

Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
POSGRADO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

**“CUANTIFICACION DE DAÑO ESTRUCTURAL EN MARCOS
PLANOS A PARTIR DE VIBRACION AMBIENTAL”**

T E S I S

Para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA ESTRUCTURAL

Presenta

Leonardo Velderrain Chávez

Asesor:

Dr. Manuel E. Ruiz Sandoval Hernández

AGRADECIMIENTOS

A mis padres por su cariño, apoyo incondicional y filosofía de vida. Gracias a ellos que siempre han estado ahí cuando los he necesitado. A mis hermanos por su compañía y apoyo. Siempre estaré en deuda con mi familia, sin los cuales éste logro no hubiera podido ser completado.

A mi asesor Dr. Manuel E. Ruiz Sandoval Hernández por su apoyo y paciencia y por guiarme en la realización de ésta tesis. Quiero agradecerle por todas las lecciones académicas y la experiencia que me brindó durante mis estudios de maestría. Durante el desarrollo de ésta investigación, él siempre me ayudó a recobrar la confianza cuando yo sentía perder el camino.

Agradezco al Dr. Bill F. Spencer Jr. por darme la oportunidad de trabajar con él y de formar parte de su grupo de trabajo en el Smart Structures Technology Laboratory (SSTL) del departamento de Ingeniería Civil de la University of Illinois en Urbana-Champaign (UIUC).

Por último, agradezco a la Universidad Autónoma Metropolitana - Azcapotzalco (UAM-A) y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por apoyar ésta investigación a lo largo de mi tiempo como estudiante de posgrado.

RESUMEN

Las estructuras civiles están sometidas a un proceso de deterioro y envejecimiento continuo durante su vida útil. La ocurrencia de eventos catastróficos tales como sismos y huracanes acrecienta este deterioro. Debido a la importancia que éstas tienen en las sociedades es necesario hacer una oportuna detección del daño estructural. Este tema de investigación ha tenido un gran auge en la ingeniería estructural en las últimas décadas.

El proceso de identificación de daño puede llevarse a cabo en cuatro niveles. El primero es la indicación de la presencia de daño. El segundo se refiere a la ubicación del daño en la estructura. El tercero es la estimación de la severidad. Finalmente, el cuarto nivel se refiere a la valoración de la vida útil remanente de la estructura. Existen muchos trabajos que cubren los dos primeros niveles; sin embargo, muy pocos llegan al tercer o cuarto nivel.

El objetivo de éste trabajo es el desarrollo de una metodología que permita identificar, localizar y cuantificar el daño estructural presente en las estructuras a partir de vibración ambiental mediante el uso del menor número de sensores.

Esta investigación se limitará a marcos planos en donde el daño puede ser localizado tanto en vigas como en columnas. Los marcos planos que se analizan son los edificios SAC de 3, 9 y 20 niveles.

Para llevar a cabo el primero de los niveles de identificación se utilizarán los cambios de los parámetros modales (frecuencias y formas modales) de las estructuras. La metodología utilizada será la técnica de Natural Excitation Technique (NExT), en conjunto con el Eigensystem Realization Algorithm (ERA).

En el segundo nivel de identificación de daño se utilizará el método Damage Locating Vector (DLV), el cual determina un grupo de vectores de carga a partir del cambio en la matriz de flexibilidad antes y después del daño. Estos vectores, al ser aplicados de manera estática en la estructura sin daño, el método DLV es capaz de identificar los elementos dañados.

La cuantificación de daño estructural es un punto que en la literatura actual se encuentra en proceso de desarrollo. Sin embargo, existen métodos basados en los cambios de energía modal de deformación y en cambios de frecuencias modales que son capaces de estimar la severidad del daño una vez que éste ha sido identificado y localizado.

Índice

LISTA DE FIGURAS	iii
LISTA DE TABLAS	vi
<u>CAPÍTULO #1</u>	
1. Introducción	1
1.1. Importancia de la evaluación estructural en México	2
1.1.1. Sismos	3
1.1.2. Huracanes	5
1.2. Daño estructural	6
1.3. Objetivo y alcance de la tesis	7
1.4. Organización de la tesis	8
<u>CAPÍTULO #2</u>	
2. Técnicas de identificación dinámica de sistemas	9
2.1. Natural Excitation Technique (NExT)	10
2.1.1. Fenómeno aleatorio	10
2.1.2. Covarianza y correlación	10
2.1.3. Funciones de densidad espectral	12
2.1.4. Derivación del NExT	13
2.2. Eigensystem Realization Algorithm (ERA)	15
2.2.1. Conceptos básicos de la realización	15
2.2.2. Derivación del ERA	21
<u>CAPÍTULO #3</u>	
3. Métodos de detección de daño estructural	25
3.1. Cambio de frecuencias modales	25
3.1.1. El problema seguido	25
3.1.2. El problema inverso	25
3.2. Cambio de formas modales	26
3.3. Proper Orthogonal Decomposition (POD)	27
3.4. Cambios de curvaturas y deformación modal	27
3.5. Métodos basados en la flexibilidad dinámica	28

CAPÍTULO #4

4. Vectores de carga de localización de daño (DLV)	29
4.1. Introducción al método DLV	29
4.2. Verificación del método DLV	32
4.2.1. Ejemplo #4.1	32
4.2.2. Ejemplo #4.2	38
4.2.3. Ejemplo #4.3	43
4.3. Localización descentralizada de daño estructural	50
4.3.1. Ejemplo #4.4	51

CAPÍTULO #5

5. Métodos de cuantificación de daño estructural	53
5.1. Introducción	53
5.2. Cuantificación de daño estructural a partir de cambios de frecuencias Modales	53
5.2.1. Ejemplo #5.1	56
5.3. Energía modal de deformación como método de cuantificación de daño estructural	60
5.3.1. Cuantificación de daño estructural	60
5.3.1.1. Ejemplo #5.2	64
5.4. Cuantificación de daño estructural a partir de energía modal de deformación y cambios de frecuencias modales	67
5.4.1. Ejemplo #5.3	72
5.4.2. Ejemplo #5.4	77

CAPÍTULO #6

6. Cuantificación de daño estructural a partir de vibración ambiental	82
6.1. Metodología de cuantificación de daño	82
6.2. Aplicación de la metodología de cuantificación de daño	84
6.2.1. Ejemplo #6.1	85
6.2.2. Ejemplo #6.2	92

CAPÍTULO #7

7. Conclusiones	102
-----------------	-----

REFERENCIAS	104
-------------	-----

Lista de figuras

Figura 1.1	Minnesota bridge.	1
Figura 1.2	Sismo en Mexicali el 4 de abril de 2010.	2
Figura 1.3	Zonas sísmicas en México.	3
Figura 1.4	Zonificación sísmica del Valle de México.	4
Figura 1.5	Mapa de riesgo por incidencia de huracanes.	5
Figura 2.1	Procedimiento NExT-ERA para identificación de sistemas.	24
Figura 4.1	Procedimiento del método DLV.	31
Figura 4.2	Marco idealizado de cortante de 5 niveles.	32
Figura 4.3	Estado sin y con daño del marco del ejemplo #4.1.	33
Figura 4.4	Excitación de ruido-blanco en la base de la estructura.	33
Figura 4.5	Registros de aceleración y funciones de correlación.	34
Figura 4.6	Espectro de potencia.	34
Figura 4.7	Índice de esfuerzo normalizado.	37
Figura 4.8	Modelo de 3 niveles del SAC.	38
Figura 4.9	Escenario de daño #1 para el modelo de 3 niveles del SAC.	39
Figura 4.10	Arreglos de sensores para el ejemplo 4.2 – escenario #1.	40
Figura 4.11	Resultados del DLV del modelo SAC-3 – escenario #1	40
Figura 4.12	Escenario de daño #2 para el modelo de 3 niveles del SAC.	41
Figura 4.13	Arreglo de sensores y resultados del DLV del modelo SAC-3 – escenario #2.	42
Figura 4.14	Modelo de 9 niveles del SAC.	44
Figura 4.15	Modelo en MatLab del edificio SAC de 9 niveles.	45

Figura 4.16	Ubicación de sensores en el modelo SAC de 9 niveles.	46
Figura 4.17	Escenario de daño #1 y resultados del DLV del modelo SAC-9.	47
Figura 4.18	Escenario de daño #2 y resultados del DLV del modelo SAC-9.	48
Figura 4.19	Escenario de daño #3 y resultados del DLV del modelo SAC-9.	49
Figura 4.20	Método DLV descentralizado	51
Figura 4.21	Ejemplo del método DLV global y descentralizado.	52
Figura 5.1	Modelo de marco de cortante.	54
Figura 5.2	Modelo sin y con daño del ejemplo 5.1.	56
Figura 5.3	Viga de acero en cantiléver del ejemplo 5.2.	65
Figura 5.4	Primeras 5 formas modales de una viga en cantiléver.	65
Figura 5.5	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.2.	66
Figura 5.6	Viga de acero del ejemplo 5.3 – Caso#1.	72
Figura 5.7	Primeras 5 formas modales de una viga en cantiléver.	73
Figura 5.8	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3 – Caso#1.	74
Figura 5.9	Viga de acero del ejemplo 5.3 – Caso #2.	75
Figura 5.10	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3 – Caso#2.	76
Figura 5.11	Viga doblemente empotrada del ejemplo 5.4 – Caso #1.	77
Figura 5.12	Primeras 5 formas modales de una viga doblemente empotrada.	78
Figura 5.13	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4 – Caso#1.	79
Figura 5.14	Viga doblemente empotrada del ejemplo 5.4 – Caso #2.	80
Figura 5.15	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4 – Caso#2.	81
Figura 6.1	Diagrama de flujo para cuantificar daño estructural.	83
Figura 6.2	Modelo SAC de 20 niveles.	84

Figura 6.3	Modelo SAC de 20 niveles como marco de cortante.	85
Figura 6.4	Primeras 3 formas modales del modelo SAC de 20.	86
Figura 6.5	Registros de aceleración del modelo SAC de 20 niveles.	86
Figura 6.6	Espectro de potencia modelo SAC de 20 niveles.	87
Figura 6.7	Esfuerzo normalizado por entrepiso.	87
Figura 6.8	Identificación del entrepiso con daño.	88
Figura 6.9	Análisis del entrepiso con daño.	89
Figura 6.10	Esfuerzo normalizado de los elementos del entrepiso con daño.	89
Figura 6.11	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.1	90
Figura 6.12	Modelo en MatLab del edificio SAC de 20 niveles.	92
Figura 6.13	Ubicación de sensores del ejemplo 6.2.	93
Figura 6.14	Escenario de daño #1 y resultados del DLV del ejemplo 6.2.	94
Figura 6.15	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 – Caso#1.	96
Figura 6.16	Escenario de daño #2 y resultados del DLV del ejemplo 6.2.	97
Figura 6.17	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 – Caso#2.	100
Figura 6.18	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 – Caso#2.	101

Lista de tablas

Tabla 1.1	Clasificación de daño de acuerdo con Rytter (1993).	6
Tabla 4.1	Matriz de flexibilidad sin daño del ejemplo 4.1	35
Tabla 4.2	Matriz de flexibilidad con daño del ejemplo 4.1	35
Tabla 4.3	Cálculo del cambio de flexibilidad del ejemplo 4.1	35
Tabla 4.4	Matriz U de la descomposición singular de valores de la matriz F_{Δ} .	36
Tabla 4.5	Matriz S de la descomposición singular de valores de la matriz F_{Δ} .	36
Tabla 4.6	Matriz V de la descomposición singular de valores de la matriz F_{Δ} .	36
Tabla 5.1	Escenarios de daño del el ejemplo 5.2.	65
Tabla 5.2	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.2.	66
Tabla 5.3	Escenarios de daño del el ejemplo 5.3 – Caso#1.	73
Tabla 5.4	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3- Caso #1.	74
Tabla 5.5	Escenarios de daño del el ejemplo 5.3 – Caso#2.	75
Tabla 5.6	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3- Caso #2.	76
Tabla 5.7	Escenarios de daño del el ejemplo 5.4 – Caso#1.	78
Tabla 5.8	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4- Caso #1.	79
Tabla 5.9	Escenarios de daño del el ejemplo 5.4 – Caso#2.	80
Tabla 5.10	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4- Caso #2.	81
Tabla 6.1	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.1.	90
Tabla 6.2	Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 - Caso#1.	96
Tabla 6.3	Coeficientes de daño de los elementos #3 #5 #35 del ejemplo 6.2 -caso#2.	99

Tabla 6.4	Coeficientes de daño de los elementos #41, #175 y #176 del ejemplo 6.2 - caso#2.	99
Tabla 6.5	Coeficientes de daño de los elementos #182, #216 y #217 del ejemplo 6.2-caso#2.	99

Capítulo #1

Introducción

Las estructuras civiles, en general, se encuentran en un proceso de deterioro y envejecimiento continuo debido a su uso durante su vida útil, o a la exposición a eventos catastróficos tales como sismos, huracanes, etc. Debido a la importancia que éstas tienen en la sociedad actual, la detección y estimación del daño estructural en etapas tempranas es un tema que ha despertado gran interés y ha tomado un auge importante en la ingeniería estructural en las últimas décadas. La no detección de daño, o si es detectado de manera tardía, puede causar grandes pérdidas humanas y económicas.



Figura 1.1: Minnesota bridge [New York Times (01 de Agosto de 2007)]

Actualmente, la gran mayoría de las estructuras existentes han excedido la vida de servicio para la cual fueron diseñadas. Reportes recientes por parte de la US Federal Highway Administration (FHWA, 2008) muestran que aproximadamente el 15% de los puentes carreteros en los Estados Unidos de América han sido clasificados como “estructuralmente deficientes”. Muchos de estos requieren de mantenimiento y, en su caso, reparaciones para poder seguir en servicio. Por lo anterior, es necesario desarrollar técnicas para evaluar la salud de las estructuras que permitan detectar, localizar y estimar la severidad de algún daño existente de manera confiable y precisa.

En el pasado, las evaluaciones y estimaciones del nivel de daño en la infraestructura eran determinadas principalmente por inspección visual. Sin embargo ésta técnica es subjetiva ya que depende del criterio del evaluador. Hoy en día existen técnicas y procedimientos para detectar y localizar el daño en las estructuras que proporcionan resultados más precisos y confiables. Cada una de estas metodologías tiene ventajas y desventajas, lo que hace que no exista una técnica en específico mejor que otra. La mayoría de éstas técnicas requieren de una gran cantidad de sensores. El uso de éste tipo de metodologías puede llegar a ser costoso o impráctico por el número de sensores que requieren.

La estimación de la severidad del daño en una estructura es un punto que en la literatura actual se encuentra en el proceso de desarrollo. En éste trabajo se propone una metodología para detectar, localizar y cuantificar el daño estructural en marcos planos mediante el uso de una cantidad limitada de sensores que cubra solamente una fracción del número total de grados de libertad de los marcos.

1.1) Importancia de la evaluación estructural en México

Debido a su ubicación geográfica, México es un país con alta sismicidad y riesgo de huracanes. Frecuentemente se presentan escenarios causados por estos fenómenos naturales que afectan o amenazan la seguridad de las estructuras. Como ejemplos de éstos eventos se pueden mencionar el sismo de la ciudad de México del 19 de septiembre de 1985, el sismo en la ciudad de Mexicali el 4 de abril de 2010 (figura 1.2) y los huracanes que azotan año tras año las costas del Golfo de México y del Pacífico del territorio Mexicano.



Figura 1.2: Sismo en Mexicali el 4 de abril de 2010.

1.1.1) Sismos

La República Mexicana se encuentra dividida en cuatro zonas sísmicas. Estas reflejan la ocurrencia de los sismos en las diversas partes de México y la máxima aceleración del suelo que se puede esperar en un periodo de retorno de 100 años. Para determinar ésta zonificación (Figura 1.3) se utilizaron los registros sísmicos de la República Mexicana desde inicios del siglo anterior. Entre ellos se encuentran los registros históricos y los registros de aceleración del suelo de algunos de los grandes eventos sísmicos.

La zona A es la zona de menor riesgo. En ella no se tienen registros históricos de sismos, y donde no se esperan aceleraciones del suelo causadas por sismos, mayores a un 10% de la aceleración de la gravedad. La zona D es la zona de mayor riesgo donde se han reportado grandes sismos históricos, donde la ocurrencia de sismos es muy frecuente y las aceleraciones del suelo pueden llegar a sobrepasar el 70% de la aceleración de la gravedad. Las dos zonas restantes (B y C) son zonas intermedias, donde se registran sismos de manera esporádica o son zonas donde se pueden esperar aceleraciones no mayores al 70% de la aceleración de la gravedad. Sin embargo, aun cuando la Ciudad de México se encuentra ubicada en la zona B, puede tener mayores aceleraciones debido a las condiciones del subsuelo. (Figura 1.4: Zonificación del Valle de México). El mapa que aparece en la Figura 1.3 se tomó del Manual de diseño de Obras Civiles (Diseño por Sismo) de la Comisión Federal de Electricidad.



Figura 1.3: Zonas Sísmicas en México [Manual de Obras Civiles (CFE)]

El reglamento de la Ciudad de México identifica tres zonas de acuerdo al tipo de suelo:

- Zona I, firme o de lomas: localizada en las partes más altas de la cuenca del valle y está constituida por suelos de alta resistencia y poco compresibles.
- Zona II o de transición: se presentan características intermedias entre las zonas I y III.
- Zona III o del lago: localizada en las regiones donde antiguamente se encontraban los lagos de Texcoco y Xochimilco. El tipo de suelo en ésta zona consiste de depósitos lacustres muy blandos y compresibles con altos contenidos de agua. Estas características pueden amplificar las ondas sísmicas.

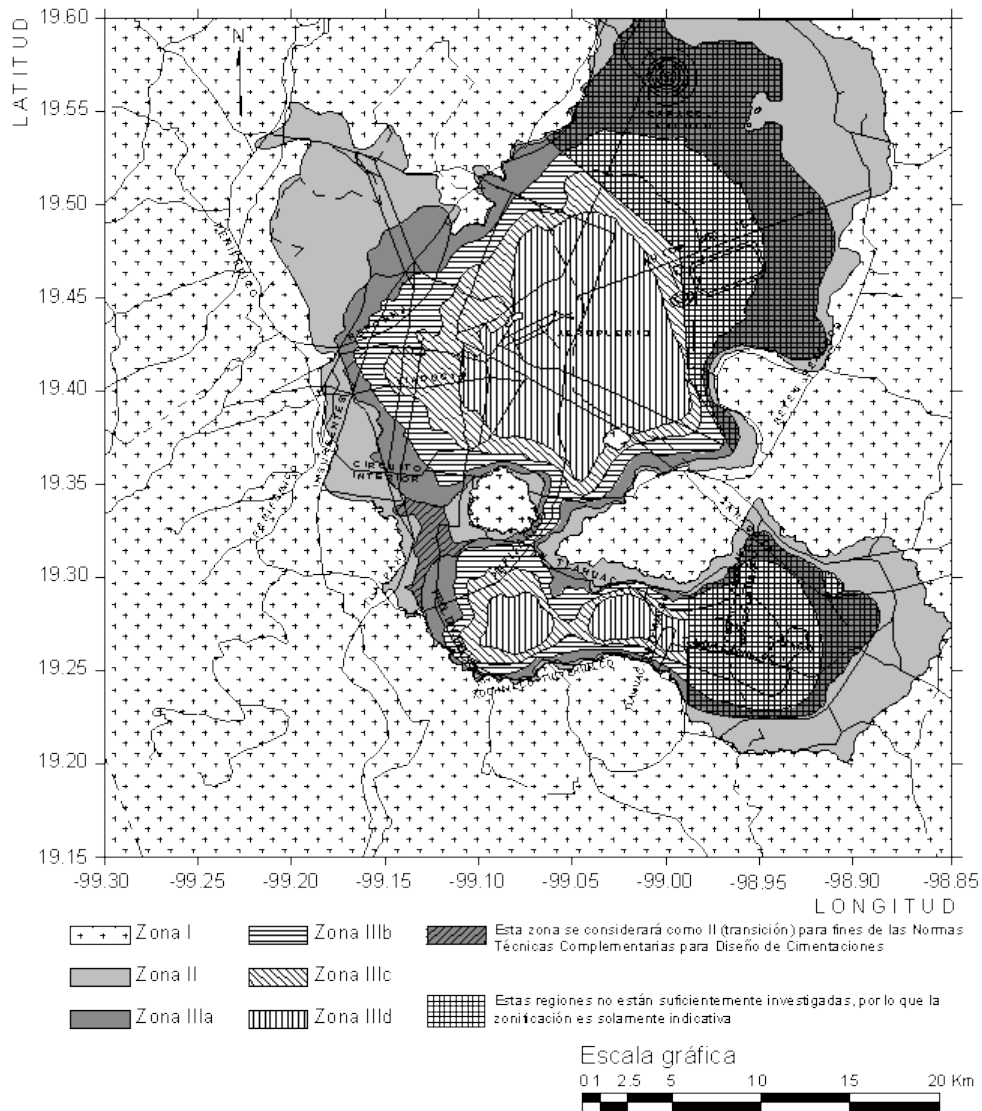


Figura 1.4: Zonificación Sísmica del Valle de México (RCDF).

En diferentes ciudades de la república mexicana puede existir éste tipo de zonificaciones. Estas son reflejadas en los reglamentos locales de construcciones. La regionalización sísmica del Manual de Obras Civiles de la CFE puede ser un punto de referencia en zonas donde no se cuenta con información local.

1.1.2) Huracanes

Los huracanes, o ciclones tropicales, se caracterizan por producir vientos fuertes, oleaje elevado, sobre elevaciones del mar y lluvia abundante. Estos tienen un impacto importante a nivel mundial. Estos fenómenos naturales representan una amenaza no sólo para las estructuras, sino de igual manera para la economía y la población en general del país.

El Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) tiene publicado un mapa de riesgo por incidencia de huracanes (figura 1.5). Se aprecia que la gran mayoría de las zonas costeras tienen una incidencia alta o muy alta de huracanes. Sin embargo pueden existir ocasiones en las que ciudades no costeras se ven seriamente afectadas. Un ejemplo de ello fue el caso de la ciudad de Monterrey (localizada a más de 300 km del golfo de México) durante el huracán Gilberto en 1988. En esa ocasión se registraron velocidades de viento de 280 km/hr.



Figura 1.5: Mapa de riesgo por incidencia de huracanes (CENAPRED).

1.2) Daño Estructural:

Las estructuras pueden estar en riesgo o ser susceptibles a sufrir algún deterioro. El daño puede ser ocasionado por distintas causas tales como envejecimiento, fenómenos naturales, incendios, fatiga, etc. Esta situación puede llegar a poner en riesgo la vida de los usuarios y la integridad de la estructura misma.

El daño estructural puede definirse como el cambio en las propiedades de un sistema estructural, el cual afecta de manera adversa el desempeño actual y futuro del mismo. Para identificar la presencia de daño, es necesaria la comparación entre dos estados de la estructura (estado sin daño vs. estado con daño). Por lo general el daño estructural causa una reducción en la rigidez de uno o más elementos, pero sin haber pérdida en la masa de los mismos. Dado que la masa se calcula a partir de las propiedades geométricas (área y longitud) y peso específico del material, se simula el daño como una reducción en el módulo de elasticidad del material. Así mismo el daño estará presente a todo lo largo del elemento.

Una clasificación de daño en las estructuras fue propuesta por Rytter (1993). Esta consta de cuatro niveles (tabla 1.1). En el primer nivel se contempla sólo la identificación de la presencia de daño sin llegar a tener la ubicación de éste. En el segundo adicionalmente se indica la localización geométrica del daño en la estructura. En el tercer nivel se hace una estimación de la severidad del daño. Por último, el cuarto nivel hace una valoración de la vida útil remanente de la estructura.

Tabla 1.1. Clasificación de daño de acuerdo con Rytter (1993)

NIVEL	DESCRIPCION
1	• Detección de la presencia del daño estructural.
2	• Localización geométrica del daño estructural.
3	• Estimación de la severidad del daño estructural.
4	• Estimación de la vida útil remanente en la estructura.

Para poder lograr cualquiera de los niveles de detección de daño propuesto por Rytter (principalmente los tres primeros), se debe contar con algún tipo de instrumentación sobre la estructura. El tipo, número y ubicación de sensores es variable y dependerá del objetivo del estudio que se esté llevando a cabo. Sin embargo, un punto en común en las diversas metodologías es que se debe contar con una gran cantidad de sensores distribuidos sobre la estructura. Esta característica hace que muchas aplicaciones se vuelvan costosas y por ende imprácticas de implementar. Un objetivo de investigación puede ser el desarrollo de métodos de detección de daño que requieran un número limitado de sensores.

La gran mayoría de los métodos que se encuentran en la bibliografía no llegan al nivel 3 propuesto por Rytter. En este nivel se tiene una gran posibilidad de impacto en propuestas de nuevos métodos y técnicas para la cuantificación de daño. Por lo anterior éste será un punto a ser explotado en ésta tesis.

1.3) Objetivo y alcance de la tesis:

El objetivo de éste trabajo es el desarrollo de una metodología que permita identificar, localizar y cuantificar el daño estructural presente en las estructuras a partir de vibración ambiental mediante el uso del menor número de sensores necesarios.

Existe gran variedad de estructuras que pueden ser evaluadas para determinar el nivel de daño presente en ellas, tales como: edificios, puentes, presas, armaduras, túneles, etc. Esta investigación se limitará a marcos planos en donde el daño puede ser localizado tanto en vigas como en columnas. En futuras aplicaciones el estudio se podrá extender a marcos tridimensionales.

1.4) Organización de la tesis:

El presente trabajo de tesis se encuentra organizado de la siguiente manera:

- En el capítulo #1 se plantea la descripción del problema, es decir, la necesidad de contar con una metodología capaz de detectar, localizar y cuantificar el daño estructural. Finalmente se presentan los objetivos de la tesis, así como sus alcances.
- En el capítulo #2 se citan algunas de las técnicas más comunes para la identificación dinámica de sistemas. Se presentan dos métodos utilizados para la obtención de los parámetros modales de las estructuras a partir de sus características dinámicas: El Natural Excitation Technique (NExT) y el Eigensystem Realization Algorithm (ERA).
- En el capítulo #3 se describen distintos métodos de detección y localización de daño estructural, así como también se mencionan las ventajas y limitantes de cada una de éstas técnicas.
- En el capítulo #4 se presenta el método de vectores de carga de localización de daño (DLV por sus siglas en inglés) que será utilizado en ésta tesis.
- En el capítulo #5 se describen 3 propuestas para la estimación de la severidad del daño estructural. La primera se basa en la obtención de los valores de rigidez de entrepiso en marcos de cortante. Las otras 2 metodologías se basan en la Energía Modal de Deformación.
- En el capítulo #6 se muestra la aplicación de la metodología completa para la detección, localización y cuantificación de daño estructural en el modelo de edificios SAC de 20 niveles. Esta se compara para cuando el daño se encuentra exclusivamente en columnas y para cuando el daño puede presentarse en cualquier elemento de la estructura.
- Finalmente en el capítulo #7, se presentan las conclusiones de éste trabajo de tesis. También se discuten futuras líneas de investigación.

Capítulo #2

Técnicas de Identificación Dinámica de Sistemas

La identificación de sistemas se puede definir como el proceso mediante el cual se representa de manera matemática un modelo físico a partir de datos experimentales. En las últimas décadas se han realizado numerosas investigaciones para el desarrollo de nuevas técnicas de identificación dinámica de sistemas. Existen tres diferentes tipos, los cuales tienen distintas aplicaciones dentro de la ingeniería estructural y de control: 1) Identificación de parámetros modales, 2) Identificación de parámetros de modelos estructurales y 3) Identificación de modelos de control (Juang y Pappa 1985).

El principal objetivo de la identificación de sistemas en el campo de la ingeniería estructural es la determinación de las características dinámicas y parámetros modales de un sistema dado a partir de su respuesta de vibración. Ya que éstos son de gran importancia para comprender el comportamiento dinámico de los diferentes tipos de estructuras que existen.

En general, debido al tamaño de las estructuras civiles el tratar de usar métodos de vibración forzada resulta ser poco práctico e incosteable. Por tal motivo, en décadas pasadas se empezó a investigar el uso de la vibración ambiental como fuente de excitación.

Existen distintas técnicas capaces de identificar parámetros modales de una estructura a partir de su respuesta en vibración ambiental. Una de éstas técnicas es el Natural Excitation Technique (NExT), que en conjunto con el Eigensystem Realization Algorithm (ERA) permite la identificación de sistemas. Esta metodología supone que la estructura se comporta dentro de su rango lineal, que el sistema es invariante con respecto del tiempo, así como el que las fuerzas aplicadas a la estructura no están correlacionadas con la respuesta de la misma.

La técnica NExT permite obtener la respuesta de impulso de la estructura a partir de registros de vibración ambiental. Una vez obtenida esta respuesta, es posible utilizar otras técnicas para obtener los parámetros dinámicos de la estructura. Una de estas metodologías es ERA.

2.1) Natural Excitation Technique (NExT):

La técnica “Natural Excitation Technique (NExT)” fue empleada por primera vez en el Sandia National Laboratory por James et al. en 1993. Los investigadores notaron que cuando una estructura se encuentra en vibración ambiental, era posible utilizar una función de correlación cruzada entre dos desplazamientos o aceleraciones. Esta función satisface la ecuación diferencial homogénea de primer orden que describe el movimiento del sistema. Esto implica que la función de correlación tiene las mismas características que la respuesta del sistema en vibración libre.

El NExT tiene su base en conceptos de fenómenos aleatorios. En la siguientes subsecciones se presentan las definiciones de estos.

2.1.1) Fenómeno aleatorio:

En general las estructuras están sometidas a cargas cuyo patrón sigue uno de dos posibles comportamientos: determinista o aleatorio. Una señal determinista es aquella que puede ser caracterizada matemáticamente; sin embargo, las aleatorias (o estocásticas) no lo son. La vibración ambiental es considerada como un fenómeno aleatorio.

Las señales usualmente son bidimensionales, ya que se incluye la variable tiempo. La determinación de la longitud de registro, así como la velocidad con la que se toman los datos, tendrá un efecto importante en el análisis de las señales.

2.1.2) Covarianza y correlación:

Existen algunas características estadísticas que pueden obtenerse de las señales. Si se tienen dos procesos aleatorios $\{X(t)\}$ y $\{Y(t)\}$, entonces sus valores promedios estarán dados por la ecuación (2.1):

$$\mu_x(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) = E[x_i(t)] \tag{2.1}$$

$$\mu_y(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(t) = E[y_i(t)]$$

Donde $E[\cdot]$ denota el valor esperado, también conocido como esperanza matemática. N representa en número de muestras de la señal.

La varianza está definida como la dispersión de los datos con respecto de su valor medio. La ecuación para el cálculo de la varianza está dada por:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] \quad (2.2)$$

Una forma de medir la relación de dependencia que guardan dos registros entre sí, es a través de la covarianza. Estos registros pueden ser iguales o distintos. Cuando se trata de la misma señal, ésta medida se conoce como auto-covarianza (ecuación 2.3). Si las dos señales son diferentes se le conoce como covarianza-cruzada (ecuación 2.4).

$$S_{xx} = E([X - E(X)][X - E(X)]) \quad (2.3)$$

$$S_{xy} = E([X - E(X)][Y - E(Y)]) \quad (2.4)$$

Las funciones de covarianza para valores de tiempo $t_1 = t$ y $t_2 = t + \tau$ se definen como:

$$\begin{aligned} C_{xx}(t, t + \tau) &= E[(x_i(t) - \mu_x(t))(x_i(t + \tau) - \mu_x(t + \tau))] \\ C_{yy}(t, t + \tau) &= E[(y_i(t) - \mu_y(t))(y_i(t + \tau) - \mu_y(t + \tau))] \\ C_{xy}(t, t + \tau) &= E[(x_i(t) - \mu_x(t))(y_i(t + \tau) - \mu_y(t + \tau))] \end{aligned} \quad (2.5)$$

Cuando los valores promedio y las funciones de covarianza tienen el mismo valor para todos los valores de t , se dice que los procesos aleatorios $\{X(t)\}$ y $\{Y(t)\}$ tienen una estacionalidad débil. Si todas las funciones de probabilidad de ambos procesos son independientes del tiempo, los procesos son estacionalmente fuertes.

Las funciones de correlación en procesos estocásticos están definidas como:

$$\begin{aligned}R_{xx} &= E[x_i(t) \cdot x_i(t + \tau)] \\R_{yy} &= E[y_i(t) \cdot y_i(t + \tau)] \\R_{xy} &= E[x_i(t) \cdot y_i(t + \tau)]\end{aligned}\tag{2.6}$$

Cuando la correlación se realiza respecto a una sola señal, como en las expresiones R_{xx} y R_{yy} se le denomina función de auto-correlación. Y cuando la correlación relaciona dos señales independientes entre sí, R_{xy} , se le denomina función de correlación-cruzada.

