



Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
POSGRADO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS COEFICIENTES DE
DISEÑO DE LOSAS DE CONCRETO

P R E S E N T A:

PABLO GUTIÉRREZ MORGADO

Tutor

DR. GELACIO JUÁREZ LUNA

México, D.F. 2014

Agradecimientos

Agradezco a mis padres y hermanos por apoyarme de forma incondicional, por haberme dado fuerza y valor para terminar mis estudios de maestría, por haberme forjado como la persona que soy; muchos de mis logros se los debo a ustedes.

Agradezco al Dr. Gelacio Juárez Luna por su colaboración como director de esta tesis y por haberme brindado su amistad y confianza.

Al Dr. Oscar Manuel González Cuevas por brindarme su valiosa información, sugerencias y comentarios en la realización de esta tesis.

Al Dr. Norberto Domínguez Ramírez por su amable colaboración en la revisión de este trabajo y sus acertados comentarios.

A la Universidad Autónoma Metropolitana por haberme permitido cursar mis estudios de maestría y porque fue mi casa durante este periodo.

Por último, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado en este proceso, y al área de estructuras de la Universidad Autónoma Metropolitana por ofrecer una educación de calidad que me ha permitido desarrollarme como persona y como profesional.

Índice

1	Introducción	1
1.1	TIPOS DE LOSAS.....	1
1.2	ANTECEDENTES.....	2
1.2.1	Soluciones exactas en placas.....	2
1.2.2	Pruebas experimentales.....	3
1.2.3	Metodologías de diseño	7
1.3	OBJETIVOS.....	11
1.3.1	Objetivo general	11
1.3.2	Objetivos particulares	11
2	Reglamentación en el diseño de losas	12
2.1	INTRODUCCIÓN	12
2.2	NTCC-04	12
2.2.1	Definición de las franjas de un panel según las NTCC-04	16
2.2.2	Espesor mínimo de la losa	16
2.2.3	Acero de refuerzo	17
2.3	ACI318-11	17
2.3.1	Método directo de diseño.....	18
2.3.2	Método del marco equivalente	24
2.3.3	Espesor de la losa	26
2.3.4	Acero de refuerzo	28
2.4	EUROCÓDIGO-2.....	28
2.4.1	Espesor de la losa	29
2.4.2	Acero de refuerzo	30
2.5	COMPARACIÓN DE REGLAMENTOS	31
2.5.1	Peralte mínimo	34
2.5.2	Diseño con las NTCC-04.....	35

2.5.3	Diseño con el IStructE-06	36
2.5.4	Diseño con el ACI	36
3	Modelado numérico de losas	37
3.1	INTRODUCCIÓN	37
3.2	CRITERIO PARA EL TAMAÑO DE MALLA	37
3.3	CALIBRACIÓN CON SOLUCIONES EXACTAS.....	39
3.4	ESTRATEGIA DE MODELADO.....	42
3.4.1	Tipos de continuidad.....	42
3.4.2	Carga y propiedades las losas y apoyos.....	44
3.5	DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA DE LOS MODELOS.....	44
3.5.1	Panel aislado.....	44
3.5.2	Panel de borde con lado corto discontinuo e interior	45
3.5.3	Panel de borde con un lado largo discontinuo y de esquina	49
3.5.4	Paneles de extremo	50
3.6	DESPLAZAMIENTOS	51
4	Coefficientes numéricos.....	54
4.1	INTRODUCCIÓN	54
4.2	DISTRIBUCIÓN DE COEFICIENTES	54
4.3	COMPARACIÓN DE LOS COEFICIENTES PROPUESTOS POR EL ISTRUCTE-06.....	63
4.4	COMPARACIÓN DE LOS COEFICIENTES PROPUESTOS POR LAS NTCC-04	64
5	Análisis Inelástico.....	71
5.1	INTRODUCCIÓN	71
5.2	MODELADO NUMÉRICO EN ANSYS	71
5.3	REPRODUCCIÓN DE PRUEBA EXPERIMENTAL.....	74
5.3.1	Comparación de resultados	77
5.4	ANÁLISIS UNA LOSA AISLADA	80
5.4.1	Resultados	82
	Conclusiones y Recomendaciones.....	85

CONCLUSIONES.....	85
RECOMENDACIONES.....	86
TRABAJOS FUTUROS.....	87
Referencias	88
Apéndice A	92
Apéndice B	101
Apéndice C	130

Lista de figuras

Figura 2.1. Tipos de tableros.	14
Figura 2.2. Definición de las franjas laterales y central.	16
Figura 2.3. Limitaciones del método directo.	18
Figura 2.4. Distribución del momento en vigas: a) sin continuidad y b) con continuidad. .	20
Figura 2.5. Franjas de columna y centrales.	21
Figura 2.6. Secciones para calcular el coeficiente de rigidez torsional C	22
Figura 2.7. Definición de viga interior y de borde (ACI318-11).	23
Figura 2.8. Marco equivalente: a) vista en 3D y b) vista en planta.	25
Figura 2.9. Marcos interiores (ejes D y 3) y de borde (eje 1).	25
Figura 2.10 Edificio considerado para el ejemplo comparativo.	32
Figura 2.11. Planta arquitectónica.	33
Figura 2.12. Paneles considerados en el análisis comparativo.	34
Figura 3.1. Modelo de una losa cuadrada con una malla de 20 elementos por borde.	38
Figura 3.2. Energía de deformación.	39
Figura 3.3. Losa rectangular simplemente apoyada.	40
Figura 3.4. Distribución de momentos (kN m) del modelo I.	40
Figura 3.5. Distribución de momentos (kN m) del modelo II en dirección: a) del claro corto y b) del claro largo.	40
Figura 3.6. Comparación de coeficientes numéricos y exactos del modelo I.	42
Figura 3.7. Distribución de coeficientes del modelo II en dirección: a) del claro corto y b) del claro largo.	42
Figura 3.8. Panel tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i>	43
Figura 3.9. a) Elemento tipo <i>Shell</i> , b) elemento tipo <i>Frame</i> y c) grados de libertad en cada nodo.	43
Figura 3.10. Panel aislado apoyado sobre: a) vigas y b) muros.	44
Figura 3.11. a) Losa de 3x3 y b) losa de 5x5 paneles.	46

Figura 3.12. Comparación de coeficientes en el centro del panel: a) de borde, b) interior y c) de esquina.	47
Figura 3.13. Modelo para tableros interiores y de borde con un lado corto discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.	48
Figura 3.14. Modelo para tableros de esquina y de borde con un lado largo discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y b) sobre muros.	49
Figura 3.15. Paneles de extremo con un lado corto discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.	50
Figura 3.16. Paneles de extremo con un lado largo discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.	51
Figura 3.17. Desplazamiento en el centro del panel.	52
Figura 3.18. Verificación del estado límite de servicio.	53
Figura 4.1. Distribución de momentos (kN m) en dirección del claro corto del panel aislado tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i>	55
Figura 4.2. Distribución de momentos y coeficientes en dirección del claro: a) corto y b) largo del panel aislado tipo <i>I</i> , apoyado sobre vigas.	56
Figura 4.3. Distribución de momentos y coeficientes en dirección del claro: a) corto y b) largo del panel aislado tipo <i>I</i> , apoyado sobre muros.	56
Figura 4.4 Coeficientes en dirección corta de panel aislado tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i>	57
Figura 4.5. Coeficientes en dirección larga de panel aislado tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i>	57
Figura 4.6. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo <i>I</i> , en dirección del claro: a) largo y b) corto.	58
Figura 4.7. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo <i>II</i> ; en dirección del claro: a) largo y b) corto.	58
Figura 4.8. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo <i>I</i> , en dirección del claro: a) largo y b) corto.	59
Figura 4.9. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo <i>II</i> , en dirección del claro: a) largo y b) corto.	59
Figura 4.10. Distribución de: a) momentos y b) coeficientes, en dirección del claro corto del panel interior tipo <i>I</i>	60

Figura 4.11 Distribución de: a) momentos y b) coeficientes, en dirección del claro largo del panel de borde con un claro corto discontinuo tipo <i>I</i>	60
Figura 4.12. Distribución de: a) momentos y b) coeficientes en dirección del claro largo de panel de borde con un lado corto discontinuo apoyado sobre muros, tipo <i>I</i>	61
Figura 4.13 Coeficientes en dirección del claro corto del panel interior tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i> . ..	61
Figura 4.14 Coeficientes en dirección del claro largo del panel interior tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i> . ..	62
Figura 4.15. Deformación del panel interior.	62
Figura 4.16 Coeficientes en la dirección corta del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i>	63
Figura 4.17. Coeficientes en la dirección larga del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo: a) <i>I</i> y b) <i>II</i>	63
Figura 5.1. Elemento LINK8.....	71
Figura 5.2. Elemento SOLID65.....	72
Figura 5.3. a) Modelo constitutivo bilineal y b) Superficie de falla de Von Mises.....	73
Figura 5.4. a) Modelo constitutivo del concreto y b) Superficie de falla.....	74
Figura 5.5. Geometría del modelo experimental.	76
Figura 5.6. a) Espécimen modelado y b) malla de elementos finitos.	77
Figura 5.7. Comparación entre curva experimental y numérica.....	78
Figura 5.8. Evolución del agrietamiento en: a) parte superior, b) parte inferior, con el 20% de carga.	79
Figura 5.9. Evolución del agrietamiento en: a) parte superior, b) parte inferior, con el 100% de carga.	79
Figura 5.10 Distribución de desplazamientos.	80
Figura 5.11. a) Geometría en planta, b) modelo completo y c) modelo reducido.	81
Figura 5.12. Modelo de elementos finitos del panel aislado.	82
Figura 5.13. Distribución de desplazamientos.....	82
Figura 5.14. Evolución del agrietamiento en la superficie: a) superior y b) inferior, con el 50% de la carga.....	83
Figura 5.15. Evolución del agrietamiento en la superficie: a) superior y b) inferior, con el 100% de la carga.....	83

