencia de las ecuaciones 3.43 y 3.46 es:

$$3.47 \quad \frac{z(K_A - 1)}{1 + (K_A - 1)\phi} + \frac{(1 - z)(K_B - 1)}{1 + (K_B - 1)\phi} = 0$$

Como se conocen la temperatura y la presión se puede obtener el valor de K_A y K_B , según las ecuaciones 3.3 y 3.5, por lo tanto, al despejar ϕ de la igualdad 3.47 se obtiene:

3.48

$$\phi = \frac{1 - zK_A - (1 - z)K_B}{(K_A - 1)(K_B - 1)}$$

Ejemplo 3.8

250 mol/min de una mezcla de benceno y tolueno al 50 % mol se destilan por evaporación súbita y los productos salen a 87 °C. Si la presión de operación es de 590 torr, calcúlese la cantidad de los productos y sus concentraciones. Las constantes de Antoine para el benceno y el tolueno se dan en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6
Constantes de Antoine

	A	B	C
Benceno	15.8388	2751.5	218.77
Tolueno	15.9962	3079.8	218.38

p_i según la cc. 3.5, T en °C y p_i en torr

A 87 °C:

$$K_B = 1.5839$$

$$K_T = 0.6255$$

al sustituir valores en la ecuación 3.48 se obtiene:

$$\phi = \frac{1 - 0.5(1.5839) - 0.5(0.6255)}{(1.5839 - 1)(0.6255 - 1)} = 0.4789$$

El vapor producido es, de la definición 3.28:

$$V = \phi \dot{F} = 0.502(250) = 119.7 \text{ mol/min}$$

Por lo que el flujo del producto líquido resulta, del balance 3.23:

$$\dot{L} = 250 - 119.7 = 130.3 \text{ mol/min}$$

La concentración del benceno en el líquido es, de la ecuación 3.41:

$$x = \frac{0.5}{1 + (1.5839 - 1)(0.6255)} = 0.3907$$

Y la fracción mol del vapor es, de la ecuación 3.39:

$$y = 1.5839(0.3907) = 0.6189$$

Caso 2: se conoce \dot{L} ó V ó ϕ

Nótese que, con la especificación del problema, la ecuación 3.47 tiene una incógnita, la temperatura T , porque se conocen P y ϕ :

$$3.49 \quad f(T) = \frac{z(K_A - 1)}{1 + (K_A - 1)\phi} + \frac{(1 - z)(K_B - 1)}{1 + (K_B - 1)\phi} = 0$$

Como es una expresión compleja en T , debe aplicarse un procedimiento de prueba y error, como el de la ecuación 3.12. Para ello la derivada de $f(T)$ es:

$$3.50 \quad f'(T) = \frac{z_A \frac{dK_A}{dT}}{(1 + (K_A - 1)\phi)^2} + \frac{z_B \frac{dK_B}{dT}}{(1 + (K_B - 1)\phi)^2}$$

El diagrama de flujo del procedimiento iterativo es semejante al ilustrado en las Figuras 3.3 y 3.4.

Ejemplo 3.9

Si por cada 100 moles alimentados al destilador se evaporan 40 moles de una mezcla acuosa al 47 % mol de metanol, calcúlese la temperatura y las composiciones de los productos si la presión de operación es de 600 torr. Las constantes de Antoine se dan en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7
Constantes de Antoine

	A	B	C
Metanol	18.3545	3490.6	233.3
Agua	18.2941	3813.4	227.0

p_i según la ec. 3.5, T en °C y p_i en torr

Respuesta

La primera temperatura de aproximación se calcula con una ecuación semejante a la 3.18. La Tabla 3.8 contiene los valores que se obtienen al aplicar el procedimiento descrito

Tabla 3.8
Resultados de la iteración del Ejemplo 3.6

k	T	K_1	K_2	dK_1/dT	dK_2/dT	f	$f'(T)$
0	77.1035	2.0403	0.5261	0.0739	0.0217	0.0354	0.0348
1	76.0879	1.9664	0.5045	0.0717	0.0209	0.0000	0.0348
2	76.0875	1.9664	0.5044	0.0717	0.0209	0.0000	0.0348

La fracción mol del metanol en el líquido es, de acuerdo con la ecuación 3.36:

$$x = \frac{0.47}{1 + (1.9664 - 1)(0.4)} = 0.339$$

y la composición del vapor se calcula con la ecuación 3.34:

$$y = 1.9661(0.339) = 0.666$$

3.3 Destilación por tanda

El proceso de destilación más antiguo es el del alambique. Este consiste en introducir a un recipiente el líquido que se va a destilar, se calienta y se evapora una parte de él. El vapor producido se condensa y se recibe en un recipiente donde se acumula el destilado, como se ilustra en la Figura 3.8. También se dice que es un proceso por lote o, en inglés, "batch".

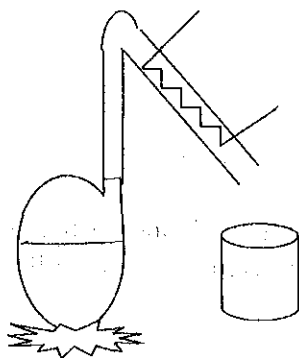


Figura 3.9
Destilación de alambique

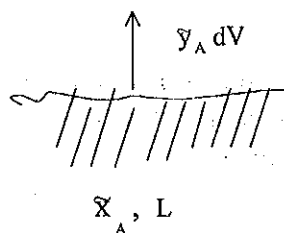


Figura 3.10
Esquema de la evaporación

Para resolver problemas simples de este tipo de destilación se supondrá que durante el proceso:

- el líquido está completamente mezclado.
- se lleva a cabo a presión constante.
- **el vapor producido se separa de la interfase inmediatamente con una fracción mol que está en equilibrio con la concentración instantánea del líquido**, véase la Figura 3.9.

Si se colocan en el alambique L_0 moles inicialmente, con una fracción mol del compuesto A igual a x_{A0} , el balance global de materia es:

$$3.51 \quad dL = -dV$$

y el balance del componente:

$$3.52 \quad d(x_A L) = -y_A dV$$

La combinación algebraica de las dos últimas ecuaciones y la de ELV, 3.8, produce la ecuación diferencial:

$$3.53 \quad \frac{dL}{L} = \left(\frac{1}{\alpha L - 1} \right) \frac{dx_A}{x_A} + \left(\frac{\alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{dx_A}{1 - x_A}$$

Al integrar esta ecuación desde L_0 con x_{A0} a L con x_A se obtiene:

$$3.54 \quad \frac{L}{L_0} = \left(\frac{x_A}{x_{A0}} \right)^{\left(\frac{1}{\alpha-1} \right)} \left(\frac{1-x_{A0}}{1-x_A} \right)^{\left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right)}$$

Si todo el vapor condensado que se ha producido durante la destilación se ha concentrado en un recipiente, la concentración media de ese condensado es:

$$3.55 \quad y_{DA} = \frac{x_{A0}L_0 - x_A L}{L_0 - L}$$

Ejemplo 3.10

Se tienen que destilar un lote de 100 kmol de una solución acuosa de alcohol etílico al 24 % mol de alcohol hasta que resten 28 kmol de líquido. Calcúlense las concentraciones del líquido sobrante y del destilado si $\alpha = 2.8$.

Respuesta

Al sustituir valores en la ecuación 3.54 se tiene:

$$\left(\frac{x_A}{0.24} \right)^{\frac{1}{1.8}} \left(\frac{0.76}{1-x_A} \right)^{\frac{2.8}{1.8}} = 0.28$$

La solución de esta ecuación se halla por algún método iterativo, como el de Newton Raphson, ecuación 3.12. Se recomienda al lector realizar las operaciones para comprobar que el resultado es:

$$x_A = 0.0459$$

la concentración media del destilado total es:

$$y_{DA} = 0.3155$$

3.4 Destilación por etapas teóricas

La etapa teórica en la destilación es un aparato ideal en el que se mezclan un líquido y un vapor saturados produciendo un vapor y un líquido en ELV, la Figura 3.11 ilustra un esquema del plato o etapa teórica.

La llamada **torre de destilación ordinaria** es la realización práctica de varias etapas, véase la Figura 1.12.

La torre de destilación ordinaria, o simplemente torre o columna de platos, se integra de tres partes, véase la Figura 3.11:

- Un **condensador** que recibe el vapor que sale de la torre. Si condensa todo el vapor se llama condensador *total*, si solo una parte, condensador *parcial*,
- Un **hervidor** que produce el vapor que entra a la torre. Normalmente el líquido que entra al hervidor proviene del líquido que sale de la torre. Si recibe todo el líquido que sale del plato inferior de la torre, evaporará una parte de él. Este hervidor se denomina *parcial*. Si recibe una parte del líquido que sale de la torre, lo evaporará todo y lo regresará a la torre, este es un hervidor *total*,
- La **torre o columna** en sí, que es un cuerpo formado por las etapas o platos. La torre que es dividida en dos zonas por el plato de alimentación. Los platos que están arriba de este y abajo del condensador forman la **zona de rectificación, ZR**, y los platos que están entre el plato de alimentación y el hervidor, forman la **zona de agotamiento, ZA**.

La Figura ilustra una torre de 6 etapas teóricas, $N = 6$. El número de etapas en la ZR es $N_R = 3$, el número de etapas en la ZA es $N_A = 3$, el plato de alimentación es el $N_F = 3$, el condensador es total y el hervidor parcial.

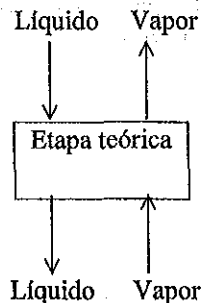


Figura 3.11
Esquema de la etapa teórica

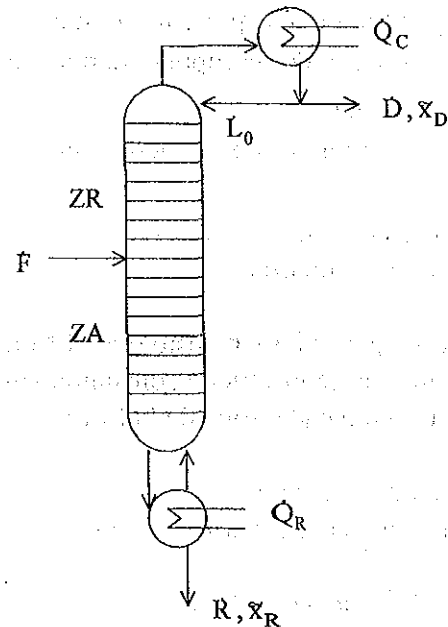


Figura 3.12
Esquema de la torre de destilación ordinaria

La destilación por etapas en una columna de platos es un proceso de separación exitoso para mezclas líquidas, como las generadas por el petróleo, porque se pueden separar las mezclas en sus partes componentes con cantidades menores de energía que las que se requieren para obtener las mismas condiciones por destilación por evaporación súbita o por tanda, además de producir mayores cantidades de productos con mayores concentraciones.

3.4.1 Las variables de la torre

El número de variables de la torre depende del ELV que se obedezca al sistema. Por la restricción de tiempo explicada en el Capítulo 0, la mezcla que se destila en la torre de destilación ordinaria

que se estudia en este texto será la que sigue la ecuación 3.8 en su ELV, esto es, se trata de un sistema de volatilidad relativa constante. Las variables correspondientes de la torre son:

- F flujo molar del el alimento o mezcla a destilar,
- Z fracción mol del componente más volátil en el alimento,
- ϕ_F fracción vaporizada del alimento,
- D flujo molar del destilado,
- x_D fracción mol del componente más volátil en el destilado,
- R flujo molar de el residuo,
- x_R fracción mol del componente más volátil en el residuo,
- L_0 caudal de líquido que se retorna a la columna, llamado reflujo externo,
- L flujo molar del líquido entre platos en la ZR,
- V flujo molar del vapor entre platos en la ZR,
- L' flujo molar del líquido entre platos en la ZA,
- V' flujo molar del vapor entre platos en la ZA,
- x_j fracción mol del componente más volátil en el líquido que sale de la etapa j ,
- y_j fracción mol del componente más volátil en el vapor que sale de la etapa j ,
- N número de platos en la torre,
- N_F , plato de alimentación

Nótese que se ha supuesto que el flujo de vapor y del líquido en la columna se mantiene constante, aunque con valores diferentes para cada zona de la torre.

3.4.2 Las ecuaciones

qué relacionan estas variables son de:

3.4.2.1 Balance de materia

Para aplicar el principio de la Conservación se define que el proceso de destilación en la torre cumple las siguientes condiciones:

- las etapas son teóricas,
- los flujos molares del líquido y del vapor son constantes,
- el proceso es estacionario,
- la presión es la misma en toda la columna,
- el alimento es un líquido o un vapor en estado saturado, o una combinación de ambos,
- las mezclas líquidas son homogéneas,
- no se presenta reacción,
- la torre opera adiabáticamente,
- el condensador es total,
- el hervidor es parcial.

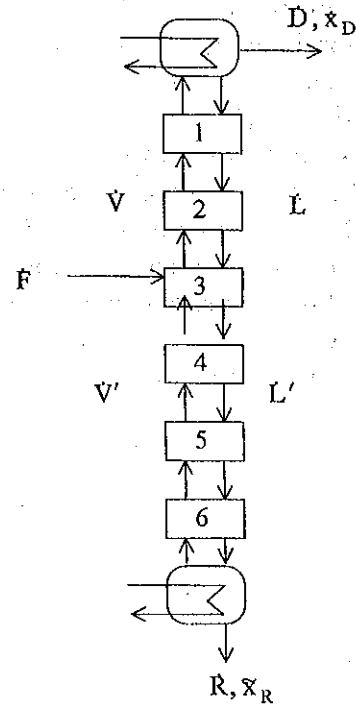


Figura 3.13
Ejemplo de una torre de destilación ordinaria

Recuérdese que por tratarse de mezclas binarias, las fracciones mol se refieren al compuesto más volátil.

3.4.2.1.1 Línea de operación en la ZR

Del volumen de control en la ZR mostrado en la Figura 3.14, el balance global de flujos es:

3.56
$$V = L + D$$

y el balance parcial del componente más volátil:

3.57
$$y_{j+1} V = x_j L + x_D D$$

Ecuación válida para $1 \leq j \leq N_F - 1$.
 El subíndice j indica el número de etapa.
 Si se despeja la fracción del vapor queda:

3.58
$$y_{j+1} = \frac{L}{V} x_j + x_D \frac{D}{V}$$

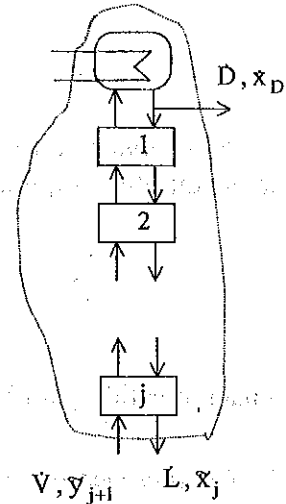


Figura 3.14
Volumen de control en la ZR

Esta es la ecuación de una recta conocida como **línea de operación** de la ZR, **LOZR**. Su pendiente, $m_R = \frac{L}{V}$, se llama relación de flujo interno en la ZR.

3.4.2.1.2 Línea de operación en la ZA

El balance global correspondiente a la ZA, según el volumen de control definido en la Figura 3.15 es:

3.59
$$L' = V' + R$$

el balance parcial por componente es:

3.60
$$x_j L' = y_{j+1} V' + x_R R$$

Ecuación válida para $N_F + 1 \leq j \leq N + 1$.
 Al despejar la y_{j+1} se obtiene:

3.61
$$y_{j+1} = \frac{L'}{V'} x_j - \frac{x_R R}{V'}$$

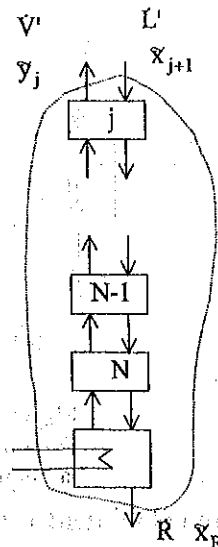


Figura 3.15
Volumen de control en la ZA

Esta recta se llama línea de operación de la ZA, **LOZA**, cuya pendiente es $m_A = L'/V'$.

3.4.2.1.3 Balance de materia global de la torre

Considerando la torre completa, el balance molar es:

3.62 $F = D + R$

y el balance del componente más volátil:

3.63 $\sum F = x_D D + x_R R$

3.4.2.2 Ecuaciones de ELV

Como el equilibrio líquido vapor se describe con la ecuación 3.8:

3.64
$$y_j = \frac{\alpha x_j}{1 + (\alpha - 1)x_j}$$

Ecuación válida para $1 \leq j \leq N + 1$. Cuando $j = N + 1$, $x_{N+1} = x_R$.

3.4.2.3 Condiciones del proceso

Por ser un condensador total:

3.65 $x_0 = x_D$

3.66 $y_1 = x_D$

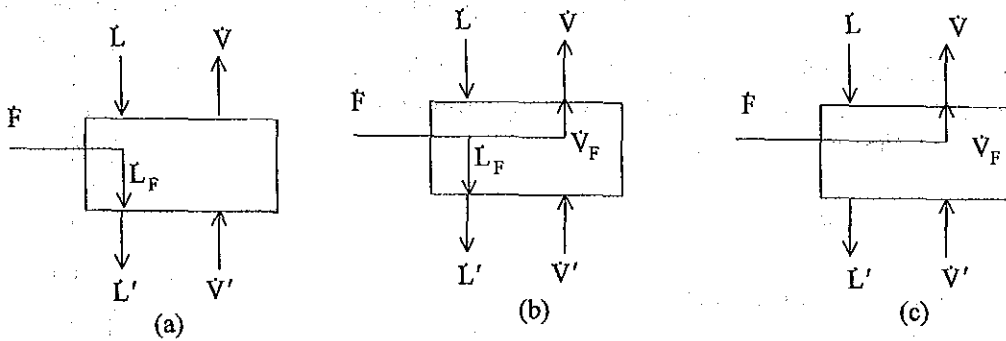


Figura 3.16

Estados térmicos posibles del alimento.

(a) líquido saturado (b) líquido vapor saturados (c) vapor saturado

Como el alimento se puede evaporar parcial o totalmente, $0 \leq \phi_F \leq 1$, véase la Figura 3.16:

3.67 $V = V' + \phi_F F$

y, por un balance en el plato de alimentación:

3.68 $L' = L + (1 - \phi_F) F$

3.4.2.4 La línea de alimentación

Si x_F es la fracción mol de L_F y y_F la correspondiente a V_F el balance del componente más volátil es:

$$3.69 \quad zF = x_F L_F + y_F V_F$$

si se despeja y_F se obtiene:

$$3.70 \quad y_F = -\frac{L_F}{V_F} x_F + \frac{zF}{V_F}$$

Esta ecuación se llama *línea de alimentación*, LF, es una recta con pendiente $m_F = -\frac{L_F}{V_F}$.

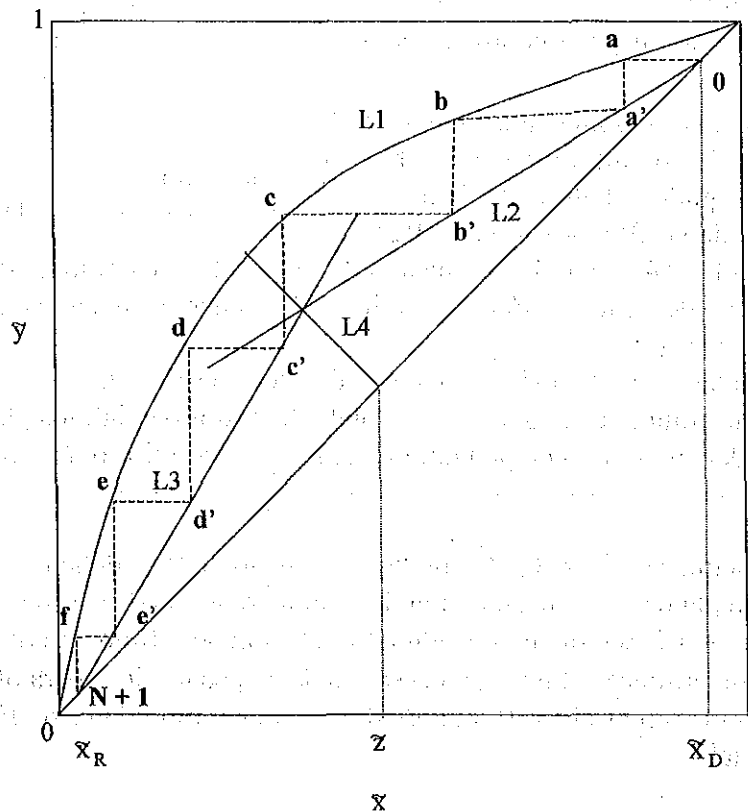


Figura 3.17
Representación gráfica del método de McCabe Thiele

3.4.2.5 Propiedades de las líneas descritas

- la LOZR pasa por el punto (x_D, x_D) ,
- la LOZA pasa por el punto (x_R, x_R) ,
- la LF pasa por el punto (z, z) ,
- las tres líneas se cruzan en un mismo punto.

La Figura 3.17 ilustra estas propiedades gráficas sobre el plano (x, y) , donde:

- L1 es la línea de equilibrio,

- L2 es la LOZR,
- L3 es la LOZA,
- L4 es la LF

3.4.3 El número de etapas

Necesarias para la separación deseada se determina gráficamente con apoyo de estas líneas como lo muestra la Figura 3.17 para una torre con condensador y hervidor parcial, siguiendo el siguiente procedimiento:

El punto **0** corresponde a la pareja (x_D, x_D) , que es igual a (x_D, y_1) , porque se trata de condensador total, véase la Figura 3.18.

El punto **a**, que está sobre la línea de equilibrio, tiene por coordenadas (x_1, y_1) porque el vapor y el líquido que salen de la etapa 1 están en ELV.

El punto **a'** está sobre la LOZR y sus coordenadas son (x_1, y_2) .

Procediendo sucesivamente se obtienen los puntos **b**, **b'** y **c**. Al observar la abscisa de este último punto se observa que es semejante a la del líquido del alimento. Este es el criterio general para pasar de la ZR a la ZA, por ello, la intersección se hará con la LOZA, punto **c'**, en lugar de la LOZR. Este cambio de línea de operación determina el plato de alimentación. Al continuar de manera semejante en la ZA se obtienen los puntos **d**, **d'**, **e**, **e'** y **f**.

Este es el principio fundamental del método llamado de McCabe Thiele.

De esta forma, para esta columna de condensador total y hervidor parcial, los platos teóricos o etapas teóricas corresponden al número de puntos sobre la línea de equilibrio, $N = 5$.

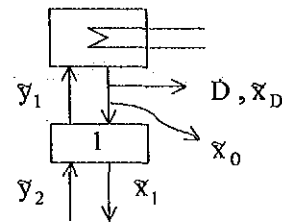


Figura 3.18
Concentraciones en el domo de la torre

Ejemplo 3.11

100 kmol/h de una mezcla que contiene 34 % mol de A y el resto de B se deben separar por destilación en una torre de platos. La concentración del producto no puede ser menor a 95 % mol de A en el destilado y mayor a 4 % mol en el residuo. La relación de reflujo externo a destilado será de 2.49. Si $\alpha_{AB} = 3$, determínese el número necesario de etapas teóricas para obtener la separación deseada si el alimento produce 10 kmol/h de vapor al entrar a la torre. El condensador es total y el hervidor parcial.

Respuesta

Los datos son:

$$\dot{F} = 100 \text{ kmol/h}$$

$$z = 0.34$$

$$\phi_F = 0.1$$

$$x_D = 0.95$$

$$x_R = 0.04$$

$$L/D = 2.49$$

Cálculos preliminares

Al resolver simultáneamente las ecuaciones 3.62 y 3.63 se obtiene:

$$3.71 \quad D = \frac{Z - X_R}{X_D - X_R} F$$

si se sustituyen los valores conocidos:

$$D = 32.97 \text{ kmol/h}$$

por la ecuación 3.58:

$$R = 67.03 \text{ kmol/h}$$

La velocidad de flujo molar del líquido en la ZR es:

$$L = 2.49(32.97) = 82 \text{ kmol/h}$$

De la ecuación 3.52 se obtiene la del vapor en la ZR:

$$V = 82 + 32.97 = 114.97 \text{ kmol/h}$$

Con la ecuación 3.63 se calcula el flujo molar del vapor en la ZA:

$$V' = 114.97 - 10 = 104.97$$

y con la ecuación 3.64 el líquido correspondiente:

$$L' = 90 + 82 = 172 \text{ kmol/h}$$

La LOZR, ecuación 3.54, es:

$$y_{j+1} = 0.713 x_j + 0.272$$

Y la LOZA, ecuación 3.57, resulta:

$$y_{j+1} = 1.639 x_j - 0.026$$

La curva de equilibrio es, de la ecuación 3.60:

$$y_j = \frac{3x_j}{1+2x_j}$$

La Figura 3.19 muestra la gráfica de la línea de equilibrio, la LOZR y la LOZA y los

escalones correspondientes a las etapas teóricas. El número de platos resultante es 8, cuatro en la ZR y tres en la ZA, más el del alimento y el hervidor parcial.

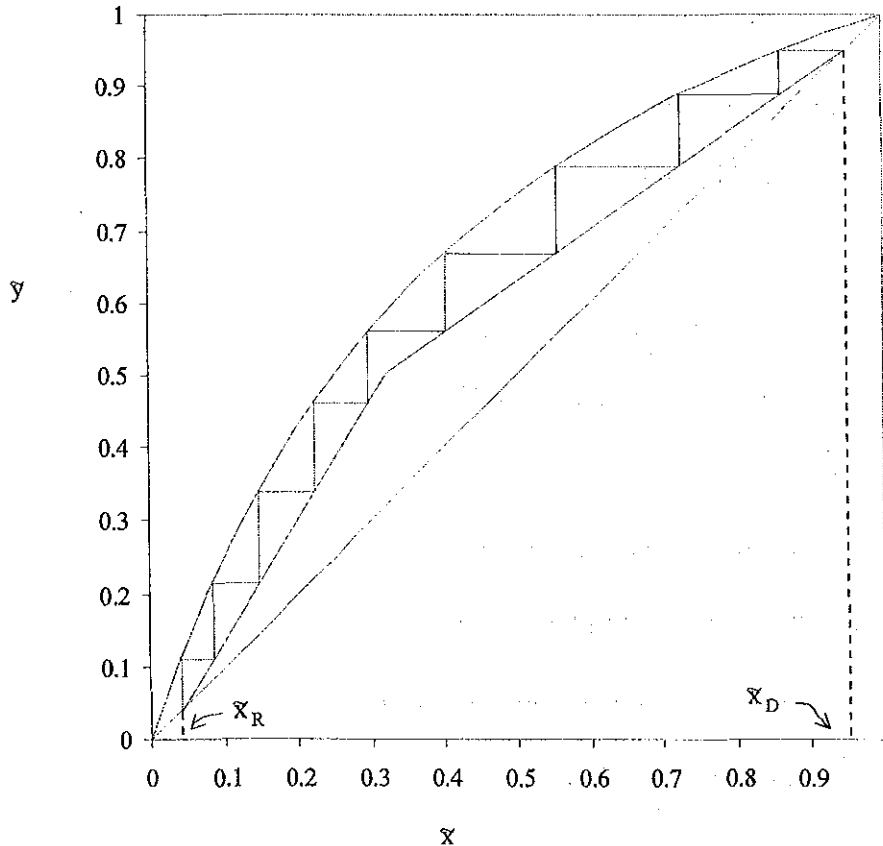


Figura 3.19
Cálculo del número de etapas teóricas del Ejemplo 3.11

3.4.4 Operación a reflujo total

Las pendientes de las líneas de operación m_R y m_A representan un parámetro de diseño relevante. Su valor está limitado a dos extremos, uno se conoce como relación de reflujo total y el otro como relación de reflujo mínimo.

El balance global en el domo de la torre es dado por la igualdad 3.52:

$$3.72 \quad \dot{V} = \dot{L} + \dot{D}$$

Supóngase que se quieren obtener un gasto de destilado \dot{D} mol/s, con una concentración x_D , a partir de una cantidad de alimento con una concentración dada. Si se aumenta el flujo de vapor que llega al condensador, tal que $\dot{L} \rightarrow \dot{V}$, entonces, $m_R \rightarrow 1$ y $m_A \rightarrow 1$.

Bajo estas condiciones de operación se dice que la torre opera a **reflujo total**. Resulta que el número de etapas es el mínimo necesario para producir una determinada separación, como se observa en la Figura 3.20. El número mínimo de etapas se puede calcular con la ecuación de Fenske cuando la volatilidad relativa se mantiene constante:

3.73
$$N_{\min} = \frac{\log\left(\frac{(x_A/x_B)_D}{(x_A/x_B)_R}\right)}{\log(\alpha)}$$

Ejemplo 3.12

Determinese el número mínimo de platos para la separación del Ejemplo 3.11.

Respuesta

Sustituyendo valores en la ecuación 3.73 se obtiene:

$$N_{\min} = \frac{\log\left(\frac{(0.95/0.05)}{(0.04/0.96)}\right)}{\log(3)} = 5.6$$

3.4.5 Operación a reflujo mínimo

Si, en sentido contrario al razonamiento de la sección anterior, se va disminuyendo la pendiente de la línea de operación en la ZR, véase la Figura 3.21, se llega a un punto en que la línea de equilibrio, las líneas de operación y la del alimento se cruzan en un mismo punto. Esta condición corresponde al reflujo mínimo. La **relación de reflujo mínimo** se define como:

3.74
$$r_{\min} = \left(\frac{L}{D}\right)_{\min}$$

Su relación con el reflujo interno se deduce al considerar la ecuación 3.72:

3.75
$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\min} = \frac{\left(\frac{L}{V}\right)_{\min}}{1 - \left(\frac{L}{V}\right)_{\min}}$$

El número de etapas bajo esta relación de reflujo es infinito.

En resumen:

- el número mínimo de platos necesarios para obtener una separación dada, se obtiene al operar a reflujo total.
- la cantidad mínima de vapor para obtener una separación dada, se obtiene al operar a reflujo mínimo.