2.1.3) Funciones de densidad espectral:

Las funciones de densidad espectral, $S_{xx}(f)$, se definen como la transformada de Fourier de las funciones de correlación mostradas en la ecuación (2.6):

$$\begin{aligned}S_{xx}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\S_{yy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \\S_{xy}(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau\end{aligned}\tag{2.7}$$

Los parámetros $S_{xx}(f)$ y $S_{yy}(f)$ se denominan como funciones de densidad auto-espectral de los procesos $\{X(t)\}$ y $\{Y(t)\}$, respectivamente. Mientras que $S_{xy}(f)$ es la función de densidad espectral cruzada entre los procesos $\{X(t)\}$ y $\{Y(t)\}$. Las funciones de densidad espectral pueden también ser determinadas mediante el producto de las transformadas de Fourier de dos procesos aleatorios $\{X(t)\}$ y $\{Y(t)\}$, como:

$$S_{xy}(f, k) = X_k^*(f)Y_k(f)$$

Donde:

$$X_k(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x_k(t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

$$Y_k(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y_k(t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$
(2.8)

Las variables $X_k(f)$ y $Y_k(f)$ representan las transformadas de Fourier de los procesos $\{X(t)\}$ y $\{Y(t)\}$ respectivamente y $X_k^*(f)$ es el conjugado complejo de $X_k(f)$. La transformada inversa de Fourier de las funciones de densidad espectral dan como resultado las funciones de correlación:

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f) e^{j2\pi f\tau} d\tau$$

$$R_{yy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{yy}(f) e^{j2\pi f\tau} d\tau$$

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(f) e^{j2\pi f\tau} d\tau$$
(2.9)

2.1.4) Derivación del NExT:

La ecuación diferencial 2.10 representa el movimiento de un sistema de varios grados de libertad:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t)$$
(2.10)

Donde M, C, y K representan las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente; $\ddot{\mathbf{y}}(t)$, $\dot{\mathbf{y}}(t)$, $\mathbf{y}(t)$ son la aceleración, velocidad y desplazamiento en función del tiempo “t”; y $\mathbf{f}(t)$ es el vector de fuerzas externas aplicadas a la estructura.

Si se asume que la excitación y la respuesta del sistema son procesos aleatorios estacionarios, la ecuación (2.10) se puede expresar como:

$$\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{Y}}(t)\} + \mathbf{C}\{\dot{\mathbf{Y}}(t)\} + \mathbf{K}\{\mathbf{Y}(t)\} = \{\mathbf{F}(t)\}$$
(2.11)

Donde $\{\ddot{Y}(t)\}$, $\{\dot{Y}(t)\}$ y $\{Y(t)\}$ representan los vectores de los procesos aleatorios de aceleración, velocidad y desplazamiento, respectivamente. Y $\{F(t)\}$ el vector del proceso aleatorio de excitación. Al multiplicar cada proceso estocástico de la ecuación (2.11) por un proceso escalar de referencia $\{X(k)\}$ y al calcular el valor esperado de cada producto se tiene que:

$$\mathbf{M}E[\ddot{Y}(t) \cdot X(k)] + \mathbf{C}E[\dot{Y}(t) \cdot X(k)] + \mathbf{K}E[Y(t) \cdot X(k)] = E[F(t) \cdot X(k)]$$

O bien,

$$\mathbf{M}R_{\ddot{Y},X}(\tau) + \mathbf{C}R_{\dot{Y},X}(\tau) + \mathbf{K}R_{Y,X}(\tau) = R_{F,X}(\tau) \quad (2.12)$$

Se tiene que las funciones de correlación entre un proceso estocástico estacionario $\{X(k)\}$ y sus derivadas se pueden expresar como (Bendat y Piersol 2010):

$$\begin{aligned} R_{xx} &= E[x_i(t) \cdot x_i(t + \tau)] \\ R_{x\dot{x}} &= E[x_i(t) \cdot \dot{x}_i(t + \tau)] \\ R_{x\ddot{x}} &= E[x_i(t) \cdot \ddot{x}_i(t + \tau)] \end{aligned} \quad (2.13)$$

Y que:

$$\dot{R}_{xx}(\tau) = \frac{d}{d\tau} E[x_i(t) \cdot x_i(t + \tau)] = E[x_i(t) \cdot \dot{x}_i(t + \tau)] = R_{x\dot{x}}(\tau) \quad (2.14)$$

Al sustituir la ecuación (2.14) en la ecuación (2.11) se tiene que:

$$\mathbf{M}\ddot{R}_{Y,X}(\tau) + \mathbf{C}\dot{R}_{Y,X}(\tau) + \mathbf{K}R_{Y,X}(\tau) = 0 \quad (2.15)$$

Se observa que la ecuación (2.15) tiene la misma forma que la ecuación diferencial homogénea de movimiento, por lo que se considera que la función de correlación entre dos procesos estocásticos tiene las mismas características que un sistema en vibración libre.

2.2) Eigensystem Realization Algorithm (ERA):

En 1985, Juang y Pappa desarrollaron la técnica Eigensystem Realization Algorithm (ERA) para la identificación parámetros modales de sistemas con niveles bajos de amortiguamiento. El ERA es una técnica en el dominio del tiempo basada en el concepto de realización mínima de la teoría del control, que identifica los eigenvalores y eigenvectores de un sistema a partir de su respuesta de impulso.

2.2.1) Conceptos básicos de la Realización:

- Representación de espacios de estado:

La ecuación (2.10) puede reformularse mediante una representación de espacios de estado para un sistema continuo como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\tag{2.16}$$

O bien, para un sistema discreto como:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k)\end{aligned}\tag{2.17}$$

Una representación de espacios de estado se define como un modelo matemático de un modelo físico. Este está constituido por un conjunto de entradas, salidas y variables de estado relacionadas por un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden que se combinan en una ecuación diferencial matricial de primer orden.

- Parámetros de Markov:

Al resolver la ecuación (2.17) para las salidas, $\mathbf{y}(k)$, en término de las entradas, $\mathbf{u}(i)$ ($i=1,2,\dots,k$), se tiene:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(0) &= \mathbf{0}, \\
 \mathbf{y}(0) &= \mathbf{D}\mathbf{u}(0), \\
 \mathbf{x}(1) &= \mathbf{B}\mathbf{u}(0), \\
 \mathbf{y}(1) &= \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \mathbf{D}\mathbf{u}(1), \\
 \mathbf{x}(2) &= \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \mathbf{B}\mathbf{u}(1), \\
 \mathbf{y}(2) &= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(1) + \mathbf{D}\mathbf{u}(2), \\
 \mathbf{x}(3) &= \mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(2), \\
 \mathbf{y}(3) &= \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{u}(0) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(1) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(2) + \mathbf{D}\mathbf{u}(3),
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(k) &= \sum_{i=0}^k \mathbf{A}^{i-1} \mathbf{B} \mathbf{u}(k-i), \\
 \mathbf{y}(k) &= \sum_{i=0}^k \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1} \mathbf{B} \mathbf{u}(k-i) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k),
 \end{aligned}$$

Al considerar un impulso como entrada al sistema donde $\mathbf{u}_i(0) = 1$, ($i=1, 2, \dots, r$), y $\mathbf{u}_i(k) = 0$, ($k=1, 2, \dots, m$), y al resolver nuevamente la ecuación (2.17) para las salidas, $\mathbf{y}(k)$, en términos de las entradas, $\mathbf{u}(i)$ ($i=1, 2, \dots, k$), se tiene que:

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{D}, \quad \mathbf{Y}_1 = \mathbf{C}\mathbf{B}, \quad \mathbf{Y}_2 = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}, \quad \dots, \quad \mathbf{Y}_k = \mathbf{C}\mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B} \tag{2.19}$$

Esta secuencia de matrices es conocida como parámetros de Markov y son usados como base para la identificación de modelos matemáticos de sistemas lineales dinámicos. Los parámetros de Markov representan la respuesta de un sistema sometido a un impulso en la ubicación de los sensores, por lo que estos son únicos para un sistema dado.

Al hacer uso de la definición de los parámetros de Markov en la ecuación (2.19), la ecuación (2.18) puede representarse como:

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{i=0}^k \mathbf{Y}_i u(k - i) \quad (2.20)$$

La secuencia mostrada en la ecuación (2.20) se conoce como secuencia de peso. Esta utiliza la respuesta de impulso para representar la relación entre las entradas y salidas de un sistema bajo la consideración de que se tienen condiciones iniciales igual a cero y que el sistema es invariante.

- Controlabilidad:

La controlabilidad de un sistema se refiere a la posibilidad de llevar al sistema de un estado “p” a un estado “k” sin importar el tipo de entrada. En otras palabras, la controlabilidad relaciona al vector de entradas y estados del sistema sin tomar en cuenta la ecuación de salidas. Se dice que un sistema es controlable si para cualquier estado inicial X_0 y cualquier estado final X_f , existe una entrada o excitación tal que lleve al estado X de X_0 a X_f en un tiempo finito.

De la ecuación correspondiente a los estados y entradas en la representación de estados de un sistema lineal se tiene que:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) \quad (2.21)$$

De la ecuación (2.18) se observa que los estados de un sistema pueden expresarse como:

$$\mathbf{X}(k) = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{K-1}B] \begin{bmatrix} U(K-1) \\ U(K-2) \\ U(K-3) \\ \vdots \\ U(0) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{C} = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{K-1}B] \quad (2.23)$$

Donde \mathcal{C} , es la matriz de controlabilidad. Para verificar que un sistema es controlable, es necesario que se cumplan los siguientes 2 teoremas:

- ✚ Teorema #1: Un sistema lineal discreto en el tiempo $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)$ de orden “n” es controlable si y solo si la matriz de controlabilidad, \mathcal{C} , es de rango “n”.
- ✚ Teorema #2: Asumiendo que la matriz \mathbf{A} de la ecuación (2.21) tiene distintos eigenvalores λ_i . El sistema es controlable sí y solo sí el vector $\mathbf{B}_m = \boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbf{B}$ no tiene elementos cero. Donde $\boldsymbol{\Psi}$ es la matriz modal con los eigenvectores de \mathbf{A} .

- Observabilidad:

El concepto de observabilidad está relacionado con el de controlabilidad. Este se refiere a la posibilidad de estimar el estado de un sistema a partir de una salida. Un sistema es observable si para un estado desconocido cualquiera $\mathbf{x}(p)$, existe una entrada $\mathbf{u}(k)$ y una salida $\mathbf{y}(k)$ en el intervalo $(0 < k < p)$ tales que determinen el estado $\mathbf{x}(p)$.

Para verificar que un sistema es observable, es necesario que se cumplan los siguientes 2 teoremas:

- ✚ Teorema #3: Un sistema lineal discreto de orden “n”:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k)\end{aligned}\tag{2.24}$$

es observable sí y solo sí la matriz de observabilidad, \mathcal{O} , es de rango “n”. Donde la matriz de observabilidad está definida como :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{K-1} \end{bmatrix}\tag{2.25}$$

- ✚ **Teorema #4:** Asumiendo que la matriz \mathbf{A} de la ecuación (2.21) tiene distintos eigenvalores λ_i . El sistema es observable sí y solo sí el vector $\mathbf{C}_m = \boldsymbol{\Psi}^{-1}\mathbf{C}$ no tiene elementos cero. Donde $\boldsymbol{\Psi}$ es la matriz modal con los eigenvectores de \mathbf{A} .

- Matriz de Hankel generalizada:

El término “Realización” se refiere a la determinación de las matrices $[\mathbf{A} \ \mathbf{B} \ \mathbf{C}]$ a partir de las respuestas de impulso o parámetros de Markov para un sistema dado. La realización mínima se refiere al modelo con el menor número de orden de estados con la misma relación de entradas y salidas.

La realización de un sistema comienza con la construcción de la matriz generalizada de Hankel ($\alpha m \times \beta r$) a partir los parámetros de Markov. La cual se define como:

$$\mathbf{H}(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_K & \mathbf{Y}_{K+1} & \dots & \mathbf{Y}_{K+\beta-1} \\ \mathbf{Y}_{K+1} & \mathbf{Y}_{K+2} & \dots & \mathbf{Y}_{K+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{K+\alpha-1} & \mathbf{Y}_{K+\alpha} & \dots & \mathbf{Y}_{K+\alpha+\beta-1} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

\mathbf{Y}_k es una matriz de ($m \times n$) de la respuesta de impulso del sistema en el tiempo $t = k$, donde m y n son el número de salidas y el orden del sistema respectivamente. Por lo que $\mathbf{Y}_{ij}(k) = a$ la i -ésima respuesta del sistema en el tiempo k debida a la excitación j . Los parámetros α y β definen el número de renglones y columnas de la matriz Hankel. Estos valores se definen en base al criterio e intuición del ingeniero, sin embargo, Juang y Pappa (1994) recomiendan, para obtener resultados favorables, utilizar un valor de β igual a 10 veces el número de formas modales a identificar y un valor de α de 2 a 3 veces β .

Para el caso de $k=1$, se tiene que la matriz Hankel es:

$$H(0) = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_\beta \\ Y_2 & Y_3 & \dots & Y_{1+\beta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_\alpha & Y_{1+\alpha} & \dots & Y_{\alpha+\beta} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Al sustituir los parámetros de Markov definidos en la ecuación (2.19) en la ecuación (2.27) se tiene que:

$$H(0) = \begin{bmatrix} CB & CAB & \dots & CA^{\beta-1}B \\ CAB & CA^2B & \dots & CA^\beta B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{\alpha-1}B & CA^\alpha B & \dots & CA^{\alpha+\beta-2}B \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

De la ecuación (2.28) se puede demostrar que la matriz Hankel puede expresarse en términos de la matriz de controlabilidad y observabilidad como:

$$H(k) = \mathcal{O}A^k\mathcal{C} \quad (2.29)$$

$$H(0) = \mathcal{O}\mathcal{C}$$

$$H(0) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{\alpha-1} \end{bmatrix} [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{\beta-1}B] \quad (2.30)$$

Se observa que si un sistema es controlable y observable, el rango de la matriz Hankel será igual a “n”.

2.2.2) Derivación del ERA:

Si se considera una matriz, y' , tal que:

$$\mathbf{e} \mathbf{y}' \mathbf{o} = \mathbf{I}_n \quad (2.31)$$

Donde \mathbf{I}_n es una matriz identidad de orden “n”. Se tiene que:

$$\mathbf{H}(0)\mathbf{y}'\mathbf{H}(0) = \mathbf{o}\mathbf{e}\mathbf{y}'\mathbf{o}\mathbf{e} = \mathbf{o}\mathbf{e} = \mathbf{H}(0) \quad (2.32)$$

Por lo que la matriz \mathbf{y}' es la pseudo-inversa de la matriz $\mathbf{H}(0)$. Al realizar una descomposición singular de valores (SVD) a la matriz Hankel, $\mathbf{H}(0)$, para $k=1$, se tiene:

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{R} \Sigma \mathbf{S}^T \quad (2.33)$$

Donde las matrices \mathbf{R} y \mathbf{S} son ortogonales entre si y Σ es una matriz diagonal de eigenvalores.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Donde: $\Sigma_n = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_i, \sigma_{i+1}, \dots, \sigma_n]$

Definiendo \mathbf{R}_n y \mathbf{S}_n como las matrices formadas con los primeros “n” renglones y columnas de \mathbf{R} y \mathbf{S} , respectivamente. Se tiene que:

$$\mathbf{H}(0) = \mathbf{R}_n \Sigma_n \mathbf{S}_n^T; \quad (2.35)$$

$$\text{Donde: } \mathbf{R}_n \mathbf{R}_n^T = \mathbf{I}_n = \mathbf{S}_n^T \mathbf{S}_n$$

Y que:

$$\mathbf{y}' = \mathbf{S}_n \Sigma_n^{-1} \mathbf{R}_n^T \quad (2.36)$$

De la ecuación (2.35) y (2.29) para $k=0$, se observa que:

$$\mathbf{o} = \mathbf{R}_n \Sigma_n^{1/2} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{e} = \Sigma_n^{1/2} \mathbf{S}_n^T$$

De la ecuación (2.29) para $k=1$ se tiene que:

$$H(1) = \mathcal{O}A\mathcal{C} = \mathbf{R}_n \sum_n^{1/2} \mathbf{A}^k \sum_n^{1/2} \mathbf{S}_n^T \quad (2.38)$$

Al resolver la ecuación (2.38) respecto a la matriz de estado A , se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{A} = \sum_n^{-1/2} \mathbf{R}_n^T H(1) \mathbf{S}_n \sum_n^{1/2} \quad (2.39)$$

De las ecuaciones (2.37) se obtienen las matrices de estado B y C con las siguientes expresiones:

$$\mathbf{B} = \sum_n^{1/2} \mathbf{S}_n^T \mathbf{E}_r \quad (2.40)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{E}_m^T \mathbf{R}_n \sum_n^{1/2} \quad (2.15)$$

Donde:

$$\mathbf{E}_r^T = [\mathbf{I}_r \ \mathbf{O}_r \ \dots \ \mathbf{O}_r] \quad (2.42)$$

$$\mathbf{E}_m^T = [\mathbf{I}_m \ \mathbf{O}_m \ \dots \ \mathbf{O}_m]$$

Las variables r y m son el número de entradas y salidas del sistema, respectivamente. Y \mathbf{O}_i es una matriz nula de orden i . Esta es la formulación del ERA para la realización de un sistema. Cuando se efectúa la realización de un sistema, las matrices de estado identificadas se denotan con “ $\hat{\ }$ ” para diferenciarlas de las matrices de estado analíticas del sistema. Estas corresponden a la realización mínima del sistema.

$$\hat{\mathbf{A}} = \sum_n^{-1/2} \mathbf{R}_n^T H(1) \mathbf{S}_n \sum_n^{1/2}$$

$$\hat{\mathbf{B}} = \sum_n^{1/2} \mathbf{S}_n^T \mathbf{E}_r \quad (2.43)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{E}_m^T \mathbf{R}_n \sum_n^{1/2}$$

Las matrices identificadas $[\hat{A} \ \hat{B} \ \hat{C}]$ y las matrices analíticas $[A \ B \ C]$ de un sistema tendrán distintos coeficientes, sin embargo ambos representan al mismo sistema en el sentido que proveen las mismas respuestas de impulso en el sistema; por lo que se obtienen las mismas frecuencias y formas modales con ambas representaciones de estado.

Se presentan de manera resumida los pasos del método ERA:

- 1) Construcción de la matriz Hankel, $H(0)$, a partir de los parámetros de Markov. (ecuación 2.28).
- 2) Descomposición de la matriz $H(0)$ mediante una descomposición singular de valores. (ecuación 2.33).
- 3) Determinación del orden del sistema a partir de la matriz diagonal de eigenvalores, \sum_n , obtenida en el paso anterior.
- 4) Determinación de la realización mínima del sistema $[\hat{A} \ \hat{B} \ \hat{C}]$ a partir de las expresiones de la ecuación (2.43).
- 5) Determinación de los eigenvectores y eigenvalores de la matriz \hat{A} .

En la figura 2.1, se muestran de manera esquemática los pasos del NExT-ERA:

La metodología NExT-ERA ha sido adoptada como método de identificación dinámica de sistemas por un gran número de investigadores. Este método puede ser utilizado en cualquier tipo de estructura ya que sólo requiere registros de aceleración ambiental para su aplicación.

Se describen los pasos para la obtención de parámetros modales de un sistema a partir de vibración ambiental.

- 1) Registro de las aceleraciones en vibración ambiental del sistema.
- 2) Cálculo de las funciones de correlación.
- 3) Cálculo de los parámetros de Markov.
- 4) Construcción de la matriz Hankel $[H(0)$ y $H(1)]$.
- 5) Descomposición de la matriz $H(0)$ mediante SVD.
- 6) Obtención de parámetros modales a partir de la ecuación 2.43.

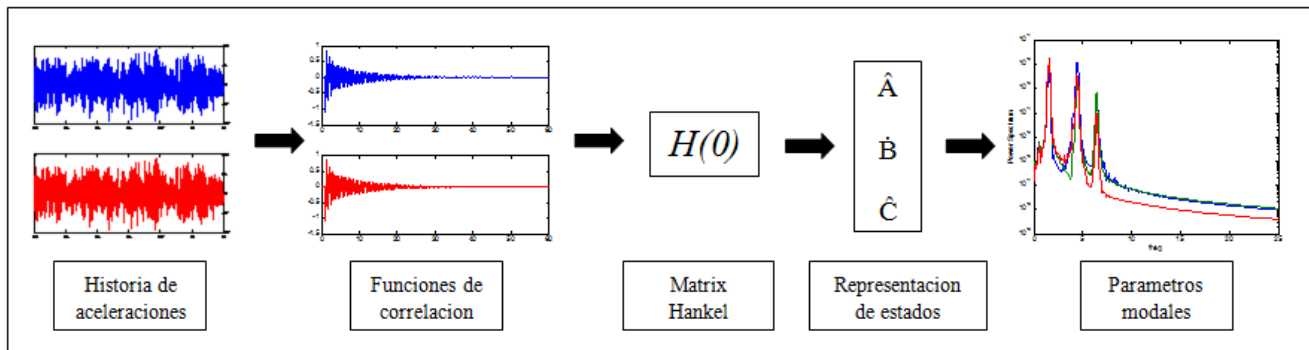


Figura 2.1: Procedimiento NExT-ERA para identificación de sistemas.

Capítulo #3

Métodos de Detección de Daño Estructural

Existe una gran cantidad de métodos y procedimientos de detección y localización de daño estructural. Cada uno de estos métodos tiene ventajas y desventajas de acuerdo a la aplicación y los datos necesarios. En este capítulo se presenta una breve descripción de los métodos más comunes de identificación de daño. Estos métodos fueron investigados por Farrar y Scott (1997).

3.1) Cambio de Frecuencias Modales:

Existen distintas investigaciones que basan sus resultados en los cambios ocurridos en las frecuencias modales. Estas técnicas pueden permitir determinar la existencia de daño en la estructura; sin embargo no permite su localización. Otro punto a considerar es que un daño pequeño puede ser no detectado de forma global, pero si podría ser detectado si se utilizan formas modales locales.

Este tipo de métodos pueden ser clasificados en dos grupos: 1) El problema seguido y 2) El problema inverso.

3.1.1) El problema seguido:

De acuerdo con la clasificación de Rytter (1993), éste tipo de métodos se encuentran en el nivel #1 que es la determinación de presencia de daño en la estructura. Estos consisten en la determinación de los cambios ocurridos en las frecuencias modales a partir de un tipo de daño conocido. Generalmente el daño es modelado matemáticamente y para determinar su presencia, se comparan las frecuencias obtenidas de la estructura real con aquellas obtenidas del modelo matemático.

3.1.2) El Problema Inverso:

Estos métodos pueden estar ubicados en el nivel #2 (localización de daño estructural) y nivel #3 (cuantificación de daño estructural) de acuerdo con Rytter (1993). Estos consisten en la determinación de parámetros de daño, tales como la longitud y/o ubicación de grietas en la estructura a partir de los cambios en las frecuencias.

3.2) Cambio de Formas Modales:

West (1984) propone utilizar, de manera sistemática, la información contenida en las formas modales para la localización del daño en estructuras. El autor determina la correlación existente entre las formas modales de la estructura con daño y sin daño mediante el uso del Modal Assurance Criterion (MAC).

El MAC puede definirse como una medida del nivel de consistencia o nivel de linealidad entre las formas modales estimadas y una forma modal de referencia. El MAC se define de manera matemática como un escalar que relaciona la consistencia que hay entre un vector modal de referencia i y otro vector modal j . Y está expresado como:

$$MAC_{i,j} = \frac{(\{\Phi\}_{id}^T \cdot \{\Phi\}_{ju})^2}{(\{\Phi\}_{id}^T \{\Phi\}_{id}) \cdot (\{\Phi\}_{ju}^T \{\Phi\}_{ju})} \quad (3.1)$$

Donde Φ_{id} , y Φ_{ju} son los vectores modales asociados a los modos i y j de la estructura con daño y sin daño, respectivamente. Debido a que el MAC es una correlación que mide el nivel de consistencia, sus valores pueden variar desde 0 hasta 1. Valores pequeños o cercanos a cero indican una mala correlación modal mientras que valores cercanos a uno representan una correlación perfecta entre los vectores modales.

Wolff y Richardson (1989) estudiaron el problema de cómo detectar fallas en elementos placa a partir de cambios en los parámetros modales y ajustes de curva de las funciones de respuesta de frecuencias (FRF) del estado dañado y no dañado del elemento. Los autores observaron que los cambios en este tipo de parámetros son índices sensibles al daño. Esto debido a que los parámetros modales están dados en función de las propiedades físicas de una estructura, tales como la masa, amortiguamiento y rigidez.

Kam y Lee (1992) proponen una formulación matemática para localizar y estimar la severidad de grietas. Los autores utilizaron un modelo de elemento finito de una viga en cantiléver con una grieta, en la cual localizaron y estimaron la severidad de la grieta a partir de los cambios de frecuencias y formas modales.

3.3) Proper Orthogonal Decomposition (POD):

El POD es una técnica que ha sido utilizada por distintos investigadores ya que ésta proporciona información de importancia en el análisis modal. Consiste en la determinación de un conjunto de funciones base, a partir de la respuesta dinámica del sistema, y que se utilizan para la detección de daño. Un sistema dinámico puede ser aproximado mediante un conjunto de funciones de tiempo y espacio de la siguiente manera:

$$z(x,t) = \sum_{k=1}^M a_k(t)\phi_k(x) \quad (3.2)$$

La aproximación en la ecuación (3.2) se vuelve más precisa conforme el número de funciones “M” incrementa. El arreglo de funciones base, $\Phi_k(x)$, denominadas como Proper Orthogonal Modes (POMs), se determinan para un número de formas modales dado y son utilizadas para reducir el orden del modelo del sistema, y $a_k(t)$ son funciones base en función del tiempo correspondientes a $\Phi_k(x)$.

Los registros de vibración obtenidos de manera experimental se desacoplan mediante una descomposición singular de valores (SVD) (ecuación 3.3):

$$A = U\Sigma V^T \quad (3.3)$$

Donde A es la matriz de datos obtenidos de los sensores; V y U son matrices ortogonales entre sí, y Σ es una matriz diagonal. Cada valor de la matriz Σ corresponde a cada columna de la matriz V, los cuales son los POMs calculados. De la ecuación (3.3), las matrices U y Σ se multiplican para formar una matriz Q y se tiene que:

$$A = QV^T = \sum_{k=1}^m q_k v_k^T \quad (3.4)$$

Donde q_k y v_k representan a $a_k(t)$ y $\Phi_k(x)$ respectivamente. Este proceso se realiza para la estructura antes y después del daño y se comparan los resultados para determinar la presencia de este.

3.4) Cambios de Curvaturas y Deformación Modal:

Otra forma de detección de daño es por medio del estudio del cambio de la curvatura y deformación. Pandey et al. (1991) realizaron modelos de elemento finito para vigas donde se pudo comprobar que los cambios absolutos en las curvaturas modales es un indicador sensible al daño. Los autores obtuvieron las curvaturas a partir de los desplazamientos modales usando métodos de diferencias centrales.

3.5) Métodos basados en la Flexibilidad Dinámica:

En las últimas décadas, los métodos de detección de daño basados en la flexibilidad dinámica de las estructuras han atraído el interés de varios investigadores. Debido a la relación inversa existente entre la matriz de flexibilidad y el valor al cuadrado de las frecuencias modales, se puede apreciar que la flexibilidad de una estructura no es sensible a frecuencias altas. Es posible determinar la matriz de flexibilidad de manera muy aproximada usando formas modales truncadas. Si se desea obtener la matriz de flexibilidad exacta es necesario utilizar todas las frecuencias y formas modales (Pandey y Biswas 1994).

La matriz de flexibilidad puede ser obtenida experimentalmente mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \cdot \phi_i^T \quad (3.5)$$

Existen distintos métodos los cuales se basan en la determinación de la matriz de flexibilidad dinámica. Entre ellos se pueden mencionar:

- Damage Locating Vector (DVL)
- Comparación de cambios de flexibilidad.
- Método de la flexibilidad residual.
- Método de error de la matriz de rigidez.

En éste capítulo se citaron distintos métodos de detección de daño estructural. En la siguiente sección se presenta una descripción detallada y la aplicación del método Damage Locating Vector (DVL); el cual a partir de cambios en la matriz de flexibilidad localiza el daño en las estructuras. Los métodos basados en la flexibilidad dinámica ofrecen grandes ventajas, ya que al permitir usar formas modales truncadas, sólo se requiere de una cantidad limitada de sensores.

Capítulo #4

Vectores de Carga de Localización de Daño (DLV)

4.1) Introducción del método DLV:

En 2002, Bernal propone el método Damage Locating Vector (DLV) como técnica de localización de daño estructural. El DLV es una técnica basada en los cambios de la matriz de flexibilidad y consiste en la determinación de un conjunto de vectores denominados DLVs. Estos vectores tienen la característica de que al ser aplicados como cargas estáticas en el modelo analítico de la estructura, estos producen un esfuerzo nulo en los elementos dañados. De palabras del autor:

“Estrictamente hablando, este método no señala hacia donde se encuentra el daño, sino hacia la zona donde no se encuentra el daño”

— Dr. Dionisio Bernal, DLV tutorial, p.1

Una vez aplicados los DLVs y determinados los esfuerzos resultantes en la estructura, todos aquellos elementos con esfuerzo cero o muy cercano a cero, se les denomina como “zona de elementos potencialmente dañados (PDR)”. Sin embargo, debido a que en la práctica se trabaja con una matriz de flexibilidad aproximada, la PDR puede contener elementos que en realidad no están dañados.

La matriz de flexibilidad se determina a partir de la respuesta de vibración de la estructura antes y después de la presencia de daño. Si se considera un arreglo de vectores de carga, \mathbf{L} , linealmente independientes que produzcan los mismos desplazamientos en la estructura antes y después de la presencia de daño, se tiene que se satisface la siguiente expresión:

$$\mathbf{F}_d \mathbf{L} = \mathbf{F}_u \mathbf{L} \quad \text{ó} \quad \mathbf{F}_\Delta \mathbf{L} = (\mathbf{F}_d - \mathbf{F}_u) \mathbf{L} = \mathbf{0} \quad (4.1)$$

Ya que los DVLs producen un esfuerzo nulo en los elementos dañados, el daño existente en esos elementos no afecta a los desplazamientos de la estructura para cuando estos son aplicados. Este arreglo de vectores se obtiene al realizar una

descomposición singular de valores (SVD) a la diferencia de la flexibilidad analítica o sin daño y la flexibilidad de la estructura dañada ($\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{F}_d - \mathbf{F}_u$) (Gao 2007).

$$\mathbf{F}_\Delta = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_0] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} [\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_0]^T \quad (4.2)$$

O bien,

$$[\mathbf{F}_\Delta \mathbf{V}_1 \quad \mathbf{F}_\Delta \mathbf{V}_0] = [\mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1 \quad \mathbf{0}] \quad \text{y} \quad \mathbf{F}_\Delta \mathbf{V}_0 = \mathbf{0} \quad (4.3)$$

Donde los DLVs, \mathbf{L} , son las columnas en \mathbf{V}_0 .

Una vez determinados los DLVs, cada grupo de vectores es aplicado en el modelo analítico sin daño de la estructura y se determina el esfuerzo correspondiente en cada uno de los elementos. El esfuerzo a utilizar depende del tipo de estructura, por ejemplo: Para armaduras se utiliza el valor de la fuerza axial en las barras, en marcos de cortante se usa el cortante de cada entrepiso y en marcos flexibles el esfuerzo se calcula como $(m_1^2 + m_2^2 + m_1 m_2)^{(1/2)}$, donde m_1 y m_2 son los momentos de extremo del elemento. Bernal (2002).

Como siguiente paso se suman los esfuerzos de cada elemento producidos por cada uno de los DLVs. En este momento se tendrá un vector de tamaño “n”, donde n es el número de elementos, con el valor de esfuerzo total en cada elemento. Este vector se normaliza con respecto al valor mayor y se obtiene el esfuerzo acumulado normalizado, el cual está definido como:

$$\bar{\sigma}_j = \frac{\sigma_j}{\max(\sigma_k)} \quad \text{donde} \quad \sigma_j = \sum_{i=1}^n \sigma_j^i \quad (4.4)$$

Donde σ_j^i corresponde al esfuerzo en el elemento *j*th debido al *i*th DLV y σ_k es el valor del esfuerzo del elemento con mayor esfuerzo. En la práctica, es posible que el esfuerzo normalizado de un elemento dañado no sea totalmente nulo, esto se debe al ruido en las lecturas de los sensores. Debido a eso, se recomienda fijar un umbral a partir del cual se pueda considerar a un elemento como dañado o sin daño.

Como se muestra en la sección anterior, la matriz de flexibilidad se define como:

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\omega_i^2} \phi_i \phi_i^T \quad (4.5)$$

Donde las frecuencias y formas modales son obtenidas a partir de vibración ambiental usando el algoritmo NExT-ERA.