Figura 5.16 Curva carga contra desplazamiento de la losa. 84

Lista de tablas

Tabla 2.1. Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales (NTCC-04).....	15
Tabla 2.2. Distribución de los momentos estáticos totales para un tramo extremo (ACI318-11).....	21
Tabla 2.3. Porcentaje de momento negativo interior en las franjas de columna (ACI318-11).....	21
Tabla 2.4. Porcentaje de momento negativo exterior en las franjas de columna (ACI318-11).....	22
Tabla 2.5. Distribución del momento estático total en el claro.....	23
Tabla 2.6. Espesores mínimos de losas sin vigas interiores (ACI318-11).....	27
Tabla 2.7. Coeficientes de diseño para losas perimetralmente apoyadas (IStructE-06).....	29
Tabla 2.8. Peralte total mínimo permitido por el IStructE-06.....	29
Tabla 2.9. Peralte mínimo.....	34
Tabla 2.10. Comparación de los resultados de C.1 y C.3 ($CV=250\text{kgf/m}^2$).....	35
Tabla 2.11. Comparación de los resultados de C.2 y C.4 ($CV=450\text{kgf/m}^2$).....	36
Tabla 3.1. Comparación de los coeficientes numéricos (α) y exactos (α_{exa}).....	41
Tabla 4.1. Coeficientes máximos.....	66
Tabla 4.2. Relación entre los coeficientes numéricos máximos y los propuestos por las NTCC-04.....	67
Tabla 4.3. Coeficientes propuestos.....	70

Resumen

Se presenta un estudio comparativo del diseño de una losa entre las NTCC-04, el ACI318-11 y el IStructE-06, en el que se compararon los espesores de la losa y las cantidades de acero resultantes, con estos parámetros se determinó que de los tres reglamentos el más conservador es el IStructE-06.

Se calcularon los coeficientes de momento de losas perimetralmente apoyadas, utilizando software comercial de elementos finitos para modelar losas con diferentes relaciones de lados y diferentes condiciones de apoyo. La distribución de coeficientes se calculó en la franja central de las losas y fue validada con soluciones exactas reportadas por Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959).

Los coeficientes numéricos calculados fueron comparados con los propuestos por el IStructE-06 y por las NTCC-04, encontrándose diferencias importantes entre los coeficientes propuestos y los numéricos. Se encontraron varios casos en que los coeficientes obtenidos con elementos finitos son mayores a los recomendados por las NTCC-04.

Se encontraron distribuciones de momentos que no se esperaban, en las que el momento máximo positivo no se encuentra en el centro del panel como siempre se supone, debido a los efectos que tienen los apoyos en la distribución de los momentos y la continuidad en los paneles.

Se reprodujo numéricamente una prueba experimental reportada en la literatura y se determinó la magnitud de la carga distribuida y del desplazamiento cuando inicia el agrietamiento en el concreto en una losa aislada colada monolíticamente con vigas de apoyo.

Organización de la tesis

La organización de esta tesis se presenta en cinco capítulos:

- En el *Capítulo 1* se presenta una breve historia sobre la evolución y los métodos de análisis y diseño, además, se justifica el desarrollo de este trabajo.
- En el *Capítulo 2* se presentan las disposiciones de diseño de las NTCC-04, el ACI318-11 y el IStructE-06 para losas perimetralmente apoyadas y se diseña una losa para comparar los espesores y las cantidades de acero requerido.
- En el *Capítulo 3* se define el tamaño de la malla para el modelado numérico con base en la energía de deformación y se calibra el método numérico con soluciones exactas reportadas en la literatura. Además, se presenta el desarrollo del modelado numérico para obtener la distribución de momentos en los distintos paneles. También, se compara el desplazamiento máximo en el centro de cada panel con el máximo permitido por las NTCC-04.
- En el *Capítulo 4* se presenta el procedimiento para determinar los coeficientes numéricos y la comparación entre estos y los propuestos por las NTCC-04 y el IStructE-06. Se señalan las diferencias encontradas.
- En el *Capítulo 5* se muestra la reproducción de una prueba experimental reportada en la literatura para comparar la carga y el desplazamiento en que inicia el agrietamiento y su propagación en un panel interior. También se presenta un análisis inelástico de un panel aislado apoyado sobre vigas perimetrales.
- Finalmente, se presentan las conclusiones y se hacen algunas recomendaciones derivadas de esta tesis.

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Tipos de losas

Las losas son elementos ampliamente utilizados en la construcción de sistemas estructurales convencionales que cumplen diversas funciones arquitectónicas y estructurales, entre las cuales se puede citar: crear un espacio protegido de la intemperie y separar espacios verticales formando los diferentes pisos de un edificio; para que estas funciones se cumplan adecuadamente, deben garantizar el aislamiento del ruido, de calor y principalmente, garantizar un buen comportamiento ante los estados límite de servicio y de falla.

La geometría de las losas se considera como laminar, puesto que las dimensiones en planta son mucho más grandes en comparación con la de su espesor. Las losas generalmente tienen una configuración rectangular y consisten en arreglos de segmentos llamados paneles o tableros que para su diseño generalmente se dividen en dos franjas laterales y una central, franjas o líneas de columnas o simplemente en zonas de momento positivo y negativo.

El avance de las civilizaciones modernas requirió de estructuras cada vez más altas y nuevas formas de construcción que hacían que las antiguas técnicas resultaran obsoletas. Lo anterior hizo que los sistemas de piso evolucionaran hasta ser una parte fundamental en la construcción, surgiendo así necesidades de análisis y diseño rigurosos.

Las losas de concreto reforzado se dividen en placas planas, losas planas, losas apoyadas sobre vigas perimetrales y losas en una dirección. Las placas planas son aquellas que tienen espesor uniforme y se apoyan directamente sobre columnas. Las losas planas se caracterizan por tener un espesor mayor en la región de las columnas o por la presencia de capiteles en las columnas. Las losas en una dirección se apoyan sobre vigas o muros paralelos, quedando libres dos de sus bordes, en tanto que las losas apoyadas perimetralmente, se caracterizan por estar apoyadas sobre vigas o muros en todo su perímetro.

Las condiciones de apoyo modifican la distribución de los momentos en una losa debido a la rigidez a flexión y a la rigidez a torsión de los elementos de apoyo y del trabajo que realizan en conjunto con la losa, lo que modifica la magnitud del momento en las franjas de momento positivo y negativo.

Las losas apoyadas perimetralmente trabajan en conjunto con los muros o con las vigas de apoyo. Los bordes de cada tablero tienen ciertas condiciones de continuidad, dependiendo del tipo de apoyo, de la posición del tablero en la losa y del tipo de colado. El momento flexionante de mayor magnitud se presenta en la franja central corta del panel.

1.2 Antecedentes

El primer registro de una losa plana que se tiene, data del año de 1906, construida en Minneapolis, Minnesota y desde entonces fue usada ampliamente en las estructuras, pero no existía un método de análisis disponible por lo que tampoco existía una forma adecuada de proporcionar el refuerzo, lo cual quedó reflejado en la cantidad y en la distribución del acero (Park y Gamble 2000).

Por la importancia que tienen estos elementos estructurales, se han realizado diversas investigaciones analíticas y experimentales en estructuras especialmente construidas para este propósito, con la finalidad de comprender su comportamiento y estimar su resistencia para proponer métodos de diseño que permitan tener estructuras que garanticen la seguridad de los ocupantes.

1.2.1 Soluciones exactas en placas

Con la finalidad de estudiar las vibraciones en placas, Lagrange (1813) obtuvo una ecuación que describe la flexión y vibración de éstas, incluyendo su distribución de esfuerzos en el peralte y la resistencia al colapso. Posteriormente, Navier (1823) presentó una solución de la ecuación de Lagrange para el caso de una placa rectangular simplemente apoyada en sus bordes. Con esta solución se obtiene la deflexión, la curvatura y los esfuerzos en cualquier punto de la placa bajo cargas uniformes y no uniformes. Poisson (1829) derivó un conjunto de condiciones generales de frontera (condiciones de equilibrio y de deformación en los bordes de las placas) y obtuvo soluciones para placas circulares.

Kirchhoff (1850) derivó la ecuación de Lagrange y sus correspondientes condiciones en la frontera mediante el principio de energía. Posteriormente, Kelvin y Tait (1867) mostraron que existe una aparente discrepancia entre la teoría de Kirchhoff y la de Poisson, pero concluyen que estas dos se pueden aplicar con ciertas limitaciones que son análogas a las existentes en la teoría de vigas. Por ejemplo, que la teoría elástica de placas deja de ser válida cuando el claro es pequeño comparado con el espesor de la placa.

En cuanto a la teoría sobre placas gruesas, Reissner y Mindlin (1951) proponen un conjunto de hipótesis cinemáticas para la deformación de una placa bajo flexión que permite

relacionar los desplazamientos con las deformaciones. Una vez obtenidas las deformaciones, las ecuaciones de la elasticidad permiten encontrar los esfuerzos y la ecuación que relaciona desplazamientos con las fuerzas externas.