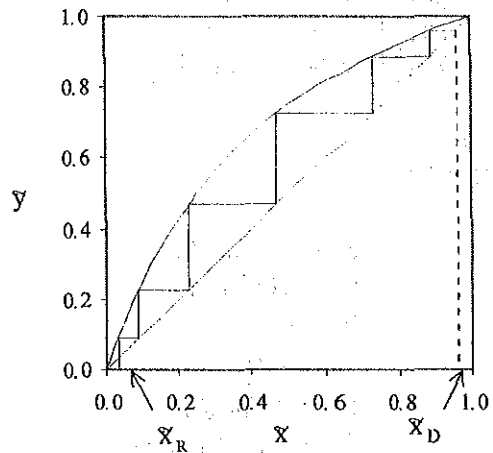


Figura 3.20
Operación a reflujo total, número mínimo de etapas

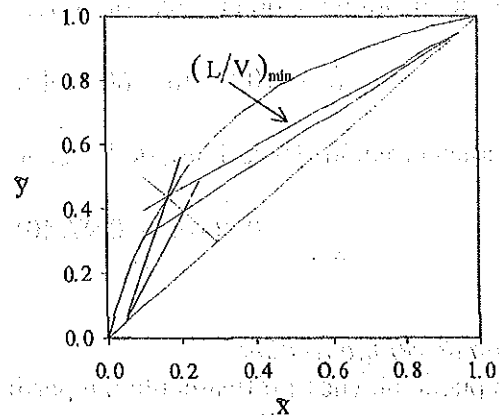


Figura 3.21
Reflujo mínimo

Ejemplo 3.13

Determinese el número de etapas teóricas necesarias para destilar 100 mol/h de una mezcla acuosa al 40 % de metanol, si se deben producir 40 mol/h de destilado con 97 % mol de metanol.

La relación de reflujo es igual a 1.25 veces la mínima. El alimento entra a la columna como líquido saturado. Los datos de equilibrio a la presión de operación se dan en la Tabla 3.8. El condensador y el hervidor son totales.

Tabla 3.8

Datos de ELV del sistema metanol agua

x	y	x	y
0.00	0.000	0.50	0.795
0.05	0.273	0.60	0.838
0.10	0.426	0.70	0.878
0.15	0.524	0.80	0.918
0.20	0.592	0.90	0.958
0.30	0.684	0.95	0.979
0.40	0.746	1.00	1.000

Respuesta

Los datos son:

$$\begin{aligned}
 F &= 100 \text{ mol/h} \\
 L_F &= 100 \text{ mol/h} \\
 Z &= 0.4 \\
 x_D &= 0.97 \\
 D &= 40 \text{ mol/h} \\
 L/D &= 1.25 (L/D)_{\min}
 \end{aligned}$$

Cálculos preliminares

El flujo del residuo es, de la ecuación 3.62:

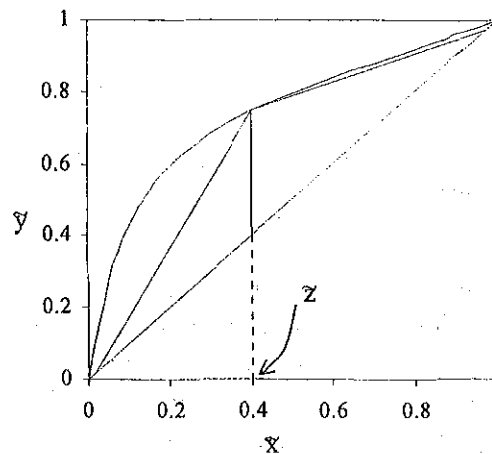
$$R = 100 - 40 = 60 \text{ mol/h}$$

La concentración del residuo, de la ecuación 3.63:

$$x_R = \frac{0.4(100) - 0.97(40)}{60} = 0.02$$

Relación de reflujo mínimo

Esta se puede obtener gráficamente o a partir de los datos de equilibrio. Como el alimento es un líquido saturado su pendiente es vertical, $m_F \rightarrow \infty$, como se ilustra en la Figura 3.22. Y la pendiente de la LOZR a reflujo mínimo resulta, considerando el punto de intersección de la línea de operación con la línea de alimentación y la curva de equilibrio, (0.4, 0.746):

**Figura 3.22**

Reflujo mínimo del Ejemplo 3.12
Fracciones mol del metanol

$$\left(\frac{L}{V}\right)_{\min} = \frac{0.97 - 0.746}{0.97 - 0.4} = 0.3924$$

La relación de reflujo mínimo es, de la ecuación 3.75:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\min} = \frac{0.3924}{1 - 0.3924} = 0.6460$$

y la relación de reflujo de operación es:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\text{op}} = 1.25 \left(\frac{L}{D}\right)_{\min} = 0.8074$$

Por lo tanto, la pendiente de la línea de operación en la ZR resulta:

$$m_R = 0.4467$$

Al combinar este valor con la ecuación 3.72 se obtiene:

$$\dot{V} = 75.298 \text{ mol/h}$$

$$\dot{L} = 32.298 \text{ mol/h}$$

Los flujos del vapor y del líquido en la ZA son:

$$\dot{V}' = 72.298 \text{ mol/h}$$

$$\dot{L}' = 132.298 \text{ mol/h}$$

Entonces, de la ecuación 3.58, la LOZR es:

$$y = 0.4467 x + 0.5367$$

Y, de la 3.61, la LOZA:

$$y = 1.8298 x - 0.0166$$

Con estos datos se construyen las líneas de operación y se cuenta el número de platos necesarios como se ha descrito. Véase la Figura 3.23. Resultan trece platos y fracción, entrando el alimento en el plato 10. La Figura 3.24 es una ampliación del círculo señalado en la Figura 3.23 y sirve para determinar la fracción del plato teórico según la fórmula:

$$3.76 \quad \frac{x_{12} - x_R}{x_{12} - x_{13}^*} = \frac{0.03 - 0.02}{0.03 - 0.006} = 0.4 \text{ o sea } 40 \% \text{ de plato teórico}$$

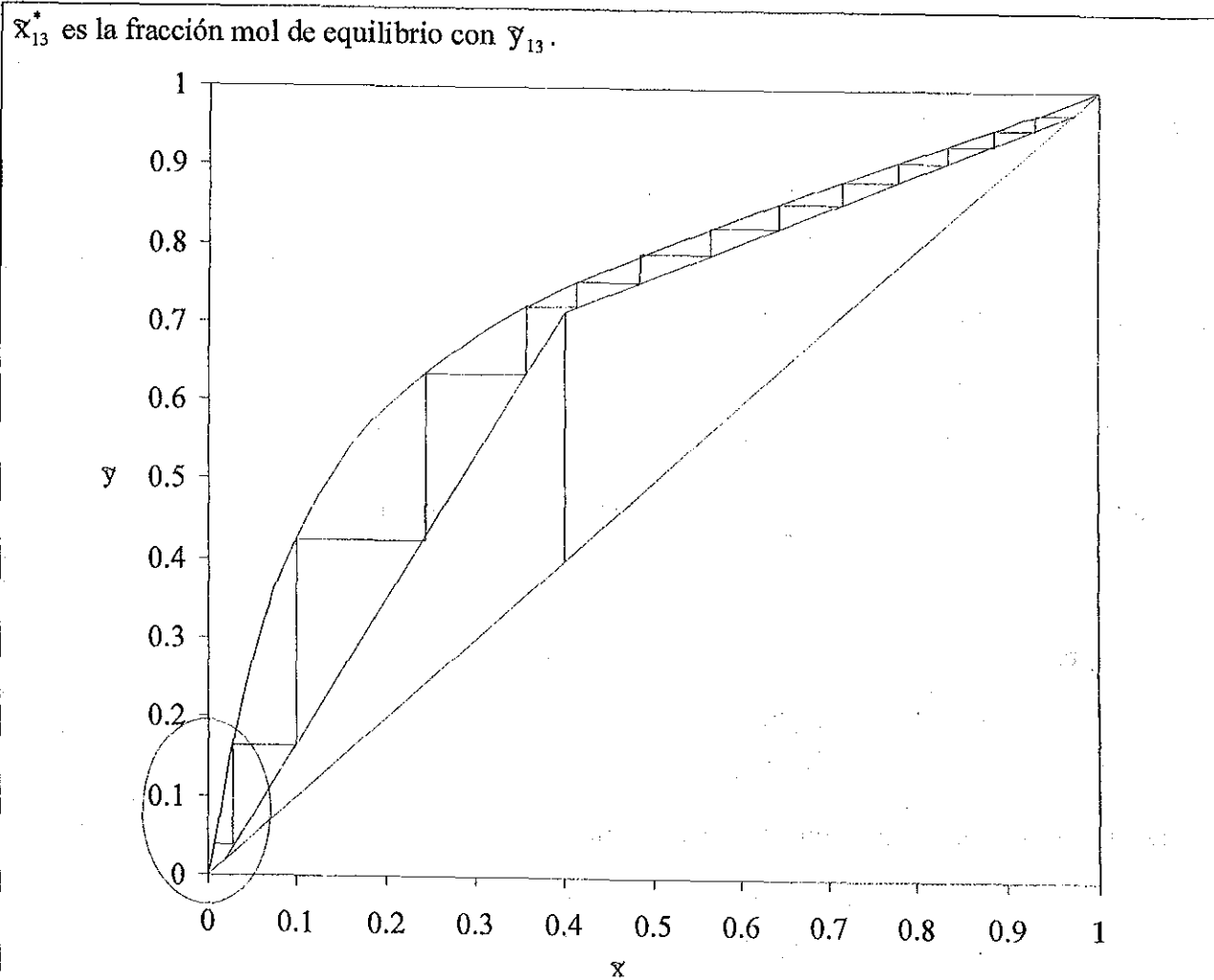


Figura 3.23
Resultado del Ejemplo 3.11

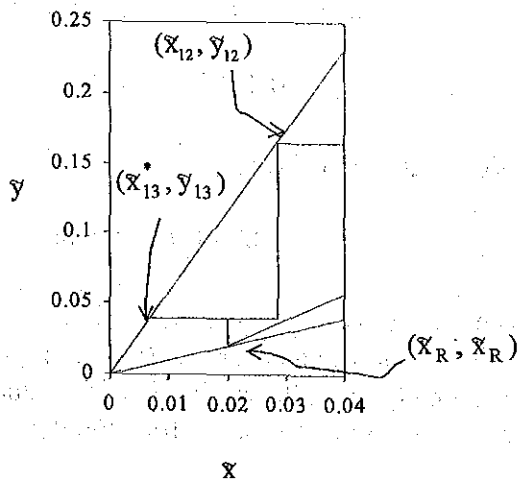


Figura 3.24
Cálculo de la fracción de plato

Resumen

El método de McCabe Thiele es un procedimiento gráfico que relaciona los balances de masa por componente y el ELV, con la condición de que los flujos molares del líquido y del vapor se mantienen constantes en cada una de las zonas de la torre.

Para una separación dada entre un destilado y un residuo el cociente de los flujos de líquido a vapor se encuentra entre dos límites: uno se presenta cuando ese cociente tiende a la unidad, que es equivalente a las siguientes condiciones:

$$3.72 \quad L \gg D \quad \text{y} \quad V \gg D \quad \text{y} \quad L \text{ o } V \gg F$$

Este *modus operandi* exige el mayor gasto de energía, pero requiere el menor número de etapas.

El otro límite corresponde a un valor mínimo de dicho cociente, expresado como la relación de reflujo mínima. Este valor mínimo depende también del estado térmico del alimento. Si una torre trabaja con reflujo mínimo se requiere un número infinito de etapas, pero se obtiene la mayor cantidad de destilado para la separación establecida. Toda torre real trabajará entre estos límites.

Autoevaluación

- 3.1 Defina ¿qué es la presión vapor?
- 3.2 Una solución líquida se compone de 30 g de agua y 70 g de ácido acético. Otra solución acuosa se compone de 30 g de agua y 70 g de acetona. A una presión dada, ¿empezará la ebullición de ambas a la misma temperatura?
- 3.3 Escriba las condiciones que se deben satisfacer para que un líquido y un vapor estén en equilibrio termodinámico.
- 3.4 Defina ¿qué se entiende por vapor?
- 3.5 ¿Qué diferencia de información hay entre la fórmula de Raoult y la de la volatilidad relativa para predecir las concentraciones de líquido y vapor en equilibrio termodinámico?
- 3.6 Defina ¿qué es la línea de ebullición?
- 3.7 ¿Cómo se construye el diagrama de equilibrio a partir de la Ley de Raoult?
- 3.8 Se sabe que el alcohol etílico es más volátil que el agua. A una presión dada, que hierve primero, ¿por qué?
- 3.9 ¿Cómo varía la presión parcial un compuesto en un vapor saturado que sigue la Ley de Raoult?
- 3.10 La temperatura de ebullición de una mezcla con 40 % mol de A y 60 % mol de B a 1 atm es T_{eb} , y la de rocío del vapor con la misma concentración es T_{roc} , ¿cuál temperatura es mayor?
- 3.11 ¿Qué significa que la volatilidad sea mayor que 1?, ¿y menor que 1?
- 3.12 ¿Por qué ϕ no puede exceder el valor de 1? Si $\phi = 1$, ¿cuál es la concentración del vapor?
- 3.13 ¿Puede ser que si una mezcla se destila por evaporación súbita, K_A y K_B sean mayores de 1? ¿o menores de 1 las dos? Explique.
- 3.14 Las Figuras P3.14 muestran diagramas de equilibrio de sendas mezclas, una compuesta por A y B, y la otra por V y W, a la misma presión. Si una mezcla de composición dada de cada uno de los sistemas se destila por evaporación súbita produciendo la misma fracción vaporizada a la misma presión, ¿en que sistema se presenta la mayor concentración en el vapor del compuesto más volátil?
- 3.15 Si A es , como se ha escogido, el compuesto más volátil, ¿ $K_A > K_B$?, ¿ $K_A < K_B$? ó ¿ $K_A = K_B$?
- 3.16 En el diseño de la destilación por evaporación súbita de una mezcla se prueban dos fracciones de evaporación, tal que $\phi_1 > \phi_2$, a la misma presión, ¿cuándo es mayor la temperatura de operación?
- 3.17 ¿Cómo varía la temperatura del líquido que se destila por lote?
- 3.18 ¿Qué sucederá si el líquido en la caldera de un destilador por tanda no se mantiene su temperatura uniforme? ¿La y_D resultante será menor, igual o mayor que la que correspondería a la calculada con el método explicado, que supone que el líquido permanece mezclado perfectamente?
- 3.19 El destilado está más caliente que el residuo o al revés. Explique ¿por qué?
- 3.20 Una torre de N etapas teóricas logra producir un destilado con una concentración $(x_D)_1$. Si esa torre se opera bajo condiciones tales que la relación de reflujo, $r = 1.1 r_{mín}$, la nueva concentración del destilado $(x_D)_2$ es mayor, menor o igual que $(x_D)_1$. ¿se obtiene más o menos destilado?

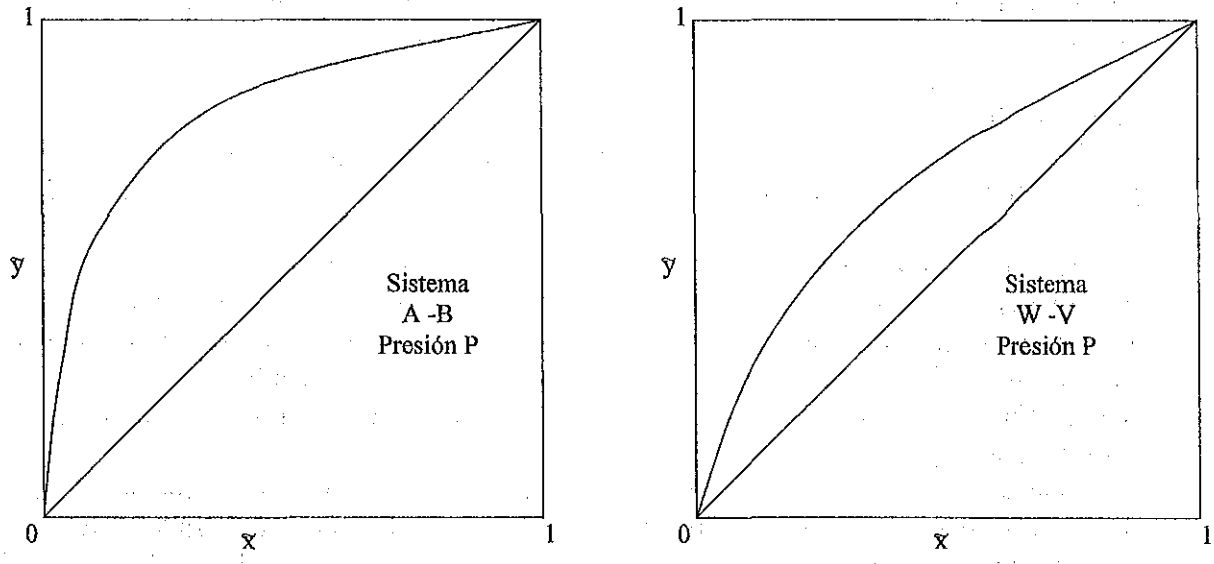


Figura P3.14
Diagramas de equilibrio de los sistemas A - B y W - V a la presión P

- 3.21 Describa los casos posibles de alimento al entrar a la torre.
- 3.22 Enuncie las líneas rectas que deben construirse sobre el diagrama de equilibrio para determinar el número de etapas necesarias para una separación dada en una torre ordinaria.
- 3.23 Dadas m_R , b_R , m_A , b_A , ¿se puede alimentar en cualquier plato?
- 3.24 Explique cuando se presentan los cambios más grandes de concentración en el líquido entre dos etapas en una torre de destilación ordinaria, en función de m_R , m_A .

Problemas

- 3.1 Constrúyase las líneas de ebullición y de rocío del sistema ciclohexano n-heptano a 590 torr. Supóngase que siguen la Ley de Raoult. Las constantes de la ecuación de Antoine se dan en la Tabla P3.1. Calcule la volatilidad relativa entre fracciones mol del líquido de 0.05 a 0.95.

Tabla P3.1
Constantes de Antoine de Van Winkle [3.4]

	A	B	C
Ciclohexano	15.761	2771.2	223
n-heptano	15.893	2919.9	217

P_v , según la ecuación 3.5, en torr, T en °C.

- 3.2 Se destilan por evaporación súbita 500 kmol/h de una mezcla al 40 % mol de benceno y el resto es n-heptano, calcúlese la composición de los productos si:
 - a) se evapora el 20 % del alimento a 760 torr de presión
 - b) si se evapora el 20 % del alimento, a 500 torr de presión
 - c) si se recupera el 10 % de benceno en el líquido a 500 torre

Aplíquese la ley de Raoult. Las constantes de la ecuación de Antoine de los compuestos se dan en las Tabla 3.6 y P3.1.

- 3.3 Se destila por evaporación súbita una mezcla líquida equimolar compuesta de metanol y etanol con $\phi = 0.5$. El líquido producido se vuelve a destilar por evaporación súbita con la misma ϕ . Si el proceso se continua en secuencia:
- Dibuje un diagrama del proceso
 - ¿Cuántas veces se debe evaporar el líquido resultante para que la pureza del etanol sea mayor a 99 % mol?, ¿qué cantidad final se obtiene por cada mol de alimento?
 $\alpha_{ME} = 1.64$.
- 3.4 Determínese L/L_0 si la mezcla del problema 3.3 se destila por tanda.
- 3.5 Se desea recuperar el 95 % de A de una solución líquida compuesta de 40 % mol de A y el resto es B. El compuesto más volátil es A. $\alpha_{AB} = 3$. ¿Se puede lograr la separación utilizando destilación por evaporación súbita, destilación por tanda, ó, destilación en una torre ordinaria? En este último caso, calcúlese el número de etapas mínimas necesarias, si la composición del destilado fuese 98 % mol de A.
- 3.6 Una mezcla se destila por evaporación súbita evaporándose el 25 % del alimento. El vapor producido se condensa parcialmente un 60 % y se separa del líquido condensado en ELV, ¿cuál es la concentración de los productos si el alimento contiene 45 moles de A por cada 55 moles de B? $\alpha_{AB} = 2.6$
- 3.7 500 mol de una mezcla acuosa al 10 % mol de acetona se destila por tanda. ¿Cuál es la cantidad máxima posible de destilado producido con al menos 25 % mol de acetona?, ¿la volatilidad relativa entre la acetona y agua es igual a 3.5
- 3.8 Una torre de destilación de 12 platos teóricos se piensa usar para separar 250 kmol/h de una mezcla con 34 % mol de A y el resto de B. La fracción del destilado debe ser al menos de 98 % mol de A y en el residuo no debe haber más del 2 % mol de A. El alimento es un líquido saturado. El condensador tiene una capacidad máxima para condensar 500 kmol/h y el hervidor puede evaporar la misma cantidad. El alimento debe hacerse en el plato 6. ¿Será posible obtener la separación deseada? $\alpha_{AB} = 2.5$.
- 3.9 Una mezcla de pentano y tolueno se alimenta a una columna de destilación que opera a 760 torr. El alimento se compone de 200 kmol/h de pentano y 300 kmol de tolueno y al entrar a la torre se evapora el 20 %. Si se tiene que recuperar el 95 % del tolueno al 97% en el residuo, calcúlese el número mínimo de platos necesarios para lograr esa separación si la torre opera con un reflujo: $L/D = 1.16 (L/D)_{\min}$. El condensador y el hervidor son parciales. Los datos de equilibrio a la presión de operación se dan en la Tabla P3.9. ¿Cuál es la fracción mol del líquido que sale de la etapa 2?
- 3.10 La volatilidad relativa promedio de N datos se define como el promedio geométrico de las volatilidades:

$$P3.10 \quad \bar{\alpha} = \left(\prod_{j=1}^N \alpha_j \right)^{1/N}$$

- Calcúlese la volatilidad relativa promedio de la mezcla pentano tolueno a 1 atm. Tome los datos de la Tabla 3.9.
- Si se cuenta con una torre de 5 etapas teóricas para destilar el alimento del Problema 3.9, ¿cuál sería la concentración máxima posible obtener en el destilado?

Tabla P3.9

Datos de equilibrio del sistema pentano – tolueno a 1 atm, fracciones mol del pentano

x	y	T °C
0	0.000	110.6
0.05	0.372	96.7
0.1	0.593	85.0
0.15	0.724	75.5
0.2	0.804	68.0
0.3	0.887	57.1
0.4	0.926	50.3
0.5	0.946	45.9
0.6	0.9578	43.1
0.7	0.966	41.2
0.8	0.974	39.7
0.9	0.983	38.1
0.95	0.990	37.1
1	1.000	36.0

Referencias

- 3.1 Perry R.H., Green D.W., *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, McGraw Hill Book Co., 1999
- 3.2 Reid, R.C., Prausnitz J.M, Poling B.E., *The properties of gases and liquids*, McGraw Hill, New York, 1988.
- 3.3 Henley E.J., Seader J.D., *Equilibrium-Stage Separation Operations in Chemical Engineering*, Ed. Wiley, 1981.
- 3.4 van Winkle, M., *Ind. and Engng. Chem.*, vol. 62, No. 1, January 1978

Nomenclatura*Letras latinas*

Símbolo	Descripción	Unidades
D	Flujo del destilado	mol/s
K	Constante de equilibrio	
L	Masa de líquido	mol
\dot{L}	Gasto de líquido	mol/s
N	Número de etapas	
P	Presión	bar
p	Presión parcial ó presión vapor	bar
Q	Flujo de calor	W
R	Flujo del residuo	mol/s
T	Temperatura	K
V	Masa de vapor	mol
\dot{V}	Gasto de vapor	mol/s
x	Fracción mol en el líquido	mol de A/mol mezcla
y	Fracción mol en el vapor	mol de A/mol mezcla
z	Fracción mol en el alimento	mol de A/mol mezcla

Letras griegas

Símbolo	Descripción	Unidades
α	Volatilidad relativa	m^2/s
ϕ	Fracción vaporizada	
μ	Potencial químico	J/mol

Subíndices/superíndices

Símbolo	Descripción
'	Zona de rectificación
0	Valor inicial
A	Componente A
A	Agotamiento
B	Componente B
C	Condensador
D	Destilado
eb	Ebullición
F	Alimento
i	Compuesto i
j	Número de la etapa
k	Número entero
L	Líquido
máx	Valor máximo
mín	Valor mínimo
R	Rectificación
V	Vapor

CAPÍTULO 4

ADSORCIÓN Y DESORCIÓN DE GASES

4.1 *Introducción*

Uno de los procesos de purificación llamados “finos” es la adsorción porque con este proceso se puede separar completamente un compuesto de una mezcla, bajo condiciones adecuadas de operación, sobre todo cuando éste se encuentre a concentraciones muy bajas.

Esta característica hace que la adsorción sea atractiva para separar compuestos peligrosos de corrientes residuales de los procesos químicos, o de la separación de compuestos que provocan mal sabor a determinadas bebidas potables. Su estudio reviste mayor complejidad que la destilación porque forzosamente hay que incluir las ecuaciones de transferencia de masa y de energía simultáneamente. Por estas razones, el tema se aborda de una manera lo más sencilla posible, presentando los elementos fundamentales para comprender la esencia del fenómeno de adsorción y la operación de una torre de adsorción típica.

4.2 *El mecanismo de la adsorción*

La **adsorción** es un fenómeno en el nivel molecular que se caracteriza por la atracción selectiva que ejerce la superficie de un sólido, llamado **sorbente**, sobre las moléculas de una sustancia en una mezcla fluida, sea líquida o gaseosa. Esta atracción se complementa con la retención, propiamente la adsorción, de la sustancia(s) sobre la superficie del sólido, y, por tanto, las separa de la mezcla que las contiene. El proceso de adsorción se lleva a cabo en tres etapas, véase el dibujo de la Figura 4.1:

1. Difusión de la sustancia hacia el sólido
2. Difusión de la sustancia al interior del sólido
3. Fijación de la sustancia en la superficie; liberación de energía.

Por estas razones el fenómeno de adsorción está estrechamente ligado a los fenómenos de transferencia simultánea de calor y de masa.

El calor de adsorción se genera porque existe un cambio en la energía cinética de las moléculas que se adsorben. El proceso de adsorción es reversible. La separación de las moléculas adsorbidas de la superficie de los poros requiere energía. Una parte para restablecer su energía cinética, otra para vencer las fuerzas intermoleculares que las unen al sólido.

Se pueden diferenciar dos tipos de adsorción, aquella donde las moléculas no cambia su composición química y aquella donde si cambia. La primera se denomina **adsorción física** y la segunda **química**. Estos apuntes se ocupan sólo de la primera.

4.3 *Tipos de sorbentes*

En general, hay dos tipos de sorbentes, los **hidrofilicos**, como la sílica gel, y los **hidrofóbicos**, como el carbón activado. Todos presentan en su estructura microscópica microporos de diámetros hasta de 10^{-9} m, y macroporos. En los primeros se lleva a cabo la adsorción, en los segundos el

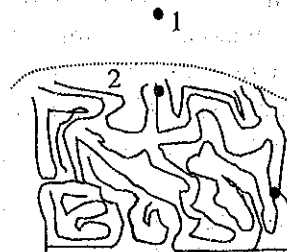


Figura 4.1
Mecanismo de la adsorción

transporte difusivo. Los sorbentes naturales como el carbón, las zeolitas, se tratan física o químicamente para aumentar su porosidad, y, como consecuencia, también su superficie de adsorción. Los sorbentes artificiales son polímeros diversos de divinilbenceno, estos presentan una distribución muy uniforme del tamaño de los poros. Entre los sorbentes comerciales se encuentran: el carbón activado, la sílica gel, la alúmina, mallas moleculares, tierras diatomáceas. Se han desarrollado sorbentes "especializados" que pueden separar moléculas semejantes diferenciadas por su tamaño. La Tabla 4.1 reproduce algunos valores de las propiedades de varios sorbentes.

Tabla 4.1
Propiedades de adsorbentes comerciales

Sorbente	Fórmula	D	SI	Porosidad
Carbón activado	C	5.6	700 - 1200	0.56
Sílica gel	97 % SiO ₂ , 3% Al ₂ O ₃	5.0	515	0.46
Alúmina	92-97 % Al ₂ O ₃	9.5	354	0.61
Malla molecular	Na ₁₂ (AlO ₂) ₁₂ (SiO ₂) ₁₂ •27H ₂ O	4.7	824	0.45

D diámetro de la partícula comercial, mm. SI Superficie interna m²/g, * Marca Linde A

4.4 Aplicaciones industriales

Entre las aplicaciones de la adsorción se encuentra la separación de vapores o gases orgánicos en corrientes de aire contaminado, la eliminación de olores, llamada desodorización, también se aplica para decolorar soluciones diversas, como la cerveza, el vino, el agua, aceites, purificación del H₂ en mezclas gaseosas, obtención de Ar, He, hidrocarburos específicos como dioxano, tiofeno, etcétera.

4.5 Unidades de medida de la concentración

Como se revisó en el Capítulo 0, las concentraciones de una mezcla pueden medirse de diferentes maneras. Como en este Capítulo se estudia la adsorción de un sólo compuesto A en un sorbente S, las concentraciones se refieren a dicha sustancia. Para el estudio de la adsorción se utilizan normalmente relaciones. Por ejemplo, para el sólido sorbente S se utiliza, para el sólido:

- la relación peso, X en g de A/kg de S
- la relación mol, \bar{X} en mol de A/kg de S

A la concentración del sólido se le llama comúnmente *carga*.
y, para el gas:

- la relación peso, Y en g de A/kg de no A
- la relación mol, \bar{Y} en mol de A/kg de no A
- la densidad parcial: ρ_i g de A /m³ de G
- la densidad molar parcial: $\bar{\rho}_i$ mol de A/m³ de G
- la presión parcial, p bar,
- la humedad relativa:

$$4.1 \quad \phi = \frac{p}{p_v}$$

Ejemplo 4.1

Un aire contiene 18 g de vapor de agua por cada m^3 de aire a 1 atm y 25°C . Calcúlese las concentraciones de la mezcla gaseosa según las definiciones dadas.

Respuesta

Sea A \equiv vapor de agua, $G_s \equiv$ aire seco

Relación peso

Los moles de 1 m^3 de aire a las condiciones dadas, aplicando la ecuación de estado del gas ideal:

$$n = \frac{1 \text{ atm}(1 \text{ m}^3)}{8.2(10^{-5}) \text{ atm m}^3/(\text{mol K})(298.15 \text{ K})} = 40.9 \text{ mol}$$

Por lo tanto, 39.9 son moles de aire y 1 de agua. Como el peso molecular del aire es 29, su masa es 1157.1 g, entonces:

$$Y = 18/1.157 = 15.56 \text{ g de A/kg } G_s$$

Relación mol: $\tilde{Y} = 1/0.0399 = 25.6 \text{ mol A/mol de } G_s$

Densidad parcial: $\rho_i = 18 \text{ g/m}^3$ - la densidad parcial: $\rho_i \text{ g de A /m}^3 \text{ de G}$

Densidad molar parcial: $\tilde{\rho}_i = 1 \text{ mol de A/m}^3 \text{ de G}$

Presión parcial: $p = \tilde{y} P = (1/40.9)(1 \text{ atm})(1.01325 \text{ bar/atm}) = 0.024 \text{ bar}$,

Humedad relativa: a 25°C , la presión vapor del agua es $p_v = 0.0317 \text{ bar}$, entonces $\phi = 0.757$

Ejemplo 4.2

100 g de sílica gel contienen 18 g de agua adsorbida a 10°C , calcúlese las concentraciones según se definieron arriba.