El método DLV puede resumirse a través de los siguientes pasos (figura 4.1):

- 1) Determinación de la matriz de flexibilidad con y sin daño asociada a la ubicación de los sensores.
- 2) Cálculo del cambio en la matriz de flexibilidad: ($F_{\Delta} = F_D - F_U$).
- 3) Realizar una descomposición singular de valores (SVD) al cambio de flexibilidad F_{Δ} .

$$F_{\Delta} = USV^T = [U1 \quad U0] \begin{bmatrix} S1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} [V1 \quad V0]^T$$

- 4) Cálculo de los DLVs [V_0] (del paso #3):
- 5) Determinación de los esfuerzos en los elementos debido a los DLVs:

$$(m_1^2 + m_2^2 + m_1 m_2)^{(1/2)}.$$

- 6) Cálculo del esfuerzo normalizado: ($WSI_i = \bar{\sigma}_j$)

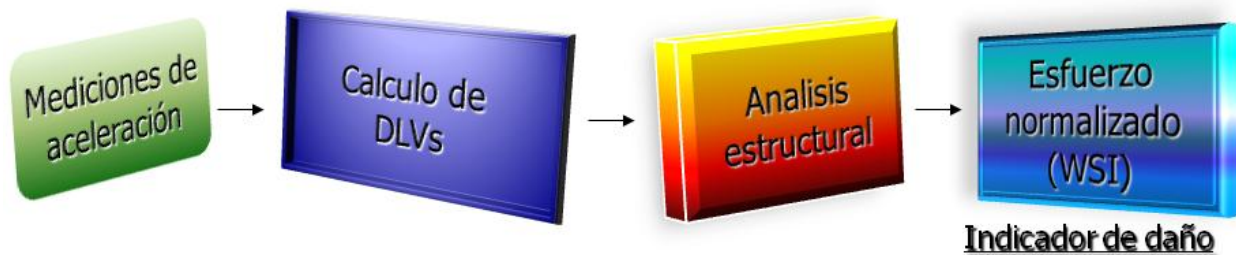


Figura 4.1: Procedimiento del método DLV

4.2) Verificación del Método DLV:

Con el propósito de ejemplificar el método DLV, se muestra su aplicación en 3 estructuras con características distintas:

4.2.1) Ejemplo # 4.1:

Se realiza la simulación (en MatLab) de un marco plano a cortante de 5 niveles. Se asume un valor de rigidez de 2000 en cada entrepiso para el estado sin daño. El daño se simula con una reducción del 40% y 50% en el valor de la rigidez del segundo y quinto nivel, respectivamente. La excitación utilizada para generar vibración en el marco es un ruido blanco aplicado en la base de la estructura (figura 4.4).

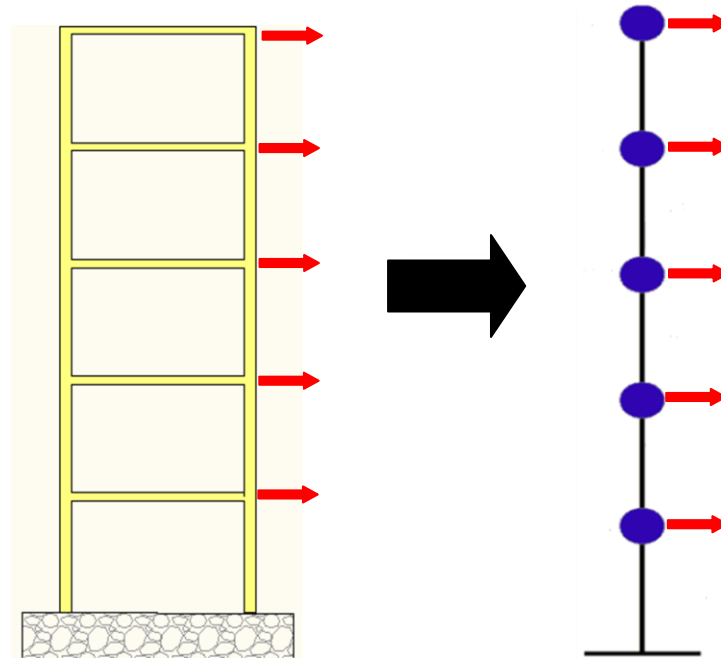


Figura: 4.2: Marco Idealizado de cortante de 5 niveles

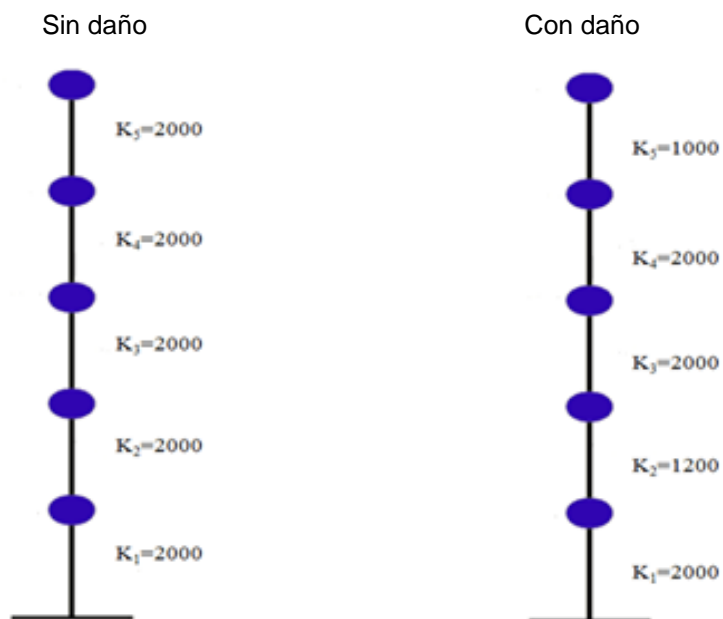


Figura: 4.3: Estado con y sin daño del marco del ejemplo #4.1.

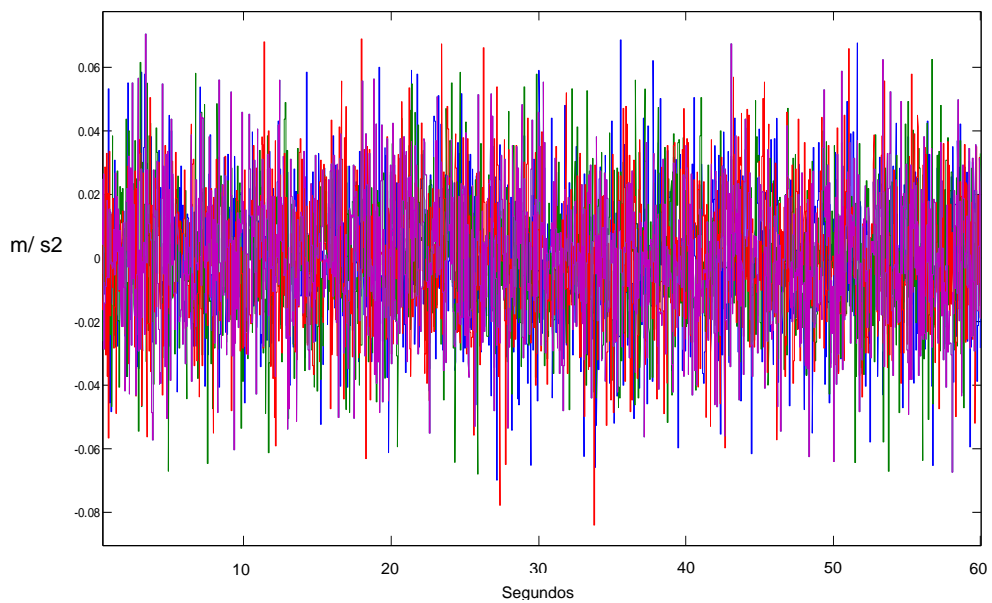


Figura: 4.4: Excitación de ruido blanco en la base de la estructura.

En la figura 4.5 se muestran los registros obtenidos en cada uno de los entrepisos de la estructura. También se presentan las funciones de correlación que se obtienen después de aplicar el método NExT. Estas son las respuestas de impulso del sistema.

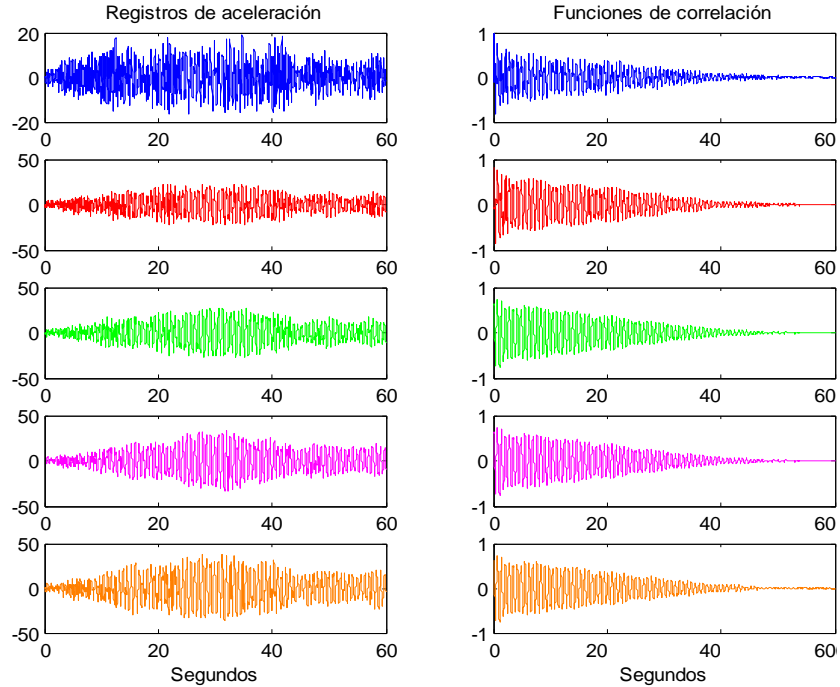


Figura: 4.5: Registros de aceleración y funciones de correlación.

En la figura 4.6 se presentan los espectros de potencia de cada uno de los entrepisos de la estructura. Se aprecian los 5 valores de las frecuencias del sistema.

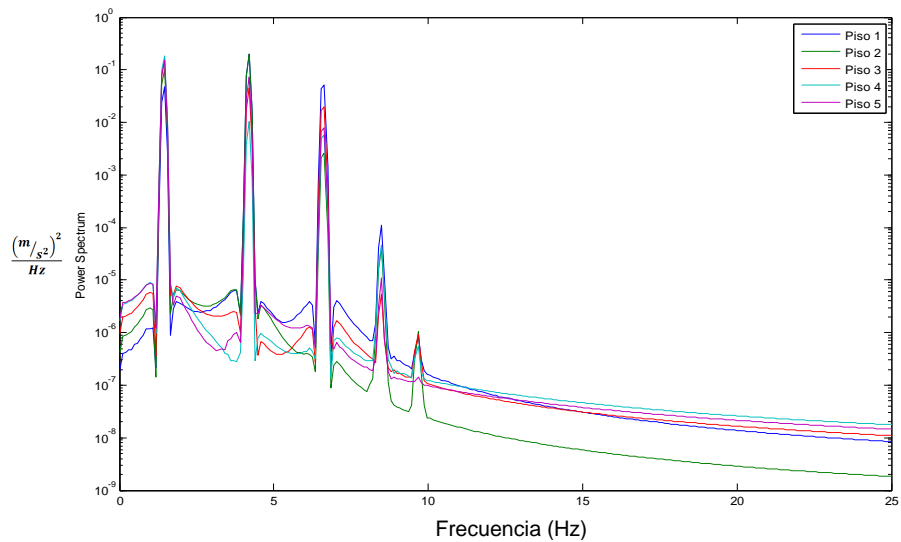


Figura: 4.6: Espectro de potencia.

En las tablas 4.1, 4.2 y 4.3, se calculan las matrices de flexibilidad de la estructura sin y con el daño a partir de valores de formas modales y frecuencias obtenidos con NEXT-ERA. Posteriormente se calcula la matriz de sus diferencias.

Tabla 4.1: Matriz de flexibilidad sin daño del ejemplo 4.1.

$F_U =$					
0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.0005	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.0005	0.001	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015
0.0005	0.001	0.0015	0.002	0.002	0.002
0.0005	0.001	0.0015	0.002	0.002	0.0025

Tabla 4.2: Matriz de flexibilidad con daño del ejemplo 4.1.

$F_D =$					
0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005
0.0005	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013
0.0005	0.0013	0.0018	0.0018	0.0018	0.0018
0.0005	0.0013	0.0018	0.0023	0.0023	0.0023
0.0005	0.0013	0.0018	0.0023	0.0023	0.0033

Tabla 4.3: Cálculo del cambio de flexibilidad del ejemplo 4.1.

$F_\Delta = F_D - F_U$					
1.00E-03	*				
0	0	0	0	0	0
0	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333
0	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333
0	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333
0	0.3333	0.3333	0.3333	0.3333	0.8333

En las tablas 4.4, 4.5 y 4.6, se calculan la descomposición singular de valores de la matriz F_Δ . En la tabla 4.5 se aprecia que la matriz S tiene 3 valores cero. Estos son el número de columnas que tiene la submatriz V_0 y que representan los DVLs (tabla 4.6).

Tabla 4.4: Matriz U de la descomposición singular de valores de la matriz F_{Δ} .

U=					
0	0	0.6517	0.7581	0.0242	
-0.4364	0.378	-0.6193	0.5319	0.0147	
-0.4364	0.378	0.3081	-0.2873	0.6994	
-0.4364	0.378	0.3111	-0.2447	-0.7141	
-0.6547	-0.7559	0	0	0	

Tabla 4.5: Matriz S de la descomposición singular de valores de la matriz F_{Δ} .

S=					
0.0015	0	0	0	0	
0	0.0003	0	0	0	
0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	

Tabla 4.6: Matriz V de la descomposición singular de valores de la matriz F_{Δ} .

V=		DVLs		
0	0	-0.9054	0.4015	0.1383
-0.4364	0.378	0.3294	0.747	-0.012
-0.4364	0.378	-0.2583	-0.3435	-0.6942
-0.4364	0.378	-0.0711	-0.4035	0.7062
-0.6547	-0.7559	0	0	0

En las figuras 4.7 A, B y C, se observan los esfuerzos cortantes de cada nivel de entresuelo inducidos por cada DLV. Finalmente en la figura D se muestran los esfuerzos normalizados acumulados del marco. El segundo y quinto niveles no se tiene presencia de esfuerzos por lo que se les puede asociar la presencia de daño.

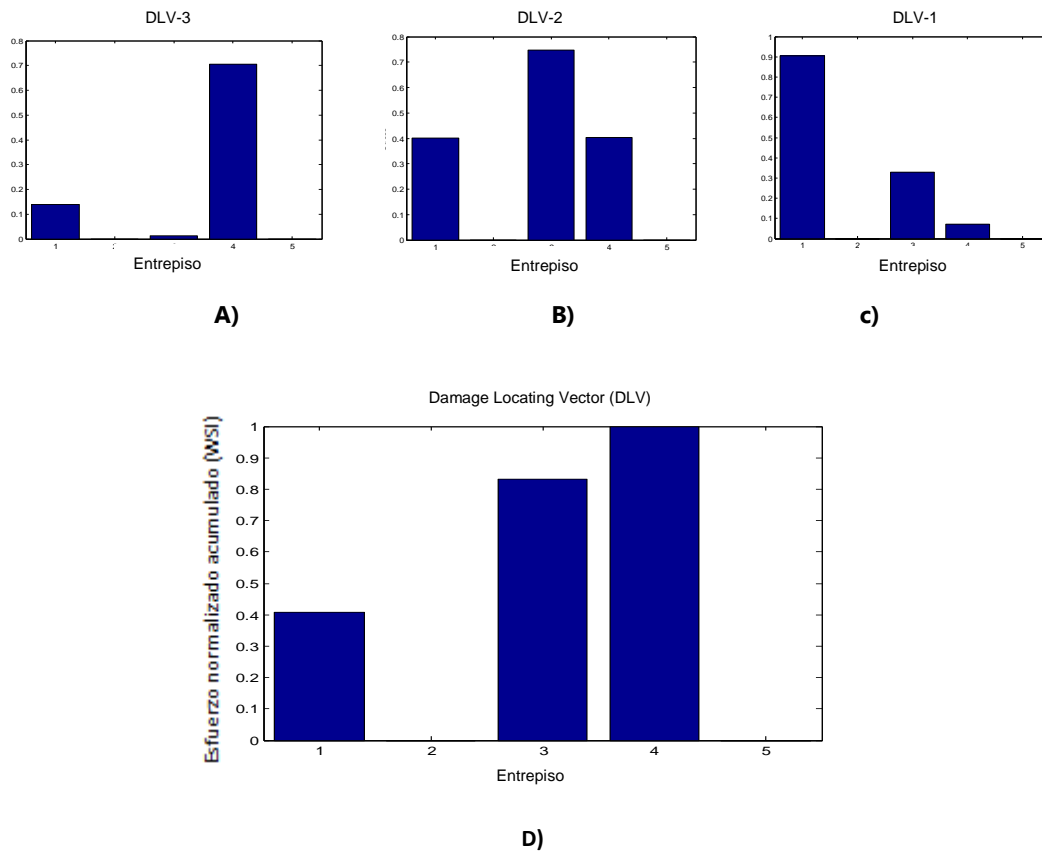


Figura: 4.7: Índice de esfuerzo normalizado.

En los ejemplos #2 y #3, se muestra la aplicación del DLV en los modelos de edificios SAC de 3 y 9 niveles a partir de simulaciones en MatLab. Los modelos mostrados en estos ejemplo fueron diseñados por Brandow & Johnston Associates for the SAC Phase II steel Project. SAC es una empresa conjunta de tres organizaciones no lucrativas: La Structural Engineers Association of California (SEAO), la Applied Technology Council (ATC) y la California Universities for Research in Earthquake Engineering (CUREE).

SAC fue creada inicialmente para satisfacer las necesidades inmediatas y a largo plazo relacionadas con la solución de problemas en el desempeño de las estructuras descubiertos a raíz del terremoto de Northridge en 1994. Estos modelos siguen el código de diseño sísmico del estado de California y son típicos de la Ciudad de Los Ángeles.

4.2.2) Ejemplo #4.2:

Modelo SAC de 3 niveles:

El modelo para edificios de 3 niveles diseñado por el SAC tiene una superficie en planta de 36.58 m por 54.87 m (120 ft x 180 ft) y una altura de 11.89 m (39 ft). Tiene 4 crujeías en la dirección Norte-Sur (N-S) y 6 crujeías en dirección Este-Oeste (E-W); con un claro de 9.15 m (30 ft) en ambas direcciones. Las columnas están diseñadas con acero de 345 MPa (50 ksi). La altura de cada entrepiso, medida de centro a centro de cada viga, es de 3.96 m (13 ft). Las vigas están diseñadas con perfiles W de acero de 248 MPa (36 ksi).

Se realizó un modelo de este edificio en MatLab usando 20 nodos interconectados por 27 elementos. Cada elemento se asumió con 6 grados de libertad (GDLs), teniendo un total de 45 GDLs de los cuales 15 son en dirección horizontal. Las propiedades estructurales de los elementos como L, A, I, E, M han sido predefinidas y se indican en la figura (4.8).

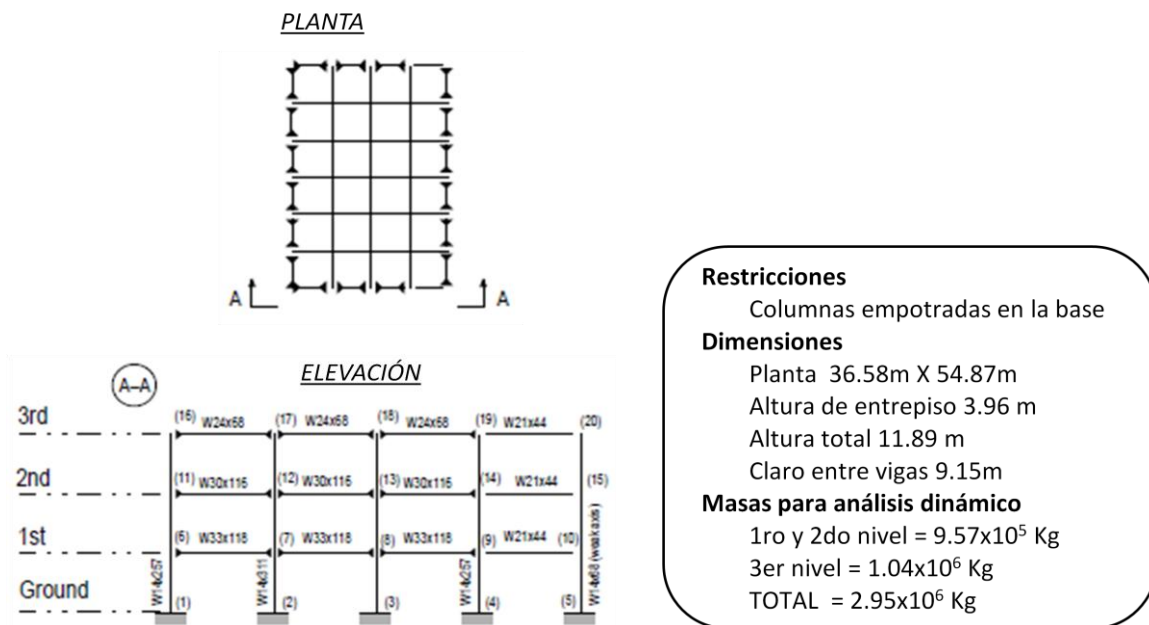


Figura 4.8: Modelo de 3 niveles del SAC

Escenarios de Daño:

Dos distintos escenarios de daño se consideran en este ejemplo:

- 1) El elemento columna #6 con una reducción en su módulo de elasticidad de 15%.
- 2) El elemento viga #22 con una reducción del 15% en el módulo de elasticidad.

Al igual que en el ejemplo #4.1 se utilizó una excitación de ruido blanco en su base.

- Escenario de daño #1:

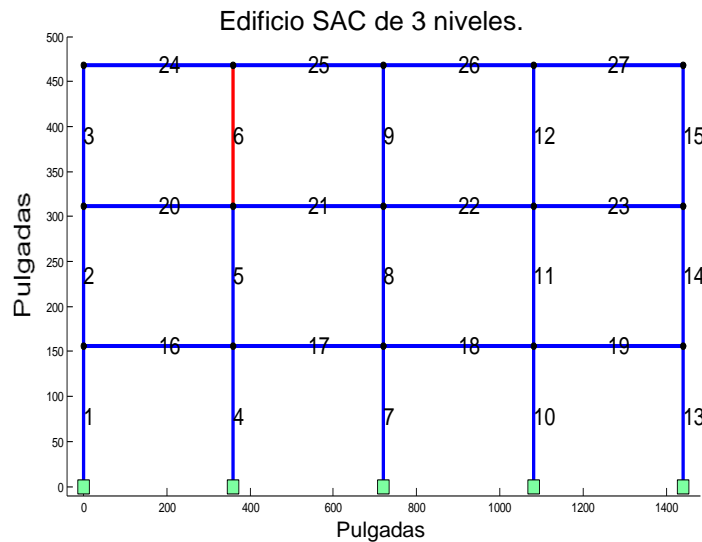


Figura 4.9: Escenario de daño #1 para el modelo de 3 niveles del SAC.

En el escenario #1 del ejemplo 4.2 se utilizaron dos distintos arreglos de sensores, uno con 5 y otro con 7 sensores. Estos fueron utilizados para comparar el desempeño de ambos y determinar cuál de ellos será utilizado en el segundo escenario de daño. En la figura 4.10 se muestran ambos arreglos y su distribución a lo largo de la estructura.

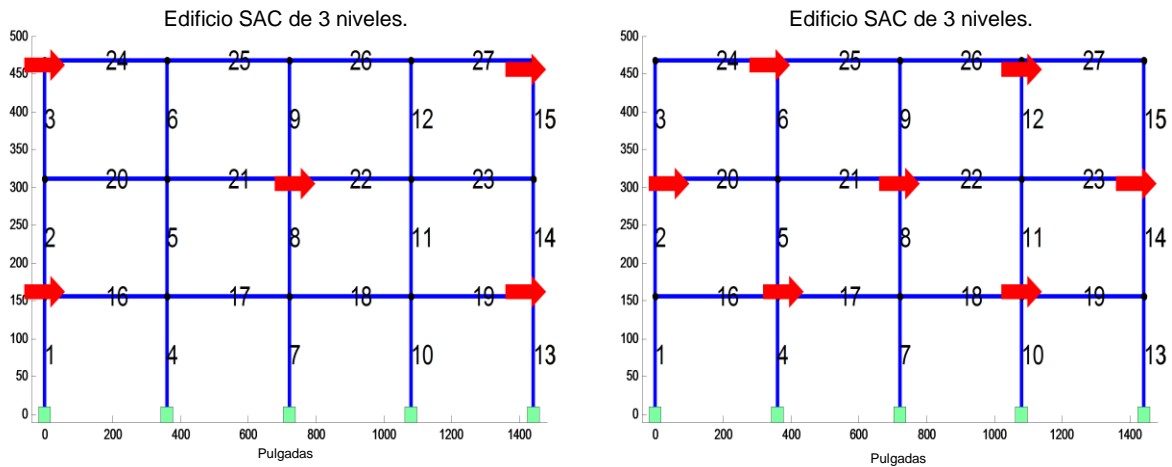
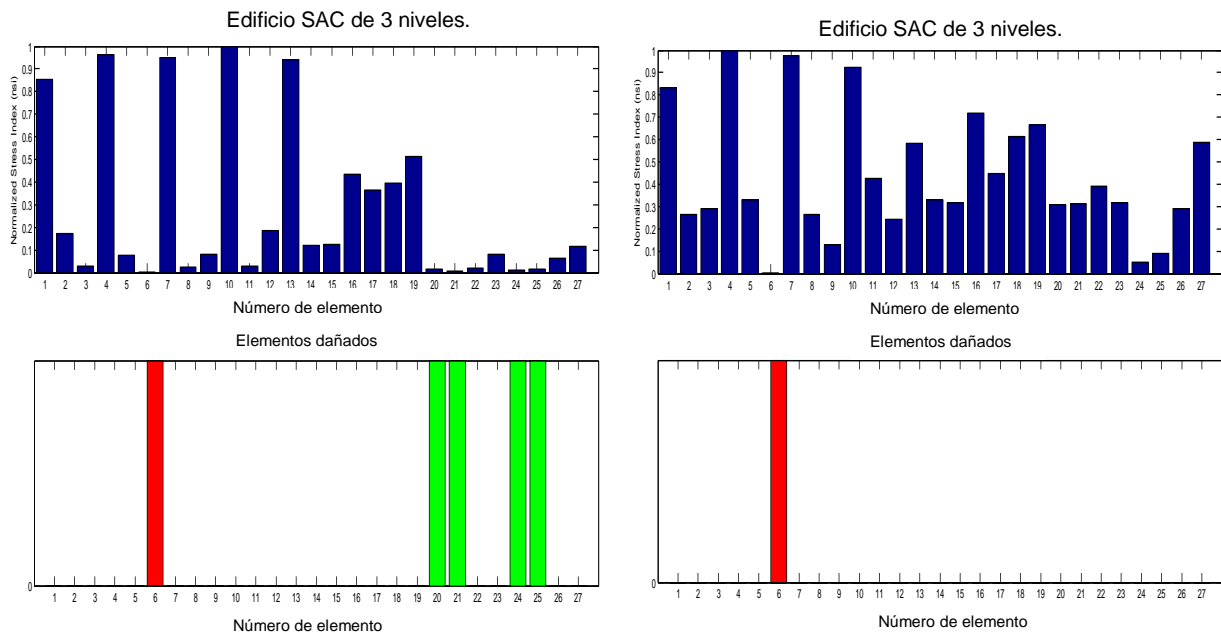


Figura 4.10: Arreglos de sensores para el ejemplo 4.2 – escenario #1.

En la figura 4.11 se muestran los resultados obtenidos con el método DLV en el escenario #1 del modelo SAC de 3 niveles al utilizar los dos distintos arreglos de sensores.



*Barra roja = elemento con esfuerzo igual a cero.

*Barra verde= elemento con esfuerzo muy cercano a cero.

Figura: 4.11: Resultados del DLV del modelo SAC-3 – caso #1

De la figura 4.11 se aprecia que se obtienen distintos DLVs cuando se utilizan diferentes arreglos de sensores. La precisión con la que se construye la matriz de flexibilidad está en función del número de sensores en la estructura. En la gráfica de la izquierda se utilizan 5 sensores, sin embargo se detectan 4 elementos sin esfuerzo como posibles elementos dañados. En la gráfica de la derecha, cuando se utilizan 7 sensores, el método DLV detecta únicamente la presencia de un elemento con posible daño.

En base a los resultados obtenidos en el escenario #1, se usará el mismo arreglo de 7 sensores para el escenario #2.

- Escenario de daño #2:

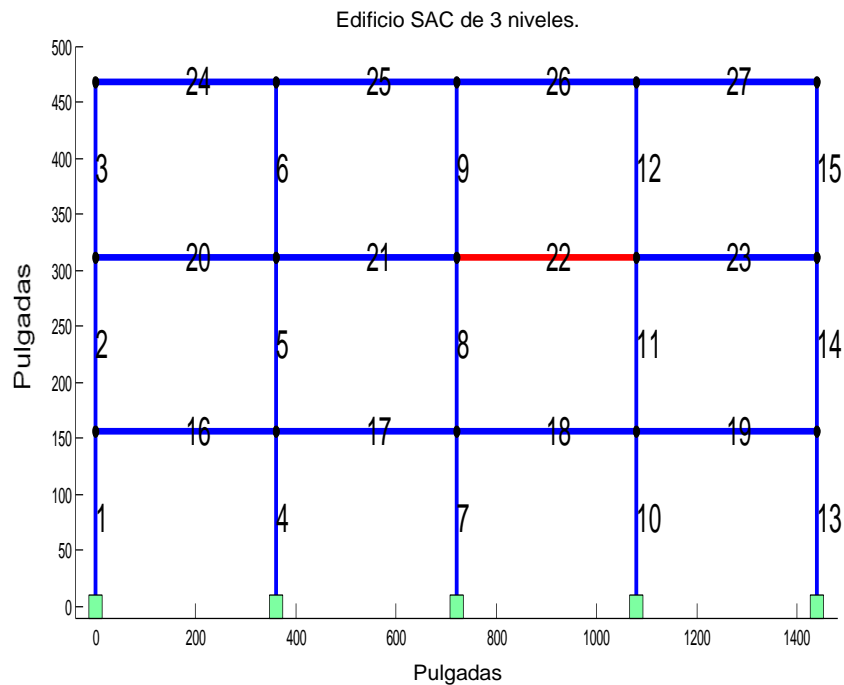


Figura: 4.12: Escenario de daño #2 para el modelo de 3 niveles del SAC.

En la figura 4.13 se muestra el arreglo de 7 sensores utilizado y los resultados obtenidos con el método DLV en el escenario #2 del modelo SAC de 3 niveles.

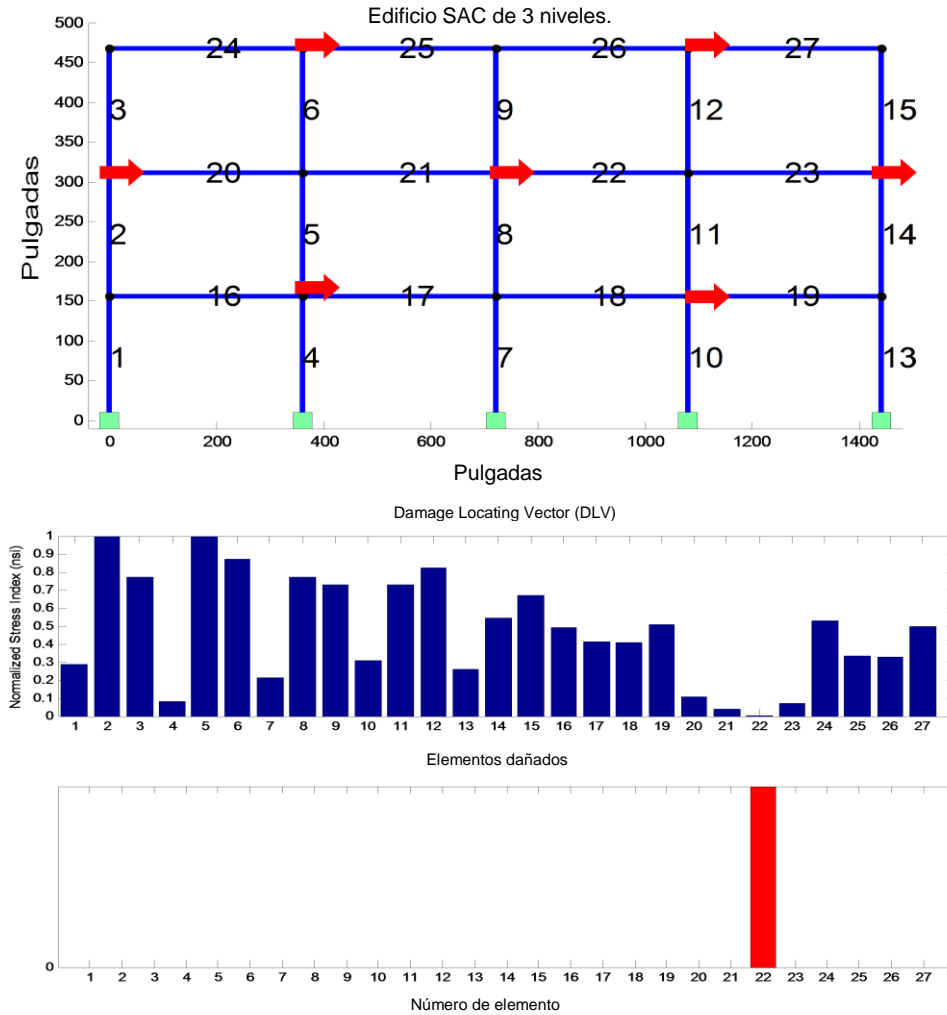


Figura: 4.13: Arreglo de sensores y resultados del DLV del modelo SAC-3 – escenario #2.