1.2.2 Pruebas experimentales

La prueba de capacidad de carga a una losa de una estructura nueva fue la más común, la cual tenía la finalidad de garantizar un buen funcionamiento hasta cierto nivel de carga, mientras que, en algunos casos, una estructura o parte de ella, se cargaba estrictamente con fines de investigación. Las pruebas de capacidad carga se usaron ampliamente en la primera parte del siglo XX para la construcción de losas, ya que no existía un método de diseño. Se realizaron intentos para encontrar los momentos causados en las cargas de prueba, pero los resultados no fueron satisfactorios debido a que en la mayoría de los casos sólo pocos paneles fueron cargados, las deformaciones por tensión medidas en el refuerzo estaban limitadas y las fuerzas de contracción en el concreto no se consideraban debidamente en la conversión de las deformaciones medidas a momentos; además, se consideraron suposiciones erróneas sobre la relación entre el momento y la deformación. En esos ensayos se atribuía resistencia a las estructuras que en realidad no tenían y, generalmente, sólo indicaba que las estructuras ya construidas eran seguras hasta cierta carga (Gamble *et al.* 1961).

Pruebas de carga para la investigación eran mucho menos frecuentes que se realizaran; sin embargo, en varios casos se tuvo la oportunidad de supervisar pruebas de capacidad de carga, permitiendo hacer mediciones que podrían ser útiles. En tales casos, se midieron los desplazamientos, tanto en el concreto como el refuerzo y ocasionalmente se midieron las rotaciones de las columnas. Naturalmente, la carga no podía incrementarse hasta que se produjera la falla de la losa, pero el comportamiento bajo cargas de trabajo y sobrecargas moderadas se registró cuidadosamente. Más pruebas de carga pudieron realizarse ocasionalmente en las estructuras que se iban a demoler, ya que en esos casos, la carga podía incrementarse hasta que la falla de la losa parecía inminente (Gamble *et al.* 1962).

Casillas *et al.* (1957) realizaron un estudio sobre vigas y losas de concreto reforzadas con placas de acero, con el objetivo de obtener información que proporcionara las bases para el diseño de losas planas de concreto reforzadas con una placa continua de acero y los conectores de cortante. Se realizó un estudio experimental de las características de carga de dos posibles tipos de conexión a cortante y se determinó por medio de pruebas la resistencia y el comportamiento de las vigas; además, se hicieron estudios analíticos de las fuerzas cortantes horizontales que tiene que resistir la losa bajo carga uniforme y,

finalmente, presentaron recomendaciones para el diseño de las conexiones de cortante con bases en los resultados obtenidos.

A comienzos de los años sesentas, se realizó una investigación experimental en la universidad de Urbana, Illinois, con el objetivo de desarrollar un método general de diseño de losas planas y apoyas perimetralmente, ya que cada tipo de losas requería de un método de diseño. Los especímenes probados en esta investigación fueron modelos a escala de losas planas y losas perimetralmente apoyadas, que fueron diseñadas con las disposiciones hasta entonces reportadas por el ACI, acrónimo de su nombre en el idioma inglés American Concrete Institute. Cada estructura constaba de nueve paneles en un arreglo de tres por tres y cada panel tenía 1.5m por lado. Las estructuras probadas fueron: placa plana, losa plana, losa perimetralmente apoyada sobre vigas rígidas, losa perimetralmente apoyada sobre vigas flexibles y losa plana reforzada con malla de alambre electrosaldado.

Hatcher *et al.* (1960) estudiaron el comportamiento de la losa plana, la cual estaba apoyada sobre columnas con capiteles. Se determinó la distribución de momentos en el panel interior, de esquina y de borde y se compararon con los de diseño del ACI318-56. La mayor diferencia en la distribución de momento en los paneles fue en la sección interior de momento negativo, en la franja central. En todos los paneles, el momento promedio medido en esa sección fue mucho mayor que el momento de diseño promedio, en algunos casos fue del doble. También se encontró una gran diferencia entre los momentos medidos y los momentos de diseño en los bordes discontinuos. Los momentos perpendiculares a las vigas fueron mucho menores que los momentos de diseño.

Gamble *et al.* (1961) reportaron el comportamiento y resistencia de la losa apoyada perimetralmente, que fue diseñada con el método I del ACI318-56. En la prueba se midieron las deformaciones, la carga aplicada, las reacciones en los apoyos, los desplazamientos y las rotaciones, por lo que el comportamiento de la losa se presentó en términos de desplazamientos, deformaciones en el refuerzo y agrietamiento. Se reportó el comportamiento de la losa bajo diferentes niveles de carga y la distribución del momento calculado a partir de las deformaciones tomadas durante la prueba, el cual se comparó con los momentos obtenidos por el ACI método I y II, el método de la Teoría Elástica Modificada y el propuesto de diseño de Newmark y Siess (1950). También, la resistencia de la estructura se comparó con la obtenida en un análisis de líneas de fluencia. De los métodos comparados, se concluyó que en general, los dos métodos del ACI y el método de la teoría elástica modificada proporcionan suficiente refuerzo para momentos mayores a los que fueron medidos. Las diferencias más notables entre momentos de los diferentes

métodos y los determinados experimentalmente se encontraron en las regiones de momento negativo de los paneles de borde. Los claros paralelos a los bordes de la losa fueron sobrediseñados y los claros perpendiculares fueron diseñados con una resistencia baja por el método I del ACI y el método de la teoría elástica modificada. El método de Newmark y Siess proporcionó momentos parecidos a los momentos obtenidos experimentalmente en la losa, y sólo fueron considerablemente mayores en las regiones de momento negativo exterior.

Vanderbilt *et al.* (1961) estudiaron la losa apoyada sobre vigas perimetrales de peralte poco profundo, es decir, las vigas fueron consideradas como flexibles y ya que no existía un método de diseño para losas con este tipo de apoyos, se diseñaron considerando que este tipo de losas se encuentra en un punto intermedio entre losas planas y losas apoyadas sobre vigas infinitamente rígidas. Los momentos y el comportamiento de la estructura fueron determinados con las deformaciones y reacciones medidas en la prueba. En el estudio se encontró que los momentos fueron, en general comparables a los momentos de diseño. Los momentos medidos en las secciones del marco interior fueron menores a los esperados debido a la baja rigidez torsional de las vigas. Los momentos en los paneles interiores y de extremo fueron ligeramente menores con respecto al momento estático, esta diferencia se atribuyó principalmente a los valores tomados de las deformaciones residuales.

Gamble *et al.* (1962) compararon y reportaron los momentos medidos en pruebas experimentales y los calculados teóricamente con soluciones de ecuaciones diferenciales, métodos de distribución momento, modelos elásticos y soluciones exactas, que generalmente incluyen soluciones de series infinitas o el uso de expresiones polinomiales. Las variables que se incluyeron en este estudio fueron: el efecto de la rigidez a flexión y a torsión de las vigas, forma del panel, patrones de aplicación de la carga, la rigidez a flexión de las columnas y la posición del panel con respecto a los bordes de la estructura. Los momentos experimentales se obtuvieron a partir de la relación entre espesor de la losa y de las deformaciones medidas en el refuerzo y el concreto.

Sólo los momentos de los claros interiores pudieron compararse directamente ya que se encontraron diferencias importantes entre los momentos de los claros de extremo de los especímenes de prueba y los momentos obtenidos analíticamente. Las similitudes entre los momentos teóricos y medidos se reportaron como congruentes en dos diferente niveles. Primero, porque se encontró una buena tendencia de los momentos a medida que cambia la rigidez de las vigas y el segundo, porque se encontró una buena aproximación entre los valores numéricos de los momentos. La obtención de aproximaciones aceptables entre los

momentos teóricos y experimentales es importante, ya que se confirma que los valores teóricos son capaces de proporcionar resultados realistas. También estudiaron la resistencia a flexión de los cinco tipos de losas con el método de líneas de fluencia, la resistencia a corte por penetración y, finalmente, se desarrolló un método de diseño a partir de los resultados obtenidos, basándose en la distribución de los momentos.

Vanderbilt *et al.* (1963) estudiaron los desplazamientos en los cinco especímenes probados en la Universidad de Illinois. Compararon los desplazamientos medidos en las pruebas con las obtenidas con el método de análisis de marco equivalente, concluyendo que el código ACI que se usó para el diseño sólo consideraba de manera implícita los desplazamientos y sólo algunos factores que lo afectan. Por lo tanto, con las limitaciones del código en el espesor y la longitud de los claros no se podían evitar desplazamientos excesivos en todos los casos; sin embargo, con el método de análisis de marco equivalente se consideraron los diferentes factores que afectan los desplazamientos en una estructura idealizada y la estructura de concreto real. Con los datos disponibles se observó que las cargas que provocan los momentos máximos en los paneles, pocas veces causan los desplazamientos máximos, y cuando estos desplazamientos se producen, no hay diferencias importantes en los desplazamientos en los paneles cargados, por lo tanto, el efecto principal de los patrones de carga parece ser que causan agrietamiento, que a su vez incrementa los desplazamientos. Se concluyó que una de las principales razones que impiden conocer los desplazamientos en una losa de concreto reforzado, entre otras, es definir la magnitud de la carga viva que actúa como permanente y el incremento de los desplazamientos por efectos que dependen del tiempo.

Girolami *et al.* (1970) realizaron una serie de pruebas experimentales para estudiar la resistencia a flexión de losas de concreto con fuerzas aplicadas fuera de su plano y en su plano, ya que en pruebas experimentales se observó que las losas que fallan a flexión poseen una capacidad mayor a la que se esperaba. Se estudiaron seis especímenes de prueba, que fueron instrumentados en el acero de refuerzo y en el concreto para medir las deformaciones que sufrían bajo una carga uniforme. Los especímenes fueron diseñados con las especificaciones del ACI318-63. Consideraron que la sobre resistencia de las losas se debe a que, además del endurecimiento por deformación del refuerzo, se producen cambios en la geometría de la losa y fuerzas generadas en su plano por los cambios en la geometría. Para estimar la resistencia a flexión de las losas, fue necesario calcular los efectos de las fuerzas en el plano, especialmente para cargas de corta duración en paneles limitados por elementos capaces de proporcionar reacciones laterales, que haciendo caso omiso de los efectos de las fuerzas en el plano, usualmente resulta en una subestimación de la capacidad

de la losa. Como resultado del estudio, se desarrolló un análisis iterativo para calcular la capacidad de carga a flexión de losas de concreto armado sometidas a fuerzas de compresión en su plano.