Respuesta

Relación peso: $X = 180 \text{ g de A/kg de S}$

Relación mol: $\tilde{X} = 10 \text{ mol de A/kg de S}$

4.6 Equilibrio termodinámico

El equilibrio termodinámico entre el fluido y el sólido obedece a definición de la termodinámica, o sea, se cumple que:

$$T_f = T_s$$

$$P_f = P_s$$

$$\mu_{Af} = \mu_{As}$$

En este caso la P_s se refiere a la presión debida a la tensión superficial.

En el estudio de la adsorción el equilibrio se expresa como la relación entre la concentración del compuesto adsorbido en el fluido y en el sólido, a una temperatura dada. Esta relación se conoce como *isoterma de adsorción*.

Físicamente, cada sorbente ofrece una superficie libre para la adsorción. Cada posición disponible sobre la superficie del sólido se llama sitio activo, véase el esquema de la Figura 4.2. El número total de sitios activos corresponde a la máxima concentración posible de la sustancia adsorbida, formando *una sola capa*, por ejemplo $\bar{X}_{\text{máx}}$, véase el esquema de la Figura 4.3. Esta cantidad no rebasa los 350 g/kg, para cualquier sustancia y cualquier sorbente.

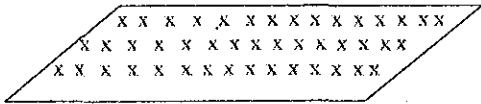


Figura 4.2
Esquema de la superficie de un sorbente.
x sitio activo.

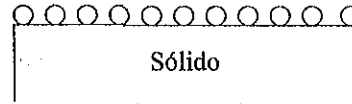


Figura 4.3
Adsorción monomolecular

A una temperatura y concentración del gas, la carga del sólido no excederá de un valor, el de equilibrio, por ejemplo, si la carga en equilibrio es \bar{X} , entonces $\bar{X} \leq \bar{X}_{\text{máx}}$.

En la literatura los modelos matemáticos de isotermas más frecuentes son:

4.6.1 La isoterma de Langmuir

La isoterma de adsorción más extendida para un sistema gaseoso es la de Langmuir. Esta ecuación se basa en la adsorción de una capa de moléculas y se puede expresar, según Sonthheimer en [4.1], como:

$$4.2 \quad \bar{X} = \bar{X}_{\text{máx}} \frac{K_1 \bar{p}_A}{1 + K_1 \bar{p}_A}$$

K_1 es una constante a determinarse experimentalmente. La gráfica de esta relación se ilustra en la Figura 4.4a. Esta ecuación se puede expresar en otras unidades. Por ejemplo, si se utilizan las relaciones peso:

$$4.3 \quad X = X_{\text{máx}} \frac{K_2 Y}{1 + K_2 Y}$$

K_2 debe determinarse experimentalmente. Esta ecuación es una aproximación a la 4.2 porque supone que $X \ll 1$. Como es el caso de la adsorción de un gas. Por ejemplo, la adsorción de CO_2 en carbón de madera sigue este modelo, véase Figura 4.5.

4.6.2 La isoterma de Brunnauer Emmet y Teller, BET

Es una ecuación desarrollada siguiendo la idea de Langmuir. Resulta adecuada para sustancias que se adsorben en mayores cantidades ocasionando que se presente la condensación sobre la superficie del sólido, como se ilustra en la Figura 4.6.

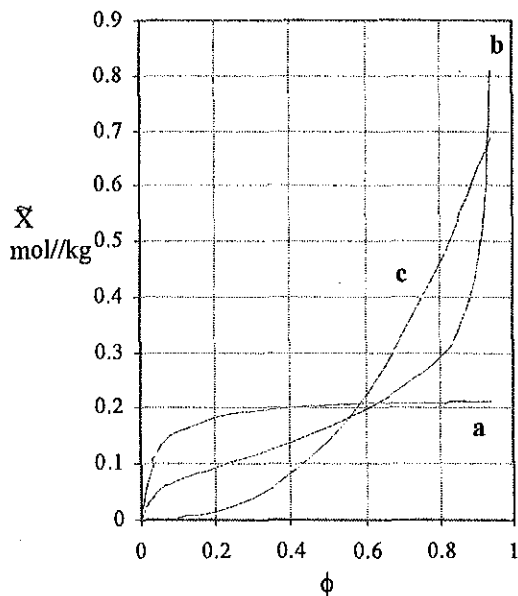


Figura 4.4
Curvas de isotermas típicas

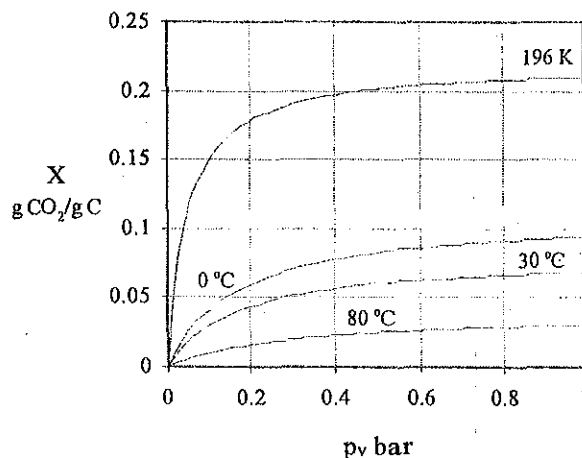


Figura 4.5
Isotermas del CO₂ en carbón a diferentes temperaturas

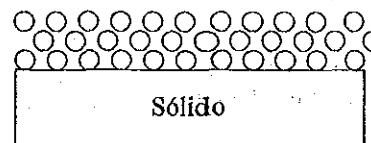


Figura 4.6
Adsorción con condensación

Su expresión puede escribirse como, según *op. cit.*:

$$4.4 \quad \bar{X} = \bar{X}_{\text{máx}} \frac{K_{\text{Bl}} \tilde{p}_A}{[\tilde{p}_{\text{sat}} + (K_{\text{Bl}} - 1) \tilde{p}_A] [1 - \tilde{p}_A / \tilde{p}_{\text{sat}}]}$$

La gráfica general de esta ecuación se ilustra en la Figura 4.4b. Por ejemplo, la isoterma de adsorción del H₂O en papa a 20 °C se ilustra en la Figura 4.7.

4.6.3 La isoterma de Freundlich

Como el equilibrio termodinámico de la adsorción requiere el conocimiento de parámetros como la estructura de la superficie del sólido y de las fuerzas intermoleculares entre el sólido y el fluido adsorbido se aplica con frecuencia una ecuación empírica conocida como la isoterma de Freundlich:

$$4.5 \quad X = K \rho_A^c$$

K y c son constantes a determinar experimentalmente. La forma general de esta ecuación se ilustra con la línea c de la Figura 4.4. La Figura 4.8 muestra la isoterma según Freundlich del benceno en carbón activado a 20 °C.

4.7 La Etapa teórica

Como se ha estudiado en la destilación, también es posible definir la etapa teórica en adsorción. En este caso se define en términos de un proceso por tanda, como se ilustra en la Figura 4.9. Suponga que un recipiente cerrado contiene una cantidad de sorbente, m_{ss}, con una carga X_i g de

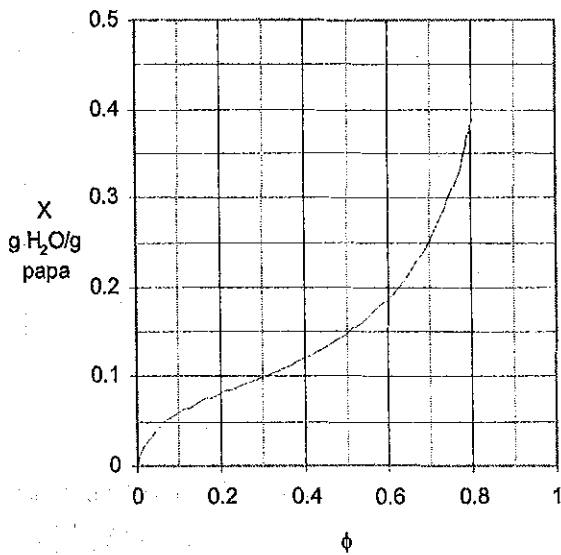


Figura 4.7
Isoterma del vapor de agua en papa a 20 °C

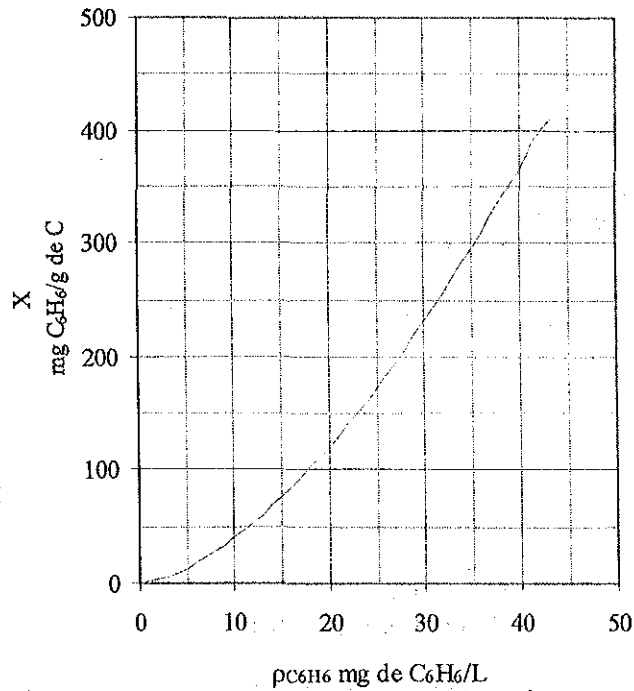


Figura 4.8
Isoterma del benceno líquido sobre carbón activado a 20 °C

A/kg de S. En un momento dado, se introducen m_F kg de un fluido compuesto que contiene Y_i g de A/kg de B. Sólo A se adsorbe en el sólido. Después de un tiempo se logra el equilibrio. Véase el diagrama de la Figura 4.9. Del balance de materia:

$$4.6 \quad m_s(X_{eq} - X_i) = m_F(Y_i - Y_{eq})$$

X_{eq} y Y_{eq} son las concentraciones de equilibrio del sólido y el fluido, respectivamente, o sea, siguen a una isoterma:

$$4.7 \quad X_{eq} = f(Y_{eq})$$

Al resolver estas dos ecuaciones se obtiene la solución del problema. La solución gráfica consiste en dibujar la recta dada por la ecuación 4.6:

$$4.8 \quad X_{eq} = X_i + \frac{m_L}{m_S} (Y_i - Y_{eq})$$

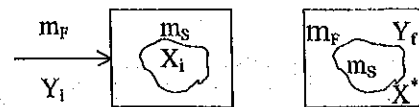


Figura 4.9
Esquema de la etapa teórica por tanda

sobre el diagrama de la isoterma, véase la Figura 4.10.

Ejemplo 4.3

Un agua industrial está contaminada con 30 mg de C₆H₆/l. Si se mezclan 100 l de esta agua con 5,10 y 50 g de carbón activado libre de benceno en una etapa teórica, ¿Cuántos g de benceno

adsorbe el carbón? El sistema sigue la isoterma de Freundlich con:

$$K = 1 \text{ (mg/g)(l/mg)}^c$$

$$c = 1.6$$

Respuesta

En este caso en lugar de Y es adecuado utilizar ρ_i , por lo tanto, el balance de materia es:

$$m_s X_{eq} = 100(30 - \rho_{eq})$$

En este caso m_F es un volumen $V_F = 100 \text{ l}$.
La isoterma de Freundlich es:

$$X_{eq} = \rho_{eq}^{1.6}$$

La gráfica de esta isoterma se muestra en la Figura 4.10. Las rectas corresponden a tres pendientes, dependiendo de m_s .

La solución numérica comprende a las dos ecuaciones dadas.

La Tabla 4.2 contiene los resultados.

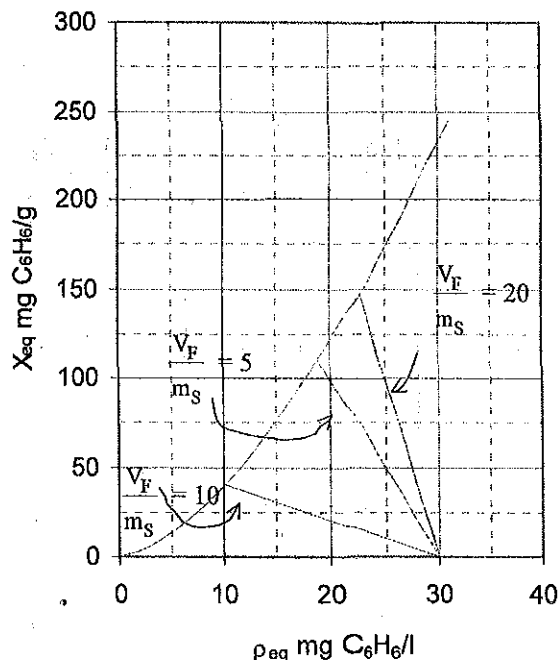


Figura 4.10
Intersección entre la línea de operación y la de equilibrio del Ejemplo 4.3

Tabla 4.2
Resultados del Ejemplo 4.3

m_s g de carbón activado	X_{eq} g de C_6H_6 /g de C	ρ_{eq} mg de C_6H_6 /l	$X_{eq}m_s$ mg de C_6H_6	$\rho_{eq}V_F$ mg de C_6H_6
5	147.1622	22.63981	735.8113	2263.981
15	110.6069	18.9393	1106.069	1893.93
50	39.95479	10.0226	1997.74	1002.26

Nótese que la cantidad de solución inicial se ha considerado constante debido a la baja concentración.

La Figura 4.10 muestra la solución gráfica para encontrar (X_{eq}, ρ_{eq}) para cada cantidad de sorbente utilizado.

4.8 La torre o filtro de adsorción

El método práctico más usado en la adsorción consiste en pasar el fluido a través de una cama de sorbente, llamado también *lecho*. El equipo común es un cilindro que se llena con una cantidad de sólido adsorbente y el equipamiento adecuado para mantenerlo ahí. Después de un tiempo de operar se satura el sólido del compuesto que está adsorbiendo y no puede operarse más tiempo. Entonces se procede a la *regeneración* del sólido aplicando diferentes métodos basados en el aumento de temperatura y/o la disminución de la presión, con una cierta cantidad de gas limpio.

Este es un ejemplo típico de *proceso intermitente* o *semicontinuo*.

La Figura 4.11 muestra el diagrama de flujo de una instalación simple. V_i identifica la válvula i . Cuando la torre I está adsorbiendo y la torre II se está regenerando las válvulas V_1, V_2, V_3, V_4, V_5 permanecen abiertas, y las válvulas V_6, V_7, V_8, V_9 permanecen cerradas.

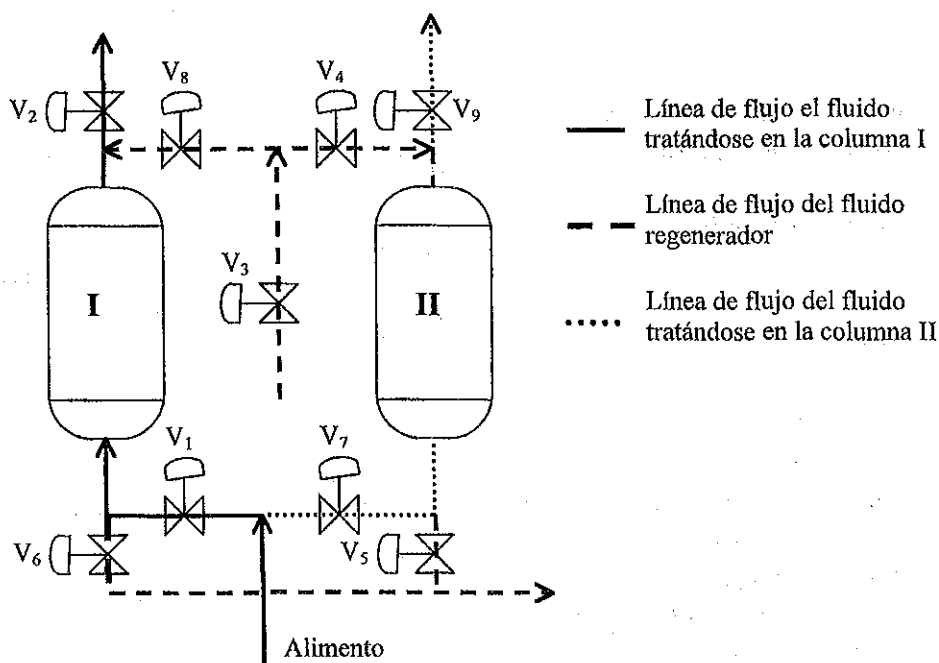


Figura 4.11
Diagrama de flujo de un sistema de adsorción típica

El diseño de un sistema de adsorción comienza por seleccionar el sorbente adecuado. Por ejemplo, si se va a separar una sustancia orgánica, como benceno, es conveniente utilizar carbón activado, pero si la sustancia a separar es vapor de agua, la sílica gel resulta más eficiente.

Para determinar la cantidad de sorbente para un sistema operando de la manera descrita debe definirse el tiempo del ciclo del proceso, esto es, que tiempo debe operar cada una de las torres purificando el alimento.

El tiempo que puede operar una torre de adsorción para producir un producto con las condiciones establecidas a partir de un caudal de alimento, depende fundamentalmente de:

- La velocidad en que la sustancia a adsorber llega a la superficie del sólido
- La velocidad con la que la sustancia a adsorber llega al sitio activo del sorbente
- La velocidad en que se transfiere el calor de adsorción al sólido y, de éste, al fluido
- El diámetro y altura del empaque
- El tamaño de las partículas del sorbente
- El tipo de isoterma.

Los tres primeros parámetros están relacionados con la ley de transferencia de masa y de energía.

Para comprender el comportamiento cualitativo del proceso de adsorción, es útil conocer la adsorción en una partícula de sorbente.

4.8.1 La adsorción en una partícula de sorbente

Un modelo ideal consiste en suponer que la velocidad de transferencia de masa en el sólido es tan grande que el equilibrio se establece automáticamente al contacto del fluido con el sólido y que el calor de adsorción es despreciable y no altera la isoterma.

Supóngase que se adsorbe la sustancia A, que el sorbente está libre de A y que tiene forma esférica, como ilustra el esquema de la Figura 4.12a.

La línea punteada indica la franja en torno a la partícula, llamada *película*, donde la concentración de A cambia provocando el flujo de materia, m_A .

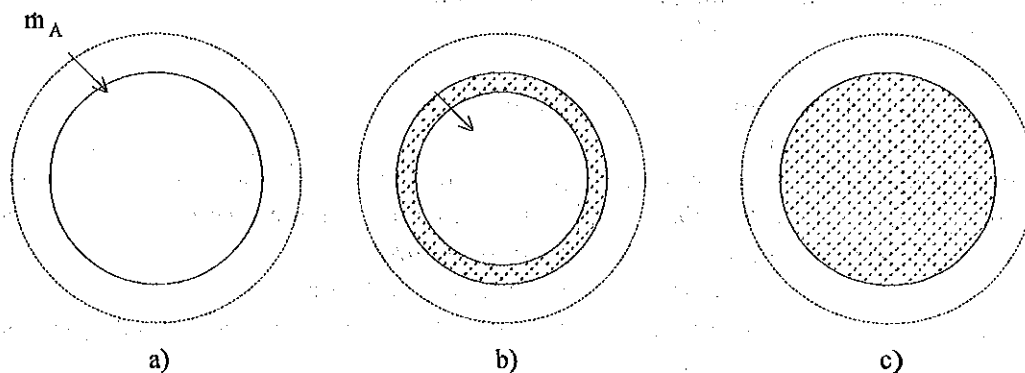


Figura 4.12

Modelo de la adsorción en una esfera de sorbente:

a) Inicio, b) Estado intermedio c) Estado de equilibrio

Después de un tiempo de estar en contacto el sólido con el fluido se ha adsorbido la sustancia A hasta un radio dado, Figura 4.12b. El perfil de la concentración de la sustancia A se conoce como *frente de adsorción*. El frente ilustrado en la Figura 4.12b es un frente concéntrico porque se ha supuesto que las velocidades de transferencia de masa es muy grande.

El límite de la adsorción corresponde al estado en que la carga del sólido está en equilibrio con la concentración del fluido, según la isoterma aplicable, Figura 4.12c. Nótese que no se ha establecido si la concentración del fluido es o no constante. De acuerdo a esta descripción se dice que la fase fluida controla el proceso.

En la realidad, tanto el fluido como el sólido presentan una resistencia natural a la transferencia de masa y energía. En el sólido, el número, tamaño y tortuosidad de los poros juegan un papel importante en este fenómeno y el frente de adsorción normalmente es difuso. La Figura 4.13 ilustra gráficamente una partícula de sorbente este caso.

En otras palabras, el objeto del estudio de la adsorción en una partícula de sorbente consiste en determinar la función:

$$4.9 \quad X = f(r, t)$$

r es la coordenada radial y t el tiempo transcurrido desde el inicio del proceso. Esta función se encuentra al aplicar simultáneamente el balance de materia, el de energía, las velocidades de

transferencia de masa y de calor y la isoterma de adsorción aplicable. La solución matemática más sencilla de este problema está fuera del alcance de este texto. Al lector interesado se recomienda consultar, por ejemplo, el Manual de Perry [4.3].

4.8.2 La curva de rompimiento

Supóngase una torre de adsorción de altura h y diámetro D , cargada con S kg de sorbente que va a purificar un flujo de gas, G kg/s que contiene Y_e kg de A/kg de gas limpio, tal que la concentración a la salida debe ser $Y_s = 0$.

También, se supone que la concentración del sorbente es función de la altura de la torre y del tiempo, $X(z,t)$, o sea, no presenta distribución radial.

La concentración del gas también es función de la altura de la torre y del tiempo, $Y(z,t)$.

A una altura z , al tiempo t , la gráfica de $X(z,t)$ contra z se conoce como **frente de adsorción**. Bajo las mismas condiciones, $Y(z,t)$ se conoce como **curva de rompimiento**, en especial cuando $z = h$. Las dos curvas presentan la misma forma.

El máximo tiempo de operación de la torre se conoce como **tiempo de rompimiento**, t_r , y corresponde al tiempo en que: $Y_s(h, t \geq t_r) > 0$.

Por ello es elemental conocer la curva de rompimiento para diseñar la operación de una torre de adsorción.

El objeto de estudio de la teoría de la adsorción en una torre consiste en predecir la curva de rompimiento y/o el frente de adsorción.

La Figura 4.14 ilustra el frente de adsorción de un sistema ideal, donde las velocidades de transferencia de masa y de energía son muy grandes, como el del sorbente cuyo frente corresponde al de la Figura 4.12b. La curva de rompimiento es una línea recta.

La Figura 4.14a ilustra esquemáticamente la composición al inicio del proceso cuando el sorbente está libre de la sustancia A, que va a adsorber, $X(z, t_0 = 0) = 0, 0 \leq z \leq h$.

Las Figuras 4.14b y c ilustran la carga del sorbente de la torre para dos tiempos diferentes, $X(z_1, t_1)$ y $X(z_2, t_2)$, tal que $t_0 < t_1 < t_2$.

El frente es constante y horizontal, o sea, $X(z_1, t_1) = X^*$ para $0 \leq z \leq z_1$. Este frente ideal es el que representa la óptima operación de una torre.

La Figura 4.15 ilustra la curva de rompimiento para este caso ideal.

Como la velocidad de difusión es finita la curva de rompimiento se desvía de la ideal.

La Figura 4.16 ilustra los diferentes tiempos de una torre que comenzó a operar como se ha descrito.

El frente de adsorción hace que cuando $Y_s > 0$ el sorbente no esté cargado completamente según la isoterma correspondiente. Por lo tanto, con respecto al modelo ideal, el tiempo de rompimiento es menor.

La Figura 4.17 ilustra el llamado frente de adsorción constante, porque su desplazamiento a lo largo de la torre mantiene la misma forma.

Por el contrario, la Figura 4.18 ilustra el llamado frente de adsorción variable, porque su desplazamiento a lo largo de la torre, alargándose.

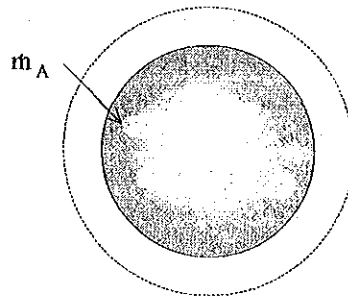


Figura 4.13

Esquema de la distribución de la sustancia adsorbida con velocidades de transferencia de masa y de calor finitas

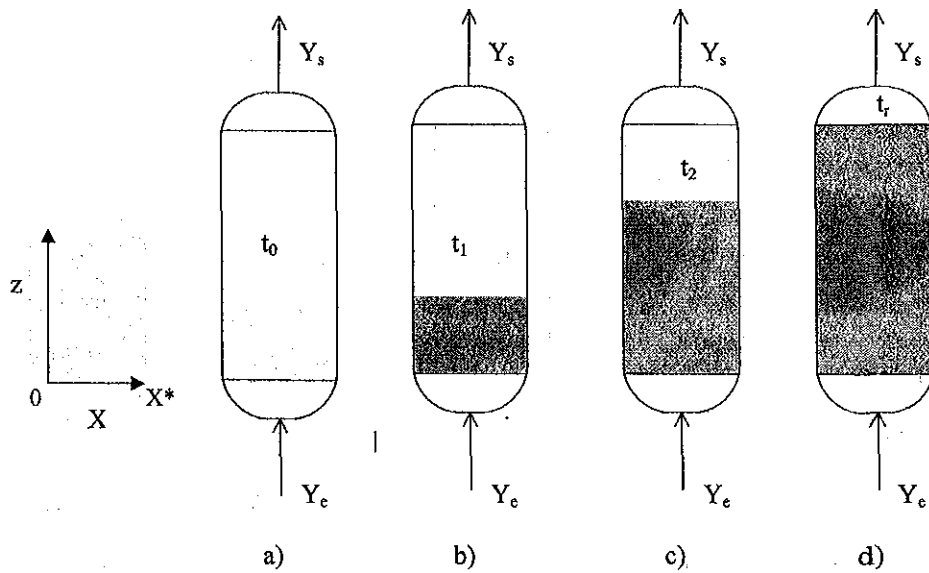


Figura 4.14
 Avance del frente de adsorción ideal, $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < t_3$

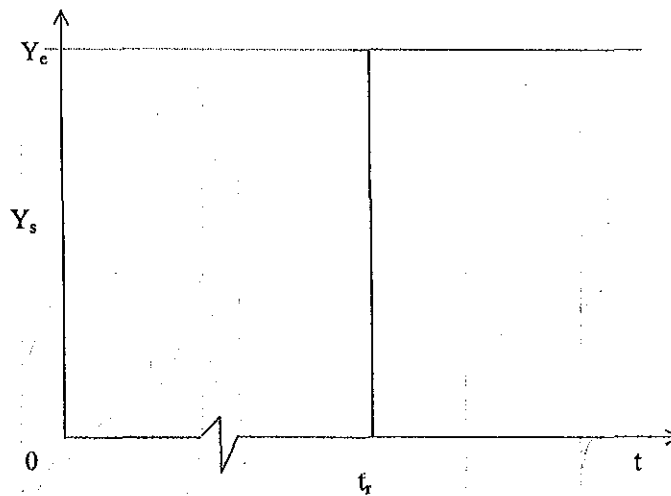


Figura 4.15
 Curva de rompimiento del gas a la salida de la columna de adsorción, modelo ideal

Es claro que el frente constante es preferible al frente variable.

La Figura 4.19 ilustra las curvas de rompimiento de frente no ideal.

De acuerdo a lo discutido en la sección anterior la forma de la curva de rompimiento depende, además, de los factores ya mencionados, de la velocidad del fluido y de la relación altura a diámetro de la torre, h/D .