De la figura 4.13 se aprecia que al utilizar de 7 sensores en el modelo SAC de 3 niveles, el método DLV identifica de únicamente al elemento con daño. El tener una distribución más amplia de sensores sobre la estructura permite que los DLVs tengan influencia en todos los elementos del marco. Lo cual lleva a la correcta identificación de los elementos con daño.

4.2.3) Ejemplo #4.3:

Modelo SAC de 9 niveles:

El modelo SAC de 9 niveles tiene una superficie en planta de 45.73 m por 45.73 m (150 ft x 150 ft) y una altura de 37.19 m (122 ft). Tiene 5 crujiás de 9.15 mts (30 ft) en ambas direcciones (N-S y E-W). Las columnas están diseñadas con un acero de 345 MPa (50 ksi). La altura de entrepiso del 1ro al 8vo nivel medida de centro a centro de cada viga es de 3.96 m (13 ft). La altura de entrepiso a nivel de sótano (B1) es 3.65 mts (12 ft) y una altura en la planta baja de 5.49 mts (18 ft). Se tienen cambios de sección en los niveles 1, 3, 5, y 7 a 1.83 mts (6 ft) sobre el nivel de piso. Las vigas están diseñadas con perfiles W de acero de 248 MPa (36 ksi).

Se realizó un modelo de este edificio en MatLab usando 90 nodos interconectados por 134 elementos. Cada elemento se asumió con 6 GDLs teniendo un total de 250 GDLs. Las propiedades estructurales de los elementos como L, A, I, E, M han sido predefinidas y se indican en la figura (4.14).

Instrumentación y escenarios de daño:

En este ejemplo se realizó una simulación en MatLab con 29 sensores en dirección horizontal (Figura 4.16). Tres distintos escenarios de daño fueron considerados:

- 1) El elemento viga #91 con una reducción en su módulo de elasticidad de 15%.
- 2) El elemento viga #97 y elemento #75 con una reducción del 15% en el módulo de elasticidad.
- 3) Los elementos columna #2, #72 y #73 con una reducción del 15% en el módulo de elasticidad.

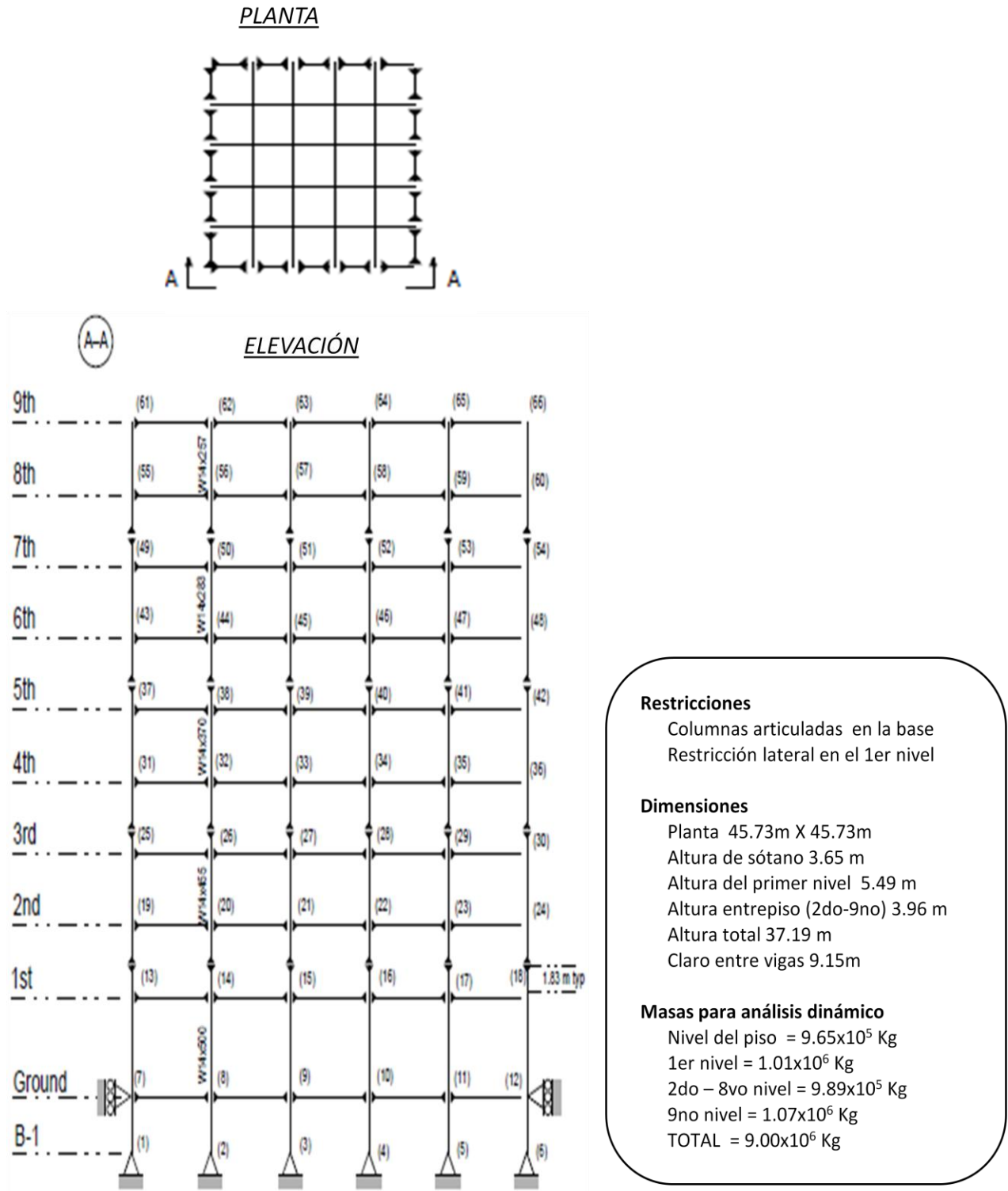
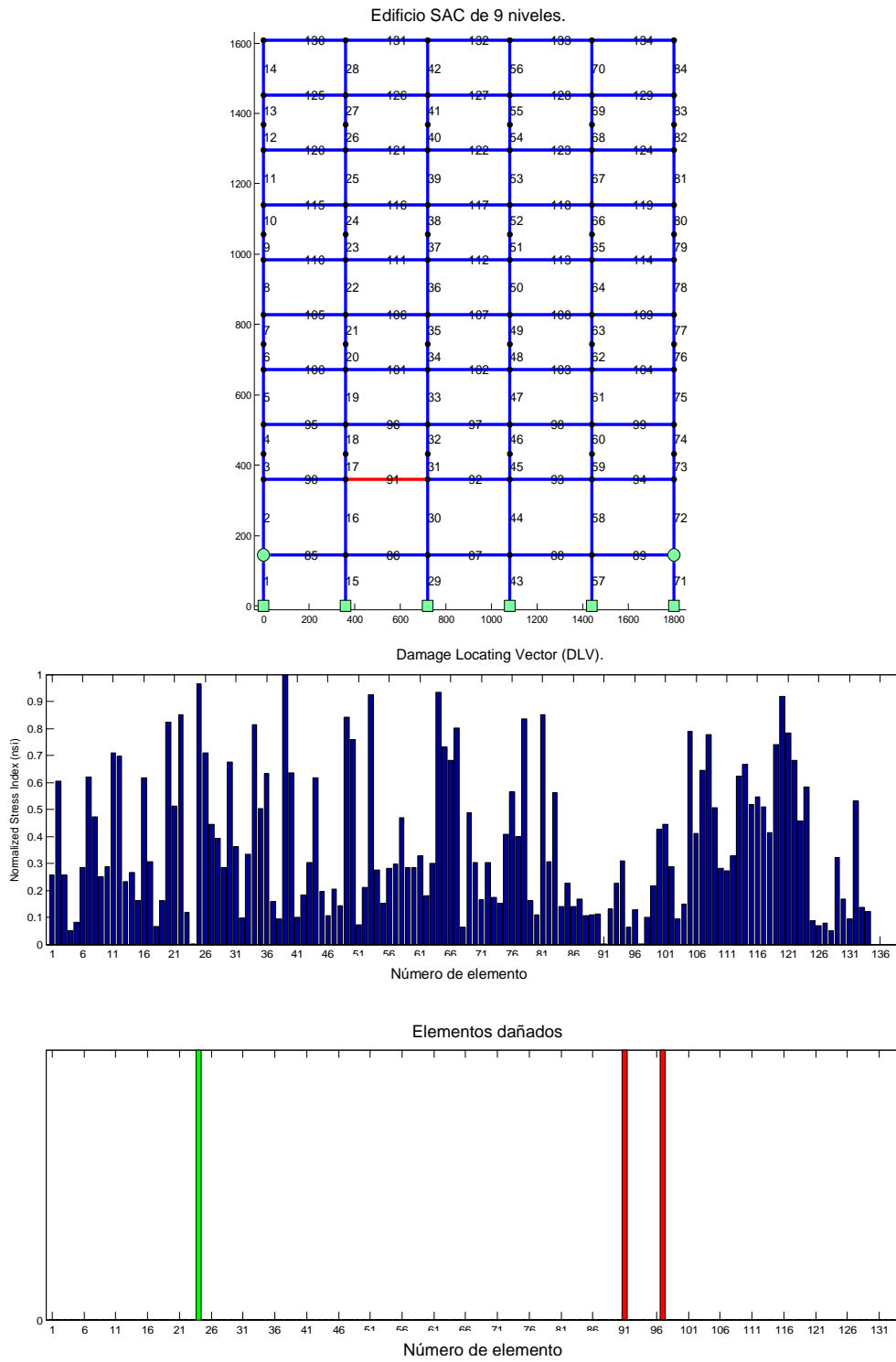


Figura 4.14: Modelo de 9 niveles del SAC

- Escenario de daño #1:



*Barra roja = elemento con esfuerzo igual a cero.
 *Barra verde= elemento con esfuerzo muy cercano a cero.

Figura 4.17: Escenario de daño #1 y resultados del DLV del modelo SAC-9.

- Escenario de daño #2:

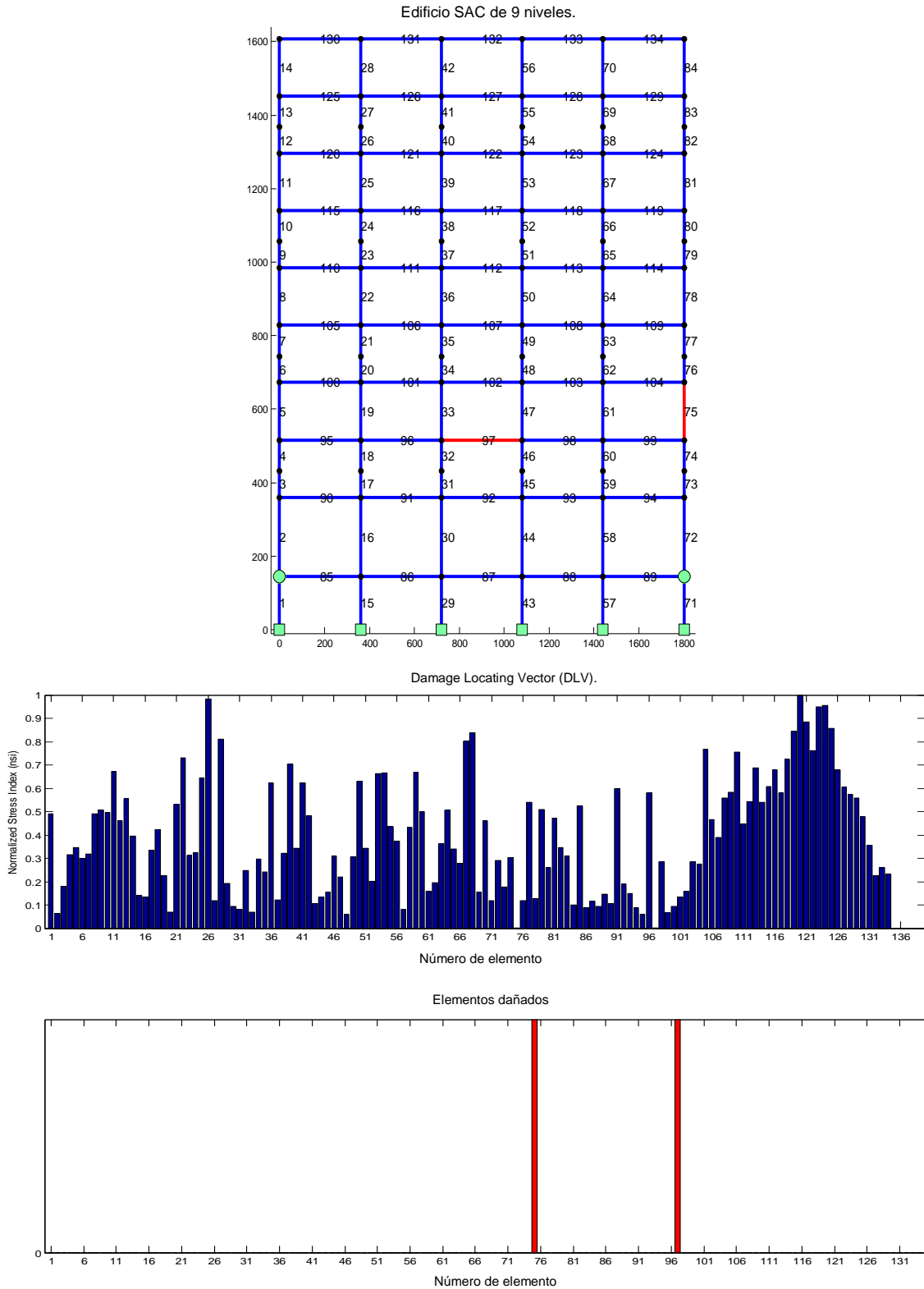


Figura: 4.18: Escenario de daño #2 y resultados del DLV del modelo SAC-9.

- Escenario de daño #3:

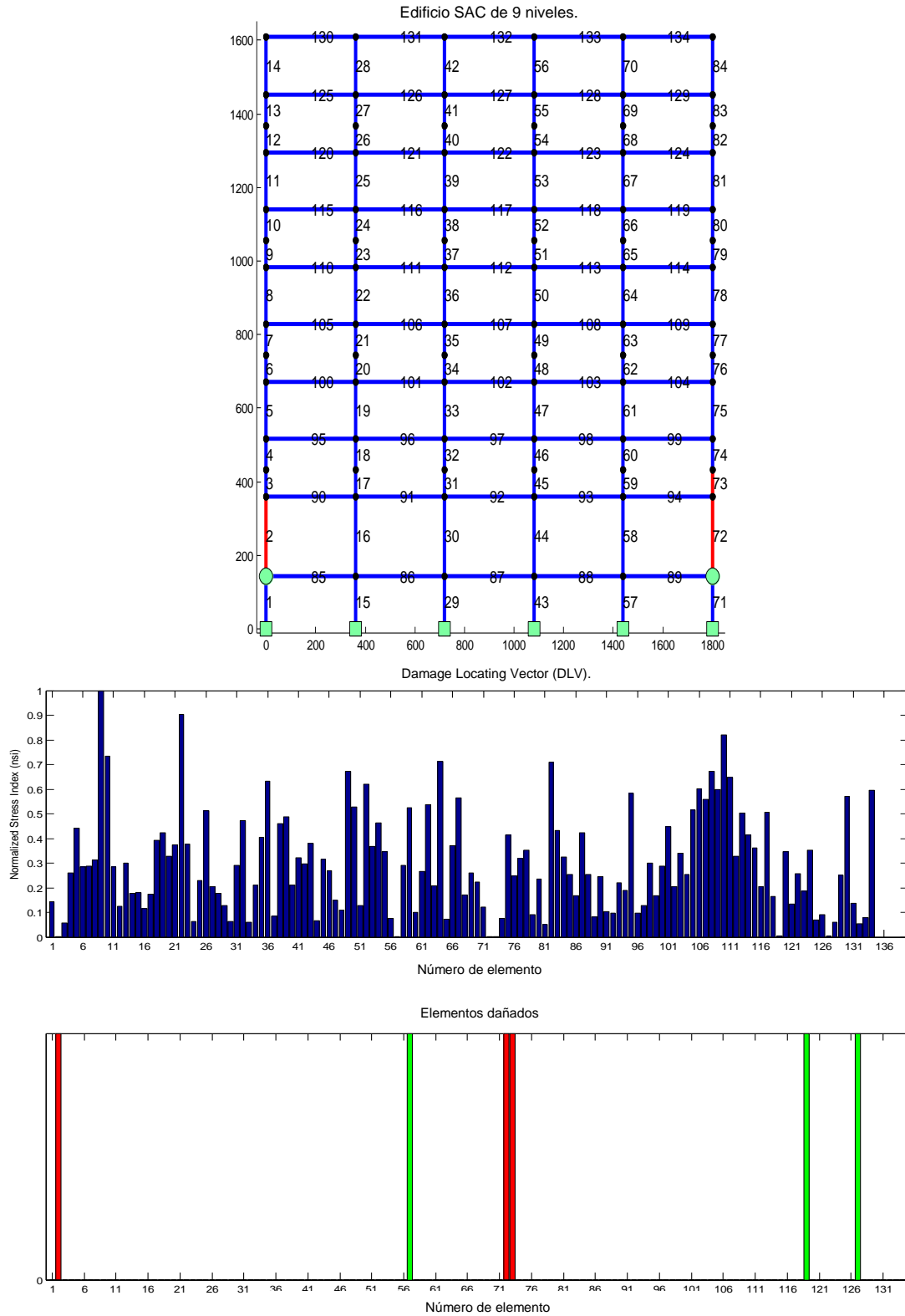


Figura 4.19: Escenario de daño #3 y resultados del DLV del modelo SAC-9.

En las figuras 4.17, 4.18 y 4.19, muestran los resultados obtenidos en el ejemplo 4.3 para los escenarios #1, #2 y #3 respectivamente. En el primer escenario se identificó el elemento con daño; sin embargo se identifican 2 elementos más como posiblemente dañados. En el segundo escenario se localizó correctamente el daño al identificar únicamente los elementos con daño.

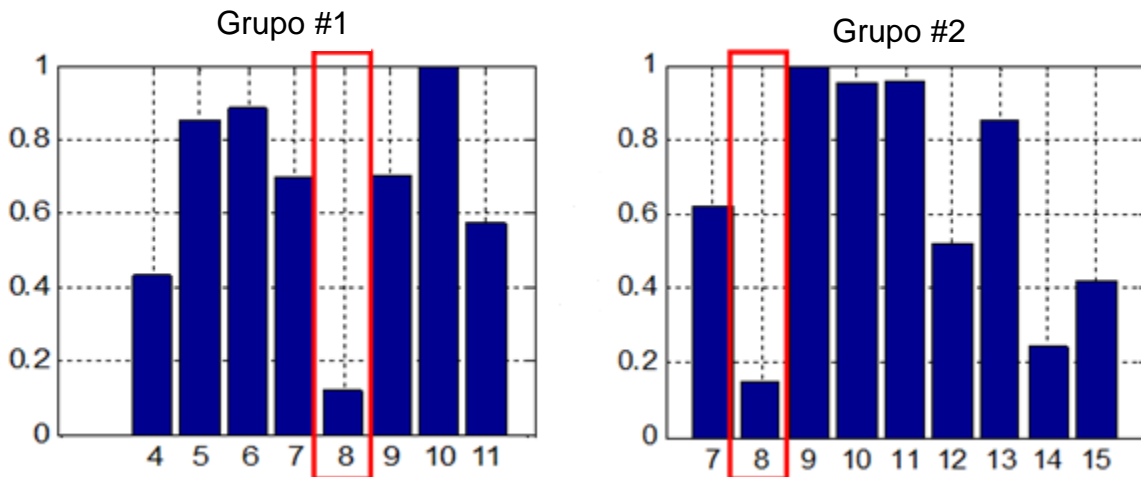
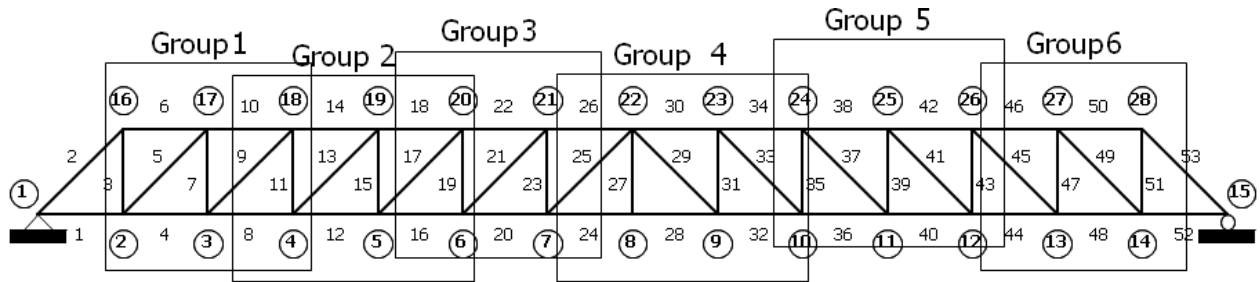
En el caso del escenario #3, se identificaron 6 elementos como posiblemente dañados. Tres de esos elementos si estaban dañados mientras que los otros tres eran elementos sin daño. De la figura 4.16 se aprecia que los elementos #72 y #73 no cuentan con sensores en ninguno de sus extremos, lo que hace que los DLVs no tengan la misma influencia en todos los elementos del marco y se identifiquen elementos que no están dañados como con daño.

En base a los resultados obtenidos en los ejemplos 4.2 y 4.3 se puede concluir que el método DLV es un método capaz de localizar el daño en estructuras. Sin embargo es muy importante que el arreglo de sensores a utilizar tenga una cantidad de sensores y distribución en la estructura con la cual se cubran todos los elementos de la misma. En base en simulaciones realizadas, el número mínimo de sensores a usar en marcos flexibles para obtener resultados favorables al utilizar el método DLV es mitad del número de GDL horizontales.

4.3) Localización descentralizada de daño estructural:

Gao et al. (2006) proponen la implementación del método DLV de manera descentralizada utilizando información limitada. El empleo de metodologías descentralizadas de identificación de daño permite un análisis económico y rápido ya que esto permite al ingeniero analizar solamente la parte de interés de la estructura.

En la figura (4.20) se muestra de manera general el método descentralizado de identificación de daño. Se observa en la figura que para la identificación de un elemento con daño, solamente se requiere información de la parte de la estructura donde se encuentra dicho elemento. Esto permite el uso de una instrumentación limitada.



<http://sstl.cee.illinois.edu/apss/2009labMats.html>

Figura 4.20: Método DLV descentralizado.

4.3.1) Ejemplo #4.4:

En el siguiente ejemplo el método DLV centralizado y descentralizado es aplicado en un marco rígido de dos niveles y una crujía. El marco está constituido por 24 elementos iguales con un total de 72 GDL (Figura 4.21). El daño es simulado mediante una reducción del 15% del módulo de elasticidad de los elementos #4, #5 y #17.

En ambos casos, cuando se analiza el marco completo y cuando se analiza sólo una parte del mismo, se logra la identificación del daño. El utilizar información parcial de la estructura tiene la ventaja de que se emplean menos sensores y por tanto menor tiempo de análisis. Sin embargo, se tiene la limitación de que se debe de conocerla posible ubicación de los elementos con daño.

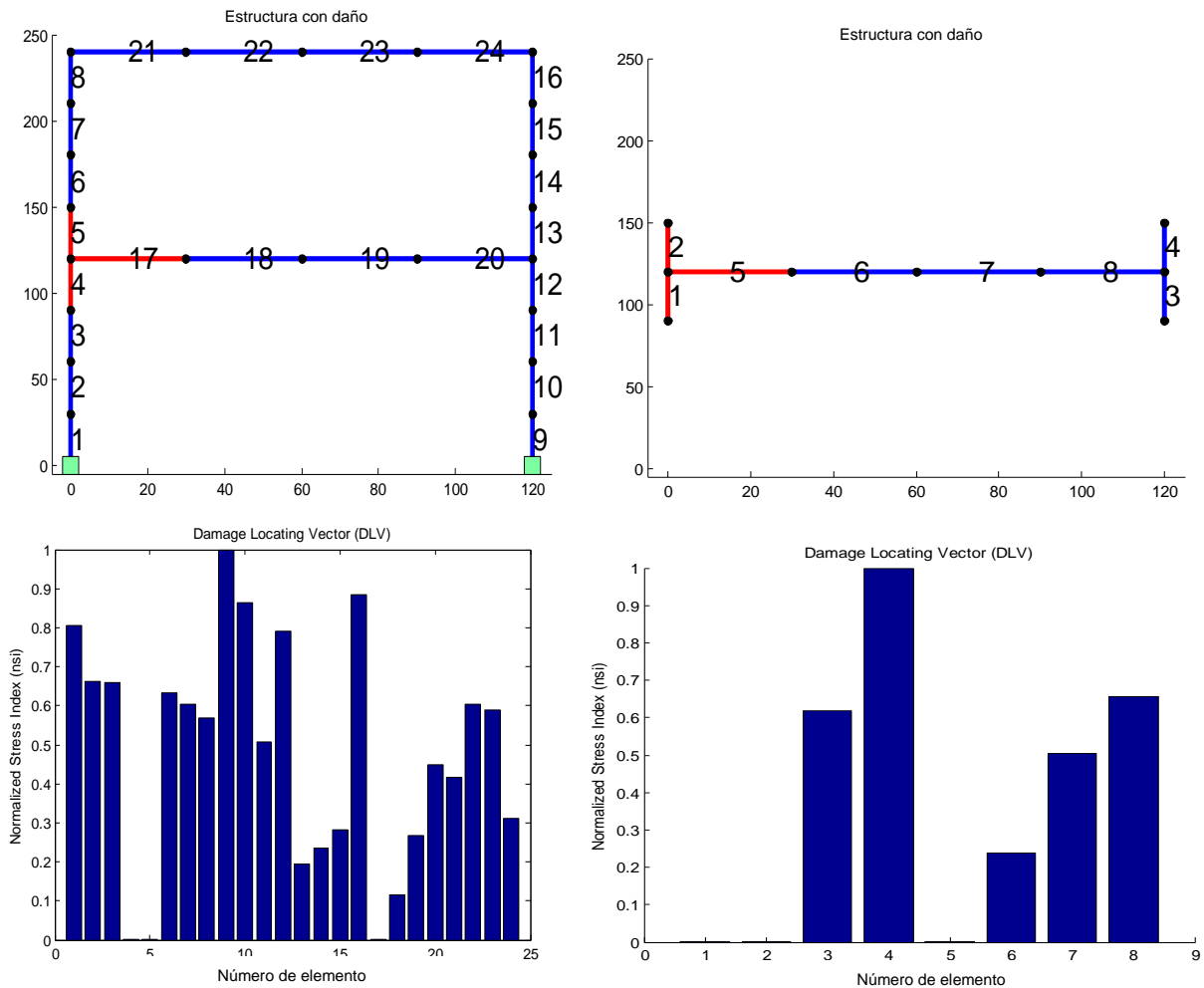


Figura 4.21: Ejemplo del método DLV global y descentralizado.

El método DLV es un método de localización de daño efectivo, de fácil aplicación y que puede ser implementado en distintos tipos de estructuras. La cantidad y ubicación de los sensores es un punto fundamental en esta técnica ya que de ellos dependerá la precisión con la que se determinen los DLVs y se identifique el daño.

Además, este método permite su aplicación de manera descentralizada al utilizar la información de solo una parte de la estructura. Esto representa una gran ventaja cuando se tienen estructuras de gran tamaño. Sin embargo, se tiene la limitación de que se debe de conocerla posible ubicación de los elementos con daño. De lo contrario se tendría que analizar toda la estructura por partes para identificar los elementos con daño.

El método DLV será utilizado en secciones posteriores para la identificación y localización de elementos con daño.

Capítulo #5

Métodos de Cuantificación de Daño Estructural

5.1) Introducción:

Existe una gran cantidad de métodos capaces de detectar y localizar el daño en estructuras. Sin embargo, muy pocos métodos de cuantificación de daño estructural han sido desarrollados. Por lo que la correcta estimación de la severidad del daño en las estructuras ofrece un nicho de oportunidad en investigación dentro de la ingeniería estructural.

Las investigaciones realizadas durante las últimas décadas muestran una tendencia por las técnicas no-destructivas (NDE Non-Destructive Evaluation) para la evaluación y análisis de las estructuras. Entre las técnicas NDE, los investigadores han mostrado interés por aquellas que usan la respuesta de vibración de las estructuras para evaluar su estado. Estas técnicas se basan en el hecho de que la existencia de daño conduce a cambios en las propiedades dinámicas de las estructuras, tales como las formas modales, frecuencias y amortiguamiento. Estos parámetros son utilizados como indicadores de daño.

Se presenta una descripción de las principales metodologías para la cuantificación de daño estructural.

5.2) Cuantificación de daño estructural a partir de cambios de frecuencias modales:

Caicedo et al. (2004) presentan una metodología capaz de estimar los valores de rigidez de entrepiso en marcos de cortante. Este método supone que los parámetros modales ya han sido determinados previamente con alguna técnica de identificación de sistemas.

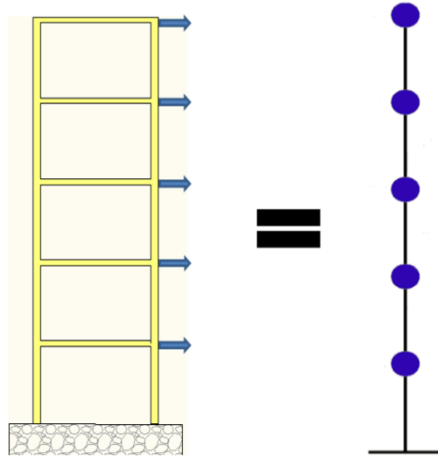


Figura 5.1: Modelo de marco de cortante

Para un marco de cortante dado (figura 5.1), se tiene que las matrices de masa y rigidez siempre tendrán forma de las ecuaciones (5.1) y (5.2):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Para un sistema de múltiples grados de libertad, el problema de eigenvalores (Chopra 2011) se expresa como:

$$(\mathbf{K} - \lambda_j \mathbf{M})\phi_j = 0 \quad (5.3)$$

Donde λ_j y Φ_j son los eigenvalores y eigenvectores correspondientes al j -ésimo modo, respectivamente. Dado que la forma de las matrices \mathbf{M} y \mathbf{K} ya está establecida, la ecuación (5.3) puede ser re-ensamblada y resuelta para los coeficientes de rigidez como se muestra en la ecuación (5.4).

$$\Delta_j \{K\} = \{A_j\} \quad (5.4)$$

Donde:

$$A_j = \begin{bmatrix} \Phi_{1,j} \lambda_j m_1 \\ \Phi_{2,j} \lambda_j m_2 \\ \vdots \\ \Phi_{n,j} \lambda_j m_n \end{bmatrix} \quad \{K\} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\Delta_j = \begin{bmatrix} \Phi_{1,j} & \Phi_{1,j} - \Phi_{2,j} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{2,j} - \Phi_{1,j} & \Phi_{2,j} - \Phi_{3,j} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{n-1,j} - \Phi_{n-2,j} & \Phi_{n-1,j} - \Phi_{n,j} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \Phi_{n,j} - \Phi_{n-1,j} \end{bmatrix}$$

Donde Φ_{ij} es el i -ésimo elemento de Φ_j . Se puede ver que solamente una frecuencia y eigenvector es necesario para que los valores de rigidez sean determinados. Sin embargo, se obtienen mejores resultados cuando se utilizan todas las frecuencias y eigenvectores identificados. Cuando la matriz $\mathbf{\Delta}$ no es una matriz cuadrada, se calcula su pseudo-inversa para obtener la solución. Los coeficientes de rigidez obtenidos se comparan con los valores rigidez correspondientes al estado sin daño de la estructura. Finalmente se calcula el porcentaje de reducción de rigidez en los entresijos dañados y este se usa como indicador de la severidad de daño. Esta metodología solo es aplicable en marcos de cortante.