Para determinar los coeficientes de momentos en losas rectangulares, como los que se tienen tabulados en los reglamentos actuales de diseño, se han realizado calibraciones con pruebas de laboratorio como las reportadas por Bach y Graf (1915), Mayes *et al.* (1959), Hatcher *et al.* (1960), Hatcher *et al.* (1961), Vanderbilt *et al.* (1961), Gamble *et al.* (1961), Jirsa *et al.* (1962), Girolami *et al.* (1970), Foster *et al.* (2004), Casadei *et al.* (2005) y Galati *et al.* (2008) entre otros.

1.2.3 Metodologías de diseño

Las losas perimetralmente apoyadas, a diferencia de las losas planas, fueron el resultado de análisis y no de la experiencia. Los procedimientos de diseño estaban basados en análisis elásticos de placas apoyadas sobre vigas infinitamente rígidas a flexión.

Sobre el análisis de losas rectangulares, Westergaard y Slater (1921) propusieron una metodología con base en la teoría de la elasticidad, particularmente de losas apoyadas en dos direcciones y losas planas apoyadas en capiteles circulares mediante una redistribución de esfuerzos dependientes de la redistribución de rigideces, estos autores consideraron dos variables elementales: las condiciones de apoyo y el tipo de carga; algunos de estos resultados se compararon con pruebas experimentales reportadas en la literatura. Tiempo después, Westergaard (1926) publicó un método de diseño basado en coeficientes de momento para distintos tipos de paneles, presentando casos diferentes de continuidad en una estructura, considerando que las vigas no se flexionan y no aportan rigidez a torsión.

Marcus (1929) desarrolló un procedimiento aproximado, mediante el cual los momentos máximos elásticos en una placa apoyada sobre vigas rígidas se determinan con base en el análisis de una franja de losa y utilizando factores de reducción para corregir los momentos calculados. Además, proporcionó cuatro tablas de coeficientes de momentos, los cuales proporcionan valores para la distribución del panel de carga en dos direcciones, la evaluación de momentos negativos en bordes continuos y positivos para la mitad del centro del claro. Di Stasio y Van Buren (1936) realizaron una propuesta para el comité del ACI (Método I), la cual se basa en el uso de factores de distribución de carga para la obtención de los momentos en la losa.

En 1940, el ACI realizó modificaciones a la propuesta de Westergaard y Slater (1921), extendiendo el método de análisis para cubrir todas las posibles combinaciones de paneles en un sistema de piso. Esto llevó a una tabla de coeficientes para momento positivo en el centro del claro y momento negativo en los bordes, ya sean continuos o discontinuos, considerando las condiciones de forma y de apoyo del panel. Posteriormente, en 1947, el comité del ACI realizó modificaciones a los coeficientes propuestos por Westergaard (1926). Para la primera modificación se analizó cada panel por separado, considerando sólo sus condiciones de continuidad en los bordes, la condición de losa monolítica con las vigas de apoyo o muros y cierta rigidez torsional para las condiciones de apoyo; la segunda modificación consistió simplemente en limitar de manera práctica la relación de lados de las losas.

Newmark y Siess (1950) desarrollaron un método aproximado para el cálculo de los momentos en placas continuas bajo una carga uniformemente distribuida, el cual aplicaron para el estudio de momentos en losas apoyadas perimetralmente. El método consistió en un procedimiento analítico de distribución de momentos, análogo al método de Hardy Cross para vigas continuas y marcos, con el que calcularon los momentos en los bordes y en el interior de una placa rectangular uniformemente cargada, la cual que puede ser continua en cualquier dirección con otras placas rectangulares, que no necesariamente deben ser del mismo tamaño y que se apoyan en sus cuatro lados por vigas coladas monolíticamente con la losa. Las vigas se consideraron como infinitamente rígidas a flexión y en las losas se consideraron las siguientes variables: efectos de bordes discontinuos, distintas relaciones de rigidez torsional de las vigas, diferentes patrones de carga, distintas relaciones de lados de los bordes de los paneles y diferentes combinaciones de paneles con distintas relaciones de bordes.

Con los resultados de Newmark y Siess (1950) se obtuvieron dos conjuntos de coeficientes de momentos, el primero es para el caso en que las vigas están coladas monolíticamente con la losa y el segundo es para el caso en que las vigas no están coladas monolíticamente con la losa. Los coeficientes de momentos propuestos son para los paneles: interior, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo y de esquina. Con base en estos coeficientes, los autores propusieron un procedimiento de diseño de losas apoyadas perimetralmente.

Casillas y Siess (1961) desarrollaron un estudio comparativo de los procedimientos de diseño de losas de concreto reforzado apoyadas perimetralmente. Los métodos comparados fueron los que presentaba el ACI que se conocían como el método I y el método II, además,

se consideraron otros métodos que habían sido propuestos, que son: el Método Modificado de la teoría elástica (Rogers, P., "Método 2", Comunicación personal con el comité del ACI 318, Subcomité 6, reproducido en el apéndice, Casillas y Siess (1961)) y el procedimiento de diseño presentado por Newmark y Siess (1950). También se consideraron los procedimientos de diseño recomendados por Westergaard y Marcus (1950).

Las comparaciones realizadas por Casillas y Siess (1961) fueron de tres tipos: 1) comparaciones numéricas de valores de momentos obtenidos mediante la aplicación de varios métodos a losas con diferentes condiciones, 2) comparación de la carga de fluencia y el tipo falla, para las losas diseñadas con diferentes métodos y 3) comparación de las suposiciones fundamentales en que se basaba cada uno de los métodos. Se notó que los métodos de diseño del ACI y de Newmark Siess (1950) no tomaban en cuenta características de las losas perimetralmente apoyadas, y con respecto a los métodos de análisis se observó que proporcionan valores subestimados de momentos en la dirección longitudinal del panel y, por lo tanto, también en las vigas del claro corto.

Los estudios experimentales y analíticos que se realizaron durante la década de los sesenta llevaron a la conclusión de que las losas planas y losas apoyadas perimetralmente se comportan de manera similar y pueden diseñarse sobre las mismas bases. Este enfoque permite considerar el trabajo en conjunto de las losas, de las vigas en que se apoyan y de las columnas. Las vigas pueden tener una rigidez a flexión cualquiera, y entonces las losas apoyadas perimetralmente son un caso particular en que las vigas tienen rigidez a flexión infinita en comparación con la rigidez de la losa, mientras que las losas planas son el caso particular del otro extremo, ya que se puede considerar que están apoyadas sobre vigas de rigidez a flexión nula. El ACI incorporó este enfoque por primera vez en un reglamento de construcciones en su edición del año de 1971 con el nombre de "Sistemas de losas en dos direcciones", éstos son el llamado método directo y el método del marco equivalente (González y Robles 2005).

Flores-Eslava (2012) realizó un estudio comparativo de metodologías de diseño de losas rectangulares de concreto reforzado, en el que se consideró el ACI318-08, el Eurocodigo-2 (EC-2) y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto del 2004 (NTCC-04). También se determinaron coeficientes numéricos a partir de la distribución de momentos en paneles rectangulares, los cuales se compararon con los propuestos por las NTCC-04. Se concluyó que el EC-2 es el reglamento más conservador, y que los coeficientes de momento que presentan la NTCC-04 son menores a los calculados numéricamente, se observó que los efectos de la rigidez y altura de las columnas no son

significativos en la distribución de los momentos; sin embargo, el incremento del peralte en las vigas de apoyo afecta de manera importante a los momentos.

Caballero (2011) utilizó la mecánica computacional para determinar coeficientes de diseño y trayectorias de agrietamiento de losas aisladas de concreto reforzado con geometría circular, elíptica y triangular, en condiciones de apoyo simple y empotrado. Con base en los resultados obtenidos, se concluyó que los análisis numéricos son de utilidad para el estudio de losas con geometría irregular, pues proporciona la distribución de momentos, lo que permite establecer la ubicación del acero del refuerzo; además, permite conocer la evolución del agrietamiento de las losas al colapso y la carga en la que inicia el agrietamiento. Se establecieron longitudes de acero negativo y positivo para el diseño y construcción de este tipo de losas. Se presentaron tablas de coeficientes de momentos que se pueden emplear para el diseño de losas con este tipo de geometrías. En general, el agrietamiento en las losas simplemente apoyadas inicia en el centro del claro en la cara inferior, propagándose hacia los bordes; mientras que en las losas empotradas el agrietamiento inicia en sus bordes en la cara superior, posteriormente en el centro del claro en la parte inferior, propagándose al incrementar la carga.

Actualmente, para determinar los momentos de diseño en losas rectangulares, las NTCC-04 proporciona una tabla de coeficientes tomada del ACI 318-63, que a su vez esta derivada del trabajo de Newmark y Siess (1950), el EC-2, aunque sólo recomienda utilizar algún método apropiado, el IStructE (2006) también proporciona como opción el uso de una tabla de coeficientes para determinar los momentos y el ACI318-11 propone dos métodos que son: el método del marco equivalente y el método directo, el cual es una simplificación del primero. Desde el punto de vista de la práctica profesional, es importante mencionar que comúnmente la revisión estructural de losas en México se realiza con base en las recomendaciones proporcionadas por las NTCC-04.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

El objetivo de esta tesis es revisar y actualizar los coeficientes de diseño para losas de concreto de las NTCC-04, empleando la mecánica computacional.