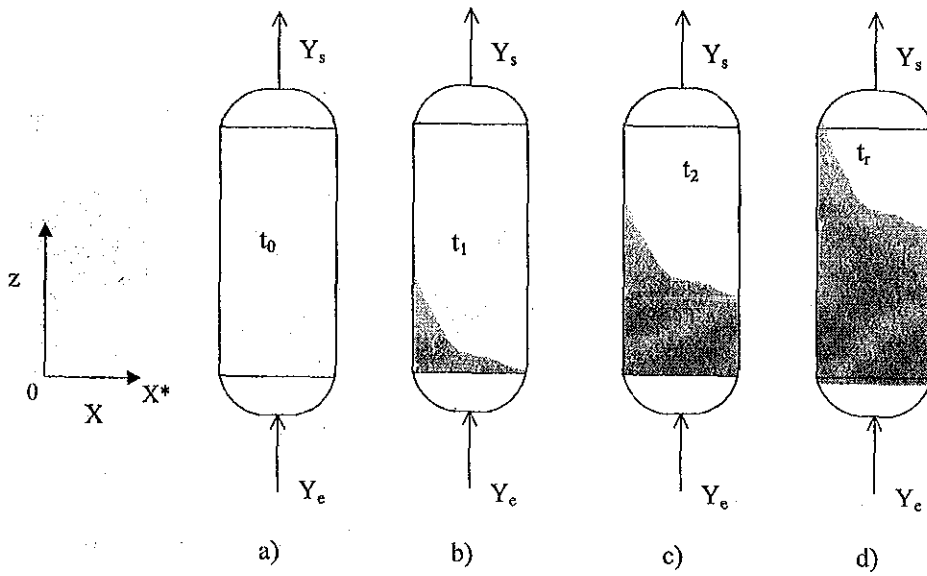


Figura 4.16

Desarrollo de la curva de rompimiento en una torre de adsorción, $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < t_3$

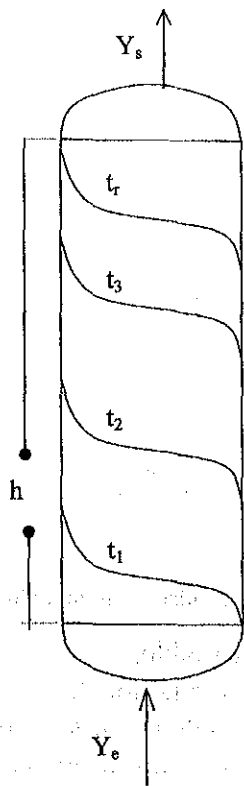


Figura 4.17

Frente de adsorción con desplazamiento constante

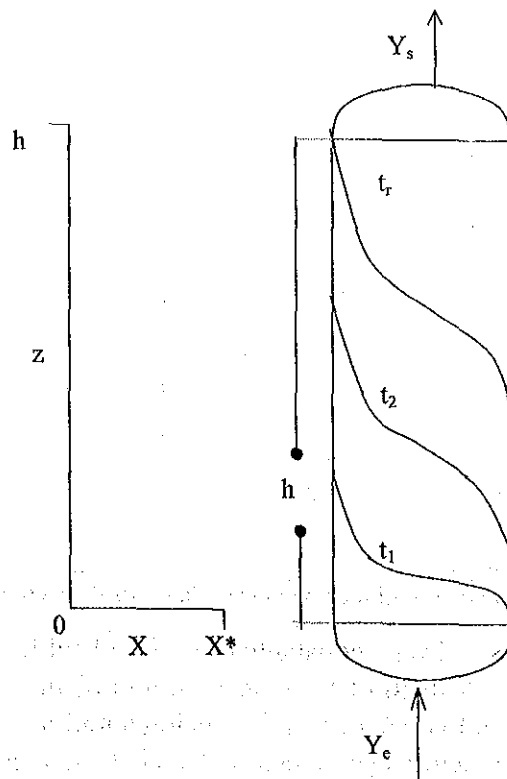


Figura 4.18

Frente de adsorción con desplazamiento variable

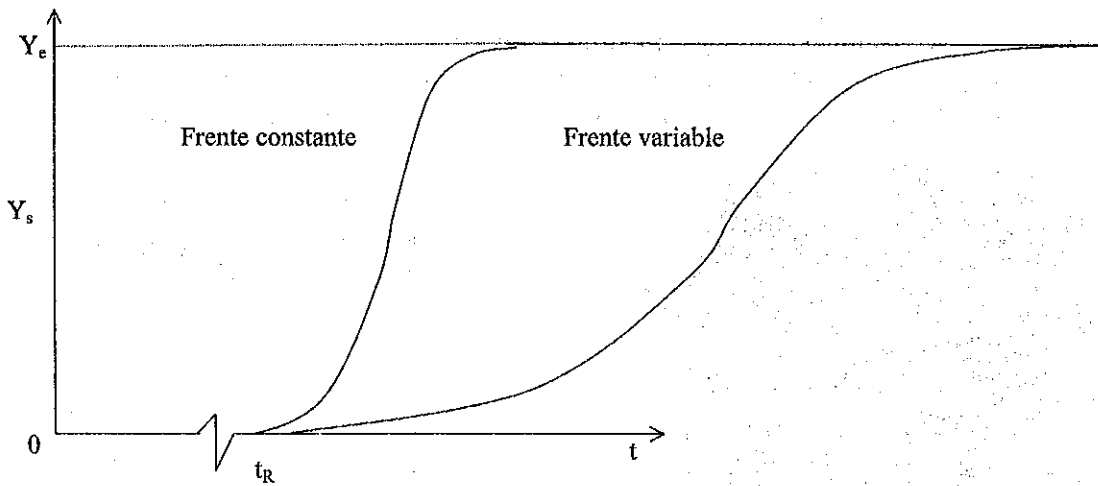


Figura 4.19
Curva de rompimiento típica

La predicción de $X(z, t)$ ó $Y(h, t)$ puede realizarse al resolver simultáneamente las ecuaciones del balance de materia y de energía, la isoterma de adsorción y las de las velocidades de transferencia de masa, cantidad de movimiento y energía. Por ejemplo, aplicando la Ley de Newton para el movimiento de los fluidos, la Ley de Fourier para la transferencia de calor y la Ley de Fourier, no estudiada en este texto, para la transferencia de masa. Las tres leyes tienen similitudes matemáticas como se discute en el texto de Bird [4.2]. Para su estudio se recomienda la lectura del artículo de Kast [4.3].

El sistema resultante es de ecuaciones diferenciales. A manera de ejemplo, considérese una fracción del volumen de la torre como se ilustra en la Figura 4.20.

El volumen considerado es:

4.10
$$dV = Adz = \pi R^2 dz$$

R es el radio del empaque. Nótese que el volumen del sorbente *no* es el mismo, porque, como se ilustra en la Figura 4.21, hay espacios vacíos entre las partículas, que es por donde fluye el fluido. Como también el sorbente es poroso, se definen diferentes tipos de densidades, por ejemplo la densidad real del sólido será ρ_s en kg/m^3 , esta corresponde al material del sorbente de tal forma comprimido que no presenta porosidad. La densidad aparente del sorbente es ρ_{as} en kg/m^3 , que es la masa de la partícula porosa entre su volumen aparente. Nótese que esta densidad puede ser diferente para dos muestras del mismo sorbente, pero con porosidades diferentes causadas por el tratamiento del material. Por ejemplo, el carbón activado obtenido de la carbonización de cáscaras de coco tendrá diferente densidad aparente que el carbón activado a partir de hulla.

Por último, la densidad del empaque, ρ_e en kg/m^3 , que corresponde a la masa del sorbente entre el volumen que ocupa como empaque. Esta densidad conduce al concepto de *fracción de*

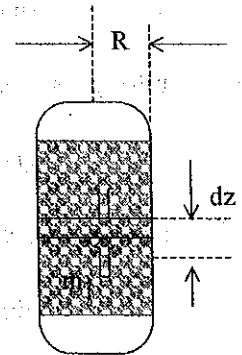


Figura 4.20
Volumen diferencial de una torre de adsorción

volumen libre. Para explicar este concepto imagínese que en un paralelepípedo de sección cuadrada de lado D y de largo nD , n es un número entero, contiene n esferas de diámetro D , como ilustra el esquema de la Figura 4.22. La fracción de volumen libre se define como:

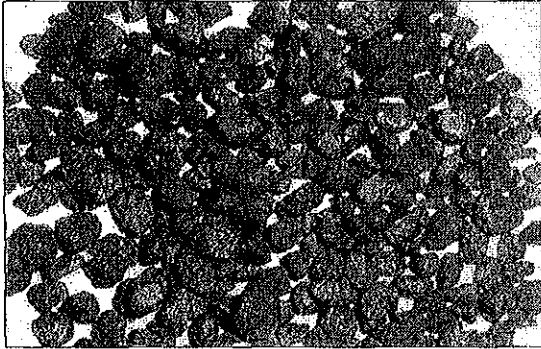


Figura 4.21
Fotografía de un empaque de carbón activado

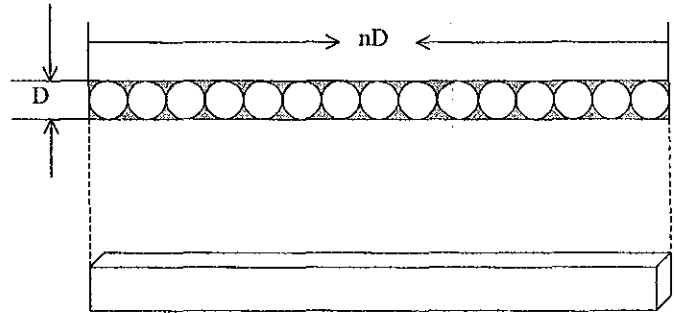


Figura 4.22
Definición de la fracción de volumen vacío

$$4.11 \quad \psi = \frac{\text{volumen libre}}{\text{volumen total}} = \frac{\text{volumen total} - \text{volumen ocupado}}{\text{volumen total}}$$

En el ejemplo, el volumen libre es:

$$nD^3 - n(\pi/6)D^3$$

y el volumen total:

$$nD^3$$

por lo tanto, para este arreglo:

$$\psi = 1 - \pi/6 = 0.476$$

La masa de sorbente en el volumen considerado es:

$$4.12 \quad dm_s = (1 - \psi) \rho_{as} Adz$$

El cambio de la sustancia adsorbida en la unidad de tiempo es:

$$4.13 \quad \frac{dX}{dt} dm_s = (1 - \psi) \rho_{as} A \frac{dX}{dt} dz$$

La masa del fluido que ocupa el fluido en ese volumen es:

$$4.14 \quad \psi \rho_f Adz$$

Y, la cantidad de la sustancia que se adsorbe en el mismo volumen es:

$$4.15 \quad m_A = \psi \rho_f Y A dz$$

Si el gasto del fluido que pasa por dV es m_f kg de fluido libre de A/s, el balance de materia del compuesto que se adsorbe, A, en el elemento diferencial de volumen es:

$$4.16 \quad (1 - \psi) \rho_{as} A \frac{dX}{dt} dz = \psi \rho_f A \frac{dY}{dt} dz + m_f dY$$

O, sea, considerando la ecuación de continuidad:

$$4.17 \quad \frac{1 - \psi}{\psi} \rho_{as} A \frac{\partial X}{\partial t} - \rho_f A \frac{\partial Y}{\partial t} = \rho_f v_f \frac{\partial Y}{\partial z}$$

v_f es la velocidad media del fluido. Esta ecuación debe resolverse, como se ha explicado, simultáneamente con la del balance de energía, las ecuaciones cinéticas y la isoterma de adsorción. Sin embargo pueden admitirse ciertas simplificaciones para obtener soluciones sencillas. Por ejemplo, si se desprecia el efecto térmico, se puede aplicar la misma isoterma a lo largo del tiempo y de la altura de la columna.

Una de las primeras soluciones publicadas es la de Anzelius en [4.4]:

$$4.18 \quad u = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}[\xi^{1/2} - \tau^{1/2} - 1/(8 \xi^{1/2}) - 1/(8 \tau^{1/2})]$$

válida para $\xi > 2$. ξ y τ son variables adimensionales relacionadas con la posición y el tiempo:

$$4.19 \quad \xi = 15 \rho_s \left(\frac{D_{\text{eff}}}{R_p^2} \right) \left(\frac{1 - \psi}{\psi} \right) \left(\frac{dX^*}{dY} \right) \left(\frac{z}{v_f} \right)$$

y:

$$4.20 \quad \tau = 15 \left(\frac{D_{\text{eff}}}{R_p^2} \right) t - \frac{z}{v_f}$$

u es la relación de las concentraciones:

$$4.21 \quad u = \frac{Y(z, t)}{Y_e}$$

A su vez: D_{eff} se conoce como coeficiente de difusión efectivo, es un factor que se relaciona con el movimiento de la sustancias en el interior del sólido, en los poros. R_p es el radio de la partícula sorbente, X^* es la carga del sorbente en equilibrio con Y_e .

Esta solución considera que la velocidad con la que se adsorbe la sustancia es semejante a la Ley de Newton para la transferencia de calor:

$$4.22 \quad \frac{\partial X}{\partial t} = k_s a (X^* - \bar{X})$$

k_s es el coeficiente de transferencia de masa en el sólido, a es el área de transferencia por unidad de volumen, X^* es la carga en equilibrio con la composición del fluido y \bar{X} es la carga promedio del sólido.

Se puede deducir que:

$$4.23 \quad k_s a = 15 \left(\frac{D_{\text{eff}}}{R_p^2} \right)$$

$\text{erfc}(x)$ se denomina complemento de la función error definido por:

$$4.24 \quad \text{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Vermeulen et al. en [4.5] presenta la ecuación implícita:

$$4.25 \quad \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(u) - \frac{1}{1-\alpha} \ln(1-u) = 1 + \frac{0.775(\tau-\xi)}{1-0.225\alpha^{0.4}}$$

α es el factor de separación definido por:

$$4.26 \quad \alpha = \frac{u(1-v)}{v(1-u)}$$

Donde u se define por la relación 4.21 y v :

$$4.27 \quad v = \frac{X}{X^*}$$

X^* es la carga de equilibrio con Y_e .

La Figura 4.23 es la gráfica de esta ecuación para tres factores de separación diferentes.

Ejemplo 4.3

Si la curva de rompimiento en un lecho de sílica gel adsorbiendo vapor de agua a 20 °C fuese ideal, véase la Figura 4.15, ¿cuánto tiempo podrá trabajar un adsorbedor con 20 ton de sílica por la que se seca aire con una humedad de 8 g de agua/kg de aire seco, a razón de 1 kg/min?

Respuesta

Considerando que el adsorbedor trabaja a temperatura constante, de la Figura 4.3 se lee que la carga de equilibrio en la sílica a 20 °C es 0.11 g/g de sorbente, por lo que la carga máxima que tendrá el lecho al término del periodo es:

$$0.11(20000000 \text{ g}) = 2200000 \text{ g de agua}$$

El aire que contiene esta cantidad de agua es:

$$2200000/8 = 275000 \text{ kg de aire}$$

Por la velocidad a la que fluye, la cantidad total de aire secado es:

$$275000 \text{ min} \approx 191 \text{ días de 24 h de operación}$$

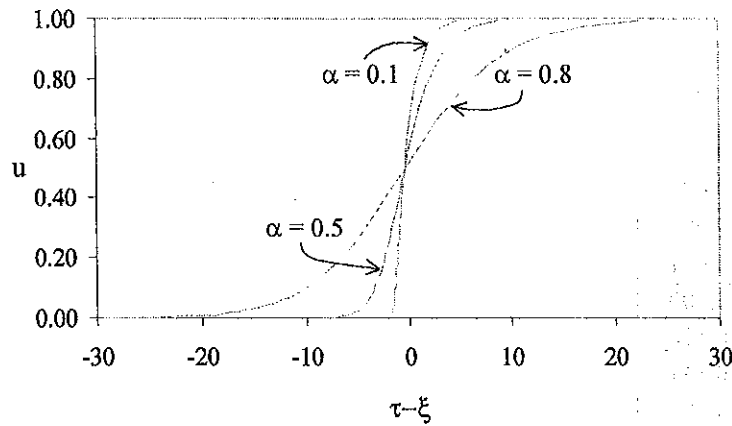


Figura 4.23
Curvas de rompimiento según la ecuación 4.25

Autoevaluación

- 4.1 ¿Qué es la adsorción?
- 4.2 ¿Qué características son importantes en un sorbente?
- 4.3 Mencione los adsorbentes más comunes
- 4.4 Mencione tres ecuaciones para fijar datos de equilibrio sólido fluido en la adsorción
- 4.5 ¿Cuál de las tres isothermas estudiadas es más adecuada para la adsorción de gases, y cuál para vapores?
- 4.6 Describa ¿qué es el perfil constante de adsorción?
- 4.7 ¿Qué ecuaciones se requieren para determinar la curva de rompimiento?
- 4.8 ¿Por qué el perfil de la curva de rompimiento de la Figura 4.18 está en desventaja con el de la Figura 4.17?
- 4.9 ¿En qué consiste la regeneración de un sorbente?
- 4.10 El factor de separación de dos carbones activados son tales que $\alpha_1 > \alpha_2$, ¿cuál resulta más conveniente para una torre de adsorción? Véase la Figura 4.23.

Problemas

- 4.1 Se mezclan m_s g de un carbón activado con 1 l de agua contaminada con una sustancia A. En el equilibrio se obtienen los resultados de la Tabla P4.1.

Tabla P4.1

Datos de la isoterma de A sobre el sorbente S

ϕ	X^*	ϕ	X^*
0.00	0	0.18	0.076
0.02	0.019	0.19	0.079
0.03	0.032	0.21	0.082
0.05	0.041	0.26	0.091
0.06	0.048	0.30	0.100
0.08	0.053	0.38	0.116
0.10	0.058	0.48	0.141
0.11	0.062	0.61	0.192
0.13	0.066	0.70	0.257
0.14	0.070	0.78	0.354
0.16	0.073	0.80	0.383

Determinese si la curva de adsorción se adapta a la ecuación de Langmuir o a la de BET.

- 4.2 Demuéstrese que, para la ecuación de Langmuir:

$$P4.2 \quad \alpha = \frac{1}{1 + K_1 \rho_{Ae}}$$

- 4.3 Calcúlese la concentración del fluido en equilibrio con un sólido cuya $X = X_{\text{máx}}/2$, según el modelo de Langmuir
- 4.4 De la Figura 4.5 estime $X_{\text{máx}}$ y K_{1p} de la ecuación de Langmuir

Referencias

- 4.1 Sontheimer, H., *Sorptionsverfahren bei der Wasserreinigung*, Engler-Bunte Institut der Universität Karlsruhe, 1982.
- 4.2 Bird, R.B, Stewart, W.E., Lightfoot, E.N., *Transport Phenomena*, Wiley, New York, 1960.
- 4.3 Kast W., Otten W., *Der Durchbruch in Adsorptions-Festbetten: Methodn der Berengnung und Einfluss der Verfahresparameter*, Chem.-Ing.-Tech., 59, Nr. 1, Pag 1, 1987.
- 4.4 Anzelius, A.:Z. Angew. Math. Mech. ,6, pág. 291, 1926.
- 4.5 Vermeulen, T., Quilici, R.: *Ind. Eng. Chem. Fundam.* , 9, pág. 179, 1970.

Nomenclatura

a	superficie por unidad de volumen	1/m
A	Área	m ²
D	Diámetro	m
D _{eff}	Coefficiente de difusión efectiva	m ² /s
F	Fluido	
F		
h	coeficiente de transferencia de calor medio	
k _s	Coefficiente de transferencia de masa en el sorbente	m/s
K	constante	
m	masa	kg
p	presión parcial	bar
P	Presión	bar
T	Temperatura	K
t	Tiempo	s
u	Relación de concentraciones ecuación 4.21	
V	Volumen	m ³
X	Carga másica del sorbente	kg/kg
\bar{X}	Carga molar del sorbente	mol/kg
\bar{X}	Carga media del sorbente	kg de A/kg de sorbente
Y	Relación peso en el fluido	kg/kg
\bar{Y}	Relación mol en el fluido	mol/kg
\bar{y}	Fracción mol	mol/mol
z	coordenada lineal	m
ϵ	fracción de volumen vacío	
ϕ	humedad relativa	
μ	Potencial químico	J/mol
ρ_i	densidad parcial de i	kg/m ³
$\bar{\rho}_i$	densidad molar parcial de i	mol/m ³
τ	Coordenada adimensional ecuación 4.20	
ξ	Coordenada adimensional ecuación 4.19	
ψ	fracción de volumen libre	

Subíndices superíndices

p presión constante

- f Fluido
- s Sólido
- G Gas
- * Estado saturado

CAPÍTULO 5

EXTRACCIÓN LÍQUIDO A LÍQUIDO

5.1 Introducción

Es común conocer la solubilidad del etanol en agua, pero no tanto la del etanol en la gasolina. Si una solución acuosa de alcohol etílico se mezcla con una cierta cantidad de gasolina, se podrá comprobar que la cantidad del alcohol en el agua disminuyó. Este fenómeno se conoce como solubilidad diferenciada, fundamento de la extracción líquida.

5.2 Mezclas líquidas

Supóngase que se mezclan m_A kg de un líquido puro, A, con m_B kg de otro líquido puro, B, a la misma temperatura y presión, sin que reaccionen entre sí. La mezcla resultante puede presentar tres casos, véase el esquema de la Figura 5.1

- una mezcla líquida homogénea,
- dos mezclas con composición diferente,
- dos líquidos sin mezclarse

El primer caso se trata de dos líquidos completamente miscibles a esa presión y a esa temperatura.

El segundo se trata de dos sustancias parcialmente miscibles, tal que:

$$0 < f_1 < 1$$

$$0 < f_2 < 1$$

En el tercero son líquidos completamente inmiscibles.

En el segundo y tercer caso se presentan dos fases líquidas.

Este comportamiento es fuertemente dependiente de la temperatura.

Considérese un tercer compuesto, el C, tal que: A y B son solubles entre sí, B y C también son solubles entre sí, pero A y C son insolubles o poco solubles entre sí. Una mezcla de A, B y C puede producir dos fases, con diferentes concentraciones. Este es el principio de la separación.

Lo ideal es que B y C sean insolubles entre sí, y, tanto A y B como A y C sean solubles completamente, en este caso se disminuirá la concentración de A de una mezcla de A y B al agregar C. Este es el principio de la extracción líquido a líquido.

Bajo este orden, C se denomina *solvente* y B *soluto*. Debido a este fenómeno una fase es más *ligera* que la otra, llamada fase *pesada* o *densa*. Como en muchas mezclas en la práctica está presente el agua y el solvente es un compuesto orgánico, normalmente la fase ligera contiene la mayor parte del compuesto orgánico y se llama *fase orgánica*, la otra, que es la pesada normalmente, se conoce como *fase acuosa*.

La extracción de compuestos aromáticos, como el benceno, el tolueno o los xilenos, de

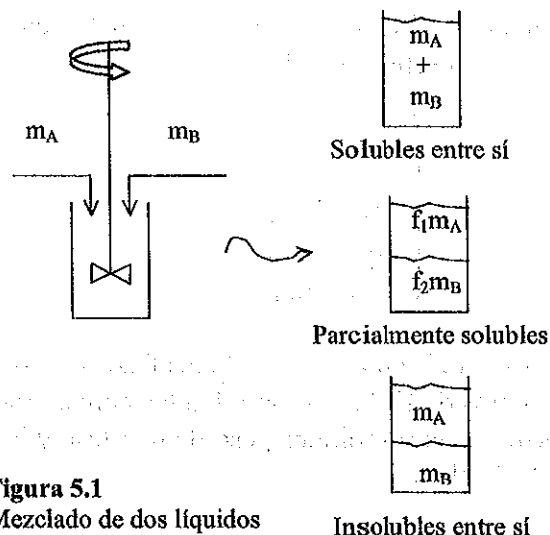


Figura 5.1
Mezclado de dos líquidos

Insolubles entre sí

mezclas de hidrocarburos parafínicos y nafténicos es un ejemplo conocido de la extracción líquido a líquido, donde el solvente se conoce como sulfolan, o n-metil pirrolidona. En 1883 patentó Göring [5.1] la extracción de ácido acético de solución acuosa con éster acético, necesaria para obtener el producto casi puro, al resultar muy costoso separarlo por destilación.

Actualmente hay muchos tipos de mezclas por la aplicación de la llamada extracción a altas presiones, o hipercrítica, donde el solvente no es un líquido sino un gas altamente comprimido. Con este método se acostumbra, por ejemplo, extraer la cafeína del café.

Debido a que también sustancias en estado sólido se disuelven en líquidos, se practica su separación mediante la extracción líquido sólido o lixiviación. Un ejemplo es la extracción de sales de uranio, fierro con fosfato de tributilo.

5.3 *Equilibrio líquido a líquido, ELL*

El sistema más sencillo de extracción líquido a líquido está compuesto por tres sustancias. Se han hecho esfuerzos considerables en las últimas décadas para poder predecir que sucede cuando se mezclan sustancias en estado líquido, todos esos trabajos se basan en la definición de equilibrio termodinámico, como el explicado en la Sección 3.1. A saber, el equilibrio entre dos fases líquidas se presenta cuando:

$$5.1 \quad \left\{ \begin{array}{l} T_I = T_{II} \\ P_I = P_{II} \\ \mu_{AI} = \mu_{AII} \\ \mu_{BI} = \mu_{BII} \\ \mu_{CI} = \mu_{CII} \end{array} \right.$$

I y II identifican cada una de las fases líquidas, A, B y C a los compuestos participantes.

Los datos de ELL comprenden las concentraciones de cada una de las fases. En algunos casos se presentan las fracciones peso de una fase y las correspondientes a la fase que está en ELL. Véase la Tabla 5.1.

5.4 *El diagrama de equilibrio*

Como estas igualdades presentan un problema complejo para resolverse, se adopta normalmente trabajar con el *diagrama de equilibrio*, que es la representación gráfica de las composiciones de cada fase.

Las concentraciones de las mezclas líquidas se expresan normalmente en fracciones peso. En un sistema ternario una mezcla puede componerse de A, B y C, con fracciones peso z_A , z_B y z_C , que satisfacen la igualdad:

$$5.2 \quad z_A + z_B + z_C = 1$$

Por esta propiedad se puede utilizar un triángulo cuyos lados midan 1 para representar una mezcla ternaria de composición dada, como se ilustra en la Figura 5.2. Cada lado representa la fracción de un compuesto. En esta figura: el lado izquierdo mide la concentración de A de abajo hacia arriba, por lo que el vértice superior representa A puro, el lado inferior mide la concentración de B de izquierda a derecha, entonces el vértice inferior derecho representa B puro

y el lado derecho mide la fracción peso de C de arriba hacia abajo. Como se explica adelante el vértice inferior izquierdo representa a C puro.

El punto M en la Figura 5.2 identifica gráficamente la composición dada, corresponde a la intersección de la línea paralela a la base del triángulo que parte de z_A , identificada con la letra **b**, y la línea paralela al lado izquierdo del triángulo que parte de z_B , identificada con la letra **a**. Nótese que la longitud de **b** equivale a z_B y la de **a** a z_A , por lo tanto, la longitud de la línea **c** equivale a z_C .

Por esta propiedad, cada lado representa una mezcla binaria. Así, el punto m_{AB} corresponde a las fracciones peso de una mezcla de A y B, el m_{AC} a una de A con C y m_{BC} a una solución binaria de B con C.

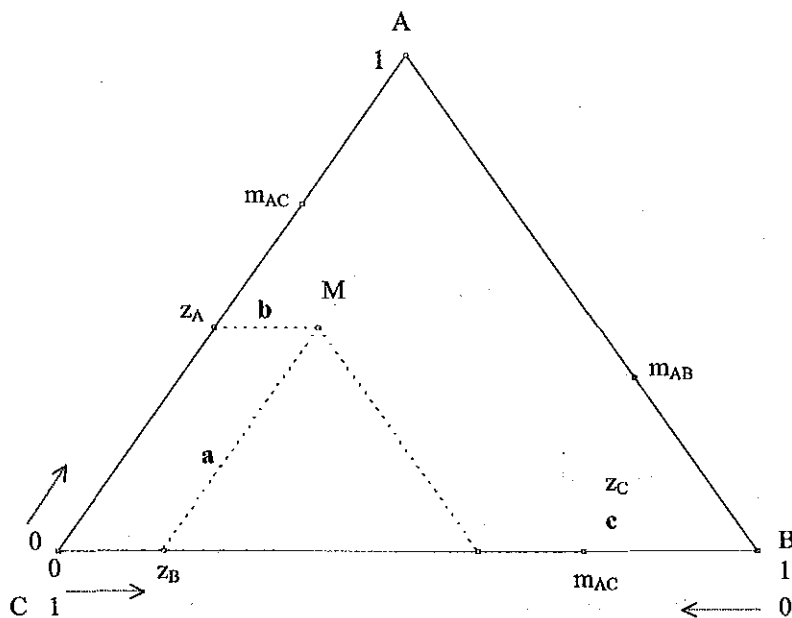


Figura 5.2
Localización de un punto en el diagrama triangular

Ejemplo 5.1

Experimentalmente se han obtenido las fracciones peso de ELL del sistema acetona (A), agua (B) y 1,1,2 tricloroetano (C), a 25 °C y 1 bar, dados en la Tabla 5.1, según Treybal en [5.2].

Constrúyase la gráfica de la fase ligera y de fase pesada.

La x_i designa la fracción peso del compuesto i en la fase densa, y la y_i en la fase ligera.

Respuesta

Como hay dos fases habrá dos gráficas, una para cada fase. De los datos se deduce que el agua y el 1,1,2 tricloroetano son poco solubles entre sí, por lo tanto, la acetona es el compuesto distribuido, A. Como $y_A > x_A$, el agua es el soluto y el tricloroetano el solvente.

La Figura 5.3 es la gráfica correspondiente. La línea roja corresponde a la fase orgánica y la azul a la acuosa. Las líneas punteadas se conocen como *líneas de enlace* porque relacionan las concentraciones de las fases en equilibrio. Éstas son útiles para cálculos de interpolación.

Tabla 5.1

Fracciones peso de equilibrio líquido a líquido del sistema acetona (A), agua (B) y 1,1,2 tricloroetano (C)

Fase densa (acuosa)		Fase ligera (orgánica)	
x_A	x_B	y_A	y_B
0.0596	0.9352	0.0875	0.0032
0.0651	0.9295	0.1028	0.0040
0.1397	0.8535	0.2078	0.0090
0.2692	0.7206	0.3852	0.0227
0.3573	0.6267	0.4821	0.0426
0.4090	0.5700	0.5395	0.0605
0.4605	0.5020	0.5740	0.0890

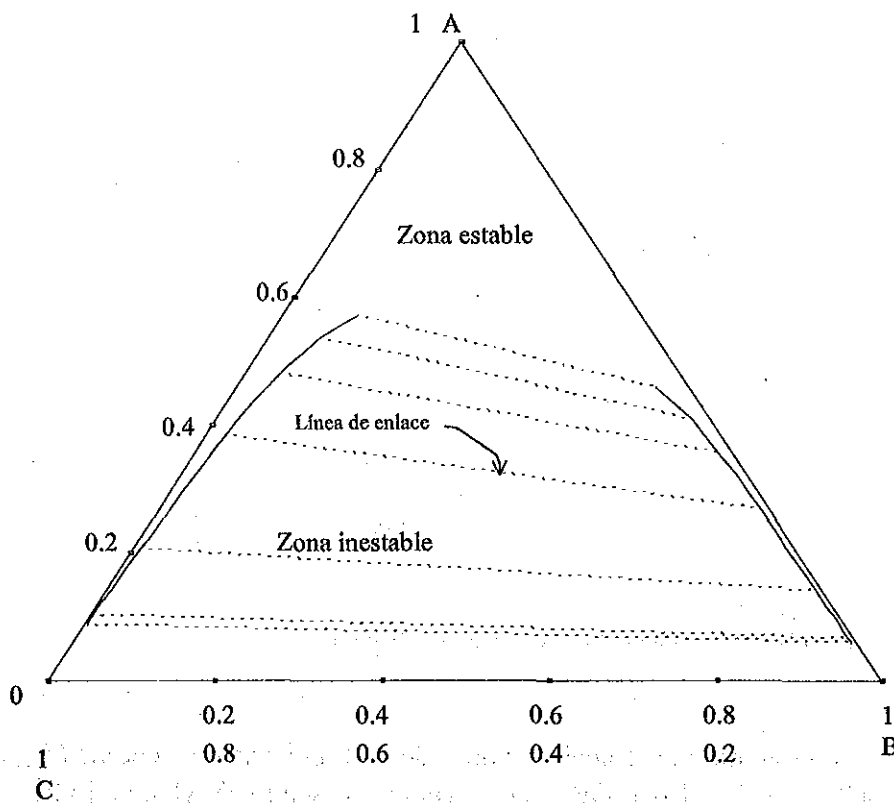
**Figura 5.3**

Diagrama de equilibrio del Ejemplo 5.1

Toda mezcla cuya composición se encuentre en la **Zona estable** formará una solución homogénea. Si se mezclan los componentes de tal forma que sus fracciones peso se encuentran en la **Zona inestable** se producirán dos soluciones, que podrán, bajo ciertas condiciones estar en equilibrio entre sí.