Se presentan de manera resumida los pasos del método para la obtención de los valores de rigidez de entresijos:

- 1) Determinación de los parámetros modales de la estructura mediante una técnica de identificación de sistemas.
- 2) Cálculo de la matriz Δ a partir de las formas modales identificadas (ecuación 5.5).
- 3) Cálculo de la matriz Λ utilizando la matriz de masa y las formas modales y frecuencias identificadas (ecuación 5.5).
- 4) Se obtienen los valores de rigidez de entrepiso al resolver la ecuación (5.4).

Se presenta un ejemplo de aplicación de la técnica descrita por Caicedo et al. Este consta de un marco de cortante de 5 niveles.

5.2.1) Ejemplo 5.1:

El modelo#1 y modelo #2 de la figura 5.2 representan a la estructura sin daño y con daño, respectivamente. Se asume que el daño sólo afecta a los coeficientes de rigidez y que la masa de la estructura permanece constante. Se utiliza una masa de 2 para los primeros 4 niveles y una masa de 1 para el último nivel. El valor de rigidez sin daño utilizado en todos los niveles es de 500 y se simula una reducción de su rigidez del 40% y 20% en el segundo y quinto nivel respectivamente.

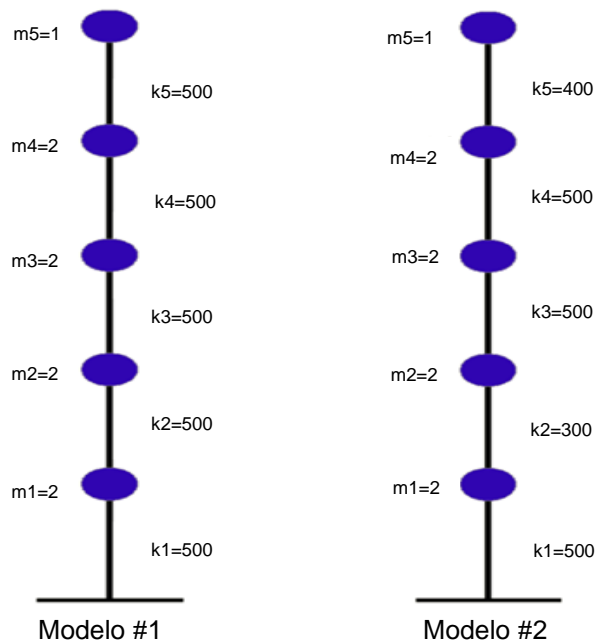


Figura 5.2: Modelo sin y con daño del ejemplo 5.1.

➤ CÁLCULOS PARA EL MODELO #1 (SIN DAÑO):

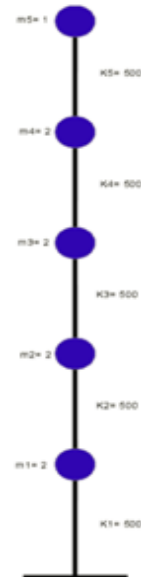
- PASO #1: Determinación de parámetros modales.

Modelo analítico:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.9023 & 1.1755 & 0 & -1.1755 & -1.9023 \\ 2.6179 & 0.3819 & -1 & 0.3819 & 2.6179 \\ 3.0774 & -0.7266 & 0 & 0.7266 & -3.0774 \\ 3.2359 & -1.2360 & 1 & 1.2360 & 3.2358 \end{pmatrix}$$

NEXT-ERA:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.9021 & 1.1755 & 0 & -1.1755 & -1.9021 \\ 2.6183 & 0.3819 & -1 & 0.3819 & 2.6183 \\ 3.0778 & -0.7264 & 0 & 0.7264 & -3.0778 \\ 3.2377 & -1.2349 & 1 & 1.2349 & 3.2403 \end{pmatrix}$$



- PASO #2: Cálculo de la matriz Δ .

$$\Delta_j = \begin{bmatrix} \phi_{1,j} & \phi_{1,j} - \phi_{2,j} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \phi_{2,j} - \phi_{1,j} & \phi_{2,j} - \phi_{3,j} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \phi_{n-1,j} - \phi_{n-2,j} & \phi_{n-1,j} - \phi_{n,j} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \phi_{n,j} - \phi_{n-1,j} \end{bmatrix} \quad \Phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.9023 \\ 2.6183 \\ 3.0778 \\ 3.2377 \end{pmatrix}$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Phi_1 & \Phi_1 - \Phi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_2 - \Phi_1 & \Phi_2 - \Phi_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_3 - \Phi_2 & \Phi_3 - \Phi_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_4 - \Phi_3 & \Phi_4 - \Phi_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_5 - \Phi_4 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 - 1.9023 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.9023 - 1 & 1.9023 - 2.6183 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.6183 - 1.9023 & 2.6183 - 3.0778 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.0778 - 2.6183 & 3.0778 - 3.2377 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.2377 - 3.0778 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = \begin{pmatrix} 1 & -0.9023 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9023 & -0.7162 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7162 & -0.4595 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4595 & -0.1599 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1599 \end{pmatrix}$$

- PASO #3: Cálculo de la matriz Λ .

$$\Lambda_j = \begin{bmatrix} \phi_{1,j} \lambda_j m_1 \\ \phi_{2,j} \lambda_j m_2 \\ \vdots \\ \phi_{n,j} \lambda_j m_n \end{bmatrix} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1.9023 \\ 2.6183 \\ 3.0778 \\ 3.2377 \end{pmatrix} \times (24.4717) = \begin{pmatrix} 48.9434 \\ 93.0952 \\ 128.149 \\ 150.638 \\ 79.232 \end{pmatrix}$$

- PASO #4: Cálculo de los valores de rigidez.

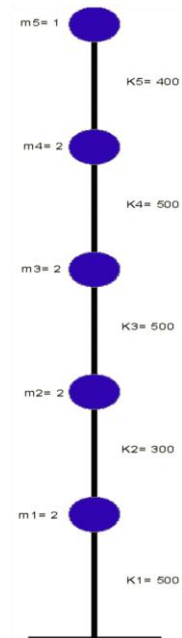
$$\begin{pmatrix} 1 & -0.9023 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9023 & -0.7162 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7162 & -0.4595 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4595 & -0.1599 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1599 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ k5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48.9434 \\ 93.0952 \\ 128.149 \\ 150.638 \\ 79.232 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ k5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 500.058 \\ 500.071 \\ 499.887 \\ 500.261 \\ 495.51 \end{pmatrix}$$

➤ CALCULOS PARA EL MODELO #2 (CON DAÑO):

$$\begin{pmatrix} 1 & -1.5329 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5329 & -0.716 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.716 & -0.4448 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4448 & -0.1947 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1947 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ k5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40.2128 \\ 101.855 \\ 130.647 \\ 148.936 \\ 78.0591 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ k5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 498.71 \\ 299.104 \\ 498.103 \\ 508.083 \\ 395.784 \end{pmatrix}$$



De los resultados se observa que el segundo nivel ha sufrido una reducción en su valor de rigidez de $K_u= 500$ a $K_d= 299$, y el quinto nivel de $K_u= 495$ a $K_d= 395$. Lo que corresponde a un daño del 40% y 20% respectivamente.

➤ Conclusiones del método:

La estimación de la severidad del daño en marcos de cortante puede ser evaluada a partir de los cambios de frecuencias y formas modales. Sin embargo, ya que este método es únicamente aplicable en marcos de cortante, éste solamente detecta y cuantifica el daño por entrepiso y no por elementos.

5.3) Energía modal de deformación como método de cuantificación de daño estructural:

Estudios realizados sobre identificación de daño estructural han mostrado que pueden obtenerse resultados precisos usando métodos basados en cambios de energía modal de deformación. Kashangaki et al. (1992) describen la importancia de la energía modal de deformación en el comportamiento estructural en términos de patrones de carga. Indican que cuando un modo en particular almacena gran cantidad de energía de deformación bajo cierto patrón de carga, la frecuencia y forma modal de ese modo es muy sensible a los cambios de resistencia a dicho patrón. Por lo que la energía modal de deformación es un importante indicador de daño.

En 1998, Shi et al. estudiaron el cambio de energía elemental de deformación antes y después de la ocurrencia de daño. Encontraron que éste parámetro puede lograr la detección de daño. En 2000, Shi et al. estudiaron la sensibilidad de éste parámetro para daño local y utilizaron éste concepto para localización y cuantificación de daño estructural.

En 2006, Hu et al. proponen el uso de la energía de deformación cruzada (CMSE) como método de cuantificación de daño estructural. En éste método, un sistema de ecuaciones lineales simultáneas es resuelto para estimar la severidad del daño. Se ha demostrado que ésta técnica es capaz de cuantificar el daño en múltiples ubicaciones de una estructura cuando éste ha sido previamente identificado y localizado.

5.3.1) Cuantificación de daño estructural

De la ecuación (5.3) se tiene que el problema de eigenvalores (Chopra 2011) se expresa como:

$$(K - \lambda_j M)\Phi_j = 0 \quad (5.3)$$

Donde λ_j y Φ_j son los eigenvalores y eigenvectores correspondientes al j-esimo modo, respectivamente. Y \mathbf{M} y \mathbf{K} son las matrices de masa y rigidez del sistema respectivamente.

La energía modal de deformación (MSE) se define como el producto de la matriz de rigidez elemental por el doble producto de sus componentes de formas modales (Shi et al. 1998). Para el elemento “j” y el i-esimo modo de vibración, la MSE está dada por:

$$\begin{aligned} MSE_{ij} &= \Phi_i^T k_j \Phi_i \\ MSE_{ij}^d &= \Phi_i^{dT} k_j \Phi_i^d \end{aligned} \quad (5.6)$$

Donde MSE_{ij} y MSE_{ij}^d representan la energía modal de deformación correspondiente al elemento “j” y al i-esimo modo de vibración para el estado sin daño y con daño de la estructura respectivamente. Φ_i es el eigenvector asociado al elemento “j” y al modo “i” y K_j es la matriz elemental de rigidez de dicho elemento. Dado que la matriz de rigidez “j” del estado dañado no es conocida aun, se realiza una aproximación de MSE_{ij}^d usando la matriz de rigidez sin daño.

Shi et al. (1998) verificaron que la razón de cambio de energía modal de deformación (MSECR) es buen indicador de localización de daño. Sin embargo, en ésta sección se asume que los elementos dañados para una estructura dada han sido identificados y localizados previamente. El MSECR está dado por la siguiente expresión:

$$MSECR_{ij} = \frac{|MSE_{ij}^d - MSE_{ij}|}{MSE_{ij}} \quad (5.7)$$

En éste método, se asume que el daño afecta solamente a la matriz de rigidez mientras que la matriz masa permanece constante, es decir, $M^d = M$. Los parámetros K^d , λ_i^d y Φ_i^d se definen como:

$$K^d = K + \sum_{j=1}^L \Delta K_j = K + \sum_{j=1}^L \alpha_j K_j \quad (-1 < \alpha_j \leq 0) \quad (5.8.a)$$

$$\lambda_i^d = \lambda_i + \Delta \lambda_i \quad (5.8.b)$$

$$\Phi_i^d = \Phi_i + \Delta \Phi_i \quad (5.8.c)$$

Donde α_j es el coeficiente de reducción en la matriz de rigidez “j” y “L” es el número total de elementos que conforman a la estructura. El cambio de energía modal de deformación se define como:

$$MSEC_{ij} = \Phi_i^{d^T} k_j \Phi_i^d - \Phi_i^T k_j \Phi_i$$

O bien,

(5.9)

$$MSEC_{ij} = MSE_{ij}^d - MSE_{ij}$$

Al sustituir la ecuación (5.8.c) en la ecuación (5.9) y despreciando los efectos de segundo orden, el MSEC se puede expresar como:

$$MSEC_{ij} = 2\Phi_i^T k_j \Delta\Phi_i \quad (5.10)$$

Para una pequeña perturbación en un sistema sin amortiguamiento, el problema de eigenvalores se convierte en:

$$[(K + \Delta K) - (\lambda_i + \Delta\lambda_i)](\Phi_i + \Delta\Phi_i) = 0 \quad (5.11)$$

Al expandir la ecuación (5.11) y despreciando los términos de segundo orden, se tiene que:

$$(K - \lambda_j M)\Delta\Phi_j = \Delta\lambda_i M\Phi_i - \Delta K\Phi_i \quad (5.12)$$

Al expresar $\Delta\Phi_i$ como combinación lineal de las formas modales originales, se tiene que:

$$\Delta\Phi_i = \sum_{k=1}^n d_{ik} \Phi_k \quad (5.13)$$

Donde d_{ik} es un escalar y n es el número de formas modales del sistema original. Al sustituir la ecuación (5.13) en la ecuación (5.12) y pre-multiplicando ambos lados de la ecuación (5.12) por Φ_i^T , se obtiene que:

$$\sum_{k=1}^n d_{ik} \phi_r^T (K - \lambda_i M) \phi_k = \Delta \lambda_i \phi_r^T M \phi_i - \phi_r^T \Delta K \phi_i \quad (5.14)$$

$$d_{ir} = -\frac{\phi_r^T \Delta K \phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \quad \text{donde } r \neq i \quad (5.15)$$

Se observa que de la relación ortogonal $(\Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_i) = \mathbf{I}$ que si $r=i$, $d_{rr}=0$. Por lo tanto, el valor de $\Delta \Phi_i$ puede escribirse como:

$$\Delta \phi_i = \sum_{r=1}^n -\frac{\phi_r^T \Delta K \phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \phi_r \quad \text{donde } r \neq i \quad (5.16)$$

Sustituyendo la ecuación (5.16) en la ecuación (5.10), obtenemos que el $MSEC_{ij}$ puede escribirse como:

$$MSE_{ij} = 2\phi_i^T K_j \left(\sum_{r=1}^n -\frac{\phi_r^T \Delta K \phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \phi_r \right) \quad (5.17)$$

Al sustituir la ecuación (5.8.a) en la ecuación (5.17) tenemos que:

$$MSE_{ij} = \sum_{p=1}^L -2\alpha_p \phi_i^T K_j \sum_{r=1}^n \frac{\phi_r^T \Delta K \phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \phi_r \quad (5.18)$$

La ecuación (5.18) puede ser usada para la cuantificación de daño estructural. Asumiendo que el número de elementos dañados a ser identificados es “q” y que el número de elementos considerados en el cálculo del MSEC es “J”, la ecuación de cuantificación de daño puede ser escrita de la siguiente manera para el modo “i” como:

$$\begin{Bmatrix} MSEC_{i1} \\ MSEC_{i2} \\ \vdots \\ MSEC_{ij} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1q} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2q} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \beta_{j1} & \beta_{j2} & \cdots & \beta_{jq} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \cdots \\ \alpha_q \end{Bmatrix} \quad (5.19)$$

Donde β_{st} ($s = 1, 2, \dots, J$; $t = 1, 2, \dots, q$) es el coeficiente de sensibilidad de energía modal de deformación de los elementos dañados y está dado por la siguiente expresión:

$$\beta_{st} = -2 \sum_{r=1}^{n^*} \phi_i^T K_s \sum_{r=1}^n \frac{\phi_r^T \Delta K_t \phi_i}{\lambda_r - \lambda_i} \phi_r \quad (5.20)$$

Donde n^* es un numero finito de formas modales del sistema. Los elementos dañados pueden ser identificados usando el MSECR o cualquier otro método de localización de daño. El número de elementos dañados debe ser mucho menor que el total de elementos de que conforman a la estructura ($q \ll L$). Y J es el número de elementos a calcular el MSEC (Shi 2002).

5.3.1.1) Ejemplo 5.2:

Se realiza una simulación en MatLab a una viga en cantilever de 300 cm de largo y una sección transversal cuadrada de 5 cm por lado (figura 5.3). La viga es de acero con un módulo de elasticidad $E=200$ Gpa y un peso volumétrico de 7840 kg/m³. La viga se encuentra dividida en 20 elementos de igual longitud con 3 GDL por nodo. La excitación utilizada para generar vibración en la estructura es un ruido-blanco aplicado en cada nodo en dirección vertical. El daño es simulado como una reducción del 10% del módulo de elasticidad del elemento #6.

“Cuantificación de daño estructural en marcos planos a partir de vibración ambiental”

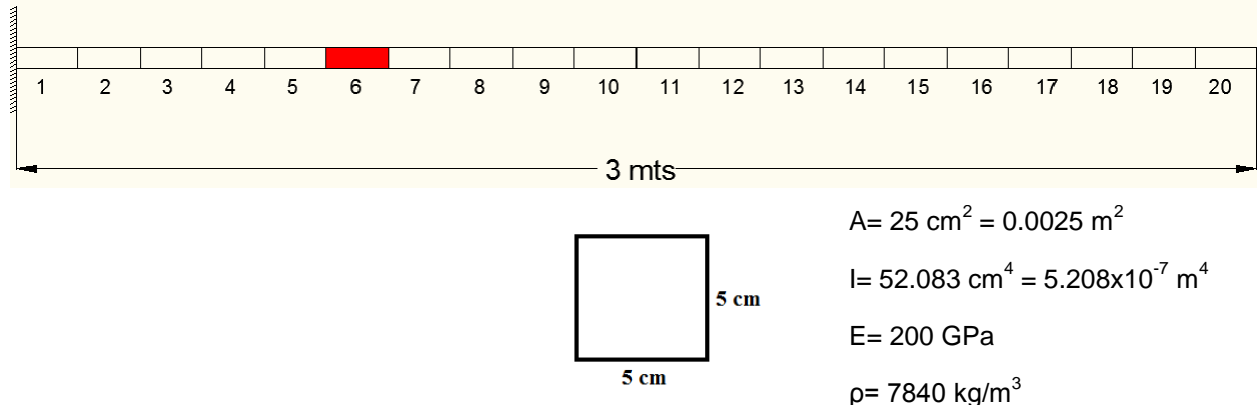


Figura 5.3: Viga de acero en cantilévér del ejemplo 5.2.

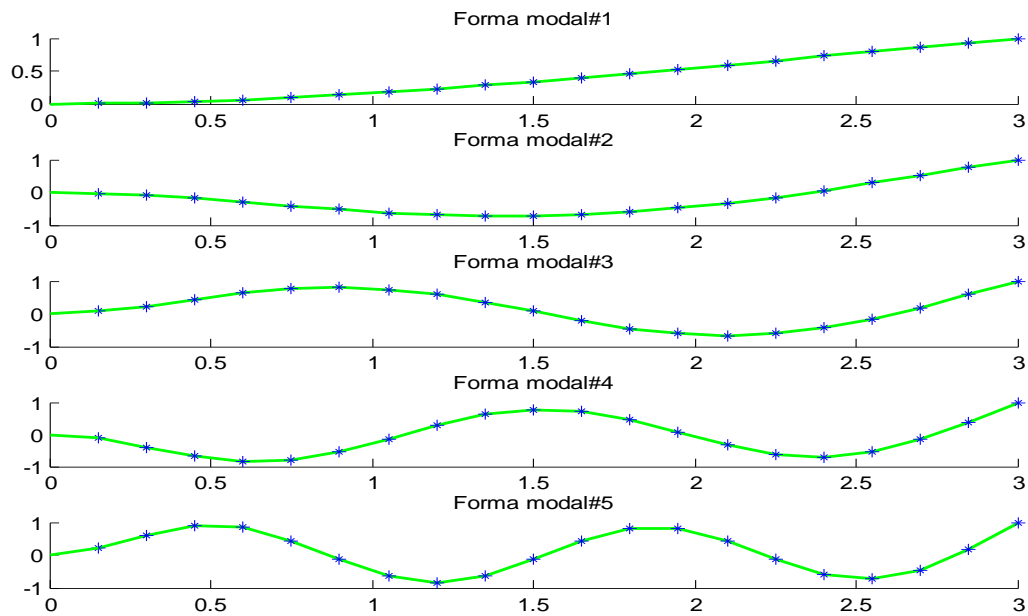


Figura 5.4: Primeras 5 formas modales de una viga en cantilévér.

Tabla 5.1: Escenarios de daño del el ejemplo 5.2.

Estructura	Ubicación de daño	Intensidad de daño	1ra frec.(Hz)	2da frec.(Hz)	3ra frec.(Hz)
Sin daño	ninguna	0%	4.51	27.56	74.81
Con daño	Elemento #6	-10%	4.49	27.54	74.11

La estimación de la severidad del daño fue realizada utilizando las primeras 10 formas modales. Los coeficientes de intensidad de daño se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 5.2: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.2.

# Forma modal	Severidad del daño
1	-0.1158
2	-0.1159
3	-0.1147
4	-0.1131
5	-0.1157
6	-0.1159
7	-0.1121
8	-0.1158
9	-0.1087
10	-0.1177

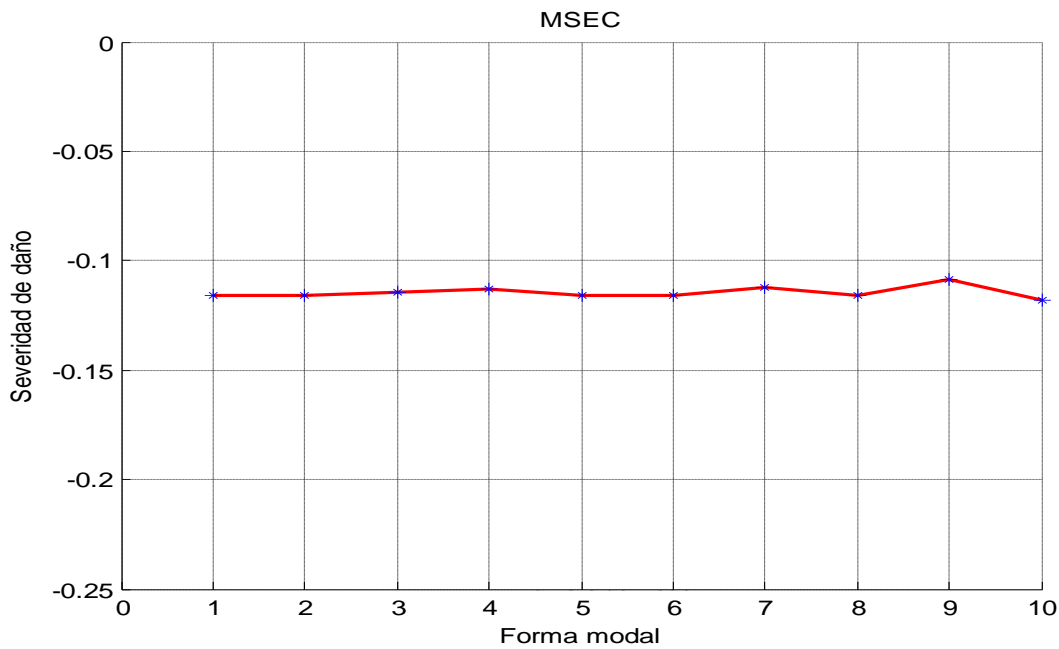


Figura 5.5: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.2.

De la figura 5.5 se aprecia que este método puede cuantificar daño estructural al basarse únicamente en los cambios de la energía modal de deformación. Sin embargo este método tiene la limitación de que se requieren formas modales completas para su aplicación.

5.4) Cuantificación de daño estructural a partir energía modal de deformación (MSE) y cambios de frecuencias modales.

En la sección anterior se mostró que los métodos de cuantificación de daño estructural basados en el uso de la energía modal de deformación (MSE) proporcionan resultados satisfactorios. Sin embargo, en la mayoría de los casos, estos métodos no pueden ser utilizados de manera práctica ya que estos requieren de formas modales completas para cuantificar el daño de manera exitosa.

También, se ha mostrado que la existencia de daño en las estructuras produce cambios en los parámetros modales tales como frecuencias, formas modales y amortiguamientos. Estos cambios pueden ser utilizados como indicadores para estimar la severidad del daño existente en las estructuras.

En ésta sección, se presenta un método de cuantificación de daño estructural que se basa en los cambios de frecuencias modales obtenidos experimentalmente y en los cambios analíticos de la MSE (Wang 2011). Una vez que el daño ha sido previamente localizado, este método es capaz de estimar la severidad del daño existente.

El problema de eigenvalores presentado en la ecuación (5.3), puede expresarse de la siguiente manera:

$$\mathbf{K}\Phi_i = \lambda_i \mathbf{M}\Phi_i \quad (5.21)$$

De igual manera, la ecuación (5.21) puede ser escrita para el estado de la estructura con daño como:

$$\mathbf{K}^* \Phi_i^* = \lambda_i^* \mathbf{M}^* \Phi_i^* \quad (5.22)$$

Donde \mathbf{K}^* y \mathbf{M}^* son las matrices de rigidez y masa respectivamente. Los parámetros λ_i^* y Φ_i^* representan el i-esimo eigenvalor y eigenvector respectivamente. El superíndice (*) es usado para indicar los parámetros asociados a la estructura con daño. Por lo tanto, en las ecuaciones (5.21) y (5.22) los parámetros λ_i y Φ_i pueden ser obtenidos del modelo analítico de la estructura mientras que λ_i^* y Φ_i^* se obtienen experimentalmente a partir de la respuesta de vibración de la estructura con daño.

Dado que el daño afecta solamente a la matriz de rigidez mientras que la matriz masa permanece constante, se tiene que $\mathbf{M}^d = \mathbf{M}$. Hasta este punto, los parámetros conocidos son: λ_i , Φ_i y λ_i^* y las variables desconocidas son: \mathbf{K}^* y Φ_i^* . Al multiplicar la ecuación (5.21) por $(\Phi_i^*)^T$ y la ecuación (5.22) por $(\Phi_i)^T$, se obtiene que:

$$(\Phi_i^*)^T \mathbf{K} \Phi_i = \lambda_i (\Phi_i^*)^T \mathbf{M} \Phi_i \quad (5.23)$$

$$(\Phi_i)^T \mathbf{K}^* \Phi_i^* = \lambda_i^* (\Phi_i)^T \mathbf{M}^* \Phi_i^* \quad (5.24)$$

Debido a que las matrices \mathbf{K} y \mathbf{M} son simétricas se tiene que:

$$(\Phi_i^*)^T \mathbf{M} \Phi_i = (\Phi_i)^T \mathbf{M} \Phi_i^* \quad (5.25)$$

$$(\Phi_i^*)^T \mathbf{K} \Phi_i = (\Phi_i)^T \mathbf{K} \Phi_i^* \quad (5.26)$$

Al multiplicar la ecuación (5.23) por $(\lambda_i^*)^T$ y después dividiendo la misma ecuación por (λ_i) se tiene:

$$\frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} (\Phi_i^*)^T \mathbf{K} \Phi_i = \lambda_i^* (\Phi_i^*)^T \mathbf{M} \Phi_i \quad (5.27)$$

Al sustituir la ecuación (5.26) en la ecuación (5.27) se obtiene que:

$$\frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} (\Phi_i)^T \mathbf{K} \Phi_i^* = \lambda_i^* (\Phi_i^*)^T \mathbf{M} \Phi_i \quad (5.28)$$

Al sustituir la ecuación (5.25) en la ecuación (5.28) se tiene que:

$$\frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} (\Phi_i)^T \mathbf{K} \Phi_i^* = \lambda_i^* (\Phi_i)^T \mathbf{M} \Phi_i^* \quad (5.29)$$

Al sustituir la ecuación (5.29) en la ecuación (5.24), se obtiene la siguiente expresión:

$$(\Phi_i)^T \mathbf{K}^* \Phi_i^* = \frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} (\Phi_i)^T \mathbf{K} \Phi_i^* \quad (5.30)$$

Dado que los elementos con daño ya han sido identificados previamente con algún otro método, la matriz de rigidez global de la estructura con daño puede ser expresada como:

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + \sum_{n=1}^{N_d} \alpha_n \mathbf{K}_n \quad (5.31)$$

Donde N_d es el número total de elementos con daño, α_n es el coeficiente de severidad de daño y n es el número del n -ésimo elemento con daño. Al sustituir la ecuación (5.31) en la ecuación (5.30) se tiene que:

$$(\phi_i)^T \left(\mathbf{K} + \sum_{n=1}^{N_d} \alpha_n \mathbf{K}_n \right) \phi_i^* = \frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} (\phi_i)^T \mathbf{K} \phi_i^* \quad (5.32.a)$$

$$(\phi_i)^T \mathbf{K} \phi_i^* + \sum_{n=1}^{N_d} \alpha_n (\phi_i)^T \mathbf{K}_n \phi_i^* = \frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} (\phi_i)^T \mathbf{K} \phi_i^* \quad (5.32.b)$$

$$\sum_{n=1}^{N_d} \alpha_n (\phi_i)^T \mathbf{K}_n \phi_i^* = \left(\frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} - 1 \right) [(\phi_i)^T \mathbf{K} \phi_i^*] \quad (5.32.c)$$

La energía modal de deformación existente entre la estructura con daño y la estructura sin daño se define como:

$$C_i = (\Phi_i)^T \mathbf{K} \Phi_i^* \quad (5.33)$$

De igual manera, la energía modal de deformación elemental correspondiente a la matriz elemental de rigidez se define como:

$$C_{(i, n)} = (\Phi_i)^T \mathbf{K}_n \Phi_i^* \quad (5.34)$$

La ecuación (5.32.c) puede ser simplificada de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{N_d} \alpha_n \mathbf{C}_{(i,n)} = \mathbf{b}_i \quad (5.35)$$

Donde:

$$\mathbf{b}_i = \left(\frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} - 1 \right) \mathbf{C}_i \quad (5.36)$$

Cuando se tiene un número m de modos disponibles en la estructura con y sin daño, la ecuación (5.35) puede expresarse en forma matricial como:

$$[\mathbf{C}]\{\boldsymbol{\alpha}\} = \{\mathbf{b}_i\} \quad (5.37)$$

Donde $[\mathbf{C}]$ es una matriz de $(m \times N_d)$ y $\{\boldsymbol{\alpha}\}$ y $\{\mathbf{b}_i\}$ son vectores de tamaño N_d y m respectivamente. El valor de m debe ser igual o mayor que N_d . Cuando m es mayor que N_d , se resuelve la ecuación (5.37) mediante una aproximación de mínimos cuadrados de la siguiente manera:

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{b} \quad (5.38)$$

En la práctica, debido a la complejidad y al número de GDL de las estructuras, no es factible obtener de manera experimental todas las formas modales de una estructura. Por ésta razón, en éste método se utilizan valores de λ_i^* obtenidos experimentalmente, mientras que las formas modales son obtenidas del modelo analítico de la estructura.

La ecuación (5.35) puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{N_d} F_{i,n} \alpha_n = \mathbf{Z}_i \quad (5.39)$$

Donde \mathbf{Z}_i es el cambio en la i -ésima frecuencia y se define como:

$$\mathbf{Z}_i = \left(\frac{\lambda_i^*}{\lambda_i} - 1 \right) \quad (5.40)$$

El término $\mathbf{F}_{i,n}$ es la energía modal de deformación en el elemento “n” debido a la i -ésima forma modal y se define como:

$$\mathbf{F}_{i,n} = \frac{(\phi_i)^T K_n \phi_i}{(\phi_i)^T \mathbf{K} \phi_i} \quad (5.41)$$

Dado que se evita el uso de formas modales obtenidas experimentalmente, los coeficientes de severidad de daño se obtienen mediante un proceso iterativo. Los pasos para determinar dichos coeficientes de presentan a continuación (Wang 2011):

- 1) Se realiza una primera aproximación mediante la ecuación (5.39). En este paso se asume que el daño es cero, ($\alpha^{(0)}=0$), donde el subíndice “(0)” representa valores iniciales. La primera iteración está completa una vez resuelta la ecuación (5.39) para $\alpha^{(1)}$.
- 2) Con la ecuación (5.42), se calculan los valores $\Phi_i^{*(k-1)}$ usando los valores de $\alpha^{(k-1)}$ y se calcula $\alpha^{(k)}$ con la ecuación (5.38). Se repite éste paso para $k=2,3,\dots,n$. (Los valores λ_i^* obtenidos experimentalmente son valores fijos que serán utilizados en todas las iteraciones, solamente formas modales $\Phi_i^{*(k-1)}$ cambian para los valores distintos de $\alpha^{(k-1)}$).

$$\phi_i^* = \phi_i^*(\mathbf{K}^*, \mathbf{M}) = \phi_i^* \left(\mathbf{K} + \sum_{n=1}^{N_d} \alpha_n K_n, \mathbf{M} \right) \quad (5.42)$$

- 3) Se establecen umbrales de tolerancia y se repite el paso #2 hasta que $[\alpha^{(k)} - \alpha^{(k-1)}] \leq tol$. Donde *tol* es el umbral de tolerancia.

5.4.1) Ejemplo #5.3:

Se realiza una simulación en MatLab a una viga en cantilever de 300 cm de largo y una sección transversal cuadrada de 5 cm por lado (figura 5.6). La viga es de acero con un módulo de elasticidad $E=200$ Gpa y un peso volumétrico de 7840 kg/m³. La viga se encuentra dividida en 20 elementos de igual longitud con 3 GDL por nodo. La excitación utilizada para generar vibración en la estructura es un ruido-blanco aplicado en cada nodo en dirección vertical. Se utilizan 2 distintos escenarios de daño mostrados a continuación.