1.3.2 Objetivos particulares

Los objetivos particulares de esta tesis son:

1. Tener un catálogo de coeficientes de diseño actualizados para losas rectangulares de concreto reforzado en diferentes condiciones de apoyo y de continuidad.
2. Determinar la carga y desplazamiento en que inicia el agrietamiento, así como su propagación en un panel aislado, utilizando la mecánica computacional.
3. Que el estudio de estas losas sea consistente, reduciendo y/o eliminando las incertidumbres observadas, que garanticen condiciones servicio y de seguridad estructural.

CAPÍTULO 2

Reglamentación en el diseño de losas

2.1 Introducción

En este capítulo se presentan las disposiciones actuales de diseño en las NTCC-04, el ACI318-11 y el EC-2, para losas perimetralmente apoyadas. Posteriormente se hace el diseño de una losa con la finalidad de comparar los espesores y la cantidad de acero en los paneles de esquina, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo e interior.

2.2 NTCC-04

Las NTCC-04 presentan un método de diseño de losas apoyadas perimetralmente y losas planas; sin embargo, las losas a estudiar en esta tesis son únicamente las losas apoyadas perimetralmente, cuyas disposiciones de diseño se encuentran en el capítulo 6 de dichas normas, las cuales proponen el uso de coeficientes para determinar los momentos de diseño, por lo que estas disposiciones incluyen una tabla de coeficientes de diseño que consideran la ubicación del tablero en la losa y dos casos de continuidad: el caso I es para losas coladas monolíticamente con sus apoyos y el caso II es para losas no coladas monolíticamente con sus apoyos. Se considera la dirección en la que actúa el momento, el cual se calcula con la ec. (1).

$$M = w a_l^2 \alpha \quad (1)$$

dónde M es el momento por unidad de ancho en la franja central de la losa, w es la carga distribuida uniformemente sobre la losa, a_l es el menor de los lados de la losa y α es el coeficiente de momento, que se obtiene de la Tabla 2.1, el cual debe multiplicarse por 10^{-4} . El momento en las franjas laterales, es el 60% del momento en la franja central. Cuando los momentos obtenidos en el borde común de dos tableros adyacentes sean distintos, se distribuirán dos tercios del momento de desequilibrio entre los dos tableros si éstos son monolíticos con sus apoyos, o la totalidad de dicho momento si no lo son. Para la distribución de momentos se supondrá que la rigidez del tablero es proporcional a d^3/a_l , donde d es el peralte efectivo de la losa.

La selección de coeficientes también depende de la relación m de lado corto (a_1) sobre lado largo (a_2). Los valores de coeficientes están dados en la Tabla 2.1 para relaciones de 0, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0, para relaciones de m que no están consideradas en la Tabla 2.1 se puede interpolar linealmente.

Para utilizar los coeficientes de la Tabla 2.1 se deben satisfacer las limitaciones siguientes:

- Los tableros son aproximadamente rectangulares.
- La distribución de las cargas es aproximadamente uniforme en cada tablero.
- La relación entre carga viva y carga muerta no es mayor de 2.5 para losas monolíticas con sus apoyos, ni mayor de 1.5 en otros casos.
- Los momentos flexionantes negativos en un apoyo común no difieran en más de un 50 por ciento del menor de ellos.

Las NTCC-04 distinguen siete diferentes tipos de paneles en la losa, para los cuales se proponen distintos coeficientes, que permiten determinar el momento positivo y negativo considerando la condición de continuidad de cada panel. Los siete tipos de paneles están definidos en la Figura 2.1.

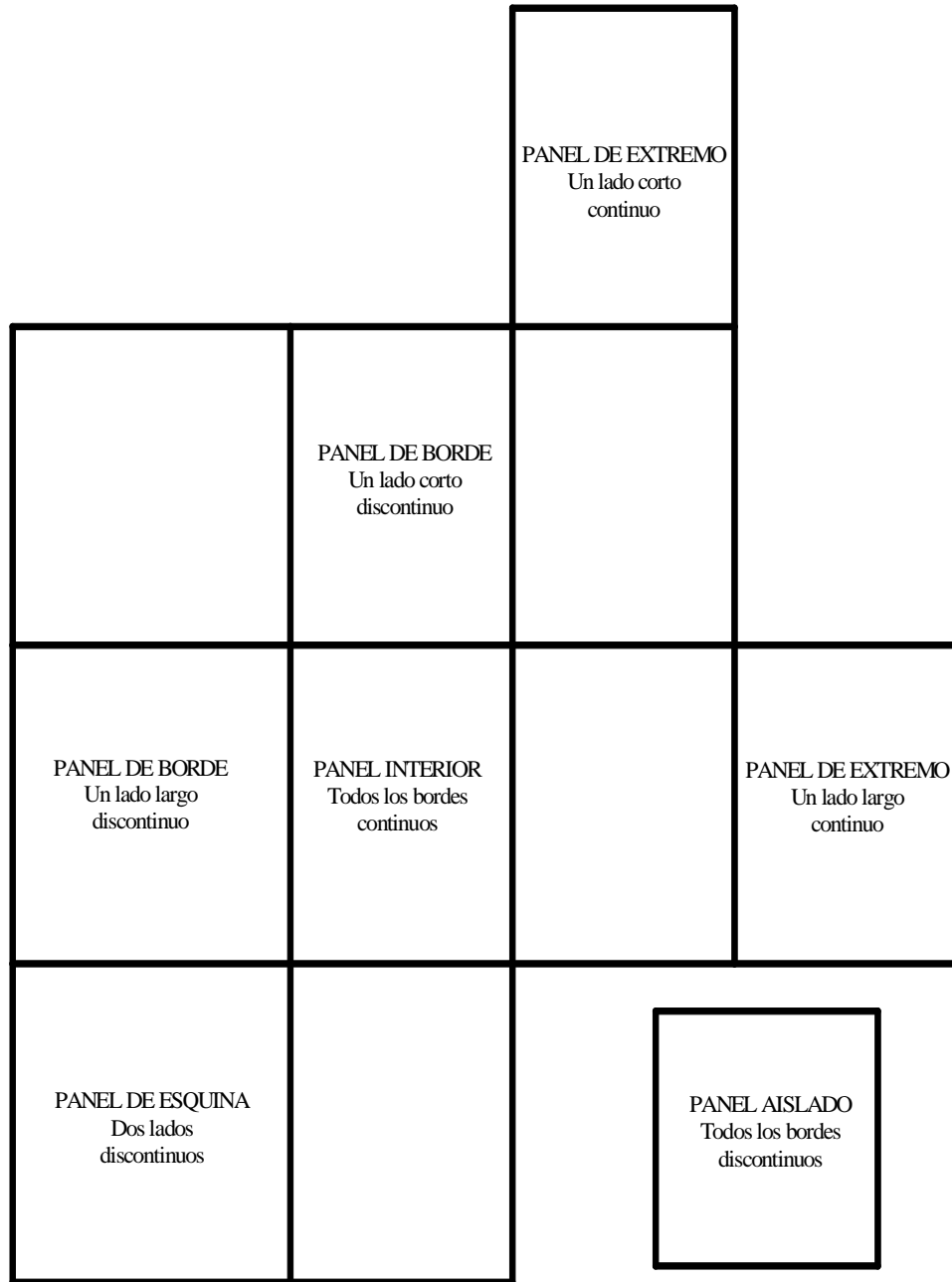


Figura 2.1. Tipos de tableros.

Tabla 2.1. Coeficientes de momentos flexionantes para tableros rectangulares, franjas centrales (NTCC-04).

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m = a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior Todos los bordes continuos	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	553	565	489	498	432	438	381	387	333	338	288	292
		largo	516	544	409	431	391	412	371	388	347	361	320	330	288	292
	Positivo	corto	630	668	312	322	268	276	228	236	192	199	158	164	126	130
		largo	175	181	139	144	134	139	130	135	128	133	127	131	126	130
De borde Un lado corto discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	998	1018	568	594	506	533	451	478	403	431	357	388	315	346
		largo	516	544	409	431	391	412	372	392	350	369	326	341	297	311
	Neg. en bordes dis.	largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
		corto	630	668	329	356	292	306	240	261	202	219	167	181	133	144
	Positivo	largo	179	187	142	149	137	143	133	140	131	137	129	136	129	135
		corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
De borde Un lado largo discontinuo	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	583	624	514	548	453	481	397	420	346	364	297	311
		largo	587	687	465	545	442	513	411	470	379	426	347	384	315	346
	Neg. en bordes dis.	corto	651	0	362	0	321	0	283	0	250	0	219	0	190	0
		largo	185	200	147	158	142	153	138	149	135	146	134	145	133	144
	Positivo	corto	751	912	334	366	285	312	241	263	202	218	164	175	129	135
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153
De esquina Dos lados adyacentes discontinuos	Neg. en bordes interiores	corto	1060	1143	598	653	530	582	471	520	419	464	371	412	324	364
		largo	600	713	475	564	455	541	429	506	394	457	360	410	324	364
	Neg. en borde discontinuos	corto	651	0	362	0	321	0	277	0	250	0	219	0	190	0
		largo	326	0	258	0	248	0	236	0	222	0	206	0	190	0
	Positivo	corto	751	912	358	416	306	354	259	298	216	247	176	199	137	153
		largo	191	212	152	168	146	163	142	158	140	156	138	154	137	153
Extremo Tres bordes discontinuos un lado largo continuo	Neg. en borde cont.	corto	1060	1143	970	1070	890	1010	810	940	730	870	650	790	570	710
		largo	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710
	Neg. en bordes disc.	corto	651	0	370	0	340	0	310	0	280	0	250	0	220	0
		largo	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
	Positivo	corto	751	912	730	800	670	760	610	710	550	650	490	600	430	540
		largo	185	200	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520	430	520
Extremo Tres bordes discontinuos un lado corto continuo	Neg. en borde cont.	largo	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710	570	710
		corto	570	0	480	0	420	0	370	0	310	0	270	0	220	0
	Neg. en borde disc.	largo	330	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0	220	0
		corto	1100	1670	960	1060	840	950	730	850	620	740	540	660	430	520
	Positivo	largo	200	250	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540	430	540
		corto	570	0	550	0	530	0	470	0	430	0	380	0	330	0
Aislado Cuatro lados discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	largo	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0	330	0
		corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830
	Positivo	largo	200	250	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830	500	830
		corto	1100	1670	830	1380	800	1330	720	1190	640	1070	570	950	500	830

2.2.1 Definición de las franjas de un panel según las NTCC-04

Las NTCC-04 establecen que los paneles con relaciones m mayores a 0.5, tendrán una franja central con un ancho igual a la mitad del claro perpendicular a ellas y cada franja extrema tiene un ancho igual a la cuarta parte del mismo como se muestra en la Figura 2.2. Para relaciones menores de 0.5, la franja central perpendicular al lado largo tendrá un ancho igual a $a_2 - a_1$ y cada franja extrema medirá $a_1/2$.