5.5 Tipos de mezclas

Considérese que se mezclan por tanda, como se ilustra en la Figura 5.1, m_{1e} kg de una solución homogénea con m_{2e} kg de otra mezcla homogénea. z_{1A} , z_{1B} , z_{1C} , son las fracciones peso de A, B y

C, respectivamente, de la primera mezcla y z_{2A} , z_{2B} , z_{2C} lo son de la segunda mezcla. La Tabla 5.2 contiene algunas combinaciones posibles de m_{1e} y m_{2e} , junto con la Tabla 5.3.

Tabla 5.2

Algunas combinaciones de m_{1e} y m_{2e}

Caso	m_{1e}	m_{2e}
1	m_A	m_{BC}
2	m_B	m_{AC}
3	m_C	m_{AB}
4	m_{AB}	m_{BC}
5	m_{AB}	m_{ABC}
6	m_{AC}	m_{ABC}
7	m_{BC}	m_{ABC}
8	m_{ABC}	m_{ABC}

Tabla 5.3

Composiciones posibles de m_{1e} y m_{2e}

	z_{1A}	z_{1B}	z_{1C}
m_A	1	0	0
m_B	0	1	0
m_C	0	0	1
m_{AB}	$0 < z_{1A} < 1$	$0 < z_{1B} < 1$	0
m_{AC}	$0 < z_{1A} < 1$	0	$0 < z_{1C} < 1$
m_{BC}	0	$0 < z_{1B} < 1$	$0 < z_{1C} < 1$
m_{ABC}	$0 < z_{1A} < 1$	$0 < z_{1B} < 1$	$0 < z_{1C} < 1$

La Figura 5.4 ilustra estos casos sobre un diagrama de ELL del sistema cuyos datos se presentan en la Tabla 5.4.

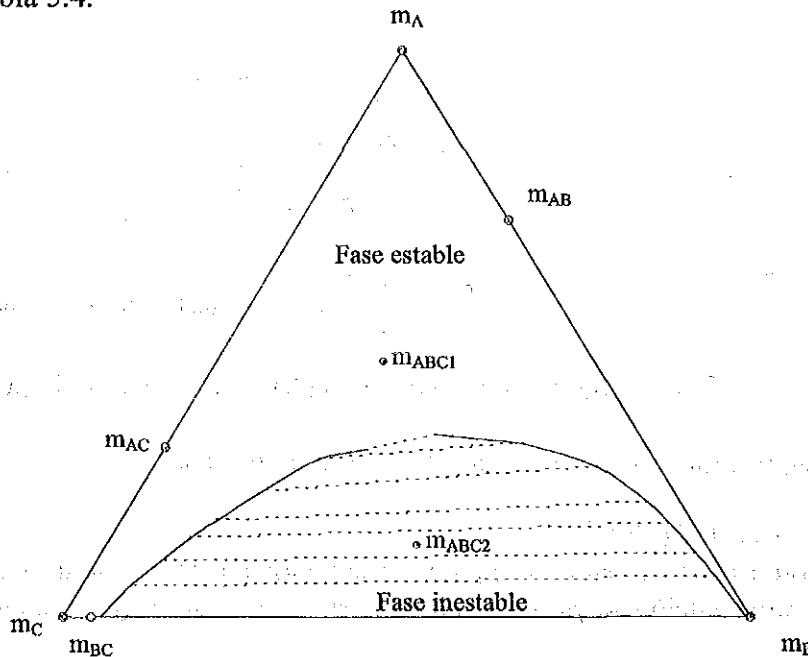


Figura 5.4

Diagrama triangular. Línea: izq. fase pesada, derecha fase pesada

En la Figura 5.4 los puntos m_A , m_B y m_C identifican cantidades de los compuestos puros, los puntos m_{AB} , m_{AC} y m_{BC} a mezclas binarias y los puntos m_{ABC1} y m_{ABC2} a mezclas ternarias, cuyas composiciones se presentan en la Tabla 5.3. Esa figura también ilustra el diagrama de ELL cuyos datos se dan en la Tabla 5.4.

La mezcla obtenida presenta dos casos: una en la zona estable y la otra en la inestable, como se ejemplifica con m_{ABC1} y m_{ABC2} , respectivamente.

Si se permite a esta última mezcla separarse hasta el equilibrio, se trata de una *etapa teórica*.

Tabla 5.4
 Datos experimentales del ELL del sistema de la Figura 5.4

Fase ligera			Fase pesada		
y_A	y_B	y_C	x_A	x_B	x_C
0.000	0.056	0.944	0.000	0.993	0.0068
0.052	0.070	0.878	0.069	0.915	0.016
0.097	0.093	0.810	0.112	0.865	0.023
0.137	0.118	0.745	0.163	0.803	0.034
0.167	0.140	0.693	0.202	0.750	0.048
0.220	0.180	0.600	0.263	0.647	0.090
0.275	0.235	0.490	0.307	0.515	0.178
0.293	0.299	0.408	0.320	0.385	0.295

El proceso de mezclado descrito puede aplicarse de manera continua, como se ilustra en la Figura 5.5. la figura 5.6 muestra el diagrama de flujo de una unidad de extracción continua. Si y_i y x_i están sobre una línea de enlace se trata de una etapa teórica.

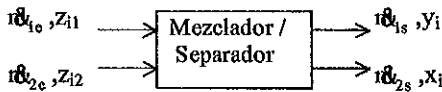


Figura 5.5
 Extracción continua en etapa ideal

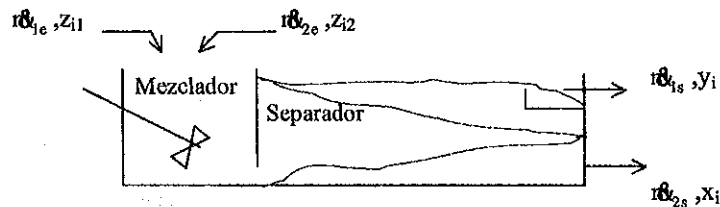


Figura 5.6
 Diagrama de flujo de la extracción continua

La determinación de las concentraciones x_i y y_i se puede realizar de manera gráfica o de manera numérica.

En este Capítulo se supone que no hay reacción entre los compuestos.

5.6 Método gráfico: la Regla de la Palanca

Se mezclan por tanda, como se ha descrito, m_{1e} kg de una solución cuyas fracciones peso son z_{A1} , z_{B1} y z_{C1} , con m_{2e} kg de otra solución, cuyas concentraciones son z_{A2} , z_{B2} y z_{C2} , si el punto cuyas coordenadas son:

$$z_{iM} = \frac{z_{i1} m_{1e} + z_{i2} m_{2e}}{m_{1e} + m_{2e}} \quad i = A, B, C \tag{5.3}$$

se encuentra en la zona inestable, calcúlese las concentraciones de las mezclas resultantes.

Los balances de materia en la etapa teórica son, el global:

$$m_{1e} + m_{2e} = m_{1s} + m_{2s} = m_M \tag{5.4}$$

y, por componente:

5.5
$$z_{A1} m_{1e} + z_{A2} m_{2e} = x_A m_{2s} + y_A m_{1s} = z_{AM} m_M$$

5.6
$$z_{B1} m_{1e} + z_{B2} m_{2e} = x_B m_{2s} + y_B m_{1s} = z_{BM} m_M$$

5.7
$$z_{C1} m_{1e} + z_{C2} m_{2e} = x_C m_{2s} + y_C m_{1s} = z_{CM} m_M$$

Al sustituir m_M en las ecuaciones 5.5 a 5.7 se obtienen, después de un arreglo algebraico, dos relaciones:

5.8
$$r_1 \equiv \frac{m_{1e}}{m_{2e}} = \frac{z_{iM} - z_{i2}}{z_{i1} - z_{iM}}$$

y:

5.9
$$r_2 \equiv \frac{m_{2s}}{m_{1s}} = \frac{y_i - z_{iM}}{z_{iM} - x_i} \quad i = A, B, C$$

La Figura 5.7 ilustra el caso 3 de la Tabla 5.2. m_{2e} son los kg de una mezcla binaria, identificada con el punto c , y m_{1e} son los kg de solvente puro, identificado con el punto a . El punto b identifica la concentración de m_M . Entonces, se cumple que:

5.10
$$r_1 = \frac{\overline{cb}}{\overline{ba}}$$

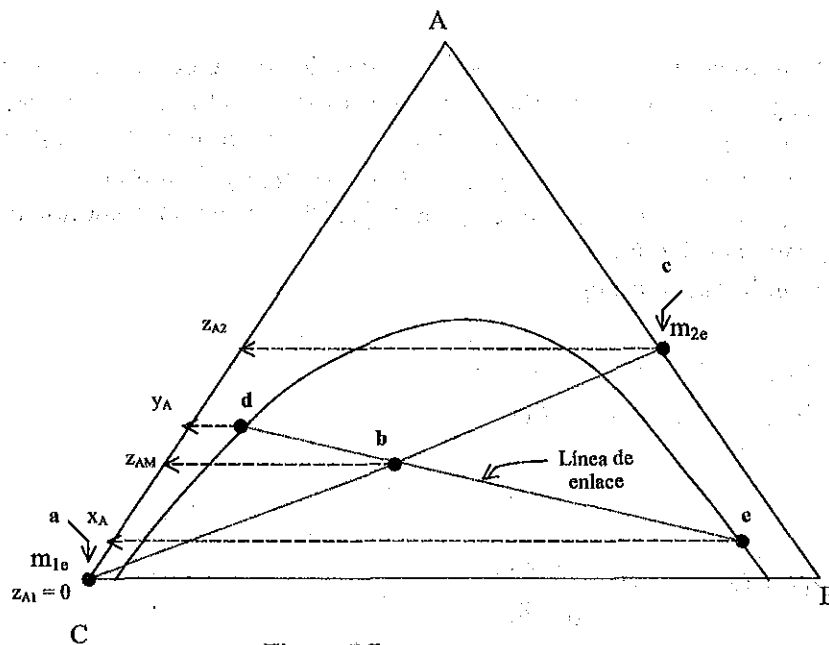


Figura 5.7
Ilustración de la regla de la palanca

Por otro lado, si el punto **d** identifica la composición de m_{1s} y el **e** la correspondiente a m_{2s} , se cumple:

$$5.11 \quad r_2 = \frac{\overline{bd}}{\overline{be}}$$

Estos resultados demuestran que:

- Los puntos **a**, **b** y **c**, están sobre la misma recta,
- La distancia \overline{cb} es proporcional a m_{1e} como la distancia \overline{ba} es proporcional a m_{2e} .
- La distancia \overline{bd} es proporcional a m_{2s} como la distancia \overline{be} es proporcional a m_{1s}

Este resultado se conoce como la *regla de la palanca*, y es el fundamento para analizar gráficamente el proceso de extracción.

Por lo tanto la solución al problema de mezclado planteado consiste en encontrar, por prueba y error, la línea de enlace que relacione m_{1s} con m_{2s} que satisfaga la relación r_2 .

5.7 Método numérico

De las relaciones 5.9 y 5.11:

$$5.12 \quad m_{2e} = r_2 m_{1s}$$

y, al combinar con la ecuación 5.4:

$$5.13 \quad m_{1s} = \frac{m_M}{1 + r_2}$$

Supóngase que por el punto **M** no pasa alguna de las líneas de enlace conocida, entonces hay que interpolar alguna que pase por ese punto. La Figura 5.8 ilustra tres líneas de enlace, dos son las líneas de enlace conocidas que son adyacentes al punto **b**, una línea une a los puntos (y_{A1}, y_{B1}, y_{C1}) y (x_{A1}, x_{B1}, x_{C1}) y otra a los puntos (y_{A2}, y_{B2}, y_{C2}) y (x_{A2}, x_{B2}, x_{C2}) y, la tercera, es desconocida pero debe unir el punto (y_A, y_B, y_C) con el punto (x_A, x_B, x_C) . Esta última corresponde a la solución del problema y satisface la relación r_2 .

Si se supone distribución lineal se cumple:

$$5.14 \quad \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}} = \frac{x_B - x_{B2}}{x_{B1} - x_{B2}} = \frac{x_C - x_{C2}}{x_{C1} - x_{C2}}$$

De donde:

$$5.15 \quad x_B = x_{B2} + (x_{B1} - x_{B2}) \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}}$$

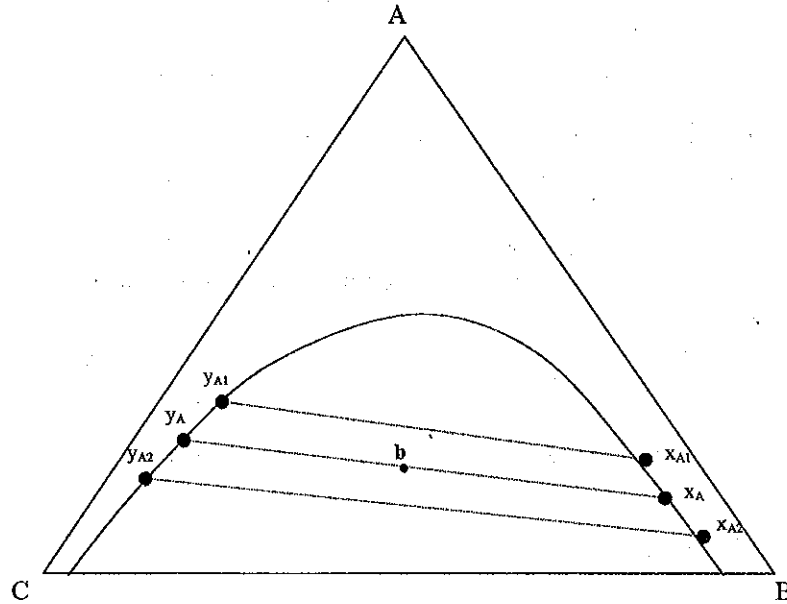


Figura 5.8
Ilustración del método numérico

$$5.16 \quad x_C = x_{C2} + (x_{C1} - x_{C2}) \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}}$$

Suponiendo la misma proporcionalidad en la fase ligera:

$$5.17 \quad \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}} = \frac{y_A - y_{A2}}{y_{A1} - y_{A2}} = \frac{y_B - y_{B2}}{y_{B1} - y_{B2}} = \frac{y_C - y_{C2}}{y_{C1} - y_{C2}}$$

Al despejar se obtiene:

$$5.18 \quad y_A = y_{A2} + (y_{A1} - y_{A2}) \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}}$$

$$5.19 \quad y_B = y_{B2} + (y_{B1} - y_{B2}) \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}}$$

$$5.20 \quad y_C = y_{C2} + (y_{C1} - y_{C2}) \frac{x_A - x_{A2}}{x_{A1} - x_{A2}}$$

En resumen, el procedimiento consiste en los siguientes pasos:

1. Encontrar las líneas de enlace, tal que: $x_{A1} < x_A < x_{A2}$,
2. Estimar x_B, x_C, y_A, y_B, y_C , con las ecuaciones dadas

3. Comprobar si las relaciones de la ecuación 5.9 son las mismas o, su diferencia es aceptable,
4. Si no se cumplen esas condiciones repetir el procedimiento.

Ejemplo 5.2

Se mezclan 100 kg de una solución acuosa de propilenglicol (A) al 30 % en peso con 50 kg de alcohol isoamílico (C) en un aparato de mezclado separación como el de la Figura 5.5.

Determinése:

- si se forma una fase tipo m_{ABC1} o m_{ABC2} , según el esquema de la Figura 5.4.
- si es del segundo tipo, calcular las cantidades y concentraciones de los productos de la etapa teórica,

La Tabla 5.5 contiene los datos de equilibrio y la Figura 5.9 la gráfica correspondiente.

Tabla 5.5

Fraciones peso del ELL del sistema agua, propilenglicol, y alcohol isoamílico, según Laddha [5.3]

Fase rica en alcohol		Fase rica en agua	
A	B	A	B
propilenglicol	agua	propilenglicol	agua
--	0.0978	--	0.9761
0.0215	0.107	0.0675	0.9073
0.0555	0.121	0.1425	0.8315
0.0883	0.1422	0.2060	0.7642
0.138	0.1705	0.2670	0.6955
0.187	0.208	0.3030	0.6443

Respuesta

La línea negra de la Figura 5.9 corresponde a la línea de mezclado y la roja a la solución gráfica.

Las concentraciones resultantes son, fase rica en agua:

$$x_A = 0.2564$$

$$x_B = 0.7074$$

$$x_C = 0.0362$$

Y las concentraciones de la fase rica en alcohol isoamílico:

$$y_A = 0.1294$$

$$y_B = 0.16588$$

$$y_C = 0.7051$$

La cantidad de los productos son:

$$m_{1s} = E = 66.65 \text{ kg}$$

$$m_{2s} = R = 83.35 \text{ kg}$$

La letra R se refiere a *refinado*, como se denomina la masa en la que se extrajo la sustancia objeto y E corresponde a *extracto*, la masa que diluyó la sustancia.

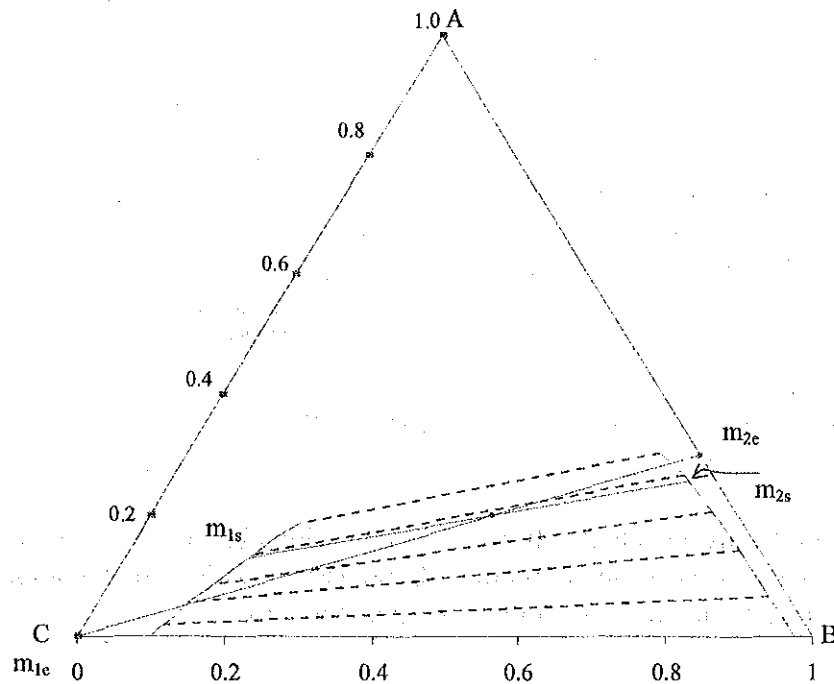


Figura 5.9
Ejemplo 5.2

El problema discutido puede aplicarse de manera similar para un un proceso de mezclado continuo y estacionario, como se ilustra en la Figura 5.5. En lugar de m se aplica m .

5.8 Extracción en etapas a contracorriente

A continuación se ejemplifica la extracción líquido a líquido para tres etapas interconectadas donde la fase ligera fluye en un sentido y la pesada en sentido contrario, llamado flujo a contracorriente, como lo ilustra la Figura 5.10.

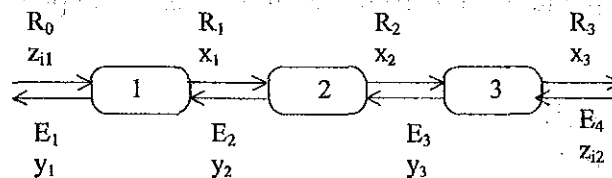


Figura 5.10
Diagrama de flujo de la extracción de etapa múltiple a contracorriente

El diagrama de una etapa se ilustra en el esquema de la Figura 5.11, consta de un mezclador y un decantador.

Si el proceso es estacionario y no hay reacción las variables proceso son: 8 flujos de materia: m_{1e} , m_{2e} , R_1 , R_2 , R_3 , E_1 , E_2 y E_3 , y 24 fracciones peso, tres por cada corriente. Este problema tiene 6 grados de libertad, o sea, hay que definir el valor de seis variables independientes para encontrar

el resto. La solución puede encontrarse aplicando el concepto de la regla de la palanca, como se ilustra a continuación.

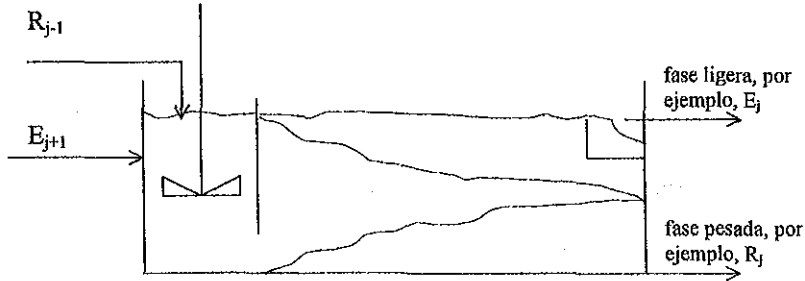


Figura 5.11
Diagrama de flujo de una unidad mezclador y un decantador

Ejemplo 5.3

Se alimentan 100 kg/min de una mezcla de 30 % en peso de ácido oléico con 70 % en peso de aceite de nuez, en un sistema como el de la Figura 5.10. Se usan 75 kg/min de metanol como solvente, calcúlese las concentraciones y cantidades de los productos.

Respuesta

Los datos son:

$$\begin{aligned} R_0 &= 100 \text{ kg/min} \\ E_4 &= 75 \text{ kg/min} \\ y_{A0} &= 0.3 \\ y_{B0} &= 0.7 \\ x_{A4} &= 0.0 \\ y_{B4} &= 0.0 \end{aligned}$$

La Figura 5.12 muestra, sobre el diagrama de equilibrio, los puntos correspondientes al alimento, R_0 , al solvente, E_1 , y al punto que representa su mezclado, M , un punto ficticio, cuyas coordenadas se definen por:

$$5.21 \quad x_{iM} = \frac{y_{i0}R_0 + x_{i4}E_4}{R_0 + E_4}$$

Supóngase que $y_{A3} = 0.04$, en la Figura 5.12 corresponde a R_3 , prolongando la recta que une este punto con el punto M , por la Regla de la Palanca, se obtiene el punto E_1 sobre la línea de equilibrio, porque, también:

$$5.22 \quad x_{iM} = \frac{y_{i3}R_3 + x_{i1}E_1}{R_3 + E_1}$$

Se deja al lector la comprobación de esta ecuación.

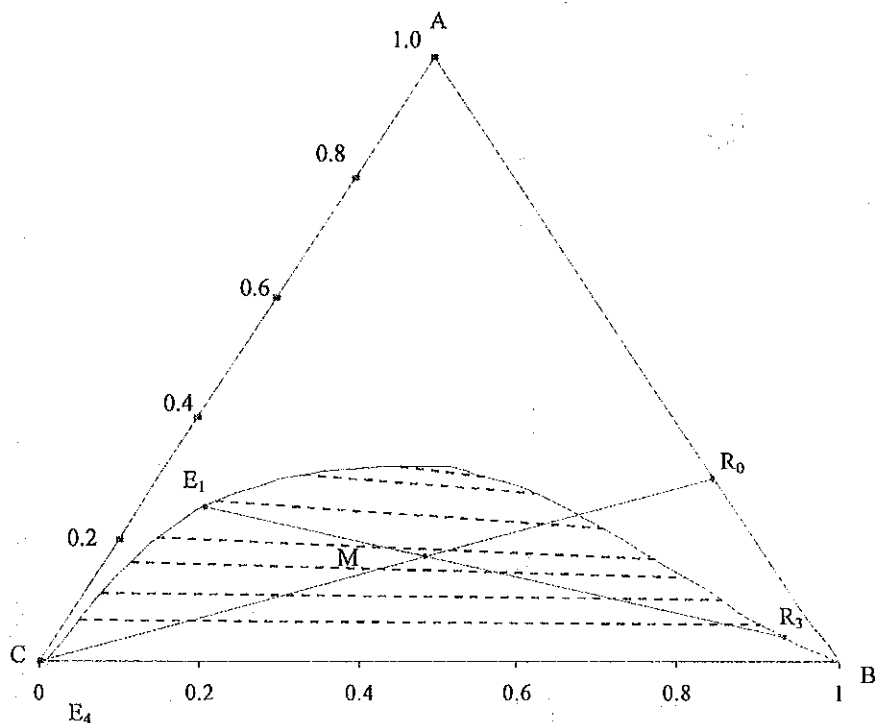


Figura 5.12
Localización de los puntos E_4 , R_3 , M , E_1 y R_0 sobre el diagrama de equilibrio

El balance de materia del equipo es, considerando el diagrama de flujo de la Figura 5.10:

$$5.23 \quad R_0 + E_4 = R_3 + E_1$$

y por componente:

$$5.24 \quad y_{i0} R_0 + x_{i4} E_4 = y_{i3} R_3 + x_{i1} E_1$$

Con estas igualdades se define el punto ficticio $x_{iM'}$ con la fórmula:

$$5.25 \quad x_{iM'} = \frac{y_{i0} R_0 - x_{i1} E_1}{R_0 - E_1} = \frac{y_{i3} R_3 - x_{i4} E_4}{R_3 - E_4}$$

Por la regla de la palanca una línea une los puntos: $R_0(y_{i0})$, $E_1(x_{i1})$ y $M'(x_{iM'})$ y otra a los puntos $R_3(y_{i3})$, $E_4(x_{i4})$ y $M'(x_{iM'})$. Evidentemente ambas se cruzan en el punto M' . Como se ilustra en la Figura 5.13. La diferencia:

$$5.26 \quad y_{ij} R_j - x_{ij+1} E_{j+1}$$

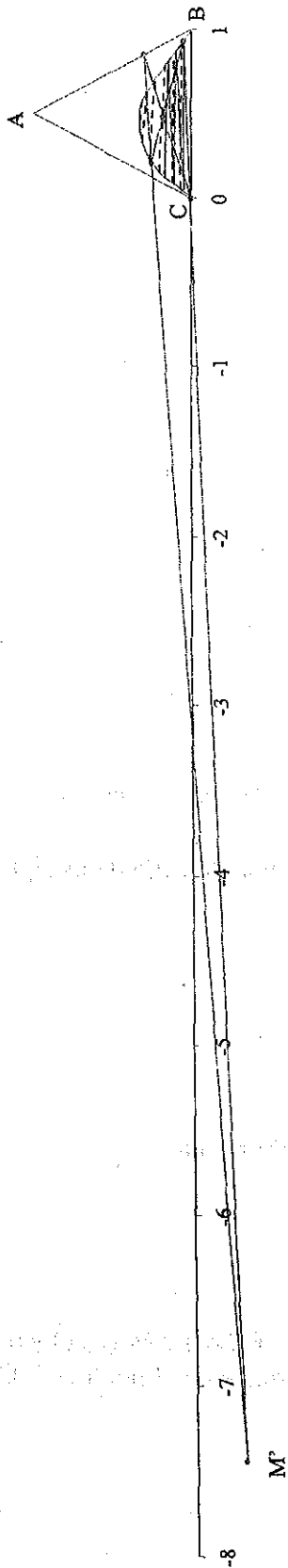


Figura 5.13
Localización gráfica del punto M' . Primer intento $y_{A3} = 0.04$

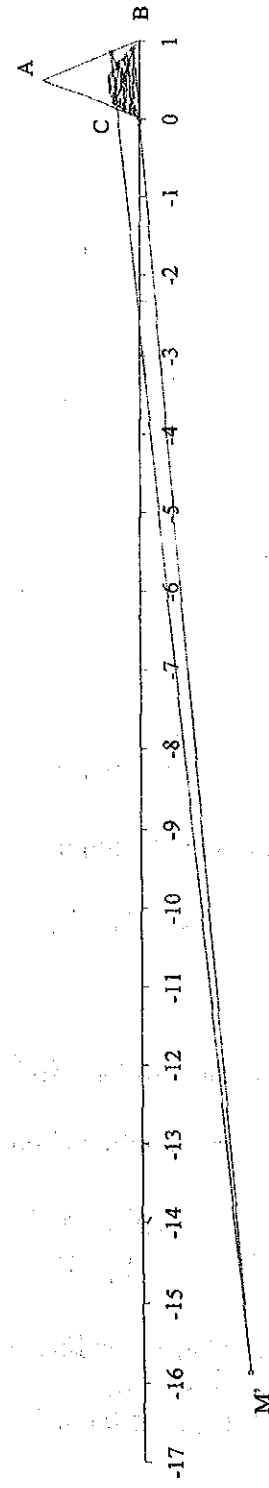


Figura 5.15
Localización gráfica del punto M' . Primer intento $y_{A3} = 0.04$

se conoce como el flujo neto del componente i en dirección del flujo del refinado. Nótese que puede ser negativo.

La composición de E_3 se obtiene siguiendo las líneas de enlace o con el método descrito en esta sección. La línea café en la Figura 5.14 corresponde a la solución.

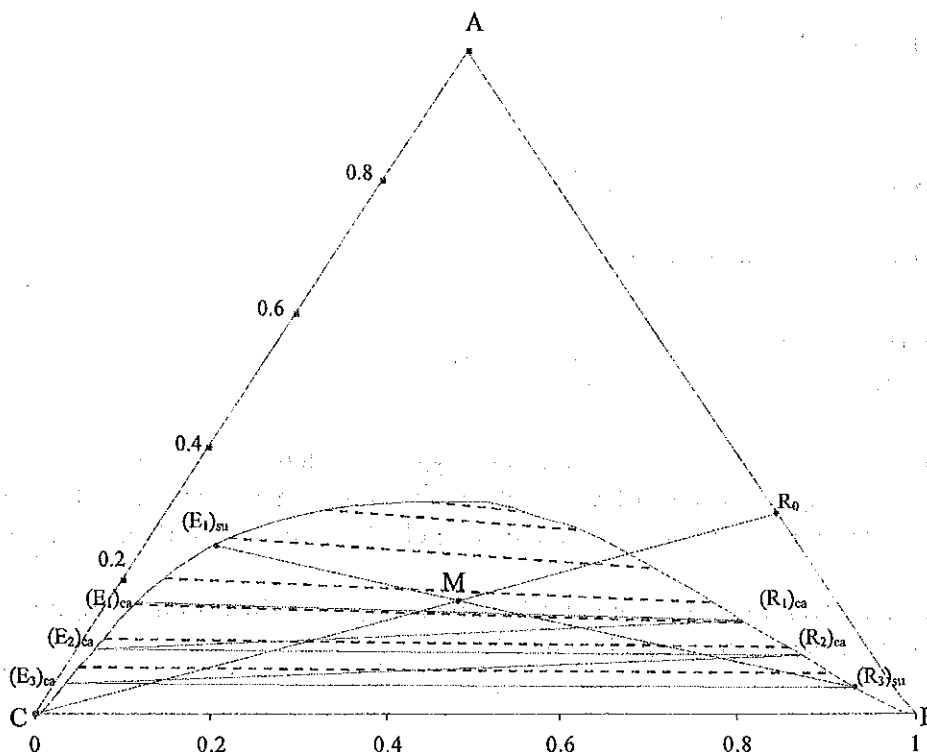


Figura 5.14
Líneas de equilibrio y de balance entre etapas para el primer intento: $y_{A3} = 0.04$

La composición de R_2 se obtiene con el balance de materia en la etapa 3:

$$5.27 \quad R_2 + E_4 = R_3 + E_3$$

y por componente:

$$5.28 \quad y_{i2} R_2 + x_{i4} E_4 = y_{i3} R_3 + x_{i3} E_3$$

Con estas igualdades se obtiene:

$$5.29 \quad \frac{y_{i2} R_2 - x_{i3} E_3}{R_2 - E_3} = \frac{y_{i3} R_3 - x_{i4} E_4}{R_3 - E_4} = x_{iM'}$$

Por lo tanto, aplicando la Regla de la Palanca, los puntos cuyas concentraciones son y_{i2} , x_{i3} y $x_{iM'}$ están sobre una recta. Si se prolonga la recta que une el punto M' con el punto E_3 se obtiene,

al cruzar la línea de ELL, R_2 , como se ilustra en la Figura 5.14 con una línea color verde.