Escenarios de daño:

- 1) Reducción de -10% en el módulo de elasticidad del elemento #6.
- 2) Reducción de -30% y -10% en los módulos de elasticidad de los elementos #6 y #12 respectivamente.

➤ CASO #1: 10% de daño en elemento #6.

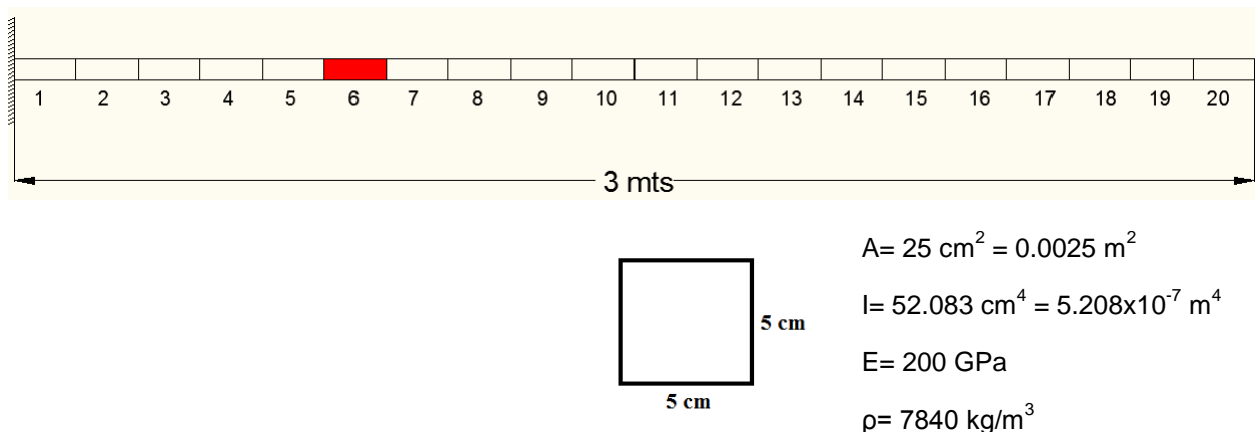


Figura 5.6: Viga de acero del ejemplo 5.3 – Caso#1.

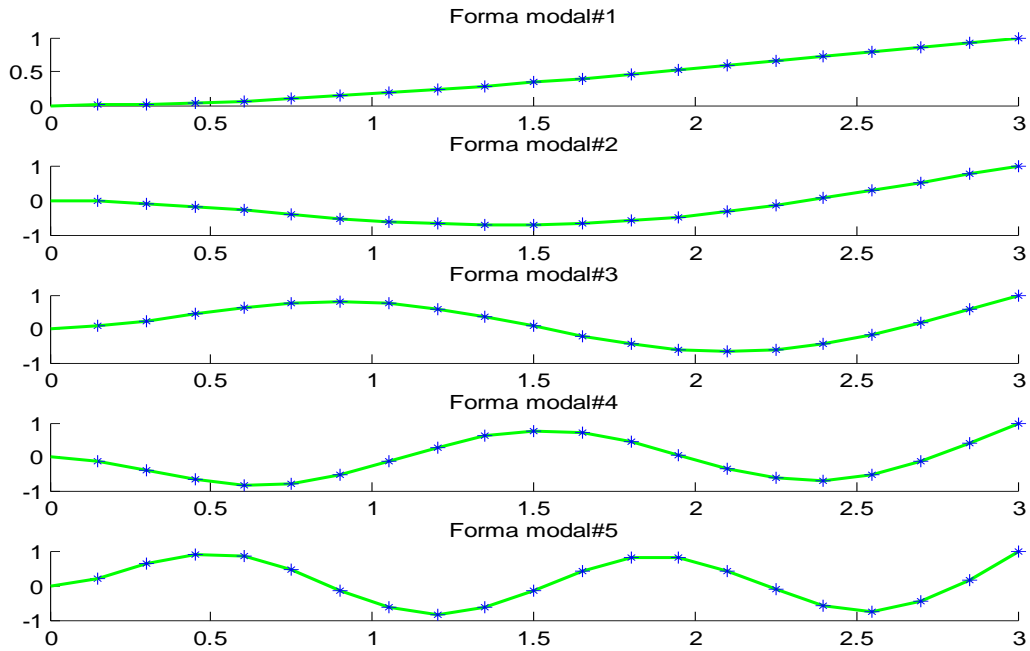


Figura 5.7: Primeras 5 formas modales de una viga en cantiléver.

Tabla 5.3: Escenarios de daño del el ejemplo 5.3 – Caso#1.

Estructura	Ubicación de dado	Intensidad de daño	1ra frec.(Hz)
Sin daño	Ninguna	0%	4.51
Con daño	Elemento #6	-10%	4.49

1ra. Aproximación:

$$\mathbf{F}_{1,6} \alpha_6^{(1)} = \mathbf{Z}_1$$

$$\frac{(\phi_1)^T K_6 \phi_1}{(\phi_1)^T \mathbf{K} \phi_1} \alpha_6^{(1)} = \left(\frac{\lambda_1^*}{\lambda_1} - 1 \right)$$

$$(0.0781) \alpha_6^{(1)} = -0.0086$$

$$\alpha_6^{(1)} = -0.1101$$

=Error Relativo=

$$E_{R(1)} = \frac{11.01\% - 10\%}{10\%} \times 100 = 10.1\%$$

Tabla 5.4: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3- Caso #1.

# Iteración	α	E_R
1	-11.01%	10.10%
2	-9.90%	1%
3	-10.01%	0.10%
4	-10%	0%
5	-10%	0%

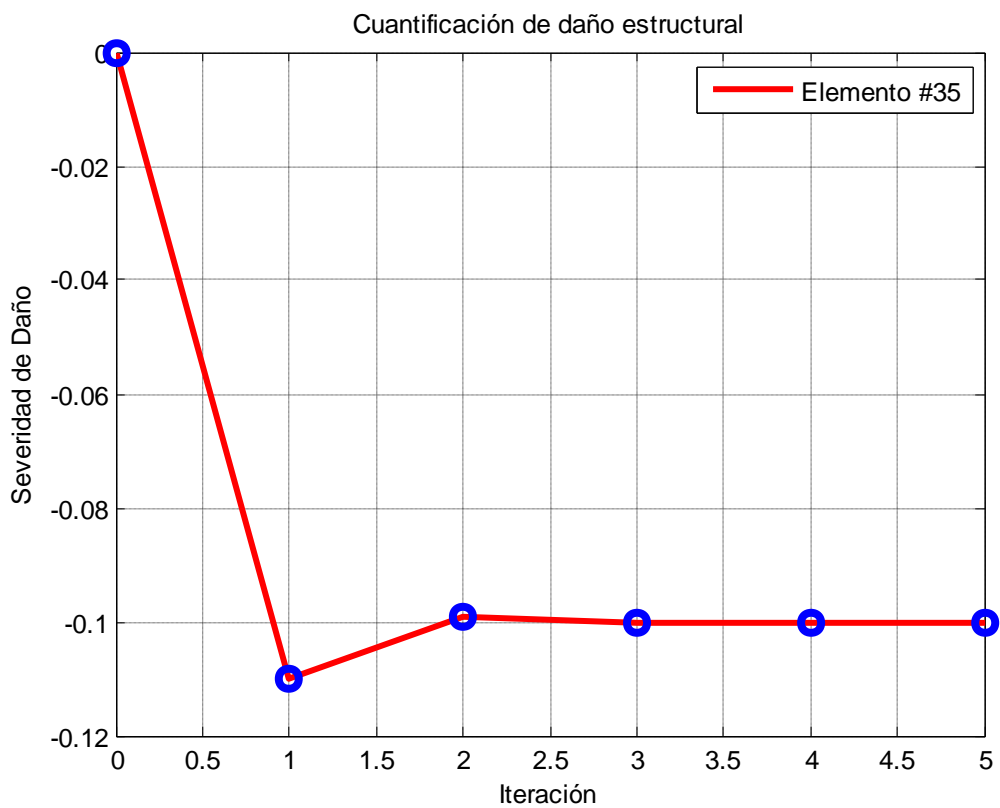


Figura: 5.8: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3 – Caso#1.

➤ CASO #2:

- 30% de daño en elemento #6.
- 10% de daño en elemento #12.

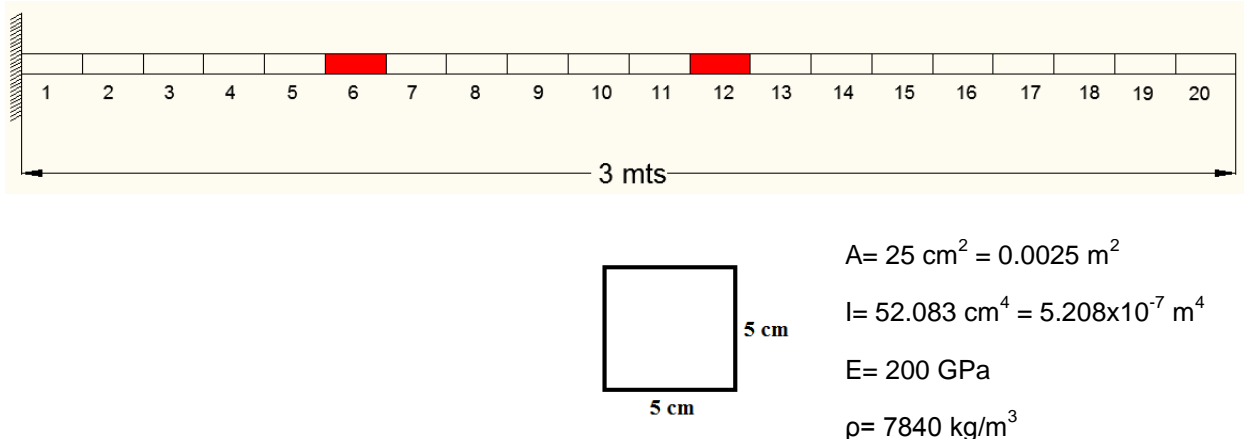


Figura 5.9: Viga de acero del ejemplo 5.3 – Caso #2.

Tabla 5.5: Escenarios de daño del el ejemplo 5.3 – Caso#2.

Estructura	Ubicación de daño	Intensidad de daño	1ra frec.(Hz)	2da frec.(Hz)
Sin daño	Ninguna	0%	4.51	27.56
Con daño	Elemento #6 Elemento #12	-30% -10%	4.49	27.35

1ra. Aproximación:

$$\sum_{n=1}^{N_d} \mathbf{F}_{i,n} \alpha_n^{(1)} = \mathbf{Z}_i$$

$$\mathbf{F}_{1,6} \alpha_6^{(1)} + \mathbf{F}_{2,12} \alpha_{12}^{(1)} = \mathbf{Z}_1$$

$$\mathbf{F}_{2,6} \alpha_6^{(1)} + \mathbf{F}_{2,12} \alpha_{12}^{(1)} = \mathbf{Z}_2$$

$$\begin{bmatrix} 0.0781 & 0.0134 \\ 0.0100 & 0.0995 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_6 \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.0338 \\ -0.0149 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_6 \\ \alpha_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.4141 \\ -0.1080 \end{Bmatrix}$$

Tabla 5.6: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3- Caso #2.

# Iteración	α_6	$E_{R(6)}$	α_{12}	$E_{R(12)}$
1	-41.41%	38.00%	-10.80%	8.00%
2	-25.65%	14.50%	-9.98%	0.20%
3	-31.66%	5.53%	-9.99%	0.10%
4	-29.37%	2.10%	-10.01%	0.10%
5	-30.24%	0.80%	-10.00%	0.00%
6	-29.91%	0.30%	-10.00%	0.00%
7	-30.03%	0.10%	-10.00%	0.00%
8	-30.00%	0.00%	-10.00%	0.00%

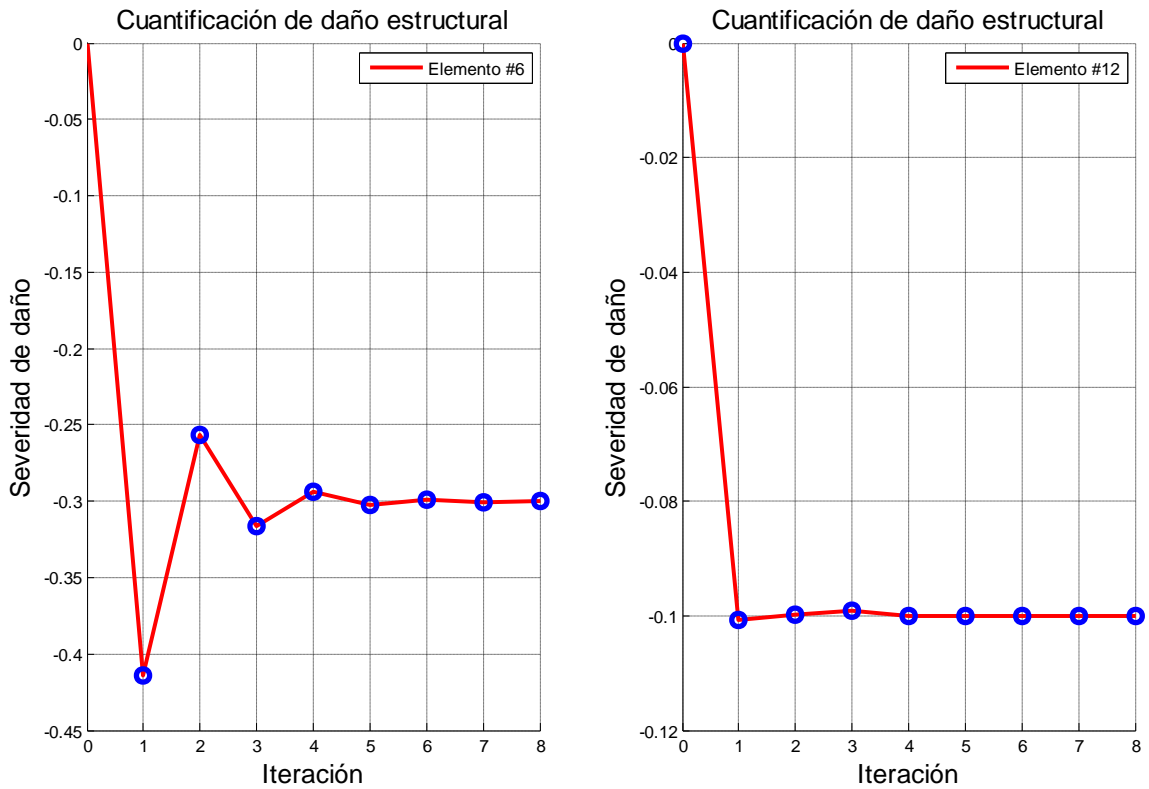


Figura: 5.10: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.3 – Caso#2.

En las figuras 5.8 y 5.10, muestran los resultados obtenidos en el ejemplo 5.3 en los escenarios #1 y #2 respectivamente. En ambos casos se identifica correctamente la severidad del daño presente en los elementos.

5.4.2) Ejemplo #5.4:

Se realiza una simulación en MatLab a una viga doblemente empotrada de 300 cm de largo y una sección transversal cuadrada de 5 cm por lado (figura 5.11). La viga es de acero con módulo de elasticidad $E=200$ Gpa y un peso volumétrico de 7840 kg/m^3 . La viga se encuentra dividida en 20 elementos de igual longitud con 3 GDL por nodo. La excitación utilizada para generar vibración en la estructura es un ruido-blanco aplicado en cada nodo en dirección vertical. Se tienen 2 distintos escenarios de daño mostrados a continuación.

Escenarios de daño:

- 1) Reducción de -35% en el módulo de elasticidad del elemento #9.
- 2) Reducción de -10% y -20% en los módulos de elasticidad de los elementos #4 y #7 respectivamente.

➤ CASO #1: 35% de daño en elemento #9.

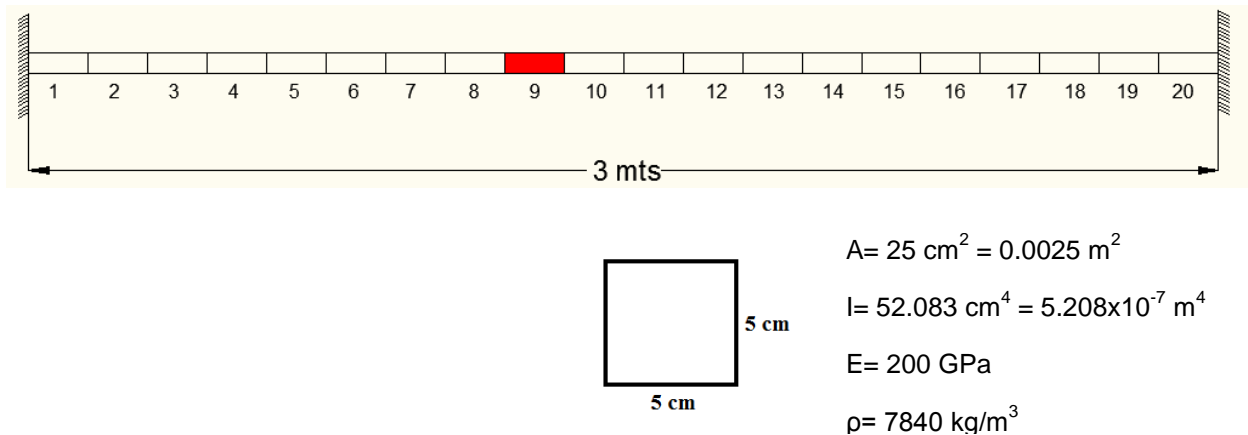


Figura 5.11: Viga doblemente empotrada del ejemplo 5.4 – Caso #1

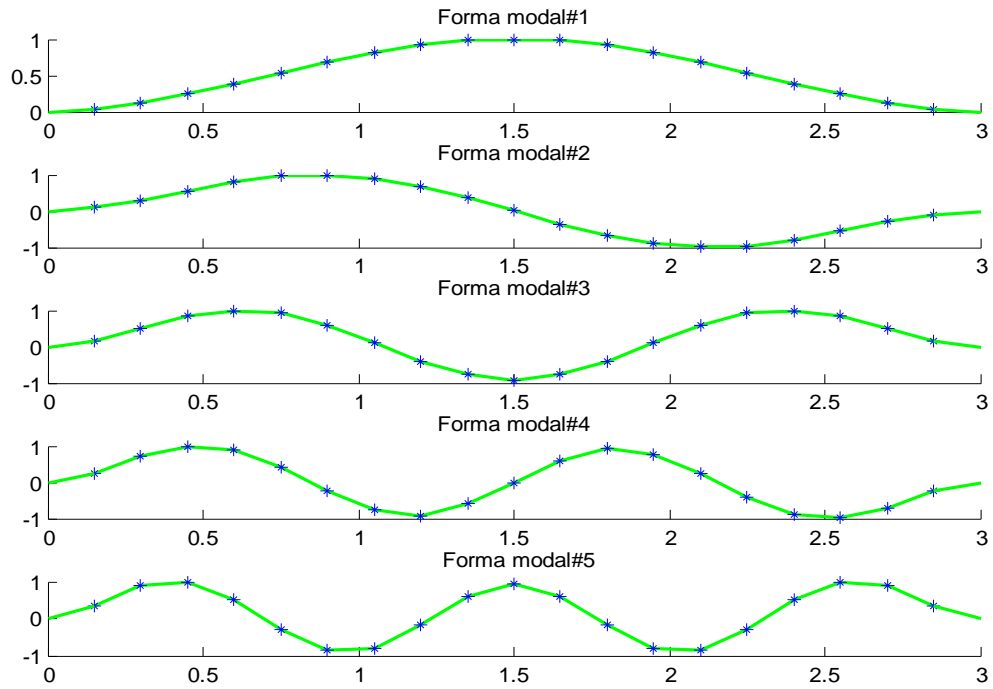


Figura 5.12: Primeras 5 formas modales de una viga doblemente empotrada.

Tabla 5.7: Escenarios de daño del ejemplo 5.4 – Caso#1.

Estructura	Ubicación de daño	Intensidad de daño	1ra frec.(Hz)
Sin daño	Ninguna	0%	28.55
Con daño	Elemento #9	-35%	28.07

1ra. Aproximación:

$$F_{1,9} \alpha_9^{(1)} = Z_1$$

$$(0.0623) \alpha_9^{(1)} = -0.03315$$

$$\alpha_9^{(1)} = -0.5320$$

Tabla 5.8: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4- Caso #1.

# Iteración	α_9	$E_{R(9)}$
1	-53.20%	52.00%
2	-27.94%	20.17%
3	-39.93%	14.09%
4	-34.23%	2.20%
5	-36.94%	5.54%
6	-35.65%	1.86%
7	-36.27%	3.63%
8	-35.95%	2.71%
9	-36.12%	3.20%
10	-36.04%	2.97%
11	-36.08%	3.09%

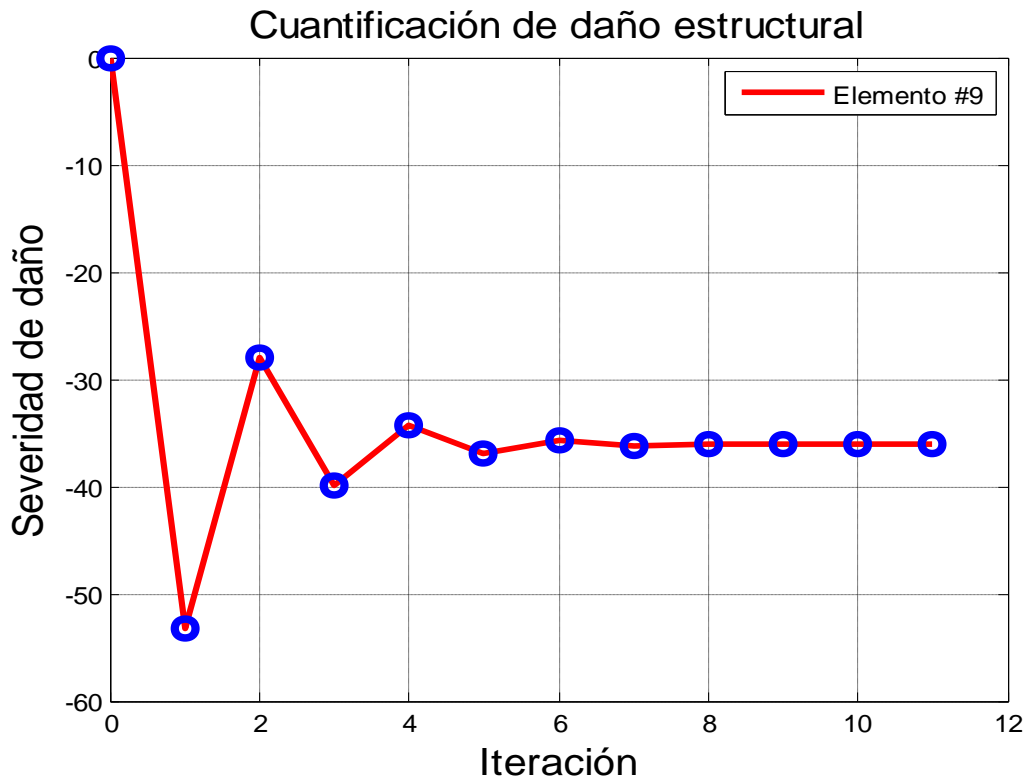
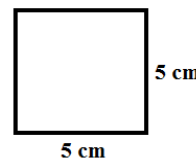
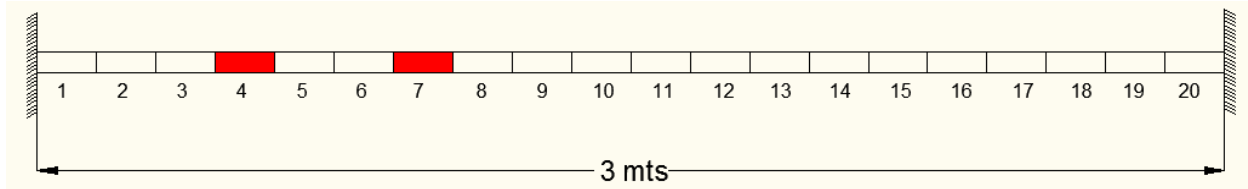


Figura: 5.13: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4 – Caso#1.

➤ CASO #2:

- 10% de daño en elemento #4.
- 20% de daño en elemento #7.



$$A = 25 \text{ cm}^2 = 0.0025 \text{ m}^2$$

$$I = 52.083 \text{ cm}^4 = 5.208 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$E = 200 \text{ GPa}$$

$$\rho = 7840 \text{ kg/m}^3$$

Figura 5.14: Viga doblemente empotrada del ejemplo 5.4 – Caso #2.

Tabla 5.9: Escenarios de daño del ejemplo 5.4 – Caso#2.

Estructura	Ubicación de daño	Intensidad de daño	1ra frec.(Hz)	2da frec.(Hz)
Sin daño	Ninguna	0%	28.55	76.61
Con daño	Elemento #4 Elemento #7	-10% -20%	28.45	75.75

1ra. Aproximación:

$$\sum_{n=1}^{N_d} \mathbf{F}_{i,n} \alpha_n^{(1)} = \mathbf{Z}_i$$

$$\mathbf{F}_{1,4} \alpha_4^{(1)} + \mathbf{F}_{2,7} \alpha_7^{(1)} = \mathbf{Z}_1$$

$$\mathbf{F}_{2,4} \alpha_4^{(1)} + \mathbf{F}_{2,7} \alpha_7^{(1)} = \mathbf{Z}_2$$

$$\begin{bmatrix} 0.0092 & 0.0242 \\ 0.0146 & 0.0865 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.0070 \\ -0.0222 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_4 \\ \alpha_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.1539 \\ -0.2307 \end{Bmatrix}$$

Tabla 5.10: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4- Caso #2.

# Iteración	α_4	$E_{R(4)}$	α_7	$E_{R(7)}$
1	-15.39%	53.90%	-23.07%	15.35%
2	-8.37%	16.30%	-19.60%	2.00%
3	-10.30%	3.00%	-19.97%	0.15%
4	-9.95%	0.50%	-20.01%	0.05%
5	-9.92%	0.80%	-19.91%	0.45%
6	-10.01%	0.10%	-19.97%	0.15%
7	-10.00%	0.00%	-20.00%	0.00%
8	-10.00%	0.00%	-20.00%	0.00%

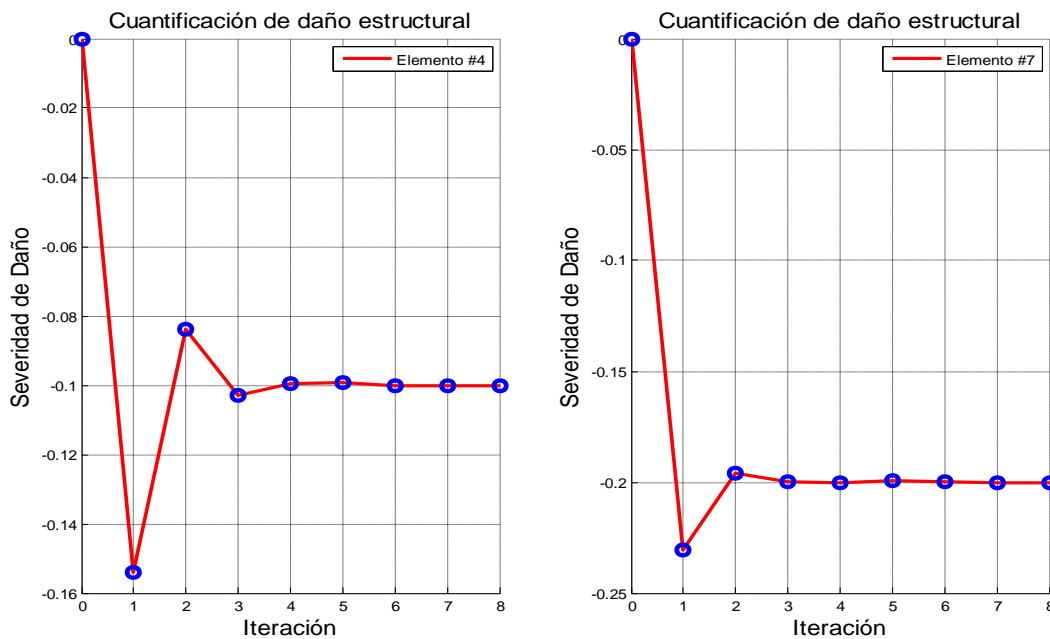


Figura: 5.15: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 5.4 – Caso#2.

En las figuras 5.1 y 5.15, muestran los resultados obtenidos en el ejemplo 5.3 en los escenarios #1 y #2 respectivamente. En ambos casos se identifica correctamente la severidad del daño presente en los elementos.

En base a los resultados obtenidos en los ejemplos 5.3 y 5.4, se concluye que el método basado en cambios experimentales de frecuencias modales y cambios de analíticos de MSE es capaz de estimar la severidad de daño estructural. Este método será utilizado en la siguiente sección como método de cuantificación de daño estructural.

Capítulo #6

Cuantificación de daño estructural a partir de vibración ambiental

6.1) Metodología de cuantificación de daño:

Actualmente no existe un método que, por sí solo, pueda identificar, localizar y cuantificar el daño estructural. Por lo tanto, se propone una metodología capaz de llegar al nivel tres del proceso de identificación de daño a partir vibración ambiental mediante la combinación de distintos métodos.

El primer nivel de identificación de daño se logra a partir de cambios de los parámetros modales (frecuencias y formas modales), los cuales se obtienen con la técnica NExT-ERA de identificación dinámica de sistemas. El segundo nivel de identificación de daño se lleva a cabo mediante el uso del método Damage Locating Vector (DLV), el cual determina un grupo de vectores de carga que al ser aplicados de manera estática en la estructura sin daño, identifica a los elementos dañados. La cuantificación de daño estructural o nivel tres de identificación de daño, se logra al utilizar los cambios de energía modal de deformación y los cambios de frecuencias modales.

A continuación se muestra el diagrama de flujo a seguir para cuantificar el daño estructural en marcos planos a partir de registros de aceleración de vibración ambiental (figura 6.1).

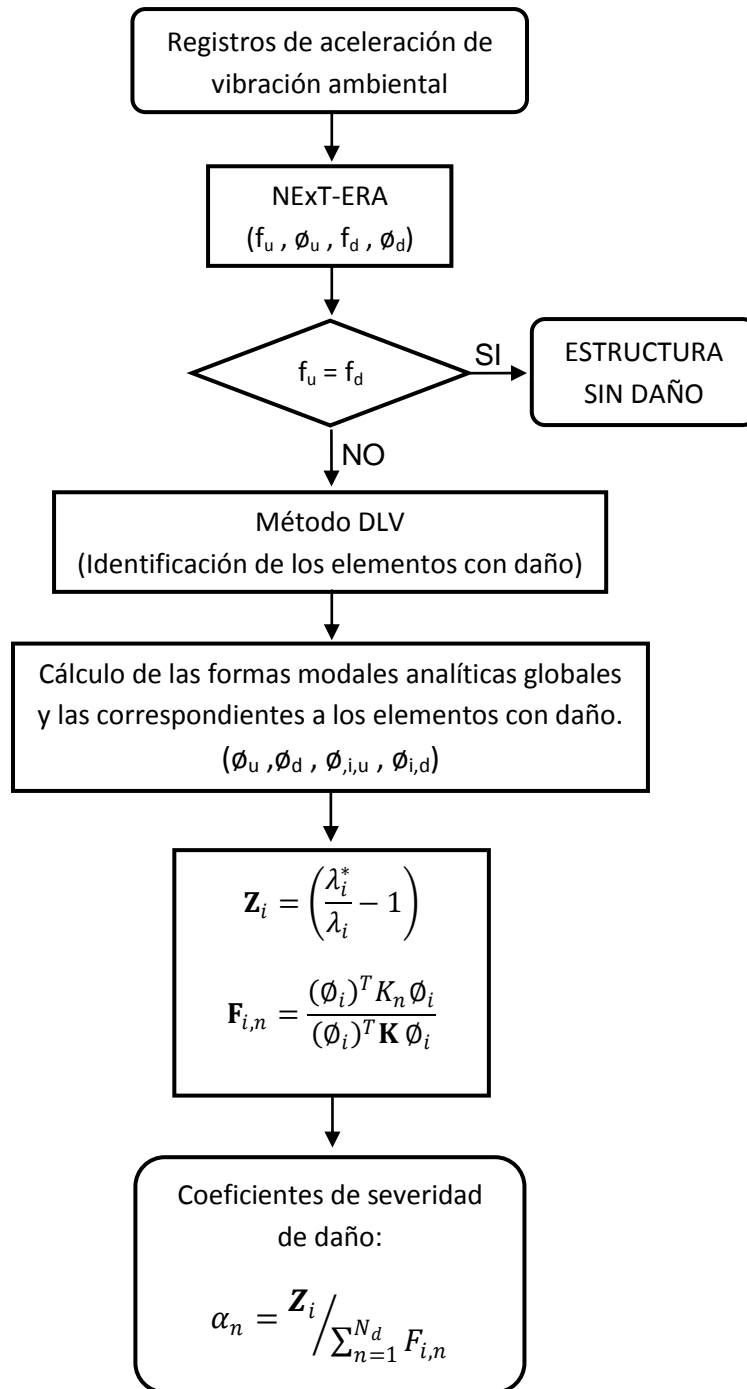


Figura 6.1: Diagrama de flujo para cuantificar daño estructural.