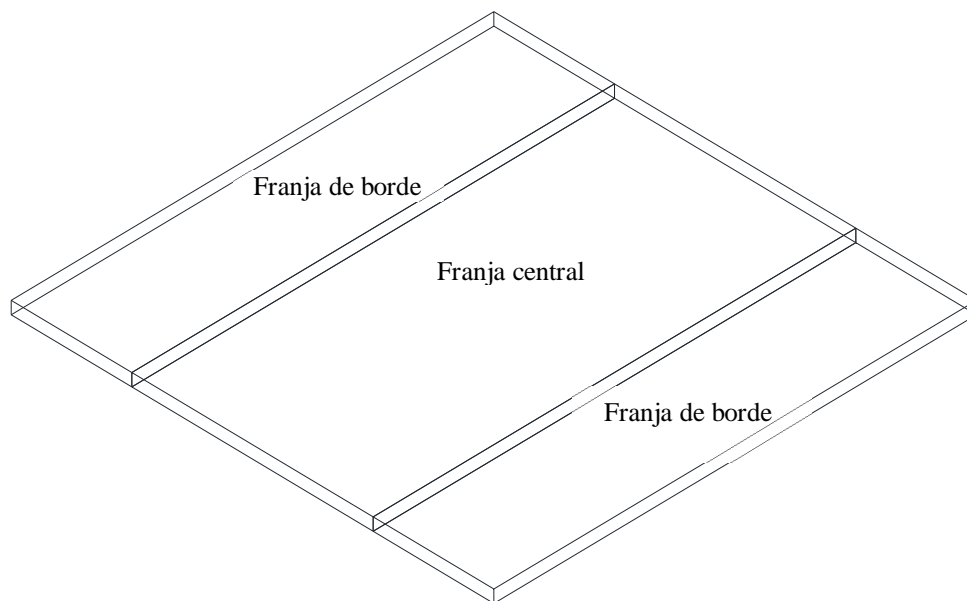


Figura 2.2. Definición de las franjas laterales y central.

2.2.2 Espesor mínimo de la losa

Cuando se utilicen los coeficientes de diseño se podrá omitir el cálculo de las deflexiones y se determinará el peralte efectivo d como el perímetro del tablero entre 250 para concreto clase I y 170 para concreto clase II. En este cálculo, la longitud de lados discontinuos se incrementará 50% si los apoyos de la losa no son monolíticos con ella y 25% cuando lo sean. En losas alargadas no es necesario tomar un peralte mayor que el que corresponde a un tablero con $a_2 = 2a_1$.

Estas limitaciones son aplicables si se cumple que:

$$f_s \leq 2520 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (2)$$

$$w \leq 380 \frac{kgf}{cm^2} \quad (3)$$

dónde f_s es el esfuerzo en el acero de refuerzo ($0.6 f_y$), w es la carga uniformemente distribuida en la losa y f_y es el esfuerzo de fluencia de acero. En caso de que estas limitaciones no se cumplan, el peralte efectivo se multiplicará por:

$$0.032 \sqrt[4]{f_s w} \quad (4)$$

2.2.3 Acero de refuerzo

Se tomará en cuenta que el recubrimiento libre no será menor que el diámetro de la barra ni de 0.015m. El área de acero de refuerzo A_s por metro de ancho de losa mínimo se calcula con la ec. (5).

$$A_s = \frac{66000h}{f_y(h+100)} \quad (5)$$

A_s debe multiplicarse por 1.5 si la losa está expuesta a la intemperie. De manera simplificada la cuantía mínima de acero se considerará $\rho = 0.002$ para losas protegidas de la intemperie y $\rho = 0.003$ para losas expuestas a ella o colocadas sobre el suelo. La separación entre las barras no deberá exceder 0.5m ni de 3.5 veces el peralte h ; en el caso de que existan cargas concentradas mayores a $1000kgf$ (9.81kN), la separación mínima será de $2.5d$. La separación de las barras, s , se puede determinar con la ec. (6), donde A_b es el área de una sola barra y A_s el área de acero necesaria por ancho unitario, que generalmente es de 1m.

$$s = \frac{A_b}{A_s} \quad (6)$$

2.3 ACI318-11

Las disposiciones de diseño de losas en dos direcciones se encuentran en el ACI318-11, en el que se proponen dos métodos de diseño para cargas gravitacionales: el método de la sección equivalente y el método directo, el cual es una simplificación del anterior. Estos métodos son para el diseño de losas planas y perimetralmente apoyadas y consideran variables que afectan la distribución de momentos en la estructura, tales como el tipo de carga, la influencia de las columnas y el efecto de la rigidez a flexión y a torsión de las vigas.

2.3.1 Método directo de diseño

El Método directo de diseño es un procedimiento aproximado para analizar sistemas de losas en dos direcciones y exclusivamente bajo cargas gravitacionales. Debido a que se trata de un procedimiento aproximado, la aplicación de este método se limita a los sistemas de losas que satisfacen lo siguiente:

- Deben existir un mínimo de tres claros continuos en cada dirección.
- Los paneles de las losas deben ser rectangulares, con una relación entre el claro largo y corto, medidos de centro a centro de los apoyos del panel, no mayor de 3.
- Las longitudes de claros contiguos medidos de centro a centro de los apoyos en cada dirección, no deben diferir del claro mayor en más de un tercio.
- Las columnas pueden estar desalineadas hasta un 10% del claro con respecto a cualquier eje que pase por el centro de columnas, como se muestra en la Figura 2.3.
- Las cargas deben estar uniformemente distribuidas en el panel y la carga viva (L) no debe exceder de tres veces la carga muerta (D).

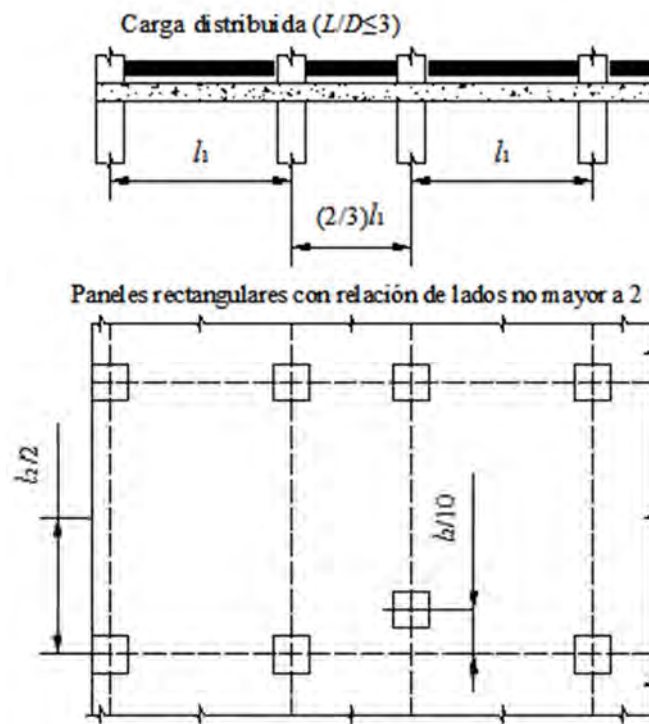


Figura 2.3. Limitaciones del método directo.

- Para un panel con vigas entre los apoyos en todos los lados, debe satisfacerse la relación de rigideces de la ec. (7) para las dos direcciones perpendiculares

$$0.2 \leq \frac{\alpha_{f1} l_2^2}{\alpha_{f2} l_1^2} \leq 5.0 \quad (7)$$

donde α_f es la relación entre la rigidez a flexión de una sección de viga y la rigidez a flexión de una franja de losa limitada lateralmente por los ejes centrales de los paneles adyacentes a cada lado de la viga, l_1 es la distancia entre centros de columnas en la dirección en la que actúa el momento, l_2 es la longitud perpendicular a la dirección de momento entre centros de paneles adyacentes, α_{f1} y α_{f2} son las relaciones de rigidez en dirección de l_1 y l_2 respectivamente, las cuales se calculan con la ec. (8), donde I_b es el momento de inercia de la viga, I_s es el momento de inercia de la losa, E_{cb} y E_{cs} son el módulo de elasticidad del concreto de la viga y la losa, respectivamente.

$$\alpha_f = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s} \quad (8)$$

El momento de inercia de la losa que se calcula como:

$$I_s = \frac{\ell_2 h^3}{12} \quad (9)$$

donde h es el espesor de la losa el cual se determina como se explica en la sección 2.3.3. El momento de inercia de la viga se debe determinar respecto al eje neutro de la sección transversal de la viga definida como lo muestra la Figura 2.7.