Repitiendo el procedimiento se obtiene la correspondiente composición de E_2 considerando que se trata de una etapa teórica.

Los balances de materia abarcando las etapas 2 y 3 son:

$$5.30 \quad R_1 + E_4 = R_3 + E_2$$

y por componente:

$$5.31 \quad y_{i1} R_1 + x_{i4} E_4 = y_{i3} R_3 + x_{i2} E_2$$

Realizando operaciones algebraicas se obtiene:

$$5.32 \quad \frac{y_{i1} R_1 - x_{i2} E_2}{R_1 - E_2} = \frac{y_{i3} R_3 - x_{i4} E_4}{R_3 - E_4} = x_{iM'}$$

Se observa que los puntos cuyas concentraciones son y_{i1} y x_{i2} , identificados con $(R_1)_{ca}$ y $(E_2)_{ca}$, respectivamente, en la Figura 5.14 están sobre la recta que los une con M' , de concentración $x_{iM'}$.

Como el punto identificado con $(E_1)_{ca}$ no coincide con el $(E_1)_{su}$, la $y_{A3} = 0.04$ no es la solución del problema.

Tratando con otros valores de y_{A3} se obtiene la solución que se ilustra en las Figuras 5.15 y 5.16. La solución numérica se describe en el Anexo 1.

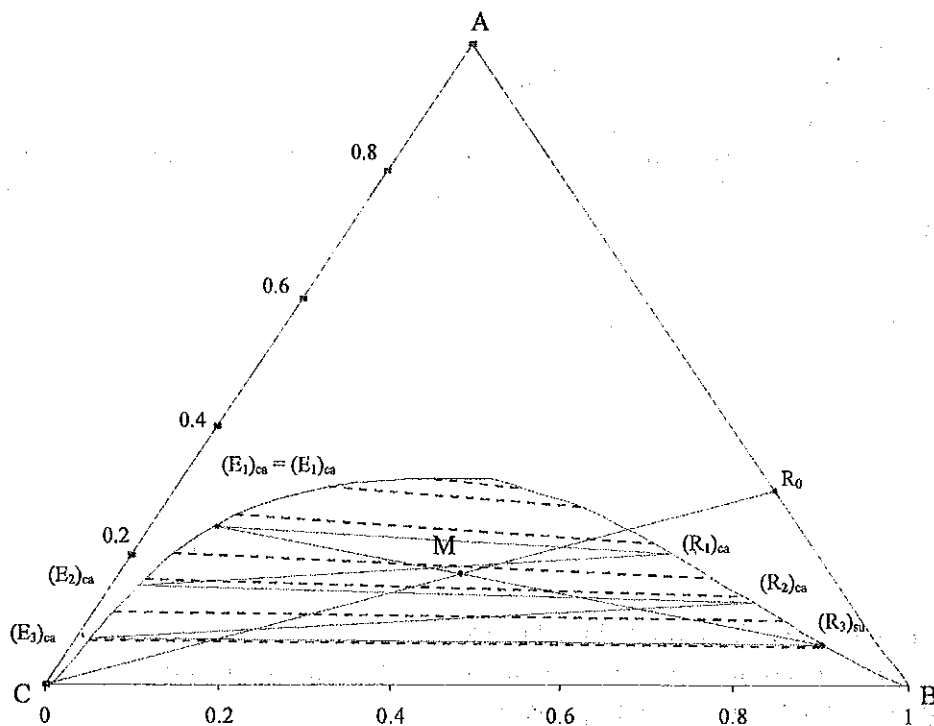
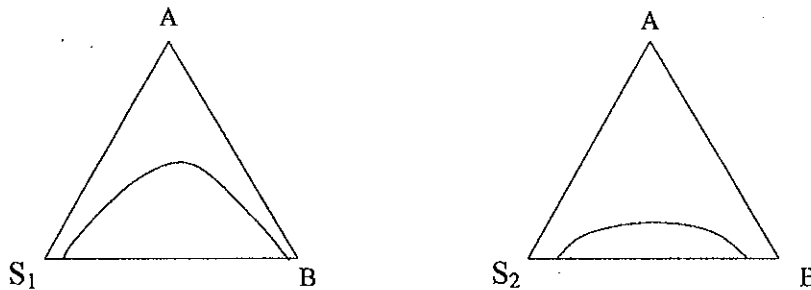


Figura 5.16
 Líneas de equilibrio y de balance entre etapas solución: $y_{A3} = 0.063$

Autoevaluación

- 5.1 ¿Qué caracteriza el principio de la separación por extracción líquido a líquido?
- 5.2 ¿Cuántas fases aparecen en la extracción líquido a líquido?
- 5.3 ¿Cuáles son las condiciones del ELL?
- 5.4 Las mezclas formadas por los compuestos A y B se pueden tratar por extracción líquido a líquido con un solvente S_j . De las gráficas mostradas abajo, ¿cuál sería el mejor solvente de extracción?



- 5.5 ¿Explique en qué consiste la regla de la palanca?
- 5.6 Las siguientes son las composiciones de una mezcla de tres componentes, A, B y C. Ilustre sobre un diagrama triangular tales composiciones.

x_A	0	0.5	0.1
x_B	0.3	0.5	0.8

Problemus

- 5.1 Se mezclan 100 kg de una solución acuosa al 50 % en peso de propilenglicol. ¿Cuánto alcohol isoamílico se requiere para que el resultado sean dos soluciones? Véase el Ejemplo 5.2.
- 5.2 Calcúlese la cantidad y composición del o los productos del mezclado de 100 kg de una solución acuosa al 32 % en peso de propilenglicol con:
- 100 kg de alcohol isoamílico,
 - 200 kg de alcohol isoamílico,
 - 10 kg de alcohol isoamílico,
- 5.3 Los datos de equilibrio de las mezclas de agua, AG, acetona, AC, y 1,1,2 tricloroetano, TCE, son dados en la Tabla 5.1.
- Constrúyase las líneas de equilibrio y las líneas de enlace en coordenadas triangulares.
 - Determinése si se forman dos fases al mezclar 80 kg de acetona, con 18 kg de agua y 2 kg de TCE. Si es así, calcúlese las concentraciones de las fases resultantes en equilibrio y sus cantidades.
 - ¿Cuántos kg de TCE son necesarios para extraer el 50 % de la acetona que hay en 100 kg de una solución al 45 % en peso de acetona en una sola etapa?
 - Si se usa la masa de TCE resultante en c) para un proceso a contracorriente de tres etapas, ¿cuánta acetona se puede extraer?
- 5.4 Considerése el Ejemplo 5.3, si en lugar de tres etapas teóricas se cuenta con un equipo de 2 etapas de extracción, determinése las concentraciones y cantidades de las corrientes del equipo.

5.5 Considere el diagrama de flujo de un sistema de dos etapas teóricas operando con flujo cruzado, véase la Figura P5.5. Participan tres compuestos: A, B y C. Las fracciones de R_j son y_{ij} , y las de E_{ij} son x_{ij} . Calcúlense la cantidad y composiciones de E_1 , E_3 y R_2 para los casos dados en la Tabla P5.5.1. La Tabla P5.5.2 contiene los datos de ELL.

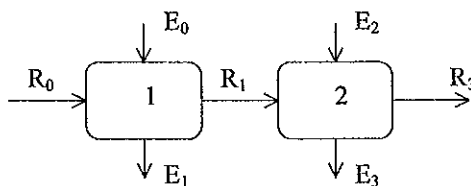


Figura P5.5
Diagrama de Flujo de un sistema de adsorción con flujo cruzado

Tabla P5.5.1
Datos del Problema P5.5

Datos	1	2	3	4	5
R_0	50	100	125	1	5
E_0	40	80	80	1	2
E_2	20	40	40	1	2
y_{0ag}	0.65	0.75	0.72	0.68	0.74
y_{0ac}	0.33	0.23	0.26	0.30	0.24
x_{0ac}	0	0	0	0	0
x_{0ag}	0.01	0.008	0.012	0.06	0.015
x_{2ac}	0	0	0	0	0
x_{2ag}	0	0	0	0	0

Tabla P5.5.2
Fracciones peso de ELL del sistema A/B/C

Fase pesada		Fase ligera	
A	B	A	B
0	0.980	0	0.023
0.026	0.952	0.050	0.027
0.054	0.922	0.100	0.030
0.085	0.889	0.150	0.032
0.119	0.853	0.200	0.037
0.155	0.815	0.250	0.043
0.195	0.772	0.300	0.053
0.242	0.718	0.350	0.068
0.292	0.657	0.400	0.088
0.352	0.575	0.450	0.126
0.465	0.347	0.465	0.347

Referencias

- 5.1 Göring, Th., DRP 28064, 1883
- 5.2 Treybal, R. E., *Ind. Eng. Chem.*, 38, p. 846, 1946.
- 5.3 Laddha, G.S., Degaleesan, T.E., *Transport phenomena in liquid extraction*, Tate McGraw Hill Publishing Co., New Dehli, 1976

Nomenclatura

m	masa	kg
f	Factor	
T	Temperatura	K
P	Presión	bar
μ	Potencial químico	J/mol
z	Fracción peso	
M	Mezcla	kg
x	Fracción peso de la fase pesada	
y	Fracción peso de la fase ligera	

Subíndices/superíndices

A,B,C Identificación de compuestos
1,2 Identifica un valor

CAPÍTULO 6

HUMIDIFICACIÓN

6.0 *Introducción*

La humidificación es una operación relacionada con el intercambio de agua con el aire. En términos industriales se refiere a la relación entre un gas y un vapor. Un gas es una sustancia que se encuentra en estado gaseoso a una temperatura mayor que su temperatura crítica. El vapor es una sustancia que se encuentra en estado gaseoso a una temperatura menor que su temperatura crítica.

El aire real es una mezcla compleja. Sus principales constituyentes son N_2 y O_2 , además, entre otros se cuentan: gases producidos por el hombre y por la naturaleza, partículas sólidas, microorganismos, etcétera. Para efectos de este estudio el aire es considerado como una sustancia pura insoluble en agua, con las siguientes propiedades:

Aire (1)¹

Peso molecular: 29

Temperatura crítica: 132 K

Presión crítica: 37.16 atm

C_p : 1.006 kJ/kg-K, a $0.1 \text{ atm} < P < 5 \text{ atm}$, y $0 \text{ °C} < T < 100 \text{ °C}$.

De la misma manera, las propiedades del vapor del agua son:

Vapor de agua (2)¹

Peso molecular: 18

Temperatura crítica: 647.3 K

Presión crítica: 217.6 atm

C_p : 1.86 kJ/kg-K, a $0.1 \text{ atm} < P < 5 \text{ atm}$, y $0 \text{ °C} < T < 100 \text{ °C}$

Entalpía de vaporización, $\Delta H_v(0 \text{ °C}) = 2500 \text{ kJ/kg}$

6.1 *La carta psicrométrica*

Es una gráfica de la relación entre las siguientes variables del sistema aire agua:

la humedad absoluta, Y ,

la humedad relativa, ϕ ,

la temperatura del sistema,

la entalpía del aire,

la temperatura de saturación adiabática,

la temperatura de bulbo húmedo.

La definición de cada una de ellas se explica a continuación:

6.1.1 *La humedad absoluta.*

Es la concentración del vapor de agua en el aire. Se puede expresar de diferentes formas como

¹El número entre paréntesis identifica al compuesto

fracción peso, fracción mol, relación peso, relación mol, etcétera. La concentración adecuada para el sistema aire agua es la relación peso, definida por la relación:

$$6.1 \quad Y = \frac{m_2}{m_1}$$

m_2 es la masa de vapor de agua y m_1 la del aire seco.
La fracción peso del agua es:

$$6.2 \quad y = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{Y}{Y + 1}$$

La fracción mol correspondiente es:

$$6.3 \quad \bar{y} = \frac{\frac{m_2}{18}}{\frac{m_1}{18} + \frac{m_2}{29}} = \frac{29 Y}{18 + 29 Y}$$

O:

$$6.4 \quad \bar{y} = \frac{29 y}{18 + 11 y}$$

Por definición:

$$6.5 \quad \bar{y} = \frac{p_2}{P}$$

p_2 es la presión parcial del agua en la mezcla, P la presión del sistema.

6.1.2 La humedad relativa

Se define como el cociente:

$$6.6 \quad \phi = \frac{p_2}{p_v}$$

p_v es la presión vapor del agua, que es función exclusiva de la temperatura. Una fórmula para predecir su valor es la ecuación de Antoine:

$$6.7 \quad p_v = \exp(18.3950 - 3924.81/(T + 231.36)) \quad T \text{ en } ^\circ\text{C} \text{ y } p_v \text{ en torr}$$

Esta ecuación es adecuada en el rango de temperaturas de las operaciones de humidificación. El rango de valores de la humedad relativa es: $0 \leq \phi \leq 1$. Si $\phi = 1$ se trata de aire saturado. De la combinación algebraica de las ecuaciones 6.6 y 6.3 resulta:

$$6.8 \quad Y = \frac{18}{29} \frac{\phi p_v}{P - \phi p_v}$$

6.1.3 La Temperatura del sistema o de bulbo seco

Es la temperatura del aire que registra el termómetro.

6.1.4 Entalpía del aire

El cambio de entalpía a humedad constante, por unidad de masa, de un aire con una humedad Y es:

$$6.9 \quad \Delta H = \Delta H_1 + Y \Delta H_2$$

donde:

$$6.10 \quad \Delta H_1 = \int_{T_B}^T C_{p1} dT$$

C_{p1} es la capacidad específica del aire en estado gaseoso en kJ/kg. El cambio de entalpía del agua se calculará a partir del agua en estado líquido, por ello, su cambio de entalpía es:

$$6.11 \quad \Delta H_2 = \Delta H_v(T_B) + \int_{T_B}^T C_{p2,v} dT$$

C_{p2v} es la capacidad específica del vapor de agua. T_B la temperatura base.

Integrando y sustituyendo en la ecuación 6.9 se obtiene, seleccionando $T_B = 0^\circ\text{C}$:

$$6.12 \quad H = C_{p1} T + Y(C_{p2v} T + \Delta H_v(0^\circ\text{C}))$$

Se ha considerado que C_{p1} y C_{p2v} son constantes. Se usa H en lugar de ΔH , porque $H = 0$ a la temperatura base.

6.1.5 La temperatura de saturación adiabática

Es la temperatura que adquiere una cantidad de aire que se satura al ponerse en contacto con agua líquida bajo condiciones adiabáticas, o sea, las entalpías de entrada y de salida del aire deben ser iguales:

$$6.13 \quad H_e = H_s^*$$

El asterisco indica estado saturado. Asumiendo que el aire entra a una temperatura T_e y humedad Y_e y sale a una temperatura T_s^* , llamada de saturación adiabática, y humedad Y_s^* :

$$6.14 \quad H_e = C_{p1}(T_e - T_B) + Y_e(\Delta H_v(T_B) + C_{p2}(T_e - T_B))$$

$$6.15 \quad H_s^* = C_{p1}(T_s^* - T_B) + Y_s^*(\Delta H_v(T_B) + C_{p2}(T_s^* - T_B))$$

Sustituyendo las igualdades 6.14 y 6.15 en la 6.13 se obtiene:

$$6.16 \quad C_{p1}(T_e - T_s^*) + Y_e(\Delta H_v(T_B) + C_{p2}(T_e - T_B)) - Y_s^*(\Delta H_v(T_B) + C_{p2}(T_s^* - T_B)) = 0$$

Si, se escoge $T_B = T_s^*$:

$$6.17 \quad (C_{p1} + Y_e C_{p2})(T_e - T_s^*) + (Y_e - T_s^*) \Delta H_v(T_s^*) = 0$$

La temperatura de saturación adiabática se obtiene al despejar:

$$6.18 \quad T_s^* = T_e - \frac{\Delta H_v(T_s^*)}{C_{p1} + C_{p2} Y_e} (Y_s^* - Y_e)$$

Esta expresión se puede arreglar como el cociente:

$$6.19 \quad \frac{Y_s^* - Y_e}{T_e - T_s^*} = \frac{C_{p1} + C_{p2} Y_e}{\Delta H_v(T_s^*)}$$

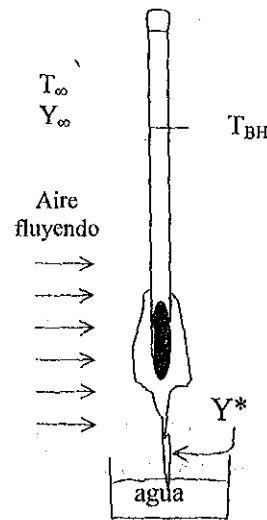


Figura 6.1
Termómetro de bulbo húmedo

6.1.6 La temperatura de bulbo húmedo, T_{BH} .

Se refiere a la temperatura que registra una superficie húmeda, cuando se hace pasar sobre ella un aire a una velocidad tal que el flujo sea turbulento. Véase la Figura 6.1. Esta temperatura se puede predecir teóricamente a partir de la interacción de los fenómenos de transferencia de masa y calor, sin embargo, este tema está más allá de las fronteras de este curso, consúltese, por ejemplo, al texto de Keey [6.1]. El resultado aproximado, para el sistema aire agua, es:

$$6.20 \quad T_{BH} = T_\infty - \frac{\Delta H_v(T_{BH})}{C_{p1} + Y_\infty C_{p2}} (Y^* - Y_\infty)$$

Y^* es la humedad a T_{BH} con $\phi = 1$. Y_∞ es la humedad absoluta del aire que ocasiona la temperatura de bulbo húmedo T_{BH} .

Si se compara con la temperatura de saturación adiabática, ecuación 6.19, resulta que estas temperaturas son iguales, $T_s^* = T_{BH}$, esta es una **propiedad específica del sistema aire agua!**

Nótese que, dadas T_∞ y T_{BH} se puede determinar Y_∞ con la ecuación 6.20.

Ejemplo 6.1

La presión parcial del agua en un aire es de 10 torr y la del sistema es de 600 torr a de 25 °C, calcúlese:

- la fracción mol del agua,
- la fracción peso del agua
- la humedad absoluta en g de agua/kg de aire seco
- la humedad relativa.
- su entalpía
- la temperatura de saturación

Respuesta

De la ecuación 6.5:

$$y = 10/600 = 0.0167 \text{ mol vapor agua/mol mezcla aire agua}$$

La fracción peso se obtiene al despejarla de la ecuación 6.4:

$$y = \frac{18(0.0167)}{[29 - 11(0.0167)]} = 0.01043 \text{ kg H}_2\text{O/kg mezcla}$$

La relación peso se calcula con la ecuación 6.8 considerando la 6.6:

$$Y = \frac{18}{29} \left(\frac{10}{600 - 10} \right) = 0.0105 \text{ k g H}_2\text{O/kg aire seco}$$

o:

$$Y = 10.52 \text{ g de H}_2\text{O/kg de aire seco}$$

La presión vapor del agua a 25 °C es, de la ecuación 6.7:

$$p_v = 23.57 \text{ torr}$$

por lo tanto, la humedad relativa es, de la definición 6.6:

$$\phi = \frac{10}{23.57} = 0.4242$$

Al sustituir valores en la ecuación 6.12 se obtiene:

$$H = 1.006(25) + 0.01067(1.86(25) + 2500)$$

$$H = 52.31 \text{ kJ/kg de aire seco}$$

La temperatura de saturación adiabática se obtiene al resolver la ecuación 6.19:

$$\frac{Y_s^* - 0.01052}{25 - T_s^*} = \frac{1.006 + 1.86(0.01052)}{\Delta H_v(T_s^*)}$$

Esta ecuación tiene una sola incógnita: T_s^* . Si se conoce la temperatura de saturación, se puede calcular la presión vapor del agua, ecuación 6.7 y calcular Y_s^* , ec. 6.8 y $\Delta H_v(T_s^*)$ con la ecuación:

$$6.21 \quad \Delta H_{v1} = 2500 - 1.933 T \quad \text{kJ/kg, } T \text{ en } ^\circ\text{C}$$

Resulta que:

$$T_s^* = 15.9 \text{ } ^\circ\text{C}$$

6.1.7 Gráfica

Considerando las definiciones anteriores se puede dibujar la carta psicrométrica. La Figura 6.2 ilustra la carta psicrométrica para $P = 600 \text{ mmHg}$, una presión común en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México. Algunos datos de esta gráfica los contiene la Tabla 6.1.

En el eje horizontal se mide la humedad absoluta, Y en gramos de vapor de agua por kilogramo de aire seco, el eje vertical mide la temperatura, T en $^\circ\text{C}$. Las líneas curvas corresponden a diferentes humedades relativas. Las líneas rectas inclinadas corresponden a entalpías constantes, H en kJ por kg de aire seco.

Nótese que, la ecuación 6.19 corresponde a la línea de entalpía constante, por lo tanto, su intersección con la curva para $\phi = 1$ indica la temperatura de saturación o de bulbo húmedo.

Actualmente, por el fácil acceso a los computadores, se pueden crear programas con los que se estiman las variables de la carta psicrométrica definiendo, aparte de la presión, dos variables independientes.

6.2 Procesos aire agua

A continuación se presentan cuatro procesos elementales del sistema aire-agua. Todos ellos operan de manera continua y estacionaria.

La masa de aire puede expresarse como masa húmeda o masa seca. Por ejemplo, 1 kg de aire ambiental puede contener 30 g de vapor de agua, la masa seca de este aire son 970 g. Es práctico utilizar la base seca y las relaciones peso, porque normalmente se supone que el aire no se diluye en el agua líquida en las operaciones de aire agua.

6.2.1 Calentamiento

Se introducen a un calentador m kg/h de aire en base seca a una temperatura T_e y con una humedad Y_e , véase las Figuras 6.3 y 6.4. El calor necesario para calentar ese flujo de aire hasta una temperatura T_s es:

Tabla 6.1
 Humedades absolutas a diferentes temperaturas y humedades relativas

	ϕ	0.2	0.4	0.6	0.8	1
T	p_v	Y				
5	5.99	1.2	2.5	3.7	5.0	6.3
10	8.45	1.8	3.5	5.3	7.1	8.9
15	11.75	2.4	4.9	7.4	9.9	12.4
20	16.13	3.4	6.7	10.2	13.6	17.1
25	21.87	4.6	9.2	13.9	18.6	23.5
30	29.32	6.1	12.4	18.7	25.2	31.9
35	38.86	8.1	16.5	25.1	33.9	43.0
40	50.99	10.7	21.8	33.3	45.3	57.6
45	66.24	14.0	28.7	44.0	60.1	77.0
50	85.25	18.2	37.4	57.8	79.6	102.8
55	108.76	23.3	48.5	75.7	105.3	137.4
60	137.60	29.8	62.7	99.0	139.5	184.7
65	172.72	37.9	80.8	129.6	185.7	250.9
70	215.16	48.0	103.9	170.2	249.7	347.0

T en °C, p_v en torr y Y en g H₂O/kg aire seco

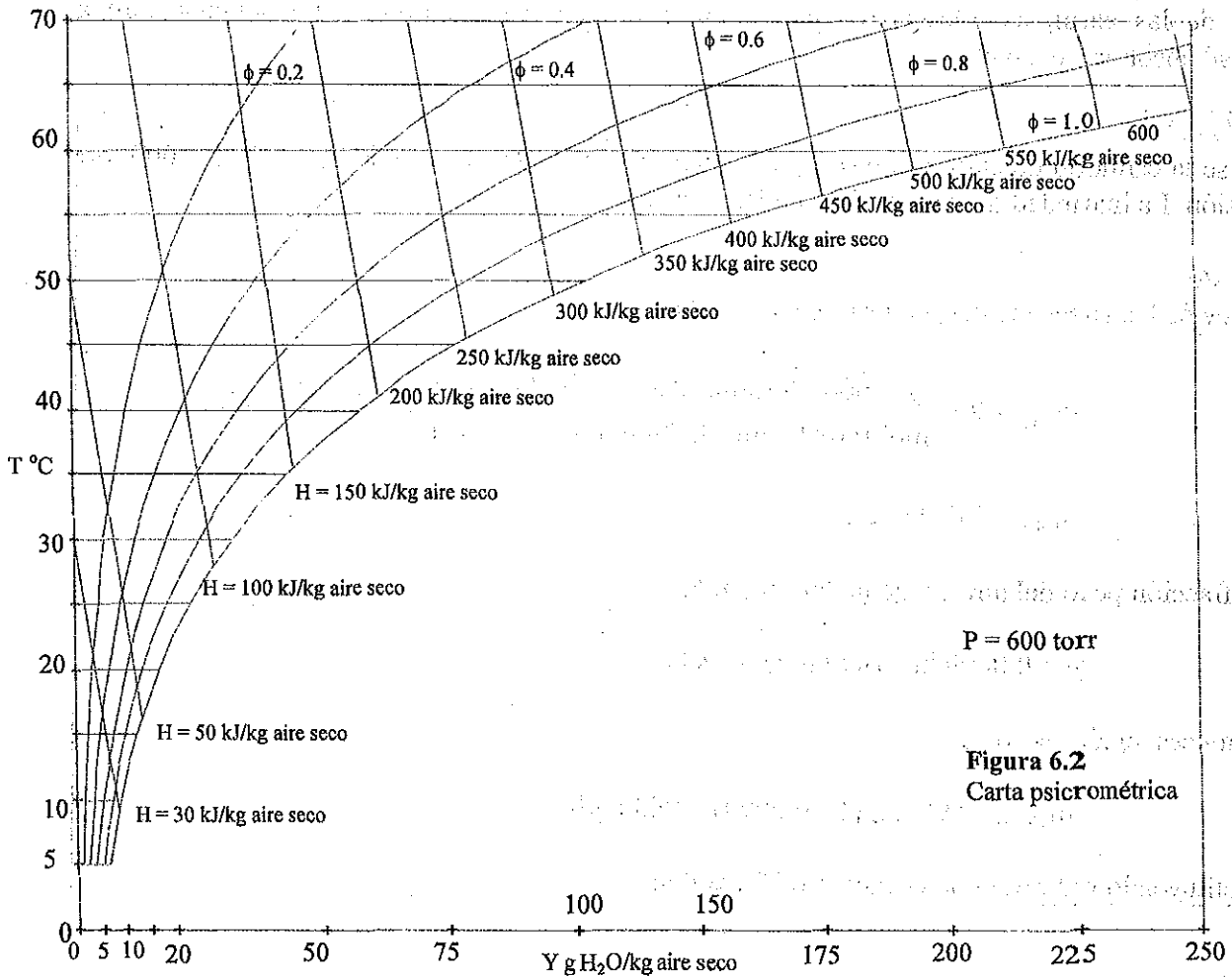


Figura 6.2
 Carta psicrométrica

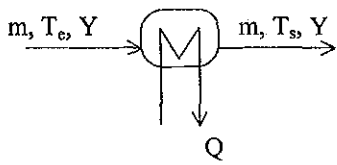


Figura 6.3
Calentamiento de aire

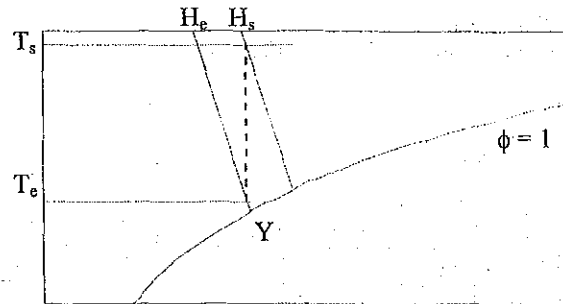


Figura 6.4
Calentamiento de aire

$$6.22 \quad Q = m \Delta H = m (H_s (Y_e, T_s) - H_e (Y_e, T_e))$$

Aplicando la ecuación 6.12:

$$6.23 \quad Q = m [C_{p1} + Y_e C_{p2}] (T_f - T_e)$$

Recuerde que la humedad absoluta de entrada es la misma a la salida. La Figura 6.4 ilustra la lectura de las entalpías. Obsérvese que la humedad relativa disminuye al calentarse aire a humedad absoluta constante.

Ejemplo 6.2

Evalúese la cantidad de calor necesaria para calentar $1000 \text{ m}^3/\text{h}$ de aire de 20 a $75 \text{ }^\circ\text{C}$ a 600 torr de presión. La humedad del aire es de 10 g/kg de aire seco.

Respuesta

De la ley de los gases ideales, el gasto másico del aire es:

$$m_{\text{aire}} = 29 \frac{\text{g}}{\text{gmol}} \frac{600/760 \text{ atm} (1000 \text{ m}^3/\text{h}) (1000 \text{ lt}/\text{m}^3)}{0.082 (\text{atm} \cdot \text{lt})/(\text{gmol} \cdot \text{K}) (293.15 \text{ K})} = 952427 \text{ g/h}$$

$$m_{\text{aire}} = 952.43 \text{ kg/h}$$

La fracción peso del aire es, de la definición 6.2:

$$y = 0.0099 \text{ kg H}_2\text{O}/\text{kg de mezcla}$$

Entonces, el aire seco es:

$$m_{\text{aire seco}} = 952.43 (1 - 0.0099) = 943 \text{ kg/h}$$

Sustituyendo valores en la ecuación 6.22 resulta:

$$Q = 924.43[(1.006) + 0.01(1.86)](75 - 20) = 53672 \text{ kJ/h}$$

Convirtiendo unidades:

$$Q = 14.91 \text{ kW}$$

6.2.2 Enfriamiento

Al enfriar aire húmedo se puede presentar condensación del vapor de agua. La temperatura cuando comienza la condensación se llama *temperatura de saturación*. Esta temperatura se puede calcular con la ecuación 6.8 cuando $\phi = 1$.