6.2) Aplicación de la metodología de cuantificación de daño:

Con el fin de verificar la metodología propuesta, se realizan 2 ejemplos de aplicación en al modelo de edificios SAC de 20 niveles. En el ejemplo 6.1 el daño se localiza solamente en columnas mientras que en el ejemplo 6.2 el daño puede ser localizado tanto en vigas como en columnas.

Modelo SAC de 20 niveles:

El modelo SAC de 20 niveles tiene una superficie en planta de 30.48 m por 36.58 m (100 ft x 120 ft) y una altura de 80.77 m (265 ft). Tiene 5 crujeías en la dirección Norte-Sur (N-S) y 6 crujeías en dirección Este-Oeste (E-W); y las crujeías tienen un claro de 6.10 m (20 ft) en ambas direcciones. Las columnas están diseñadas con un acero de 345 MPa (50 ksi). Se tienen cambios de sección en las columnas en los niveles 1, 4, 7 y 10 a 1.83 mts (6 ft) sobre el nivel de piso. Las vigas están diseñadas con perfiles W de acero de 248 MPa (36 ksi).

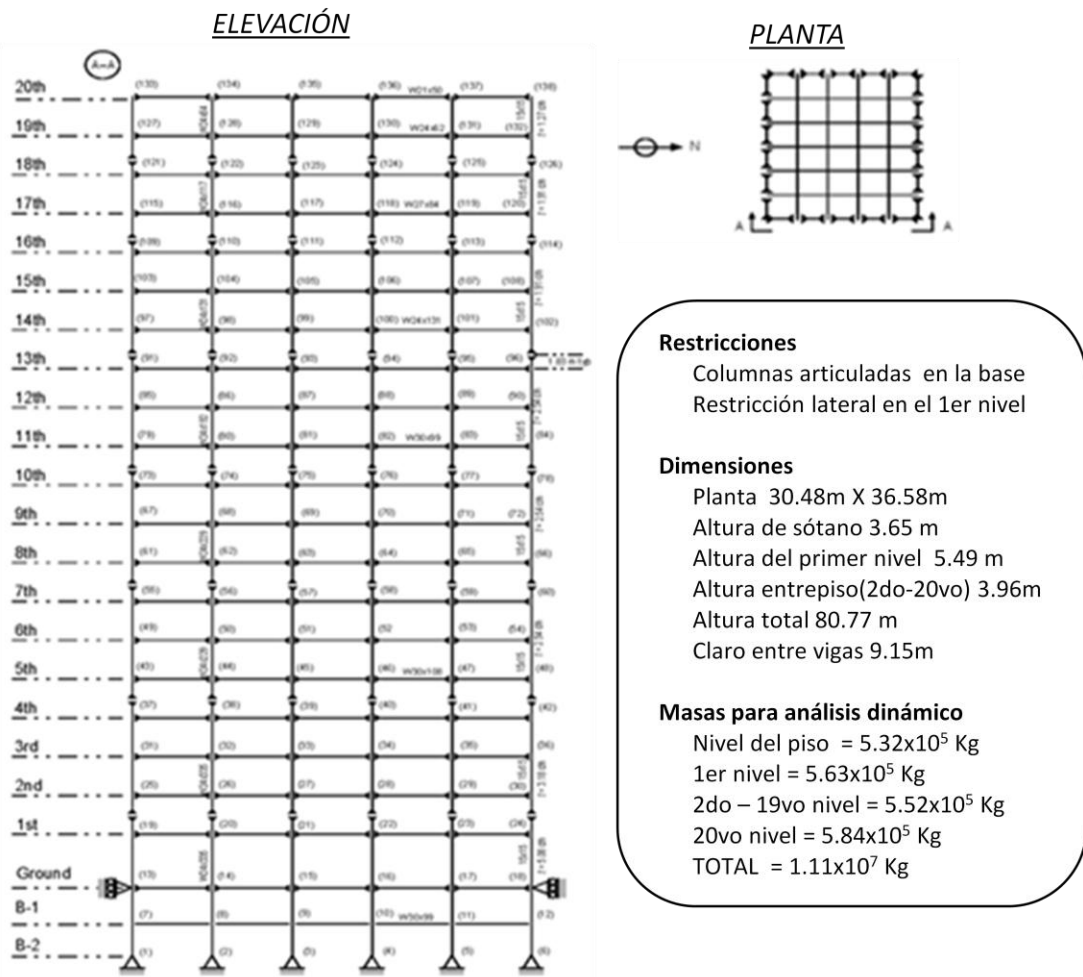


Figura 6.2: Modelo SAC de 20 niveles.

6.2.1) Ejemplo #6.1:

En éste ejemplo se asume que el daño se encuentra localizado únicamente en columnas. El edificio se analiza inicialmente como marco de cortante para identificar el entrepiso con daño y después se analizan únicamente los elementos de dicho entrepiso para identificar las columnas dañadas.

Se realizó una simulación en MatLab con 20 sensores en dirección horizontal (Figura 6.3) y se utilizó un ruido blanco para generar vibración en la estructura. El daño se simula con una reducción del 15% del módulo de elasticidad del elemento columna #35 (figura 6.8).

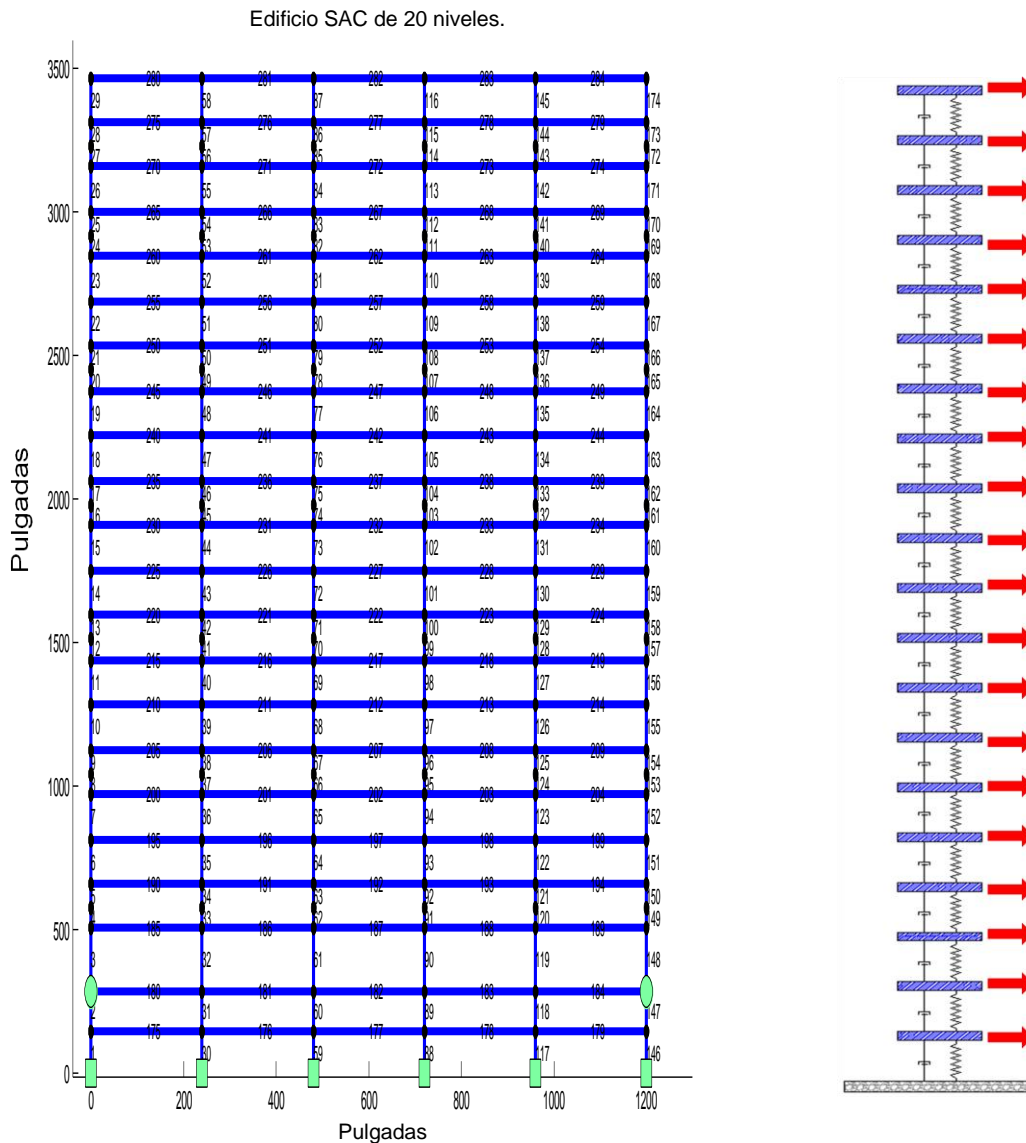


Figura 6.3: Modelo SAC de 20 niveles como marco de cortante.

En la figura 6.4 se muestran de manera gráfica las primeras 3 formas modales del modelo de edificios SAC de 20 niveles.

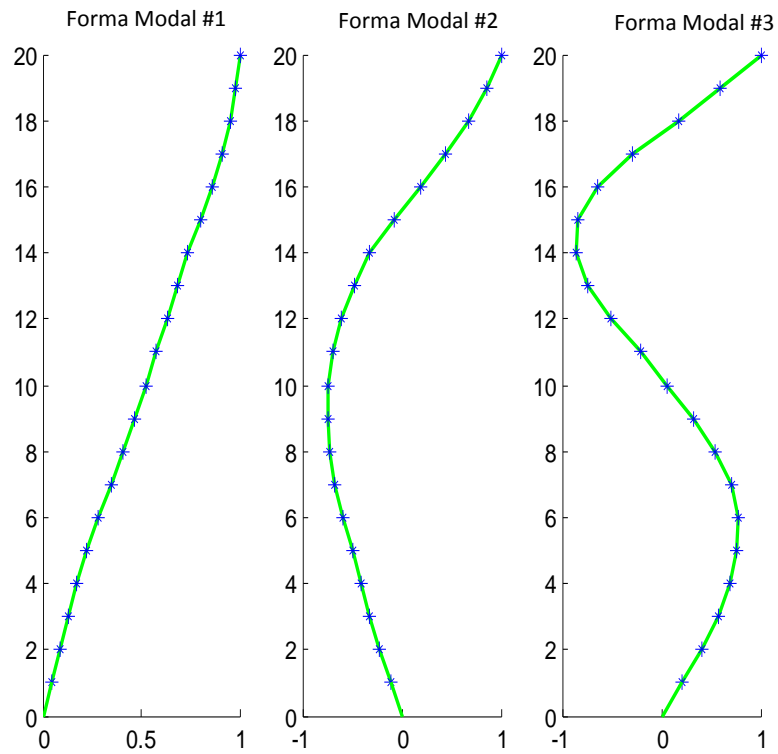


Figura 6.4: Primeras 3 formas modales del modelo SAC de 20

En la figura 6.5 se presentan los registros de respuesta de aceleración obtenidos de cada uno de los entrepisos de la estructura.

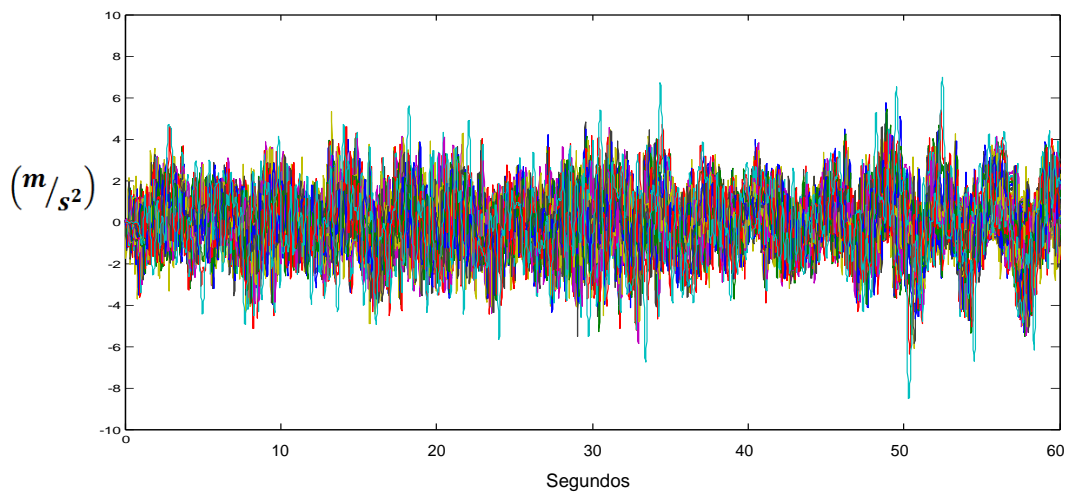


Figura 6.5: Registros de aceleración del modelo SAC de 20 niveles.

En la figura 6.6 se presentan los espectros de potencia de cada uno de los entrepisos de la estructura. Se aprecian los 20 valores de las frecuencias del sistema.

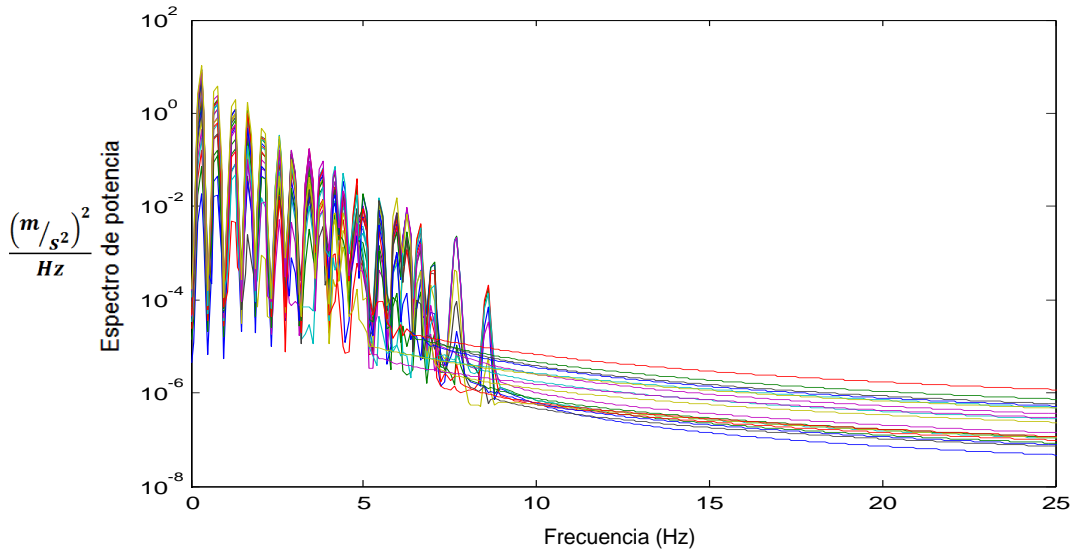


Figura 6.6: Espectro de potencia modelo SAC de 20 niveles.

En la figura 6.7 se muestran los esfuerzos normalizados acumulados del marco inducidos por los DLVs. El tercer nivel no se tiene presencia de esfuerzos por lo que se identifica como dañado.

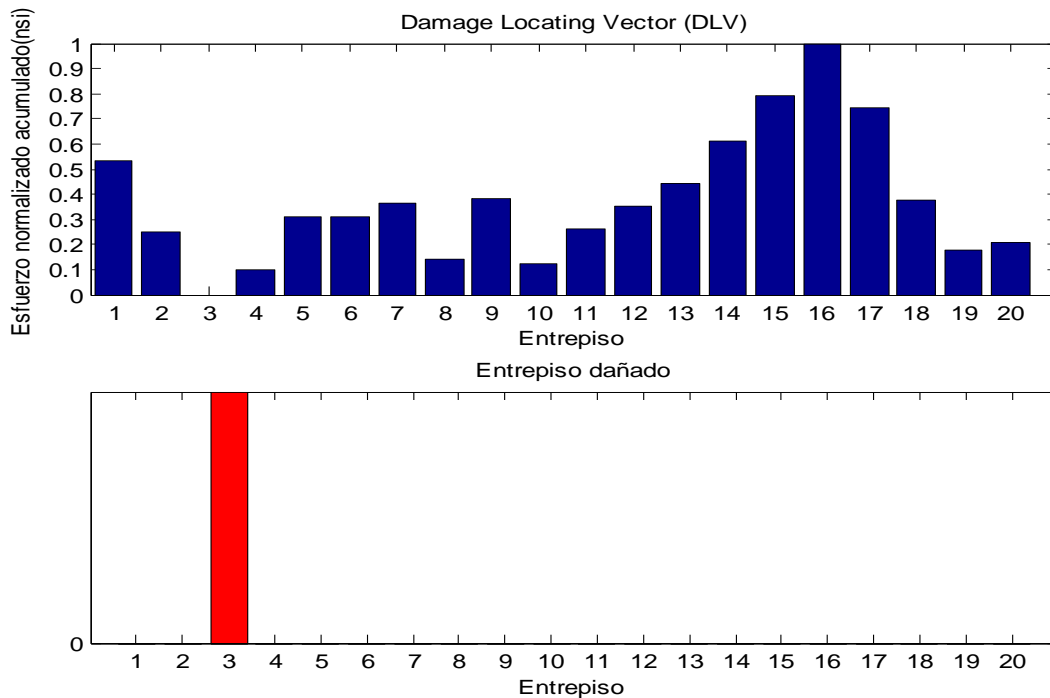


Figura 6.7: Esfuerzo normalizado por entrepiso.

En la figura 6.8 se muestra el entropiso con daño en la estructura para posteriormente analizar únicamente los elementos de ese nivel.

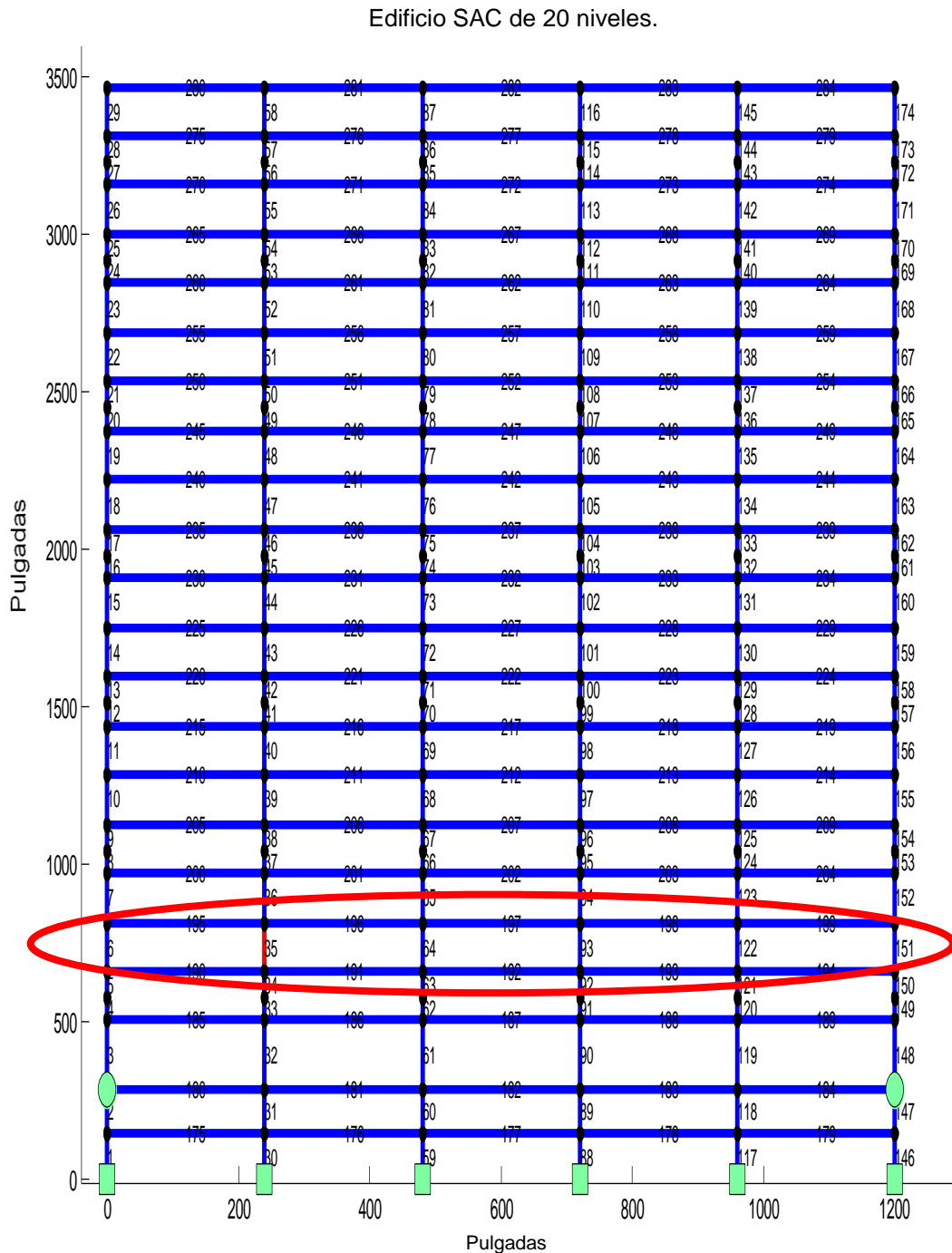


Figura 6.8: Identificación del entropiso con daño.

En la figura 6.9 se muestran los elementos del entreciso con daño, en los cuales se utilizará el método DLV descentralizado.

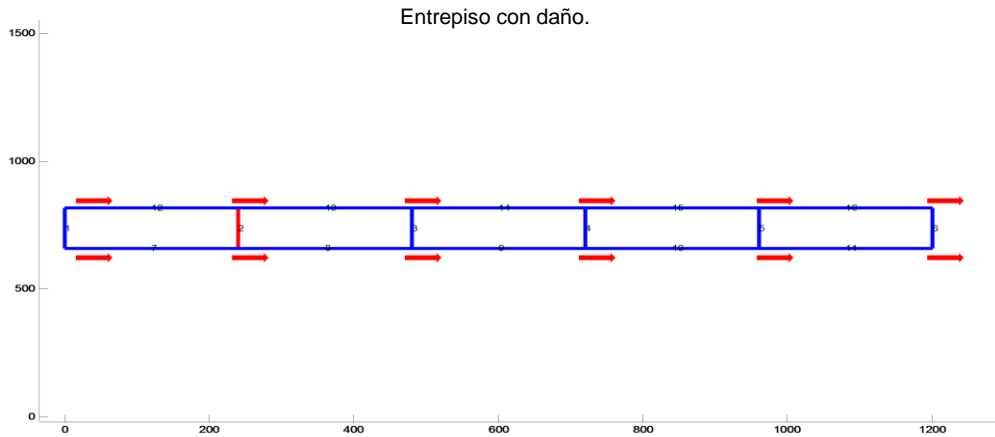


Figura 6.9: Análisis del entreciso con daño.

En la figura 6.10 se muestran los esfuerzos normalizados acumulados de los elementos del entreciso con daño inducidos por loa DLVs. Se identifica al elemento #2 del entreciso, el cual corresponde al elemento #35 del marco.

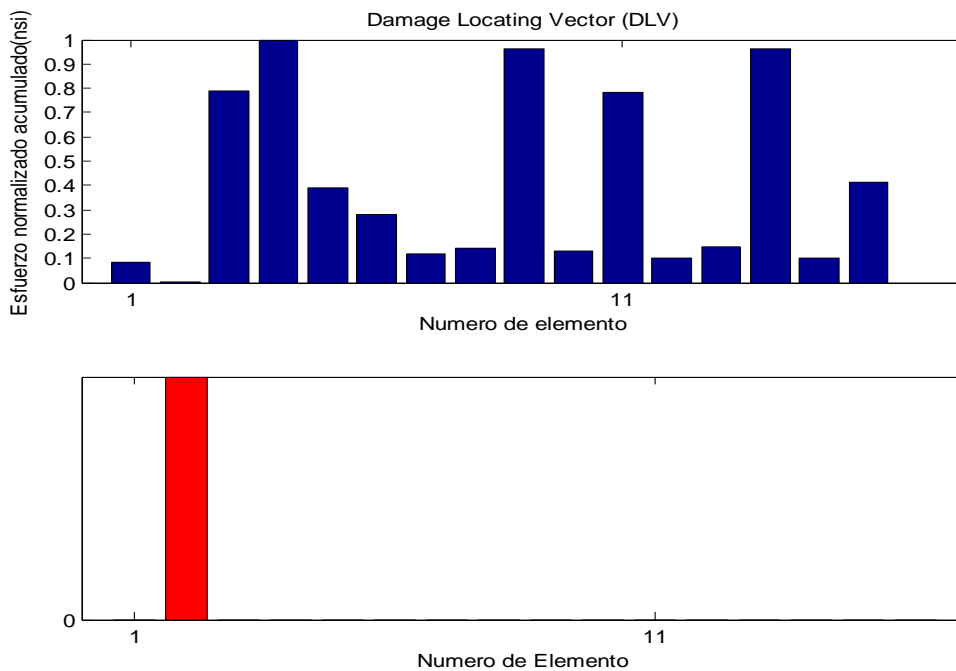


Figura 6.10: Esfuerzo normalizado de los elementos del entreciso con daño.

➤ Elementos identificados como dañados:

- #35.

$$F_{I,35} \alpha_{35}^{(I)} = Z_I$$

$$\frac{(\phi_1)^T K_{35} \phi_1}{(\phi_1)^T K \phi_1} \alpha_{35}^{(1)} = \left(\frac{\lambda_1^*}{\lambda_1} - 1 \right)$$

$$(0.003) \alpha_{35}^{(1)} = -5.125 \times 10^{-4}$$

$$\alpha_{35}^{(1)} = -0.1692$$

Tabla 6.1: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.1.

# Iteración	α_{35}
1	-16.92%
2	-14.81%
3	-15.78%
4	-15.19%
5	-15.42%
6	-15.36%
7	-15.36%

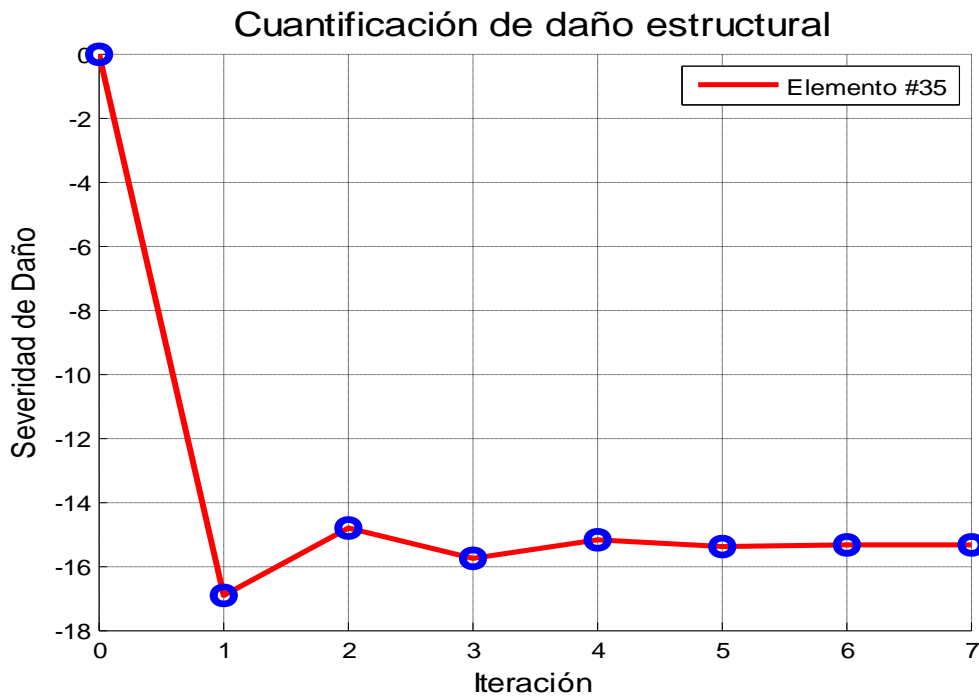


Figura 6.11: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.1

En el ejemplo #6.1 se inicia con la localización del entrepiso dañado. Después se utiliza el método DLV de forma descentralizada para identificar la columna del entrepiso con daño. Una vez identificado el elemento, se procede a determinar la severidad del daño. De la figura 6.11 se observa que se obtienen coeficientes de daño muy cercanos al porcentaje de reducción de rigidez del elemento #35.

6.2.2) Ejemplo #6.2:

Se realizó un modelo en MatLab del edificio SAC de 20 niveles usando 180 nodos interconectados por 284 elementos. En la figura 6.12 se muestran el modelo realizado en MatLab. Las distintas secciones de los elementos del marco están representadas en diferentes colores. Cada elemento se asumió con 6 GDLs, teniendo un total de 540 GDLs. Las propiedades estructurales de los elementos como L, A, I, E, M han sido predefinidas y se indican en la figura (6.2). Dos distintos escenarios de daño fueron considerados en éste ejemplo:

- 1) El elemento columna #35 con una reducción en su módulo de elasticidad de 15%.
- 2) Los elementos viga #216 y #217 y columna #35 con una reducción del 15% en el módulo de elasticidad.

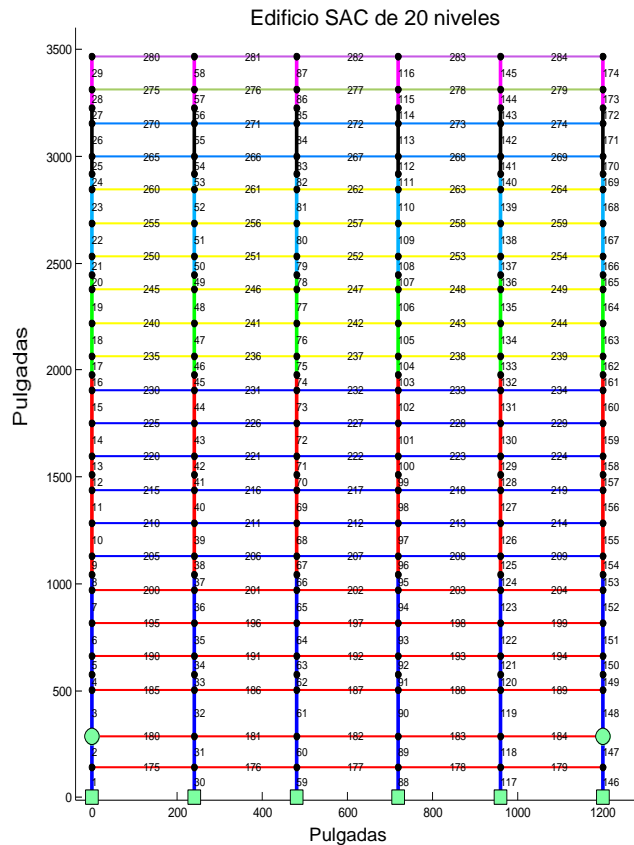


Figura 6.12: Modelo en MatLab del edificio SAC de 20 niveles.