Para carga uniforme, el momento de diseño total M_o en un tramo de la franja se calcula simplemente aplicando la expresión correspondiente a momento estático:

$$M_o = \frac{w_u l_n^2}{8} \quad (10)$$

$$w_u = 1.2D + 1.6L \quad (11)$$

donde w_u es la combinación de carga viva y muerta y l_n es el claro libre entre los apoyos, que no debe ser menor al 65% del claro corto. El momento, M_o , debe determinarse en una franja limitada lateralmente por el eje central de los paneles adyacentes que une los apoyos.

El momento estático supone que las vigas están simplemente apoyadas sobre las columnas como lo muestra la Figura 2.4, cuando no se tenga el mismo claro transversal en los paneles a ambos lados del eje central de los apoyos, l_2 en la ec. (10) se debe tomar como el promedio de los claros transversales adyacentes. Cuando se considere el claro adyacente y paralelo a un borde, la distancia del borde al eje central del panel corresponderá a l_2 en la ec. (10).

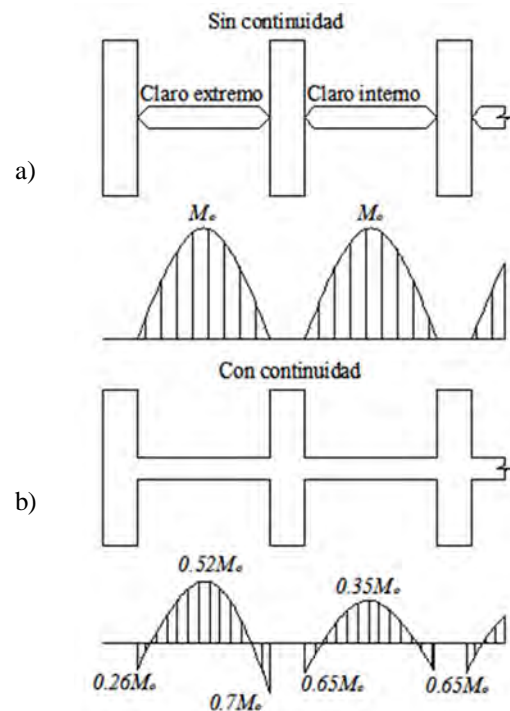


Figura 2.4. Distribución del momento en vigas: a) sin continuidad y b) con continuidad.

Los momentos negativos deben determinarse en el borde de los apoyos, si estos no son rectangulares deben tratarse como apoyos cuadrados que tengan la misma área. Las secciones sometidas a momento negativo deben diseñarse para resistir el mayor de los dos momentos negativos en el apoyo interior común (Figura 2.4), a menos que se haga un análisis para distribuir el momento no balanceado de acuerdo con las rigideces de los elementos concurrentes. Para otras condiciones el momento estático total M_o se distribuye como se indica en la Tabla 2.2. Las vigas de borde o los bordes de la losa deben diseñarse para resistir por torsión su parte de los momentos exteriores negativos. El momento para carga gravitacional que será transmitido entre la losa y una columna de borde debe ser $0.3M_o$.

Tabla 2.2. Distribución de los momentos estáticos totales para un tramo extremo (ACI318-11).

Momento factorizado	Losas simplemente apoyadas en muro de concreto o mampostería	Losas apoyadas en dos direcciones sobre vigas	Placas y losas planas		Losas coladas monolíticamente con el muro de concreto de apoyo
			Sin vigas de borde	Con vigas de borde	
Negativo interior	0.75	0.70	0.70	0.70	0.65
Positivo	0.63	0.57	0.52	0.50	0.35
Negativo exterior	0	0.16	0.26	0.30	0.65

Una franja de columna es una franja de diseño con un ancho a cada lado del eje de la columna igual a $0.25l_2$ ó $0.25l_1$, el que sea menor, en las que se incluyen a las vigas, como se muestra en la Figura 2.5. Una franja central es una franja de diseño limitada por dos franjas de columna y un panel de losa está limitado por los ejes de las columnas, vigas o muros existentes en sus bordes. Las franjas de columna deben diseñarse para resistir el porcentaje del momento negativo interior, dado en las Tablas 2.3 y 2.4.

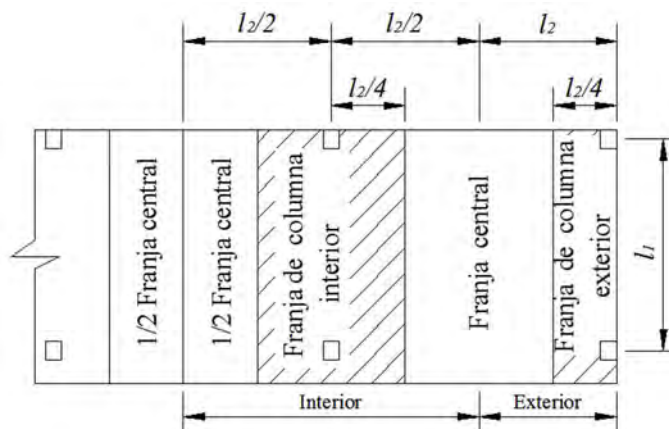


Figura 2.5. Franjas de columna y centrales.

Tabla 2.3. Porcentaje de momento negativo interior en las franjas de columna (ACI318-11).

l_2/l_1	0.5	1.0	2.0
$\alpha_{fi} \ l_2/l_1=0$	75	75	75
$\alpha_{fi} \ l_2/l_1 \geq 1.0$	90	75	45

Tabla 2.4. Porcentaje de momento negativo exterior en las franjas de columna (ACI318-11).

l_2/l_1		0.5	1.0	2.0
$\alpha_{fl} l_2/l_1=0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2.5$	75	75	75
$\alpha_{fl} l_2/l_1 \geq 1.0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
	$\beta_t \geq 2.5$	90	75	45

donde:

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} \quad (12)$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{x}{y} \right) \frac{x^3 y}{3} \quad (13)$$

β_t es la relación entre la rigidez a torsión de la sección de la viga de borde y la rigidez a flexión de una franja de losa cuyo ancho es igual a la longitud del claro de la viga medida centro a centro de los apoyos. La constante de torsión de las vigas C , para secciones en forma de T o L, puede evaluarse dividiendo la sección en sectores rectangulares, como se muestra en la Figura 2.6, y sumando los valores de C de cada porción.

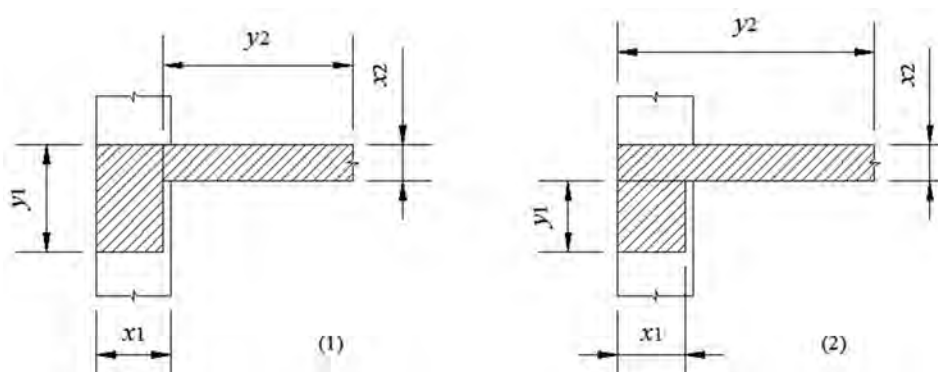


Figura 2.6. Secciones para calcular el coeficiente de rigidez torsional C .

Los momentos positivos y negativos que resistirá una franja de columna, según se define en la Figura 2.4, dependen de la rigidez relativa de las vigas y la losa y de la relación ancho-longitud del panel en la dirección analizada. Se requiere que la franja de columna en la parte externa de un tramo exterior resista el momento negativo total que actúa en la franja de diseño, a menos que se provean vigas de borde. Cuando el ancho transversal de un

apoyo es mayor o igual que tres cuartos del ancho de la franja de diseño, se requiere que el momento negativo se distribuya uniformemente en la franja de diseño. El porcentaje de los momentos totales negativos y positivos en una franja de columna también se pueden determinar usando la Tabla 2.5 (momentos negativos interiores, momentos negativos exteriores y momentos positivos), o bien con las ecs. (14) a (16).

Para elementos monolíticos, una viga incluye la parte de losa que está situada a cada lado de la viga, a una distancia igual a la proyección de la viga hacia arriba o hacia abajo de la losa, la que sea mayor, pero no mayor que 4 veces el espesor de la losa, como se muestra en la Figura 2.7.

Tabla 2.5. Distribución del momento estático total en el claro.