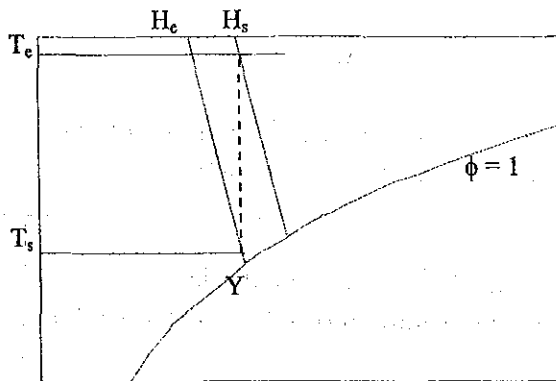


Figura 6.5
Enfriamiento sin condensación

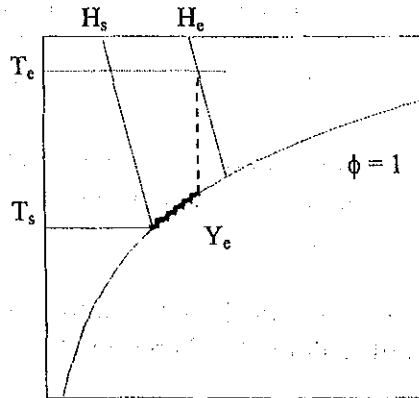


Figura 6.6
Enfriamiento con condensación

Ejemplo 6.3

Calcúlese la temperatura de saturación de un aire con $Y = 10 \text{ g de H}_2\text{O/kg de aire seco}$ a 600 torr de presión.

Respuesta

De la ecuación 6.8:

$$6.24 \quad p_v = \frac{YP}{0.621 + Y}$$

Sustituyendo valores:

$$p_v = 9.635 \text{ torr}$$

Al despejar la temperatura de la ecuación 6.7 se obtiene:

$$6.25 \quad T = \frac{3816.44}{18.3036 - \ln(p_v)} - 227.02$$

Por lo tanto, la temperatura de saturación del aire es:

$$T = 10.94 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Esta temperatura corresponde a la de bulbo húmedo.

El calor transferido se calcula con la misma fórmula 6.22, considerando el posible cambio de humedad absoluta:

$$6.26 \quad Q = m \Delta H = m (H_s(Y_s, T_s) - H_e(Y_e, T_e))$$

Entonces, al aplicar la definición de la entalpía de la mezcla aire agua:

$$6.27 \quad Q = - m [(C_{p1}(T_s - T_e) + C_{p2}(Y_s T_s - Y_e T_e)) + (Y_s - Y_e) \Delta H_v]$$

Nótese que el enfriamiento aumenta la humedad relativa, excepto si el aire inicial es saturado. Las Figuras 6.5 y 6.6 ilustran los esquemas correspondientes sobre la carta psicrométrica.

Ejemplo 6.4

Se enfría una corriente de aire de 45 a 20 °C. Inicialmente tiene 30 % de humedad relativa. Calcúlese la cantidad de calor extraída por kg de aire seco si el enfriamiento se lleva a cabo a 0.8 bar de presión.

Respuesta

La presión vapor del agua a 20 °C es:

$$p_v(20 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 71.78 \text{ torr}$$

La humedad absoluta es, de la ecuación 6.8:

$$Y = 0.0231 \text{ kg H}_2\text{O/kg aire seco}$$

La presión vapor del aire saturado es, de la ecuación 6.24:

$$p_v(Y = 0.0231) = 21.53 \text{ torr}$$

Y su temperatura de saturación es:

$$T = 23.50 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Como la temperatura final es menor que la de saturación habrá condensación de vapor de agua hasta una humedad absoluta calculada con la ecuación 6.8 cuando $\phi = 1$ y $T = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$Y^*(20 \text{ }^{\circ}\text{C}) = 0.0185 \text{ kg H}_2\text{O/kg aire seco}$$

El asterisco se refiere a aire saturado. Sustituyendo valores en la ecuación 6.26 se obtiene el resultado:

$$Q/m = - 37.95 \text{ kJ/kg aire seco}$$

$$Y^*(20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0.0185 \text{ kg H}_2\text{O/kg aire seco}$$

El asterisco se refiere a aire saturado. Sustituyendo valores en la ecuación 6.26 se obtiene el resultado:

$$Q/m = - 37.95 \text{ kJ/kg aire seco}$$

6.2.3 Mezclado adiabático de aire

Considérese el mezclado adiabático e isocórico, a condiciones constantes, de m_1 kg/h de aire en base seca con humedad absoluta Y_1 , temperatura T_1 , con m_2 kg/h de aire en base seca con humedad absoluta Y_2 , temperatura T_2 como se ilustra en la Figura 6.7. Los balances de materia y energía son:

6.28 $m_1 + m_2 = m_3$

6.29 $Y_1 m_1 + Y_2 m_2 = Y_3 m_3$

6.30 $Y_1 H_1 + Y_2 H_2 = Y_3 H_3$

Al combinar algebraicamente las ecuaciones 6.28, 6.29 y 6.30, se obtiene:

6.31
$$Y_3 = \frac{Y_1 m_1 + Y_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

y:

6.32
$$H_3 = \frac{H_1 m_1 + H_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

La Figura 6.8 es una ilustración gráfica en la carta psicrométrica, del proceso de mezclado de dos corrientes de aire.

Ejemplo 6.5

Se mezclan, como se ha explicado, 100 kg/min de aire húmedo con $Y_1 = 16 \text{ g/kg}$ y $28 \text{ }^\circ\text{C}$ con 200 kg/min. de aire con $Y_2 = 50 \text{ g/kg}$ y $\phi = 0.4$, calcúlese la humedad

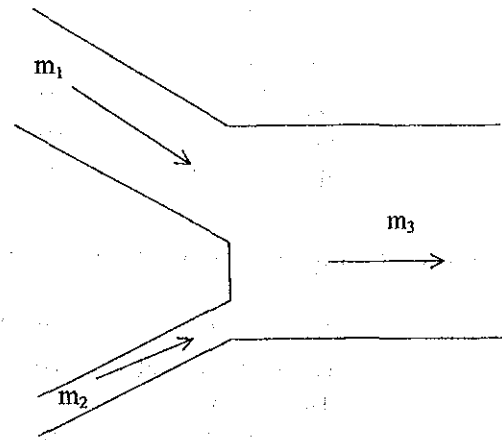


Figura 6.7
Mezclado de aire

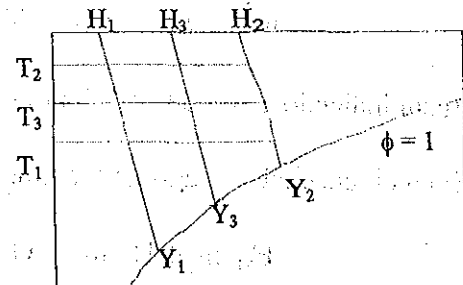


Figura 6.8
Mezclado adiabático

absoluta, la temperatura y la humedad relativa de la mezcla resultante. La presión es de 0.8 bar.

Respuesta

Las variables de la corriente 1 son:

$$H_1 = 69 \text{ kJ/kg} \quad (6.12)$$

$$p_{v1} = 28.17 \text{ torr} \quad (6.7)$$

$$y_1 = 0.0251 \quad (6.3)$$

$$p_1 = 15.08 \text{ torr} \quad (6.5)$$

$$\phi_1 = 0.535 \quad (6.6)$$

$$y_1 = 0.0157 \quad (6.2)$$

$$m_1 = (1 - 0.0157)(100) = 98.42 \text{ kg aire seco/min}$$

El valor de las variables de la corriente 2 son:

$$p_{v2} = 111.83 \text{ torr} \quad (6.8)$$

$$T_2 = 53.88 \text{ °C} \quad (6.7)$$

$$H_2 = 184.2 \quad (6.12)$$

$$y_2 = 0.0745 \quad (6.3)$$

$$p_2 = 44.7 \text{ torr} \quad (6.5)$$

$$y_2 = 0.0476 \quad (6.2)$$

$$m_2 = (1 - 0.0476)(200) = 190.47 \text{ kg aire seco/min}$$

La corriente resultante tiene las siguientes propiedades:

$$Y_3 = 38.7 \quad (6.31)$$

$$H_3 = 145 \text{ kJ/kg} \quad (6.32)$$

$$T_3 = 44.8 \quad (6.12)$$

$$y_3 = 0.059 \quad (6.3)$$

$$p_3 = 35.2 \text{ torr} \quad (6.5)$$

$$p_{v3} = 74.0 \text{ torr} \quad (6.7)$$

$$\phi_3 = 0.476 \quad (6.6)$$

$$m_3 = m_1 + m_2 = 288.90 \text{ kg aire seco/min}$$

El subíndice identifica la corriente y el número entre paréntesis la ecuación correspondiente.

Si en el mezclado se agrega o extrae calor la ecuación 6.30 se expresa como:

$$6.33 \quad H_1 m_1 + H_2 m_2 \pm Q = H_3 m_3$$

Q es positivo si se agrega calor, y negativo si se extrae.

6.2.4 Humidificación del aire

Una torre de humidificación o de enfriamiento es un equipo donde se pone en contacto aire con agua líquida para obtener dos efectos simultáneamente: aumentar la humedad del aire y enfriar el agua y, como se ilustra en la Figura 6.9.

A una torre de enfriamiento se alimentan m_{Le} kg/s de agua líquida a una temperatura T_{Le} por la parte superior y, por la inferior, se introducen m kg/h de aire en base seca a T_e °C y humedad Y_e . La torre produce m_{Ls} kg de agua líquida a una temperatura T_{Ls} y un aire humidificado con una humedad Y_s y temperatura T_s , véase la Figura 6.9.

Suponiendo que la torre opera a condiciones constantes, proceso estacionario, por la Ley de la Conservación de la Materia, la cantidad de agua incorporada al aire es:

$$6.34 \quad m_{Le} - m_{Ls} = (Y_s - Y_e) m$$

y, si opera adiabáticamente, por la Ley de la Conservación de la Energía:

$$6.35 \quad C_{pL2}(m_{Le} T_{Le} - m_{Ls} T_{Ls}) = (H_s - H_e) m$$

Como las ecuaciones son funciones implícitas de las variables del proceso, normalmente debe aplicarse un procedimiento de prueba y error para encontrar la solución a un problema, como se ilustra a continuación.

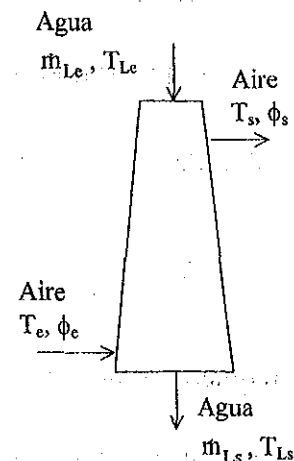


Figura 6.9
Diagrama de flujo de una torre de humidificación o de enfriamiento

Ejemplo 6.6

En una torre se enfrían 1000 kg/h de agua de 60 a 30 °C con 5000 kg de aire seco/h. El aire entra con una humedad absoluta de 10 g/kg y 20 °C y sale con una humedad relativa del 90 %. El esquema del proceso corresponde al del la Figura 6.9 y opera como se ha descrito a 1 bar de presión.

Calcúlese:

- la cantidad de agua evaporada
- la temperatura, la humedad relativa y la entalpía del aire a la salida

Respuesta

Identificando los datos:

$$\begin{aligned} m &= 5000 \text{ kg aire seco/h} \\ T_e &= 20 \text{ °C} \\ Y_e &= 0.01 \text{ kg H}_2\text{O/kg aire seco} \\ \phi_s &= 0.9 \\ m_{Le} &= 1000 \text{ kg de agua líquida/h} \\ T_{Le} &= 60 \text{ °C} \\ T_{Ls} &= 30 \text{ °C} \end{aligned}$$

De la ecuación 6.12:

$$H_e = 45.1 \text{ kJ/kg}$$

La aplicación de las ecuaciones 6.32 y 6.33 produce las expresiones:

$$6.36 \quad 1000 - m_{L_s} = (Y_s - 0.01) 5000$$

$$6.37 \quad 4.18 (1000(60) - 30 m_{L_s}) = (H_s - 45.1) 1000$$

Las incógnitas de estas ecuaciones son T_s , m_{L_s} , considerando la definición de Y_s

$$6.38 \quad Y_s = \frac{18}{19} \frac{0.9p_v}{750 - 0.9p_v}$$

su solución requiere un procedimiento de prueba y error. Se propone el siguiente:

1. Suponer un valor para $(m_{L_s})_{su}$,
2. Calcular $(Y_s)_{su}$ de la ecuación 6.36,
3. Calcular $(H_s)_{su}$ de la ecuación 6.37,
4. Calcular $(T_s)_{su}$ de la ecuación 6.12:

$$6.39 \quad T_s = \frac{(H_s)_{su} - \Delta H_v(0^\circ\text{C})}{1.006 + 1.86(Y_s)_{su}}$$

5. Con esta temperatura obtener $(Y_s)_{ca}$ con la ecuación 6.38,
6. Si:

$$|(Y_s)_{su} - (Y_s)_{ca}| < \epsilon$$

se ha encontrado la solución aproximada por ϵ , un número arbitrariamente pequeño, en caso contrario, repetir el procedimiento con un nuevo valor de $(Y_s)_{su}$.

La Tabla 6.2 contiene los resultados del procedimiento al inicio y al final para $\epsilon = 0.00001$.

Tabla 6.2
Resultados del Ejemplo 6.5

Intento	$(m_{L_s})_{su}$ kg/min	$(Y_s)_{su}$ kg/kg	$(H_s)_{su}$ kJ/kg	$(T_s)_{su}$ °C	$(p_{vs})_{ca}$ torr	$(Y_s)_{ca}$ kg/kg	ϵ
Inicial	950	0.02000	71.83	20.92	18.4	0.01398	0.00602
Final	959.06	0.01819	71.60	25.13	23.7	0.01819	$-3.8(10)^{-7}$

Autoevaluación

- 6.1 Enúnciense las variables que describen una mezcla de aire agua.
- 6.2 Describese el concepto de temperatura de bulbo húmedo.
- 6.3 ¿Cambia la humedad relativa de un aire que se calienta? ¿y la absoluta?
- 6.4 Si al enfriarse un aire se condensa agua, ¿cuál es la humedad relativa a la salida?
- 6.5 ¿En qué consiste el proceso de humidificación del aire?
- 6.6 Explique ¿por qué se empañan los cristales de una habitación o de un auto?
- 6.6 ¿Cuál será el estado de agregación más probable de las nubes? Consúltense las propiedades del agua pura y el llamado diagrama de fases.

Problemas

- 6.1 Si un aire tiene las siguientes propiedades:
 - a) $Y = 0.03$, $\phi = 0.5$, $P = 0.8$ bar
 - b) $T = 45$ °C, $\phi = 0.8$, $P = 0.8$ bar
 - c) $Y = 0.03$, $\phi = 0.5$, $P = 1$ bar
 - d) $T_{BH} = 10$ °C y $T = 22$ °C, $P = 1$ bar
 Determinése el valor de las restantes.
- 6.2 Se calienta un aire que está a 22 °C a una presión de 0.85 bar, si su humedad relativa cambia de 0.6 a 0.1, ¿cuál es la cantidad de calor suministrada por kg de aire seco?
- 6.3 Se enfrían 50 kg/h de aire seco de 42 °C y una humedad relativa de 0.5 hasta que su humedad absoluta sea la cuarta parte de la inicial.
 - a) ¿Cuál es la humedad, Y_e , a la entrada?
 - b) ¿Cuál es la humedad, Y_s , a la salida?
 - c) ¿Cuál es la temperatura final?
 - d) ¿Cuánto calor es necesario extraer?
- 6.4 Se deben enfriar 100 kg/s de una corriente de agua a 68 °C, proveniente de un condensador de una torre de destilación. Se dispone de una torre de enfriamiento cuyo ventilador tiene una capacidad máxima de 2000 lt/s de aire. Los valores promedio del aire ambiente durante invierno son: $T = 18$ °C, $\phi = 0.4$, $P = 0.78$ bar. Si la torre es lo suficientemente grande para que el aire a la salida tenga una humedad relativa del 90 %, calcúlese:
 - la temperatura del agua a la salida de la torre,
 - la humedad absoluta, relativa y la temperatura del aire a la salida de la torre.

Referencias

- 6.1 Key, R.B., *Introduction to industrial drying operations*, Pergamon Press, Oxford, Inglaterra, 1978.

Nomenclatura

C_p	Capacidad térmica específica	kJ/kg-K
C_{pv}	Capacidad específica del vapor	kJ/kg-K
m	masa	kg
\dot{m}	Flujo de masa	kg/s, kg/min, etc.
p	Presión parcial	torr, bar, atm

P	Presión	torr, bar, atm
p_v	Presión vapor	torr, bar, atm
T	Temperatura	K ó °C
Y	Humedad absoluta	kg H ₂ O/kg aire
y	Fracción peso	
Y	Fracción mol	
ΔH_v	Calor latente de evaporación	kJ/kg
ϕ	Humedad relativa	

Subíndices/ superíndices

B	Estado base o de referencia
e	Entrada
f	Final o salida
s	Estado saturado
1	Identifica al aire seco
2	Identifica al agua
*	Estado saturado

CAPÍTULO 7

CRISTALIZACIÓN

7.1 Introducción

La cristalización es una operación unitaria que corresponde a un proceso de separación de una sustancia disuelta en un líquido, y que es un sólido a las condiciones ambientales. Normalmente el líquido es agua. Su fundamento reside en la propiedad de disolución de una cantidad determinada de un sólido en un líquido a una temperatura dada. El fenómeno de cristalización se caracteriza porque una sustancia, que es parte de una fase líquida, pasa a fase sólida.

Los sólidos forman estructuras moleculares que dependen de las velocidades de formación, entre otros factores. Si la estructura puede identificarse con una geometría definida se llaman cristales. Hay cristales cúbicos, tetragonales, rombohédricos, rómbicos, hexagonales, triclínicos, etc. La Figura 7.1 muestra algunas formas geométricas comunes de cristales.

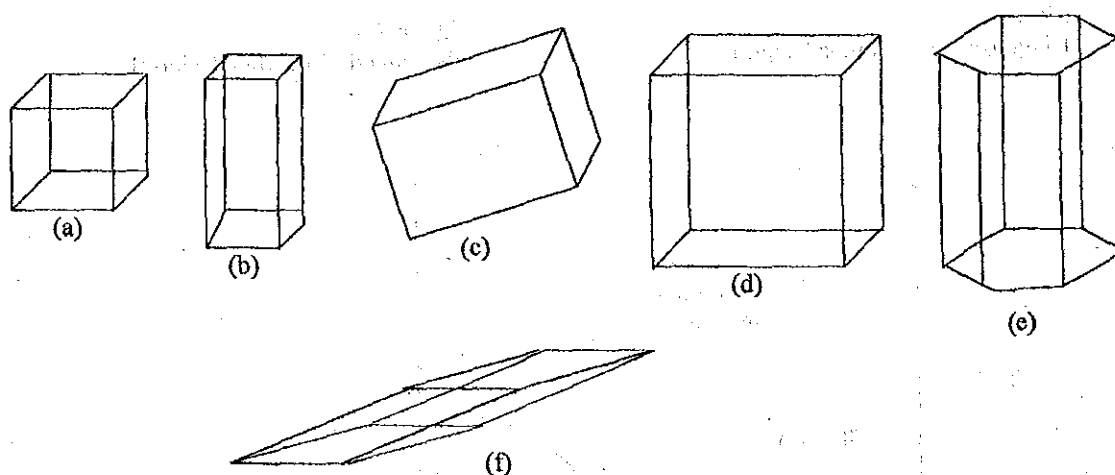


Figura 7.1

Cristales: a cúbico, b tetragonal, c rombohédrico, d rómbico, e hexagonal, f triclínico

7.2 El equilibrio líquido sólido

Supóngase que se tiene en un recipiente una masa determinada de un líquido puro, a una temperatura T . Entonces se empieza a agregar una sustancia sólida que se disuelve en el líquido, manteniendo, por algún medio, la temperatura constante. Llegará el momento en que no se disolverá más sólido. La masa disuelta del sólido entre la masa del líquido es la **solubilidad** a la temperatura de referencia. La Figura 7.2 ilustra esquemáticamente la gráfica de solubilidad de una sustancia, como el KNO_3 , en agua, llamada también **curva de saturación**.

La Figura 7.3 muestra el esquema de un diagrama de equilibrio de una sustancia como el NaCl .

La Figura 7.4 ilustra el esquema del equilibrio de un sólido que cristaliza de diferentes formas, formando los llamados hidratos. Por ejemplo, el $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ cuando cristaliza a partir de una solución acuosa puede presentarse, según la concentración y la temperatura, como $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$, como $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ o como $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$.

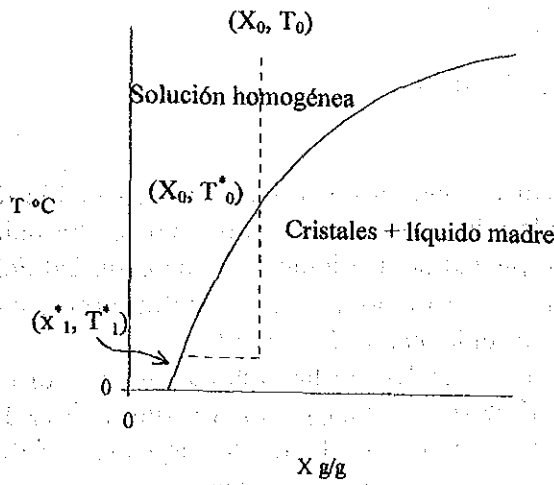


Figura 7.2
Diagrama de solubilidad Tipo I

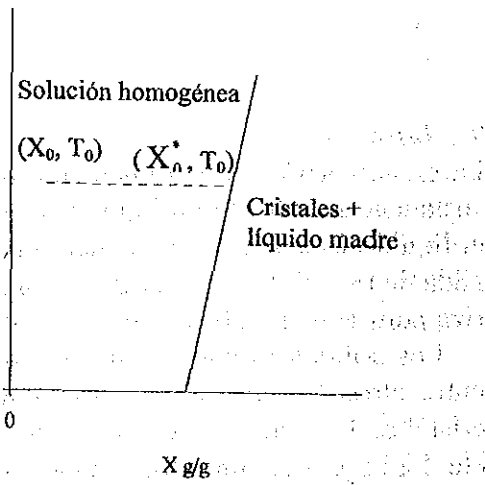


Figura 7.3
Diagrama de solubilidad Tipo II

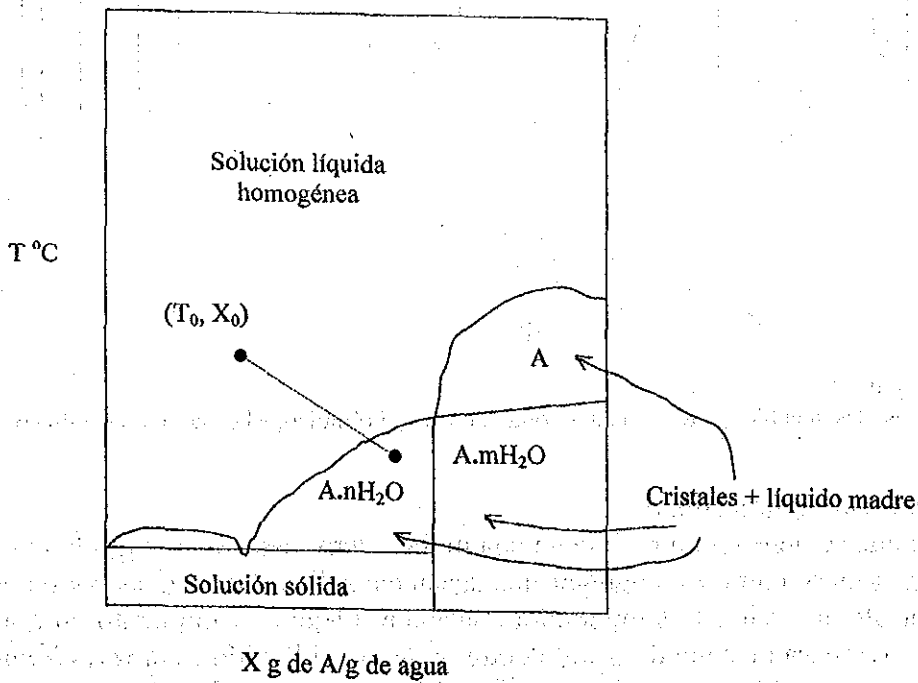


Figura 7.4
Diagrama de equilibrio tipo III

Si una solución se encuentra en la zona estable, punto (T_0, X_0) , y se enfría abajo de la temperatura T_0^* , entonces parte del sólido disuelto se separa de la solución por cristalización, y queda en contacto con una solución saturada, llamada *líquido madre*.

7.3 El proceso de cristalización

La separación por cristalización se practica generalmente enfriando la solución, y/o concentrando la solución. Las Figuras 7.5 y 7.6 ilustran los diagramas de flujo simplificados de la cristalización.

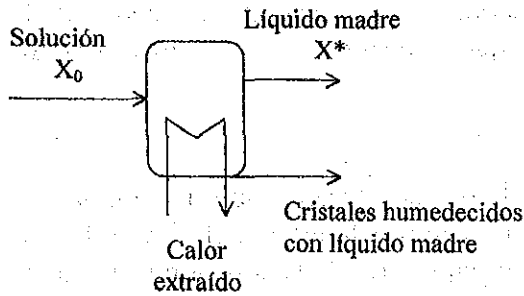


Figura 7.5
Cristalización con separación de los sólidos por enfriamiento

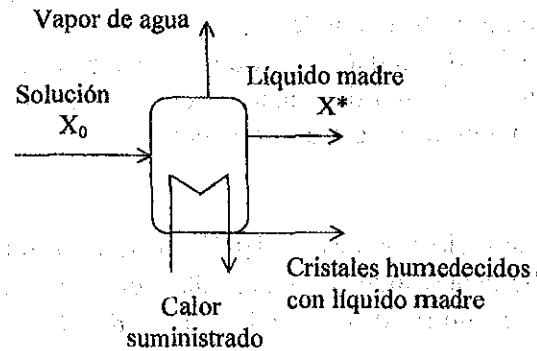


Figura 7.6
Cristalización con separación de los sólidos por evaporación

En la Figura 7.2 la línea punteada ilustra la trayectoria de cristalización por enfriamiento. La solución tiene una concentración X_0 y una temperatura T_0 y se enfría hasta una temperatura T_1^* . T_0^* es la temperatura de saturación del líquido, esto es, si se agrega un poco de sólido éste no se disuelve, o si se enfría un poco más parte del sólido disuelto tiende a cristalizar. Por lo tanto, al continuar enfriando se va cristalizando parte del sólido disuelto hasta alcanzar la temperatura establecida, T_1^* . Al final se tiene una solución saturada con una concentración X_1^* y una cantidad de cristales igual a:

$$6.1 \quad m_L(X_0 - X_1^*)$$

m_L es la cantidad de agua. Como sólo fue enfriamiento es la misma cantidad al inicio que al término.

La separación de los cristales del líquido madre se puede realizar por filtración o centrifugación. Como es de esperarse, algo de la solución saturada se adhiere a los cristales.

En la Figura 7.3 se ilustra el proceso por evaporación. Al eliminar parte del agua de la solución la concentración de los sólidos aumenta hasta lograr la concentración de saturación, X_0^* . Al continuar evaporando el agua, a temperatura constante, se formarán más cristales. En este caso la cantidad de sólidos cristalizados es:

$$6.2 \quad m_{L1} X_0 - m_{L2} X_0^*$$

m_{L1} es la cantidad de agua inicial y m_{L2} la final.

En la práctica el proceso de cristalización abarca ambos procedimientos. Normalmente se eleva la temperatura para evaporar el agua hasta una concentración adecuada y al enfriarse se obtienen la cantidad de sólidos económicamente plausible.

El problema práctico consiste en determinar el tiempo que se requiere para lograr que esta cantidad se precipite, que implica calcular con qué velocidad se transfiere calor de la solución y con qué velocidad se adhieren moléculas del soluto en el sólido formado. La etapa del proceso donde se comienzan a formar los cristales se conoce como nucleación. Estos fenómenos dependen de las velocidades de transferencia de masa y calor.

De las teorías de transferencia de masa y calor se sabe que estas velocidades dependen de la forma y tamaño del área de transferencia, y otros factores que se resumen en los llamados coeficientes de transferencia de masa y de calor.

Ejemplo 7.1

Se tiene una solución acuosa al 10 % en peso de nitrato de potasio. Determinése la cantidad de agua que debe evaporarse por cada 100 g de solución para cristalizar la mitad del nitrato. La solubilidad del nitrato a 20 °C la es 0.24 g de $\text{KNO}_3/\text{g H}_2\text{O}$. El equilibrio de la solución saturada es del Tipo II.

Respuesta

La concentración inicial es:

$$X_0 = \frac{10}{90} = 0.1111 \text{ g de } \text{KNO}_3/\text{g H}_2\text{O}$$

Como son 5 g de cristales de KNO_3 , de la ecuación 6.2:

$$m_{L2} = \frac{90(0.1111) - 5}{0.24} = 20.83 \text{ g}$$

Ejemplo 5.2

Una solución formada de 40 g de $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ y 100 g de agua se enfría hasta formar 60 g de cristales de $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$. Calcúlese la composición del licor madre resultante.

Respuesta

El peso molecular del sulfito de sodio es 142 y el del agua 18. Por lo tanto, los 60 g de cristales precipitados se forman de:

$$60 \left(\frac{142}{322} \right) = 26.46 \text{ g } \text{Na}_2\text{SO}_4$$

y:

33.54 g de agua

Por el principio de conservación de la materia la solución se forma de:

$$100 - 33.54 = 66.46 \text{ g de agua}$$

y:

$$40 - 26.46 = 13.54 \text{ g de Na}_2\text{SO}_4$$

por lo tanto, la solubilidad del Na_2SO_4 es:

$$\left(\frac{13.54}{66.46} \right) (100) = 20.37 \text{ g de Na}_2\text{SO}_4/100 \text{ g de agua}$$

Autoevaluación

- 7.1 Defina en qué consiste el proceso de cristalización
- 7.2 Describa de qué variables depende la cristalización
- 7.3 Mencione al menos tres tipos de cristales
- 7.4 Con apoyo de la curva de solubilidad determine si el cloruro de potasio o el cloruro de sodio es más soluble en agua.