- Escenario de daño #1:

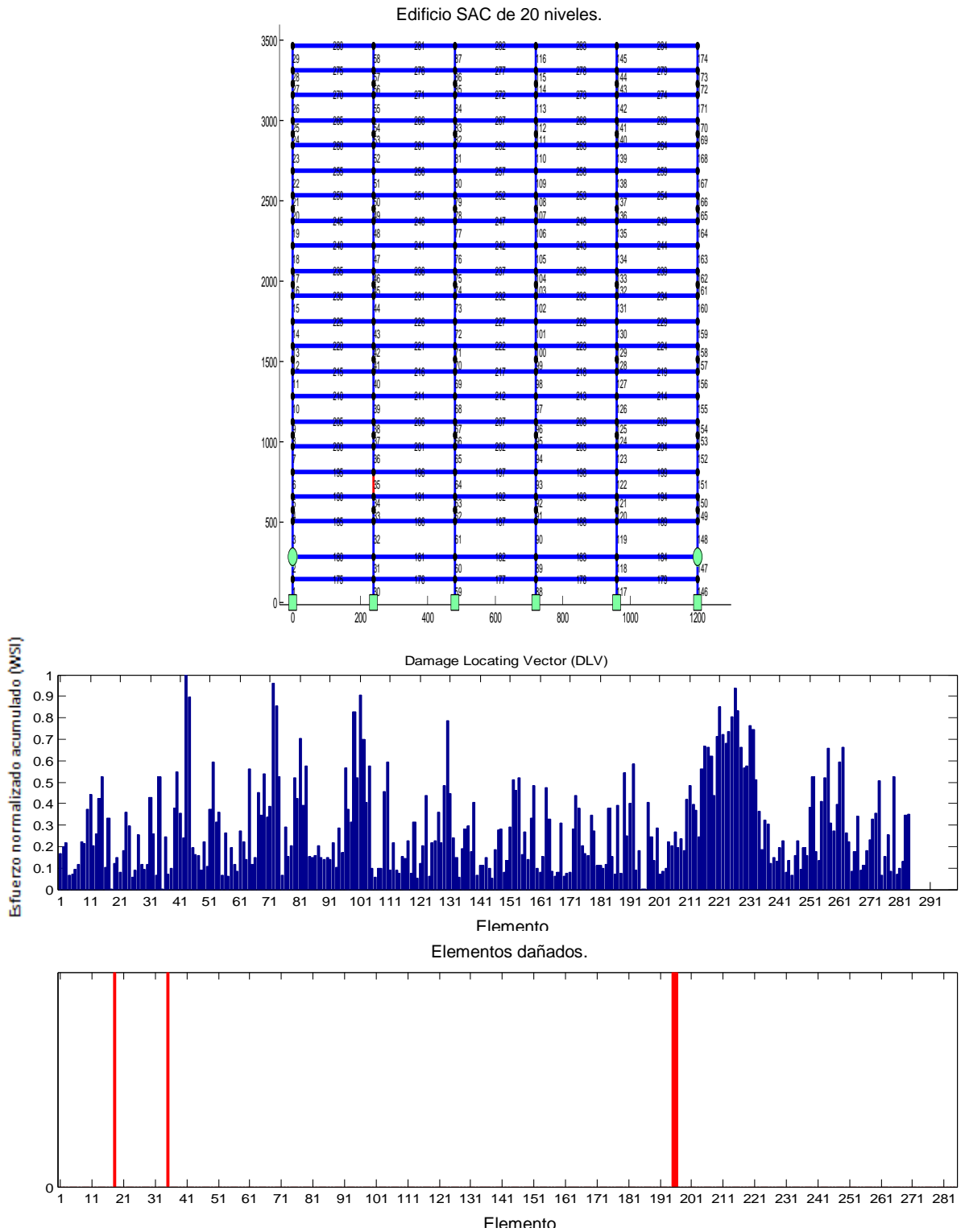


Figura 6.14: Escenario de daño #1 y resultados del DLV del ejemplo 6.2.

En la figura 6.14 se muestran los resultados del DLV obtenidos en el ejemplo 6.2 – escenario #1. Se identificaron 4 elementos como posiblemente dañados. Sólo uno de esos elementos realmente está dañado. Los otros tres elementos son falsos positivos.

➤ Elementos identificados como dañados:

- #18.
- #35.
- #195.
- #196.

Estimación de la severidad del daño en los elementos:

$$\sum_{n=1}^{N_d} \mathbf{F}_{i,n} \alpha_n^{(1)} = \mathbf{Z}_i$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{1,18} \alpha_{18}^{(I)} + \mathbf{F}_{1,35} \alpha_{35}^{(I)} + \mathbf{F}_{1,195} \alpha_{195}^{(I)} + \mathbf{F}_{1,196} \alpha_{196}^{(I)} &= \mathbf{Z}_1 \\ \mathbf{F}_{2,18} \alpha_{18}^{(I)} + \mathbf{F}_{2,35} \alpha_{35}^{(I)} + \mathbf{F}_{2,195} \alpha_{195}^{(I)} + \mathbf{F}_{2,196} \alpha_{196}^{(I)} &= \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{F}_{3,18} \alpha_{18}^{(I)} + \mathbf{F}_{3,35} \alpha_{35}^{(I)} + \mathbf{F}_{3,195} \alpha_{195}^{(I)} + \mathbf{F}_{3,196} \alpha_{196}^{(I)} &= \mathbf{Z}_3 \\ \mathbf{F}_{4,18} \alpha_{18}^{(I)} + \mathbf{F}_{4,35} \alpha_{35}^{(I)} + \mathbf{F}_{4,195} \alpha_{195}^{(I)} + \mathbf{F}_{4,196} \alpha_{196}^{(I)} &= \mathbf{Z}_4 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0007 & 0.0034 & 0.0123 & 0.0150 \\ 0.0038 & 0.0027 & 0.0092 & 0.0086 \\ 0.0031 & 0.0014 & 0.0007 & 0.0006 \\ 0.0018 & 0.0016 & 0.0013 & 0.0013 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_{18} \\ \alpha_{35} \\ \alpha_{195} \\ \alpha_{196} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.6459 \\ -0.5200 \\ -0.2550 \\ -0.2881 \end{Bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{18} \\ \alpha_{35} \\ \alpha_{195} \\ \alpha_{196} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.0055 \\ -0.1683 \\ -0.0012 \\ -0.0059 \end{Bmatrix}$$

Tabla 6.2: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 - Caso#1.

# Iteración	α_{18}	α_{35}	α_{195}	α_{196}
1	-0.55%	-16.83%	-0.12%	-0.59%
2	0.00%	-14.34%	0.00%	0.00%
3	0.00%	-15.78%	0.00%	0.00%
4	0.00%	-15.39%	0.00%	0.00%
5	0.00%	-15.36%	0.00%	0.00%
6	0.00%	-15.37%	0.00%	0.00%
7	0.00%	-15.37%	0.00%	0.00%
8	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

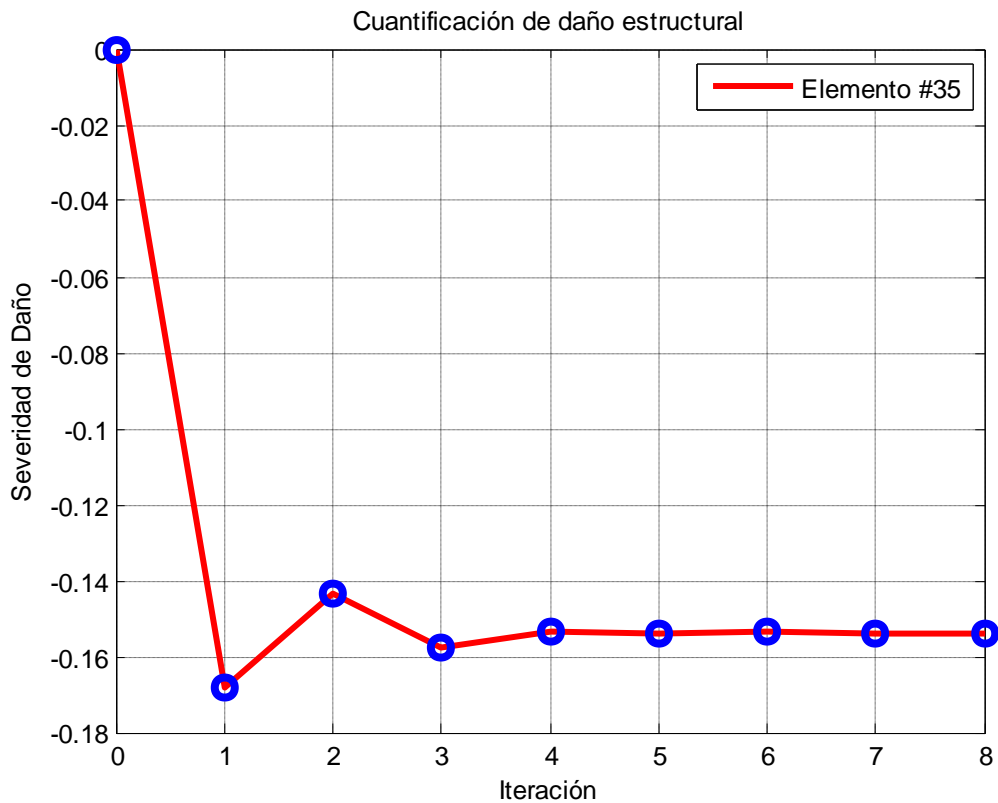


Figura: 6.15: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 – Caso#1.

En la figura 6.15 se muestran los resultados de cuantificación obtenidos en el ejemplo 6.2 - escenarios #1. Se aprecia una estimación muy aproximada de la severidad del daño en el elemento #35.

- Escenario de daño #2:

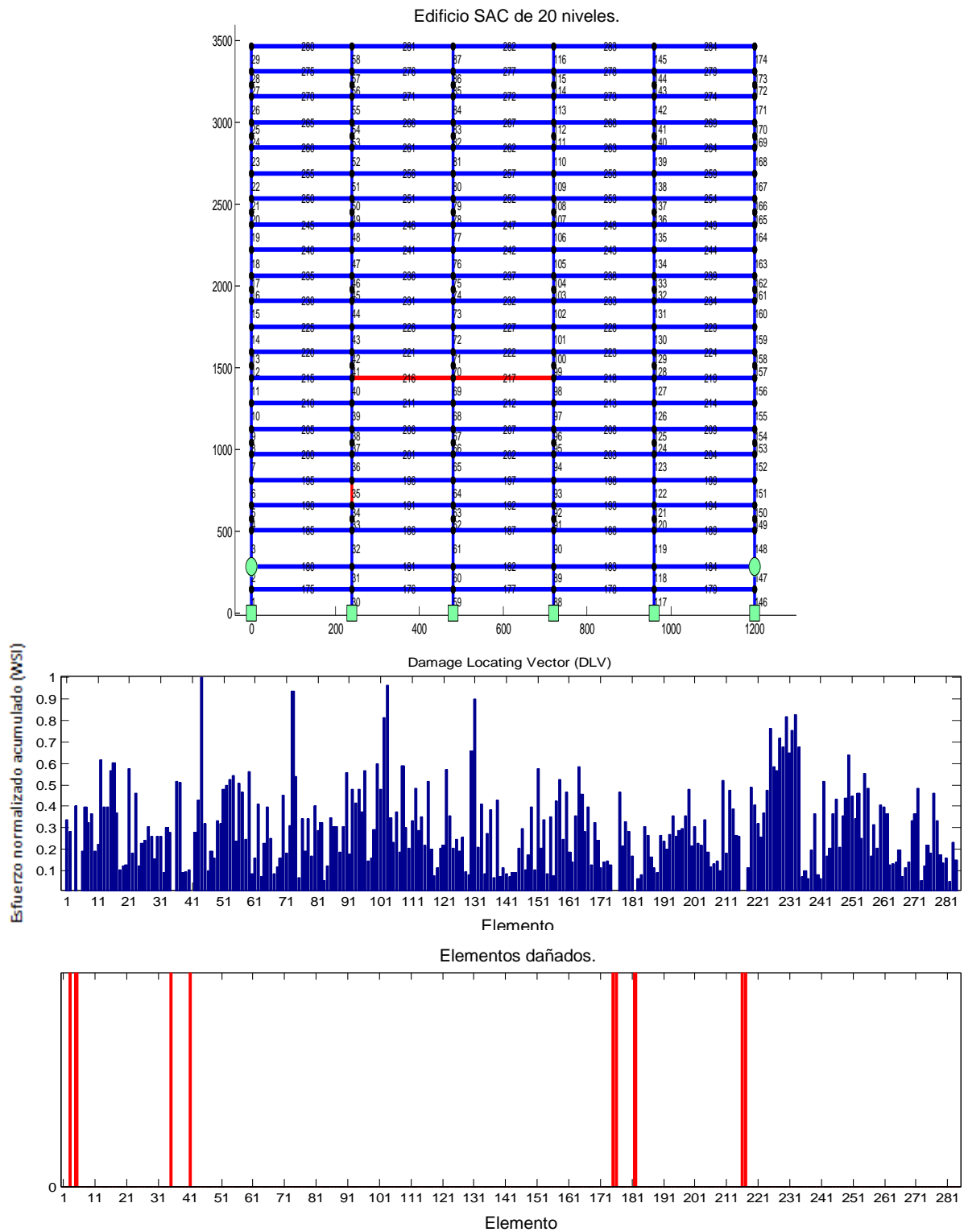


Figura 6.16: Escenario de daño #2 y resultados del DLV del ejemplo 6.2.

➤ Elementos identificados como dañados:

- 1) # 3. 2) # 5. 3) # 35.
 4) # 41. 5) #175. 6) #176.
 7) #182. 8) #216. 9) #217.

Estimación de la severidad del daño en los elementos:

$$\sum_{n=1}^{N_d} \mathbf{F}_{i,n} \alpha_n^{(1)} = \mathbf{Z}_i$$

$$\begin{aligned} F_{1,3}\alpha_3^{(1)} + F_{1,5}\alpha_5^{(1)} + F_{1,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{1,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{1,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{1,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{1,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{1,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{1,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_1 \\ F_{2,3}\alpha_3^{(1)} + F_{2,5}\alpha_5^{(1)} + F_{2,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{2,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{2,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{2,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{2,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{2,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{2,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_2 \\ F_{3,3}\alpha_3^{(1)} + F_{3,5}\alpha_5^{(1)} + F_{3,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{3,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{3,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{3,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{3,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{3,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{3,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_3 \\ F_{4,3}\alpha_3^{(1)} + F_{4,5}\alpha_5^{(1)} + F_{4,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{4,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{4,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{4,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{4,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{4,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{4,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_4 \\ F_{5,3}\alpha_3^{(1)} + F_{5,5}\alpha_5^{(1)} + F_{5,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{5,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{5,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{5,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{5,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{5,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{5,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_5 \\ F_{6,3}\alpha_3^{(1)} + F_{6,5}\alpha_5^{(1)} + F_{6,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{6,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{6,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{6,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{6,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{6,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{6,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_6 \\ F_{7,3}\alpha_3^{(1)} + F_{7,5}\alpha_5^{(1)} + F_{7,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{7,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{7,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{7,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{7,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{7,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{7,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_7 \\ F_{8,3}\alpha_3^{(1)} + F_{8,5}\alpha_5^{(1)} + F_{8,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{8,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{8,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{8,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{8,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{8,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{8,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_8 \\ F_{9,3}\alpha_3^{(1)} + F_{9,5}\alpha_5^{(1)} + F_{9,35}\alpha_{35}^{(1)} + F_{9,41}\alpha_{41}^{(1)} + F_{9,175}\alpha_{175}^{(1)} + F_{9,176}\alpha_{176}^{(1)} + F_{9,182}\alpha_{182}^{(1)} + F_{9,216}\alpha_{216}^{(1)} + F_{9,217}\alpha_{217}^{(1)} &= Z_9 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0124 & 0.0035 & 0.0030 & 0.0012 & 0.0075 & 0.0074 & 0.0152 & 0.0082 & 0.0088 \\ 0.0047 & 0.0021 & 0.0018 & 0.0008 & 0.0085 & 0.0078 & 0.0146 & 0.0015 & 0.0017 \\ 0.0019 & 0.0012 & 0.0009 & 0.0019 & 0.0072 & 0.0065 & 0.0106 & 0.0133 & 0.0131 \\ 0.0025 & 0.0015 & 0.0019 & 0.0004 & 0.0056 & 0.0051 & 0.0065 & 0.0006 & 0.0006 \\ 0.0024 & 0.0008 & 0.0026 & 0.0021 & 0.0056 & 0.0050 & 0.0047 & 0.0061 & 0.0061 \\ 0.0037 & 0.0005 & 0.0018 & 0.0003 & 0.0049 & 0.0045 & 0.0027 & 0.0088 & 0.0088 \\ 0.0125 & 0.0046 & 0.0116 & 0.0050 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0041 & 0.0001 & 0.0016 & 0.0012 & 0.0051 & 0.0047 & 0.0015 & 0.0006 & 0.0006 \\ 0.0218 & 0.0077 & 0.0107 & 0.0045 & 0.0002 & 0.0003 & 0.0002 & 0.0006 & 0.0013 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_{35} \\ \alpha_{41} \\ \alpha_{175} \\ \alpha_{176} \\ \alpha_{182} \\ \alpha_{216} \\ \alpha_{217} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.0032 \\ -0.0008 \\ -0.0044 \\ -0.0005 \\ -0.0024 \\ -0.0031 \\ -0.0021 \\ -0.0005 \\ -0.0022 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \alpha_{35} \\ \alpha_{41} \\ \alpha_{175} \\ \alpha_{176} \\ \alpha_{182} \\ \alpha_{216} \\ \alpha_{217} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.0024 \\ -0.0242 \\ -0.1815 \\ -0.0037 \\ -0.0973 \\ -0.1165 \\ -0.0052 \\ -0.0684 \\ -0.2550 \end{Bmatrix}$$

Tabla 6.3: Coeficientes de daño de los elementos #3 #5 #35 del ejemplo 6.2 - caso#2.

# Iteración	α_3	α_5	α_{35}
1	-0.24%	-2.42%	-18.15%
2	-0.29%	-0.60%	-14.21%
3	-0.06%	-0.10%	-15.98%
4	0.00%	0.00%	-14.96%
5	0.00%	0.00%	-15.56%
6	0.00%	0.00%	-15.46%
7	0.00%	-0.00%	-15.48%

Tabla 6.4: Coeficientes de daño de los elementos #41, #175 y #176 del ejemplo 6.2- caso#2

# Iteración	α_{41}	α_{175}	α_{176}
1	-0.37%	-9.73%	-11.65%
2	-0.68%	-0.88%	-1.23%
3	-0.10%	-0.47%	-0.57%
4	-0.06%	-0.09%	-0.24%
5	0.00%	0.00%	-0.04%
6	0.00%	0.00%	0.00%
7	0.00%	0.00%	0.00%

Tabla 6.5: Coeficientes de daño de los elementos #182, #216 y #217 del ejemplo 6.2- caso#2.

# Iteración	α_{182}	α_{216}	α_{217}
1	-0.52%	-6.84%	-25.50%
2	-0.17%	-20.63%	-9.40%
3	-0.03%	-12.93%	-16.07%
4	0.00%	-14.32%	-14.33%
5	0.00%	-14.20%	-14.78%
6	0.00%	-14.23%	-14.43%
7	0.00%	-14.22%	-14.45%

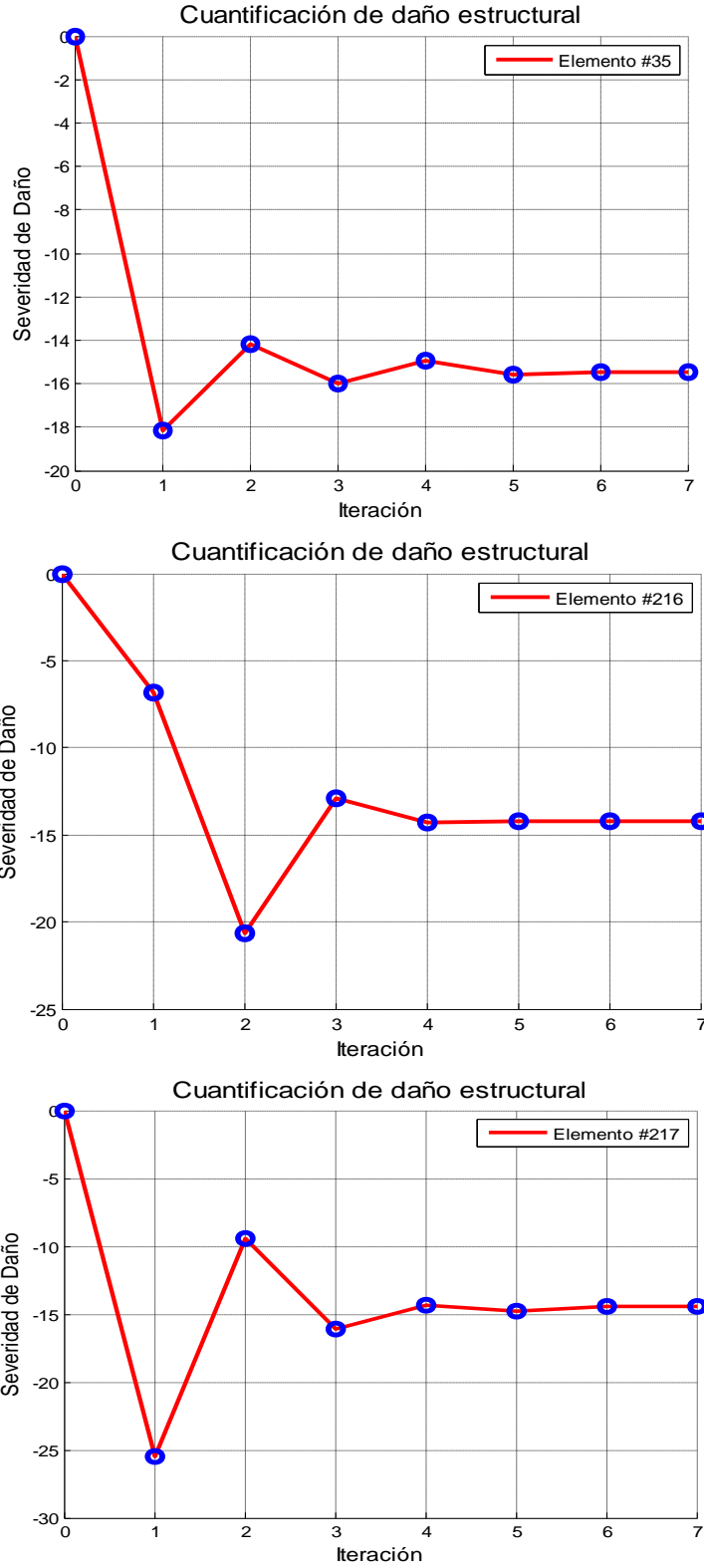


Figura: 6.17: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 – Caso#2.

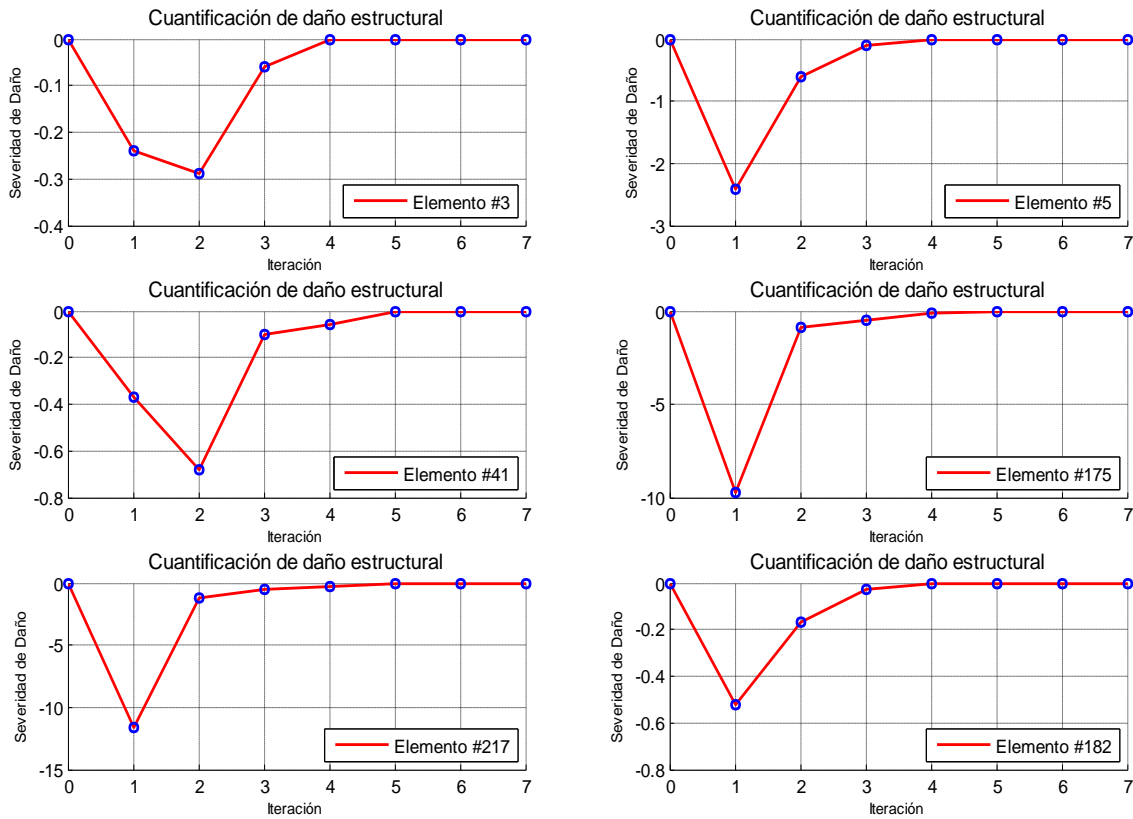


Figura: 6.18: Coeficientes de daño obtenidos en el ejemplo 6.2 – Caso#2.

En el ejemplo #6.2, se verifica la eficacia de la metodología propuesta al obtener resultados satisfactorios para distintos escenarios de daño. Ya que en ambos, casos de identificó y cuantificó el daño. Se observa que el método propuesto de cuantificación de daño verifica los resultados obtenidos del método DLV. Ya que como se comentó en el capítulo #4, elementos sin daño pueden ser identificados como con daño debido a la matriz de flexibilidad aproximada. Aun cuando en éste trabajo la metodología propuesta se aplica solamente en marcos planos, ésta puede extenderse a distintos tipos de estructuras.

Capítulo #7

Conclusiones

En ésta tesis se presentó una metodología de identificación y cuantificación de daño estructural en marcos planos a partir de vibración ambiental. El daño se definió como cualquier cambio en las propiedades de un sistema, el cual afecta de manera adversa el desempeño actual y futuro del mismo. Además, se asumió que el daño solamente afecta la rigidez de los elementos mientras que su masa permanece constante. Para ser posible la identificación de daño, es necesaria la comparación de 2 estados de la estructura (estado sin daño vs estado con daño).

El proceso de identificación de daño consiste en cuatro niveles. El primero se refiere a la indicación de la presencia de daño. El segundo consiste en la determinación de la ubicación geométrica del daño en la estructura. El tercero es la estimación de la severidad del daño. Finalmente el cuarto nivel se refiere a la valoración de la vida útil remanente de la estructura.

El primer nivel de identificación se llevó cabo a partir de cambios de los parámetros modales (frecuencias y formas modales), los cuales se obtuvieron con la metodología NEX-T-ERA de identificación de sistemas. La eficacia de ésta técnica ha sido verificada en gran cantidad de estudios experimentales realizados en distintas universidades y laboratorios. Esta metodología permite determinar los parámetros modales de sistemas con niveles bajos de amortiguamiento a partir de su respuesta en vibración ambiental.

El segundo nivel de identificación de daño se llevó a cabo mediante el método Damage Locating Vector (DLV). La mayoría de los métodos de localización de daño se basan en las diferencias que existen entre la respuesta de la estructura con y sin daño (cambio de formas modales, cambios de curvaturas, cambios de frecuencias modales, etc.). Por el contrario, el método DLV trabaja al usar patrones de carga cuya respuesta estática de la estructura es la misma antes y después del daño. Este método permitió la localización de daño de los elementos. No existe indicación de que la geometría o tipo de estructura afecte en su eficacia.

Los métodos de cuantificación de daño estructural basados en cambios de energía modal de deformación (MSE) proporcionan resultados satisfactorios. Sin embargo, estos métodos tienen la desventaja de no poder ser utilizados de manera práctica ya que estos requieren de formas modales completas para su implementación.

En esta investigación, la cuantificación de daño estructural se llevó a cabo mediante un método que utiliza los cambios de frecuencias modales experimentales y cambios analíticos de la MSE. Este método es capaz de estimar la severidad del daño en estructuras una vez que éste ha sido localizado previamente. Esta técnica presenta grandes ventajas en su aplicación ya que solamente requiere de las primeras de frecuencias modales, la cuales se obtienen con la metodología NExT-ERA.

Como objetivo final, se propuso la siguiente metodología la cual es capaz de identificar, localizar y cuantificar daño estructural en marcos planos a partir de vibración ambiental:

- 1) Obtención de registros de vibración ambiental de los sensores.
- 2) Obtención de parámetros modales usando la técnica NExT-ERA.
- 3) Detección de elementos con daño con el método DLV.
- 4) Estimación de la severidad de daño mediante cambios de MSE y frecuencias modales.

Esta metodología fue verificada mediante simulaciones realizadas al modelo de edificios SAC de 20 niveles para distintos escenarios de daño. En la primera simulación el edificio fue modelado como marco de cortante y utilizaron 20 sensores en dirección horizontal ubicados en cada nivel de entrepiso. En la segunda simulación, se modeló el edificio como marco flexible; se utilizó un sensor a cada dos nodos con un total de 65 sensores en dirección horizontal. En ambos casos esta metodología logró detectar, localizar y cuantificar al daño en elementos de hasta un 15% de su estado inicial.

Los trabajos futuros que pueden realizarse en esta línea de investigación es el mejoramiento de ésta metodología para que utilice una menor instrumentación; así como realizar una validación experimental con modelos a escala. De igual manera se puede extender su aplicación a estructuras tridimensionales.

REFERENCIAS

- Bendat, J. S., and Piersol, A. G. (2010). *Random data: Analysis and measurement procedures*, Wiley, New York.
- Bernal, D. (2002), “*Load Vectors for Damage Localization*”, *J of Eng. Mech.*, 128(1):7–14.
- Caicedo JM, Dyke SJ and Johnson EA (2004). “Natural Excitation Technique and Eigensystem Realization Algorithm for Phase I of the IASC-ASCE Benchmark Problem: Simulated Data,” *Journal of Engineering Mechanics*, 130(1), 49–60.
- Chopra, A. K. (2011). *Dynamics of structures*, Prentice-Hall, 4th ed. Upper Sadley River, NJ.
- Farrar, C.R. and Doebling, S.W . (1997), “*An Overview of Modal-Based Damage Identification Methods*”, in Proc. of DAMAS Conference, Sheffield, UK.
- Gao Y., Spencer B.F. Jr., and Bernal D. (2004), “*Experimental Verification of the Damage Locating Vector Method*,” *Proc. of the 1st International Workshop on Advanced Smart Materials and Smart Structures Technology*, Honolulu, Hawaii, January 12-14, 2004.
- Gao, Y., Spencer, Jr., B.F., and Ruiz-Sandoval, M. (2006). “*Distributed Computing Strategy for Structural Health Monitoring*,” *Journal of Structural Control and Health Monitoring*, 13(1), 488-507.
- Gao, Y., Spencer, B.F., Jr., and Bernal, D. (2007). “*Experimental verification of the damage locating vector method*.” *J. of Eng. Mech.*, 133(10):1043–1049.
- Hu, Wang and Li. (2006), “*Cross modal strain energy for estimating damage severity*”. *Journal of Engineering Mechanics*; 132(4):429–437.
- James, G. H., Carne, T. G., and Lauffer, J. P. (1993). “*The natural excitation technique for modal parameter extraction from operating wind turbines*.” *Rep. No. SAND92-1666, UC-261*, Sandia National Laboratories, Sandia, N.M.
- Juang, J.N., and Pappa, R.S. (1985). “*An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction*.” *J. of Guidance Control and Dyn.*, 8:620–627.
- Juang, J.N. (1994). *Applied System Identification*, New Jersey:Prentice Hall PTR.
- Kam, T. Y. and Lee, R. Y. Y. (1992). “*Detection of Cracks in Structures Using Modal Test Data*”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 42, No. 2, pp. 381-387.
- Kashangaki, T. A-L., Smith, S.W., and Lim, T.W., “*Underlying Modal Data Issues for Detecting Damage in Truss Structures*,” *AIAA Paper No. 92-2264-CP, Proceedings of the 33rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, April, 1992.

Pandey, Biswas, and Samman. (1991), “*Damage detection from changes in curvature mode shapes*,” *Journal of Sound and Vibration*, 145(2), 321–332.

Pandey and Biswas,(1994). “*Damage detection in structures using changes in flexibility*”, *Journal of Sound and Vibration*. 169(1). pp.3-17.

Ohtori Y., Christenson R.E. and Spencer B.F. Jr. “*Benchmark Control Problems for Seismically Excited Nonlinear Buildings*”(sstl.cee.illinois.edu/benchmarks/bench3def/nlbench_jpub.pdf).

Rytter A. (1993), “*Vibration based inspection of civil engineering structures*”, Ph.D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark.

Shi, Z.Y., and Law, S.S. (1998). “*Structural Damage Localization from Modal Strain Energy Change*.” *J. of Sound and Vibration*, 218(5):825–844.

Shi, Z.Y., Law, S.S., and Zhang, L.M. (2000). “*Structural Damage Detection from Modal Strain Energy Change*.” *J. of Engrg. Mech.*, 126(12):1216–1223.

Shi, Z.Y., Law, S.S., and Zhang, L.M. (2002). “*Improved Damage Quantification from Elemental Modal Strain Energy Change*.” *J. of Engrg. Mech.*, 128(5):521–529.

Wang (2011), “*Iterative modal strain energy method for damage severity estimation using frequency measurements*”, Wiley Online Library. DOI: 10.1002/stc.495.

West, W. M.(1984),“*Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen*”, Proc. Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity.

Wolff and Richardson, (1989),“*Fault Detection in Structures from Changes in their Modal Parameters*”, Structural Measurement Systems, Inc., San Jose, CA, Page 1