Problemas

- 7.1 El jugo de la caña de azúcar contiene 30 % en peso de azúcar. Si la solubilidad a 20 °C es 600 g de azúcar/100 g de agua, ¿Cuánta agua deberá evaporarse para que, al enfriarse a 20 °C la solución concentrada, se recupere el 80 % del azúcar por cristalización?
- 7.2 El sulfato de amonio tiene una solubilidad en agua de 36 g/100 g de agua. Si una solución con el 10 % en peso de sulfato pierde por evaporación el 50 % del agua original y se enfría a 20 °C, ¿Cuánto sulfato se cristaliza?

Nomenclatura

X	Relación peso	g de sólido disuelto A/g de solvente
m_L	Masa de agua pura	g
T	Temperatura	°C

Subíndices/superíndices

o	Inicial
*	Estado de saturación
1	Inicial
2	Final

ANEXO 1

Solución numérica del Ejemplo 5.3

Los datos del problema son: $R_0 = 100$ kg/min, $y_{A0} = 0.3$, $y_{B0} = 0.3$, $E_4 = 75$ kg/min, $x_{A4} = 0$, $x_{B4} = 0$, y los de ELL se reproducen en la Tabla A4.1.

Tabla A4.1

Datos de ELL del sistema ácido oléico (A), aceite de nuez (B), metanol (C) a 25 °C

Dato	x_{Ae}	x_{Be}	y_{Ae}	y_{Be}
1	0.00	0.994	0.000	0.0068
2	0.060	0.878	0.069	0.016
3	0.100	0.810	0.112	0.023
4	0.137	0.745	0.163	0.034
5	0.167	0.693	0.202	0.048
6	0.220	0.600	0.263	0.090
7	0.275	0.490	0.307	0.178
8	0.305	0.408	0.320	0.295
9	0.320	0.360	0.320	0.360

El problema consiste en encontrar las concentraciones y las cantidades del refinado y del extracto del diagrama de flujo de la Figura 5.9 conociendo la composición y cantidad de los flujos que ingresan al equipo de extracción líquido a líquido de 3 etapas teóricas. Su solución debe encontrarse con un procedimiento de prueba y error.

Se define que R identifica a la solución pesada y E a la ligera. Por lo tanto, las fracciones peso de R_j son x_{ij} , $j = 0, 1, 2, 3$ y las correspondientes a E_j son y_{ij} , $j = 1, 2, 3, 4$, en ambos casos $i = A, B$ y C.

Descripción general del procedimiento

El ciclo de iteración comienza suponiendo la concentración de uno de los productos de salida prediciendo la concentración del otro producto. Entonces, mediante la combinación de balances de materia y del ELL etapa por etapa, se obtiene esa misma concentración y se compara con la supuesta. Si la diferencia de estas es menor que un valor tolerado, se ha encontrado la solución aproximada, en caso contrario se repite el procedimiento con un nuevo valor. Este procedimiento coincide con el descrito de manera gráfica en la Sección 5.8

Paso 1

El punto M

es un punto ficticio que corresponde a la concentración promedio del mezclado de R_0 y E_4 , se define como:

$$A1.1 \quad z_{iM} = \frac{x_{i0}R_0 + y_{i4}E_4}{R_0 + E_4}$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$x_{AM} = \frac{0.3(100) + 0(75)}{100 + 75} = 0.17143$$

$$x_{BM} = \frac{0.7(100) + 0(75)}{100 + 75} = 0.40000$$

Se escriben 5 dígitos para ilustrar el proceso iterativo.

Inicio del algoritmo

Paso 2

Obtención de y_{i1} , E_1 y R_3 a partir de la suposición de $(y_{A1})_{su}$

Supóngase la concentración del refinado a la salida, $(x_{A3})_{su}$. Véase la Figura A1.1. En negro se indican los valores dados, en azul el valor supuesto y en rojo los valores desconocidos, en este punto.

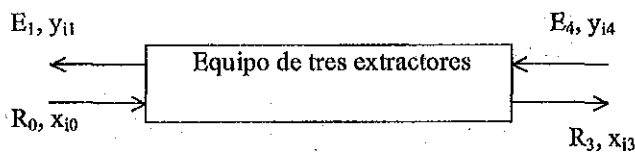


Figura A1.1

Diagrama de flujo de un sistema de 3 extractores.

Del esquema de la Figura A1.1, el balance de materia global es :

$$A1.2 \quad R_0 + E_4 = R_3 + E_1$$

y por componente:

$$A1.3 \quad x_{i0}R_0 + y_{i4}E_4 = (x_{i3})_{su}R_3 + (y_{i1})_{su}E_1 \quad i = A, B, C$$

Si se combinan algebraicamente estas dos ecuaciones, considerando la A1.1, se obtiene:

$$A1.4 \quad \frac{R_3}{E_1} = \frac{(y_{i1})_{su} - z_{iM}}{z_{iM} - (x_{i3})_{su}} \quad i = A, B, C$$

O sea:

$$A1.5 \quad \frac{(y_{A1})_{su} - z_{AM}}{z_{AM} - (x_{A3})_{su}} = \frac{(y_{B1})_{su} - z_{BM}}{z_{BM} - (x_{B3})_{su}}$$

En este punto se inicia el proceso iterativo porque se necesita suponer un valor para $(x_{A3})_{su}$ para resolver esta ecuación. Al suponer este valor se encuentra el correspondiente de ELL de $(x_{B3})_{su}$ con las ecuaciones 5.15, 5.18 y 5.19. Entonces, por prueba y error, se determina el valor de $(y_{A1})_{su}$ y $(y_{B1})_{su}$ que resuelven la igualdad. Este es el procedimiento numérico equivalente a la Regla de la Palanca.

Sea $(x_{A3})_{su} = 0.04$. Este valor se encuentra entre el valor los puntos 1 y 2 de la Tabla A4.1, por lo tanto:

$$x_{A3,1} = 0$$

$$x_{A3,2} = 0.06$$

$$x_{B3,1} = 0.994$$

$$x_{B3,2} = 0.878$$

$$y_{A3,1} = 0$$

$$y_{A3,2} = 0.069$$

$$y_{B3,1} = 0.0068$$

$$y_{B3,2} = 0.016$$

Al aplicar las fórmulas 5.15, 5.18 y 5.19 se obtienen las fracciones peso:

$$x_{B3} = 0.878 + (0.994 - 0.878) \left(\frac{0.04 - 0.06}{0 - 0.06} \right) = 0.91667$$

$$y_{A3} = 0.069 + (0.000 - 0.069) \left(\frac{0.04 - 0.06}{0 - 0.06} \right) = 0.04600$$

$$y_{B3} = 0.016 + (0.0068 - 0.016) \left(\frac{0.04 - 0.06}{0 - 0.06} \right) = 0.12933$$

Ahora se supone un valor para $(y_{A1})_{su}$, y, con ecuaciones semejantes a 5.15, 5.18 y 5.19 se estiman $(y_{B1})_{su}$, $(x_{A1})_{su}$ y $(x_{B1})_{su}$, y se comprueba si se satisface la relación A 1.5, o, por aproximación:

$$A1.6 \quad \left| \frac{(y_{A1})_{su} - z_{AM}}{z_{AM} - (x_{A3})_{su}} - \frac{(y_{B1})_{su} - z_{BM}}{z_{BM} - (x_{B3})_{su}} \right| < \epsilon$$

Para este caso se impone $\epsilon = 10^{-6}$:

$$A1.7 \quad \left| \frac{(y_{A1})_{su} - 0.17143}{0.17143 - 0.04} - \frac{(y_{B1})_{su} - 0.4}{0.4 - 0.91667} \right| < 10^{-6}$$

Sea $(y_{A1})_{su} = 0.2$, de la Tabla A4.1:

$$y_{A1,1} = 0.163$$

$$y_{A1,2} = 0.202$$

$$y_{B1,1} = 0.034$$

$$y_{B1,2} = 0.048$$

$$x_{A1,1} = 0.137$$

$$x_{A1,2} = 0.167$$

$$x_{B1,1} = 0.745$$

$$x_{B1,2} = 0.693$$

Los valores estimados por interpolación lineal son, de las ecuaciones 5.15, 5.18 y 5.19:

$$(y_{B1})_{su} = 0.048 + (0.034 - 0.048) \left(\frac{0.2 - 0.163}{0.202 - 0.163} \right) = 0.04728$$

$$(x_{A1})_{su} = 0.167 + (0.137 - 0.167) \left(\frac{0.2 - 0.163}{0.202 - 0.163} \right) = 0.16546$$

$$(x_{B1})_{su} = 0.693 + (0.745 - 0.693) \left(\frac{0.2 - 0.163}{0.202 - 0.163} \right) = 0.69567$$

Al sustituir valores, la diferencia A1.7 resulta $3.135 > \epsilon$.

Después de tratar con otros valores se obtiene la solución con:

$$(y_{A1})_{su} = 0.25218$$

$$(y_{B1})_{su} = 0.08255$$

$$(x_{A1})_{su} = 0.2106$$

$$(x_{B1})_{su} = 0.61649$$

Con las ecuaciones A4.6 y A4.3 se obtienen R_3 y E_1 . Véase la Figura A1.2. Los colores tienen el mismo significado de la Figura A1.1.

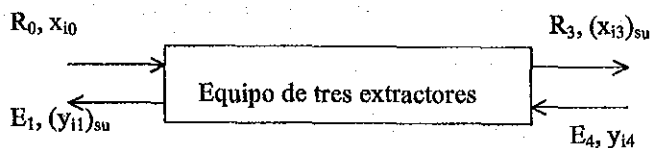


Figura A1.2

Diagrama de flujo de un sistema de 3 extractores.

Paso 3

El punto M'

es una coordenada ficticia que se define en función de volúmenes de control por etapa con la expresión:

$$A1.8 \quad z_{iM'} = \frac{x_{ij}R_j - y_{ij+1}E_{j+1}}{R_j - E_{j+1}}$$

La diferencia:

$$A1.9 \quad R_j - E_{j+1} = M'$$

se conoce como el flujo neto en dirección del refinado. Y la diferencia:

$$A1.10 \quad x_{ij}R_j - y_{ij+1}E_{j+1} = z_{iM'}M'$$

se conoce como el flujo neto del componente i en dirección del refinado. Nótese que las diferencias son constantes aunque cambien de valor R_j , E_{j+1} , x_{ij} e y_{ij+1} , si el proceso es estacionario, y, además, pueden ser negativas.

Como:

$$A1.11 \quad R_0 - E_1 = R_3 - E_4 = M'$$

Los puntos cuyas coordenadas son las composiciones de R_0 , E_1 y M' , están sobre una recta, lo mismo sucede con los puntos cuyas coordenadas son las fracciones peso de R_3 , E_4 y M' . Como se ilustra en la Figura 5.13.

Al sustituir valores en la ecuación A1.8 se obtiene: $z_{AM'} = -0.31722$ y $z_{BM'} = -7.269621$.

Paso 4

Etapa 3

Aplicando este concepto a la Etapa 3, véase la Figura A1.3, se obtiene:

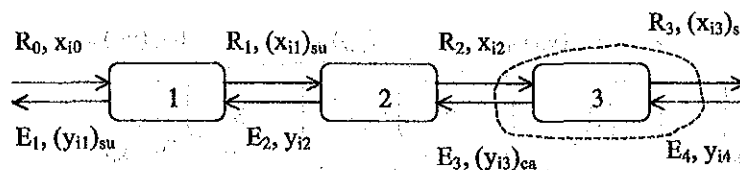


Figura A1.3

Diagrama de flujo de un sistema de 3 extractores indicando el volumen de control de la etapa 3 con línea punteada..

$$A1.12 \quad R_2 - E_3 = R_3 - E_4 = M'$$

y, por componente:

$$A1.13 \quad y_{i2}R_2 - x_{i3}E_3 = y_{i3}R_3 - x_{i4}E_4$$

De la combinación algebraica de estas últimas ecuaciones con la A1.8 se produce:

$$A1.14 \quad \frac{R_2}{E_3} = \frac{(y_{i3})_{ca} - z_{iM'}}{(x_{i2})_{ca} - z_{iM'}}$$

Que es una expresión análoga a la A1.5, cuyas incógnitas son $(x_{i2})_{ca}$, $i = A$ y B . Su solución se encuentra de manera semejante a la descrita anteriormente.

Al sustituir valores conocidos en la ecuación A4.14 se obtiene la ecuación:

$$A1.15 \quad \frac{0.046 + 0.31722}{(x_{A2})_{ca} + 0.31722} - \frac{0.01293 + 7.26962}{(x_{B2})_{ca} + 7.26962} = 0$$

A manera de ejemplo, procediendo como se ha descrito, sea $(y_{A2})_{ca} = 0.07$, por interpolación lineal con los datos de ELL se obtiene:

$$\begin{aligned} (x_{A2})_{ca} &= 0.07975 \\ (x_{B2})_{ca} &= 0.01775 \\ (y_{B2})_{ca} &= 0.86100 \end{aligned}$$

Con estos valores se obtiene que la diferencia A4.16 es igual a: $-0.050 > 10^{-6}$. Intentando con otros valores, por prueba y error se obtienen:

$$\begin{aligned} (x_{A2})_{ca} &= 0.09788 \\ (x_{B2})_{ca} &= 0.02070 \\ (y_{A2})_{ca} &= 0.08687 \\ (y_{B2})_{ca} &= 0.83233 \end{aligned}$$

Al término tenemos conocidas las variables: x_{i2} , y_{i2} , R_2 y E_3 , como se ilustra gráficamente en la Figura A4.4.

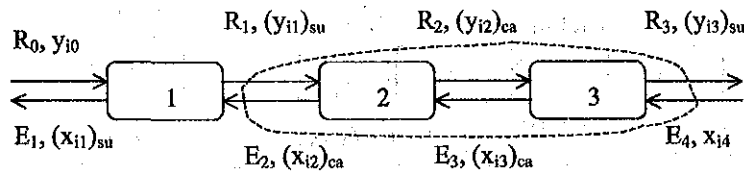


Figura A4.4

Diagrama de flujo de un sistema de 3 extractores indicando el volumen de control de la etapa 2 con línea punteada..

Paso 5

Etapa 2

Considerando el volumen de control de la Figura A4.4. Los balances de materia correspondientes a la etapa 2 son:

$$A4.12 \quad R_1 + E_4 = R_3 + E_2$$

y, por componente:

$$A4.13 \quad y_{i1}R_1 + x_{i4}E_4 = y_{i3}R_3 + x_{i1}E_1$$

De manera semejante a lo descrito en el paso 4 se obtiene:

$$A4.14 \quad \frac{R_1}{E_2} = \frac{(x_{i2})_{ca} - x_{iM'}}{(y_{i1})_{ca} - x_{iM'}}$$

Las incógnitas son $(y_{i1})_{ca}$ y se encuentran por el método del paso 3. Al término de este paso se tienen calculadas también $(x_{i1})_{ca}$, R_1 y E_2 .

Siguiendo con el cálculo numérico, la ecuación A4.14 es:

$$A4.15 \quad \frac{0.09788 + 0.31722}{(y_{A1})_{ca} + 0.31722} - \frac{0.02070 + 7.26962}{(y_{B1})_{ca} + 7.26962} = 0$$

Como ejemplo, supóngase $(y_{A1})_{ca} = 0.12$, entonces, como se ha procedido anteriormente:

$$\begin{aligned} (x_{A1})_{ca} &= 0.13957 \\ (x_{B1})_{ca} &= 0.02895 \\ (y_{B1})_{ca} &= 0.774865 \end{aligned}$$

Con estos valores la diferencia A4.15 es igual a $-0.054 > 10^{-6}$, condición semejante a la A4.7. La solución aproximada es:

$$\begin{aligned} (x_{A1})_{ca} &= 0.16705 \\ (x_{B1})_{ca} &= 0.03545 \\ (y_{A1})_{ca} &= 0.14011 \\ (y_{B1})_{ca} &= 0.73960 \end{aligned}$$

Paso 6

Comprobación de convergencia

Si:

$$A4.16 \quad |(x_{A1})_{su} - (x_{A1})_{ca}| < \varepsilon$$

se ha resuelto, de manera aproximada, el problema. ε es un número arbitrariamente pequeño.

Imponiendo que $\varepsilon = 0.000001$, de la desigualdad A4.15:

$$|0.16705 - 0.25181| > \varepsilon$$

Como no se satisface la tolerancia impuesta debe repetirse el proceso. La solución final es dada en la Tabla A4.2.

Tabla A4.2Resultados finales del Ejemplo 5.3 para $\epsilon = 10^{-6}$

j	x_{Aj}	x_{Bj}	y_{Aj}	y_{Bj}	E_j kg/min	R_j kg/min
0			0.3	0.7		100
1	0.2452	0.0778	0.2046	0.6271	104.05	98.72
2	0.1528	0.0318	0.129635	0.757938	102.77	83.60
3	0.0725	0.0166	0.0632	0.8725	87.64	70.96
4	0	0			75	

$$x_{AM} = - 1.109$$

$$x_{BM} = - 15.306$$

ANEXO 2

Bibliografía complementaria

Cálculos de Balance de Materia y Energía

- A2.1 Himmelblau, D.M., *Principios Básicos en Ingeniería Química*, 6ª Ed., Prentice hall Hispanoamericana, S.A., México, 1997.
- A2.2 Felder, R.M y Rousseau, R.W., *Principios Básicos de los Procesos Químicos*, Ed. El Manual Moderno, S.A., 1978

Operaciones Unitarias

- A2.3 McCabe, W.L., Smith J.C. harriott P., *Unit Operations in Chemical Engineering*, McGraw Hill Book Co., 2001.
- A2.4 Geankoplis, C.J., *Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias*, Cia. Editorial Continental, S.A. de C.V., México, 1998

Mecánica de Fluidos

- A2.5 Fox, R.W., McDonald, A.T., *Introducción a la Mecánica de Fluidos*, 2a Ed., McGraw Hill/Interamericana de México, S.A. de C.V., México, 1992.
- A2.6 Franzini, J.B., Fennemore, E.J., *Fluid Mechanics with Engineering Applications*, McGraw Hill Book Co., 2002
- A2.7 de Nevers N., *Fluid Mechanics for Chemical Engineers*, 2nd Ed., McGraw Hill Book Co., 1991.

Transferencia de Calor

- A2.8 Holman, J.P., *Heat Transfer*, 2nd McGraw Hill Book Co., 1981.
- A2.9 Welty, J.R., *Transferencia de Calor Aplicada a la Ingeniería*, Ed. Limusa, México, 1978.

Destilación

- A2.10 Henley E.J., Seader J.D., *Equilibrium-Stage Separation Operations in Chemical Engineering*, Ed. Wiley, 1981
- A2.11 King, C.J., *Separation Processes*, McGraw Hill Book Co., 1980
- A2.12 Cabrera, L., *Análisis Básico de la Destilación*, por publicarse

Adsorción

- A2.13 Ruthven, D.M., *Principles of Adsorption and Adsorption Processes*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1984
- A2.14 Kast, W., *Adsorption aus der Gasphase*, VCH, Weinheim, 1988

Extracción Líquido/Líquido

- A2.15 Treybal, R., *Liquid Extraction*, 2nd Ed., McGraw Hill Book Co., 1963
- A2.16 Blass, E. et al., *Progress in Liquid/Liquid Extraction*, *Chemieingenieurtechnik*, vol. 57, No. 7, 1985, pags. 565 - 581

Colección de datos

A2.17 Perry R.H., Green D.W., *Perry's Chemical Engineers' Handbook*, McGraw Hill Book Co., 1999

[The following text is extremely faint and illegible, appearing to be bleed-through from the reverse side of the page. It contains several paragraphs of text, possibly including technical data or references.]

Índice Analítico

De sustancias/compuestos

1,1,2 tricloroetano, 125

a

aceite de oliva, 65

aceite lubricante, 43

aceite de soya, 28

aceites, 104

acetona, 12,67,98,100,125

ácido acético, 98,124

ácido acético, 98

agua, 2, 10, 29, 37, 46, 64, 65, 98, 104, 106, 108

aire, 16, 46, 62, 105, 143, 150, 151, 153, 155, 157

alcohol etílico, 16, 67, 78, 84, 98, 123

alcohol isoamílico, 132, 140

alúmina, 104

aluminio, 44, 46

Amoníaco, 13

Argón 104

Azúcar, 12, 164

b

benceno 57, 81, 99, 108

c

carbón activado, 103, 116

carne de res, 64

cerveza, 104

ciclohexano, 99

cloruro de sodio, 159

cobre, 43, 46, 64

concreto, 64

d

dioxano, 104

divinilbenceno, 104

e

éster acético, 124

etano, 9

etanol, véase alcohol etílico

f

fierro galvanizado, 35,36

fierro, 46

fosfato de tribulito, 124

g

gasolina, 123

h

helio, 104

hidrógeno, 12,104

hierro galvanizado, 35

hierro, 44

m

mallas moleculares, 104

mercurio, 21

metano, 9, 21

metanol, 74,82,94, 100

n

n-butano, 78

n-heptano, 99

nitrato de potasio, 162

nitrógeno, 12

nitrógeno, 71, 73

n-metil pirrolidona, 124

o

oxígeno, 71, 73, 143

p

papa, 106

pentano, 100

petróleo, 40

plata, 44

polímeros, 27

propilenglicol, 132, 140

s

sílica de gel, 104,106,118

salsa catsup, 27

sulfato de amonio, 164

sulfolan, 124

t

tabique, 48
tierras diatomáceas, 104

tiofeno, 104
tiosulfato de sodio, 159
tolueno, 81, 100, 123

u

uranio, 124

v

vino, 104

x

xilenos, 123

z

zeolitas, 103

Índice Temático

a

- Adsorción de gases, 103
 - aplicaciones industriales, 104
 - en una partícula, 111
 - física, 103
 - Mecanismo de la, 103
- Alambique, 83
- Análisis dimensional, 28
- Aparatos de medida de presión, 19
- Área de flujo, 23, 25, 55
- Área de transferencia, 57

b

- Balance de materia, 12
- Barómetro, 19
- Batch, 83

c

- Calor de adsorción, 103
 - de evaporación, 43
 - de mezclado, 43
 - latente, 43
 - sensible, 43
- Calor transferido, 42
- Capa límite, 59
- Capacidad térmica específica, 44
- Carga del fluido, 18
- Carga, 104
- Carta psicrométrica, 143, 148
- Caudal, 23
- Codos rectos largos, 36
- Coefficiente de difusión efectivo, 117
- Coefficiente de transferencia de calor, 45
- Coefficiente de transferencia de calor promedio, 52
- Compuesto más volátil, 68
 - mol, 6
 - volumétrica, 6
- Condensador, 85
 - parcial, 83
 - total, 85, 87, 89
- Condiciones del proceso, 88

- Conducción de calor, 46
 - en estado estacionario, 46
 - en la placa rectangular, 46
 - en el cascarón cilíndrico, 48
 - en estado no estacionario, 50
 - en la placa rectangular, 51
 - en sólido sumergido, 59
 - Conductividad térmica, 45
 - Constante de equilibrio, 68
 - Convención de calor, 46
 - forzada, 54, 55
 - en flujo dentro de tubos, 55
 - en flujo laminar, 55
 - en flujo turbulento, 59
 - natural, 54
 - Cristales, 159
 - hexagonales, 159
 - rómicos, 159
 - rombohédricos, 159
 - triclinicos, 159
 - tetragonales, 159
 - Cristalización, 159
 - por enfriamiento, 161
 - Curva de rompimiento, 112
 - constante, 112
 - variable, 112
 - Curva de saturación, 160
 - Coefficiente de transferencia de masa, 118
 - Compuesto más volátil, 87
 - Concentración
 - fracciones, 6
 - peso, 6
 - mol, 6
 - relaciones, 6
 - peso, 6
- ### d
- Densidad, 15
 - aparente, 115
 - del empaque, 115

de flujo térmico, 46
molar parcial, 104
parcial, 6, 104
real del sólido, 115
destilación por tanda, 83
destilación, 67
definición, 67
de mezclas binarias, 67
en etapas teóricas, 84
por evaporación súbita, 75
por tanda, 83
Diafragma metálico, 20
Diagrama de equilibrio, 98
Diagrama de Moody, 34
Diagramas de ELV, 74
Diagrama de equilibrio LL, 124
Difusividad térmica, 51
Dimensiones, 6
Dimensiones elementales de los fluidos, 15

e

Ecuación de Bernoulli, 31
con bombeo, 38
con pérdidas por fricción, 33
sin pérdidas por fricción, 32
Ecuación de continuidad, 25
Ecuación de estado, 15
Ecuación de Hagen Poiseuille, 30
Empaque, 115
Energía, 5
Energía térmica, calor, 43
Entalpía del aire, 143, 145
Equilibrio termodinámico, 3, 105
térmico, 43
sólido-gas, 103
líquido líquido, 124
líquido sólido, 159
líquido vapor, 67
Esfuerzo cortante, 27
Estado de saturación, 5
Estados de agregación, 5
Estática de los fluidos, véase hidrostática
Estrategia de estudio, 1

Estructura molecular, 159
Etapa teórica, 84, 107
en la adsorción, 107
en la extracción, 127
método gráfico, 128
método numérico, 130
Extracción líquido a líquido, 123
en etapas a contracorriente, 134
Extracto, 132

f

Factor de fricción de Darcy, 34
Fase, 123
acuosa, 123, 124
densa, véase fase pesada
ligera, 123
pesada, 123
orgánica, 123
Fenómeno, 6
Filtro, véase torre de adsorción
Flash, véase por evaporación súbita
Fluido Newtoniano, 27
Fluido, 15
incompresible, 15
Flujo a contracorriente, 133
Flujo de calor, 44
de esfuerzos, 20
Flujo de fluidos, 22
Flujo másico, 23
Flujo molar, 25
Flujo o gasto volumétrico, 22
Fracción de plato, 95
Fracción de volumen libre, 115
Fracción vaporizada, 77
Frente de adsorción, 112

g

Gas, 143
Gradiente de temperatura, 45
Grados de libertad, 3
Grados de libertad, 79

h

Hervidor, 85

parcial, 85
total, 85
Hidroestática, 17
ecuación fundamental, 18
Humedad, 143
absoluta, 104
relativa, 104
Humidificación, 143

i

Industria química, 2
Intercambiador de tubos concéntricos, 64
Intercambiadores de calor, 63
Isoterma de adsorción, 106
de Brunnaüer, Emmett y Teller, BET, 106
de Freundlich, 107
de Langmuir, 106

l

Lecho, 109
Ley de Fourier, 45
Segunda, 51
Ley de la Conservación de la Energía, 43
Ley de la Conservación, 6
Ley de Newton de la Transferencia de calor, 45
Ley de Newton de la Viscosidad, 27
Ley de Raoult, 68, 79, 98, 99
Línea de alimentación, 87
Línea de ebullición, 74, 98
Línea de equilibrio, 75
Línea de operación, 87
en la zona de agotamiento, 87
en la zona de rectificación, 87
Línea de Rocío, 74
Líneas de enlace, 125
Líquido madre, 160

m

Manómetro, 19
de Bourdon C, 20
Materia, 5

Método de McCabe Thiele, 90,97
Método de Newton Raspón, 70, 73, 84
Mezcla, 6
concentración, 6
homogéneas, 8
heterogénea, 8
líquida, 123
homogénea, 123
Mecánica de fluidos, 15

n

Número de etapas, 90
Número de Nusselt, 54
Número de Péclet, 55
Número de platos en la torre, 86
Número de Prandtl, 55
Número de Reynolds, 28

o

Operaciones unitarias, 2
Órgano Colegiado, 1

p

Película, 111
Pérdidas de carga, 33
Pérdidas por fricción, 33
por conexiones, válvulas, cambios de área flujo, 33
por longitud de la tubería, 33
Perfil de temperatura, 46, 47, 49
en la placa, 52
Perfil de las velocidades, 27
Perímetro mojado, 55
Peso específico relativo, 16
Piezosensores, 20
placa rectangular, 60
Plato de alimentación, 86
Presión, 5, 17
absoluta, 18, 143
barométrica, 19
manométrica, 19
Parcial, 98,104
Vapor, 19, 68, 98
Problema fundamental de la transferencia de calor, 43

Proceso, 4, 25
 clasificación, 4
 estacionario, 25
 intermitente, 108
 no estacionario, 25
 químico, 2
Procesos aire agua, 148
 calentamiento, 148
 enfriamiento, 150
 humidificación, 155
 mezclado adiabático, 153
Proceso de cristalización, 161
Proceso semicontinuo, véase proceso
intermitente,
Procesos térmicos, 2
Procesos unitarios, 2
Punto de ebullición, véase
temperatura de ebullición
Punto de Rocío, 72

r

Radio hidráulico, 54
Refinado, 132
Regeneración, 109
Regla de la Palanca, 128
Relación de Fanning o Darcy-
Weisbach, 33
Relación de reflujo, 92
 mínimo, 92, 93, 94
 total, 92
Relación mol, 104
Relación peso, 104
Rugosidad de la tubería, 33

s

Sensor capacitivo, 20
Solubilidad diferenciada, 123
Solubilidad, 159
Solute, 123
Solvente, 123
Sorbente, 103
 hidrofilicos, 103
 hidrofóbicos, 103

t

Temperatura, 5
 de bulbo húmedo, 143, 146, 152
 de ebullición, 68, 70, 79, 98
 de saturación, 151
 de rocío, 79
 media, 53, 57
 de saturación adiabática, 143, 145
Tiempo de rompimiento, 112
Título profesional, 1
Torre de destilación ordinaria, 84, 85
Torre, 109
Transferencia de calor, 43
 por conducción,
 por convección de calor, 54
 tubo circular recto, 61

u

Unidades de medida, 6, 104
Universo, 5

v

Vacío, 20
Válvula de expansión, 76
Válvula de globo, 36
Vapor, 143
Variables de la torre, 85
Velocidad media de flujo, 24
Velocidades de formación, 159
Viscosidad, 27
Volatilidad relativa, 69
 constante, 76
 variable, 79
Volumen específico, 16
Volumen, 5, 15

z

Zona de agotamiento, 85
Zona de rectificación, 85
Zona estable, 126
Zona inestable, 127

Curso breve sobre operaciones unitarias

**Se terminó de imprimir en el mes de
noviembre de 2009 en los talleres de la Sección
de Impresión y Reproducción de la
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco**

**Se imprimieron 100 ejemplares
más sobrantes para reposición**

**La edición estuvo a cargo de la
Sección de Producción y Distribución Editoriales
de la Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco**

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
DIVISION OF THE PHYSICAL SCIENCES
DEPARTMENT OF CHEMISTRY
5708 SOUTH CAMPUS DRIVE
CHICAGO, ILLINOIS 60637
TEL: 773-936-3700
FAX: 773-936-3701
WWW: WWW.CHEM.UCHICAGO.EDU