Relación l_2/l_1	Momentos en la losa y vigas	Claro exterior			Claro interior	
		1	2	3	4	5
		Negativo Exterior	Positivo	Primer Interior Negativo	Positivo	Interior Negativo
	Momento Total	$0.16M_o$	$0.57M_o$	$0.70M_o$	$0.35M_o$	$0.65M_o$
0.5	Franja de columnas (Viga)	$0.12M_o$	$0.43M_o$	$0.54M_o$	$0.27M_o$	$0.50M_o$
	Franja de columnas (Losa)	$0.02M_o$	$0.08M_o$	$0.09M_o$	$0.05M_o$	$0.09M_o$
	Franja central	$0.02M_o$	$0.06M_o$	$0.07M_o$	$0.03M_o$	$0.06M_o$
1.0	Franja de columnas (Viga)	$0.10M_o$	$0.37M_o$	$0.45M_o$	$0.22M_o$	$0.42M_o$
	Franja de columnas (Losa)	$0.02M_o$	$0.06M_o$	$0.08M_o$	$0.04M_o$	$0.07M_o$
	Franja central	$0.04M_o$	$0.14M_o$	$0.17M_o$	$0.09M_o$	$0.16M_o$
2.0	Franja de columnas (Viga)	$0.06M_o$	$0.22M_o$	$0.27M_o$	$0.14M_o$	$0.25M_o$
	Franja de columnas (Losa)	$0.01M_o$	$0.04M_o$	$0.05M_o$	$0.02M_o$	$0.04M_o$
	Franja central	$0.09M_o$	$0.31M_o$	$0.38M_o$	$0.19M_o$	$0.36M_o$

- Notas: (1) Todos los momentos negativos están en la cara del soporte.
 (2) La rigidez torsional de las vigas extremas debe cumplir que $\beta_t > 2.5$

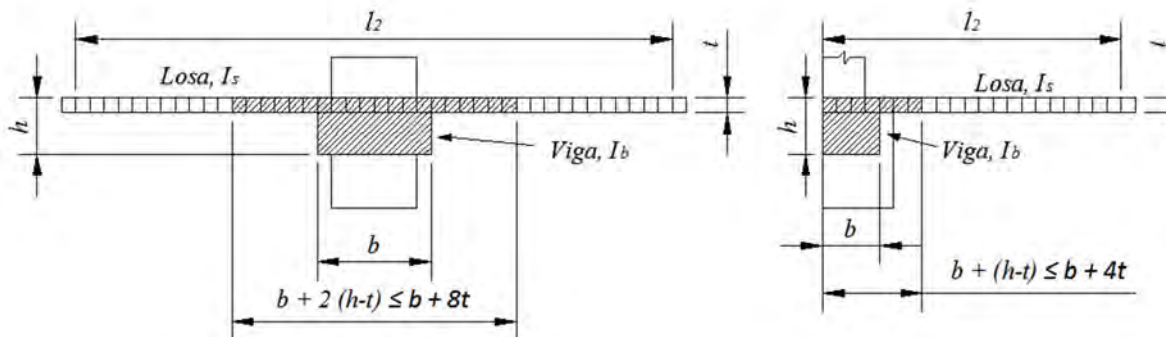


Figura 2.7. Definición de viga interior y de borde (ACI318-11).

Empleando ecuaciones, el porcentaje del momento M_o negativo en un apoyo interior que resistirá la franja de columna es:

$$75 + 30 \frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (14)$$

El porcentaje de momento negativo en un apoyo exterior que resistirá una franja de columna es:

$$100 - 10\beta_t + 12\beta_t \left(\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} \right) \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (15)$$

El porcentaje de momento positivo que debe tomar una franja de columna será:

$$60 + 30 \left(\frac{\alpha_{f1} l_2}{l_1} \right) \left(1.5 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (16)$$

Cuando en una franja de diseño existen vigas entre las columnas, el momento asignado a la franja de columna se debe distribuir entre la losa y las porciones de viga de la franja de columna. La cantidad de momento de la franja de columna que resistirá la viga varía linealmente entre 0 y 85 por ciento a medida que $\alpha_{f1} l_2 / l_1$ varía entre 0 y 1.0. Cuando $\alpha_{f1} l_2 / l_1$ es mayor o igual que 1.0, el 85 por ciento del momento total de la franja de columna, lo deberá resistir la viga. Además, la viga debe resistir los efectos producidos por las cargas aplicadas directamente sobre la misma, incluyendo su peso propio. La fracción de los momentos que no se asignan a las franjas de columna, la deben resistir las dos franjas centrales. Las franjas centrales adyacentes y paralelas a un borde soportado por un muro, deben resistir el doble del momento asignado a la franja correspondiente a la primera fila de apoyos interiores.

2.3.2 Método del marco equivalente

El método del marco equivalente consiste en convertir una estructura de marcos tridimensional con losas en dos direcciones, en una serie de marcos bidimensionales, como se muestra en la Figura 2.8. El ancho de cada marco equivalente es de la mitad de los claros entre los centros de las columnas (l_2), manteniendo sin cambios la longitud de los claros del marco (l_1), las alturas de entrepiso y la altura total de la estructura. El marco equivalente está formado por tres partes que son: la franja horizontal de losa, incluyendo cualquier viga que actúe en la dirección del marco, las columnas u otros elementos de apoyo que se extiendan por arriba y por debajo de la losa y los elementos de la estructura que proporcionen transmisión de momentos entre los elementos horizontales y los verticales.

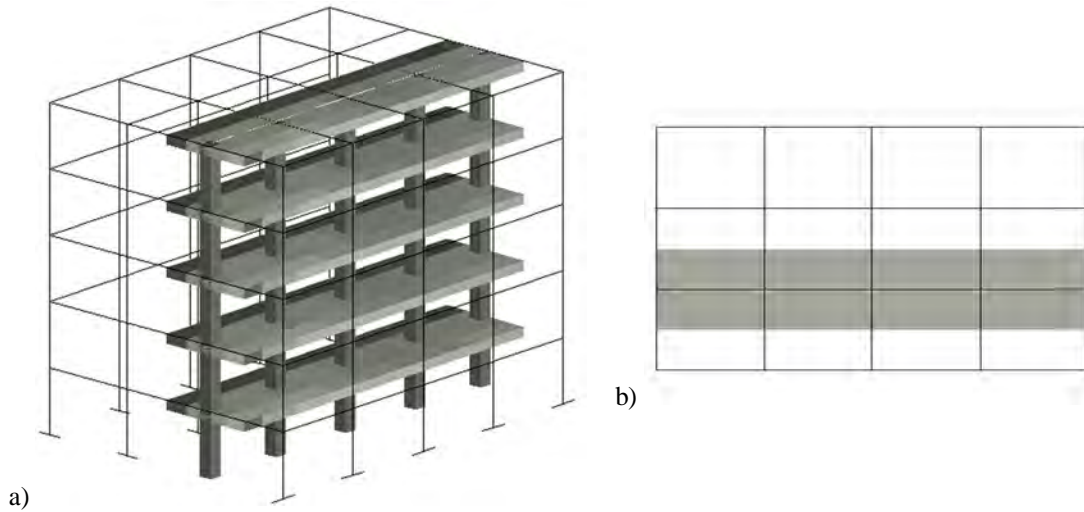


Figura 2.8. Marco equivalente: a) vista en 3D y b) vista en planta.

Un marco debe consistir en una fila de columnas o apoyos y franjas de viga-losa limitadas lateralmente por el eje central del panel a cada lado del eje de columnas o apoyos. Los marcos adyacentes y paralelos a un borde deben estar limitados por dicho borde y el eje central del panel adyacente, tal como se explicó en el método directo. La Figura 2.9 muestra franjas centrales en los ejes D y 3 y una franja de borde en el eje 1. Cuando ya se tiene el marco bidimensional (estructura equivalente), se debe determinar la rigidez de los elementos (rigidez de las vigas equivalentes y la rigidez a flexión de las columnas equivalentes), el cual se analizará por cualquier método de análisis estructural.

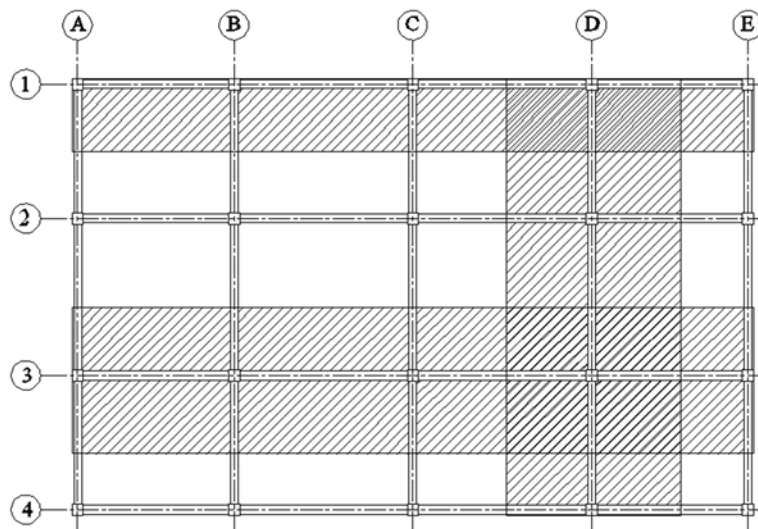


Figura 2.9. Marcos interiores (ejes D y 3) y de borde (eje 1).

El análisis completo del sistema de losas en dos direcciones consiste en analizar una serie de marcos interiores y exteriores equivalentes que atraviesan la estructura transversal y longitudinalmente, y por lo tanto, cada marco equivalente puede analizarse individualmente. Para cargas gravitacionales, se permite un análisis independiente de cada piso con los extremos lejanos de las columnas consideradas como empotradas.

Se permite la distribución de los momentos en las secciones críticas de la franja viga-losa de cada marco equivalente a las franjas de columna, vigas y franjas centrales, se realice de acuerdo con lo establecido en el método directo de diseño sí se cumple con las limitaciones establecidas de dicho método.

El momento de inercia del sistema de vigas-losa en cualquier sección transversal fuera del nudo o capitel de la columna se puede determinar usando el área bruta de concreto *i.e.*, sin considerar agrietamiento en el concreto. Debe tenerse en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo de los ejes de los sistemas de vigas-losa. El momento de inercia de vigas-losa desde el centro hasta la cara de la columna, ménsula o capitel, debe suponerse igual al momento de inercia del sistema de vigas-losa en la cara de la columna, ménsula o capitel, dividido por $(1 - C_2/l_2)^2$.

Los momentos flexionantes y fuerzas cortantes obtenidos mediante el análisis descrito, corresponden a las vigas y columnas del marco equivalente. Es necesario distribuir estos momentos y fuerzas cortantes entre los elementos del sistema de piso. Puesto que las trabes del marco equivalente representan a las franjas del sistema de piso mostradas en la Figura 2.5, los momentos y fuerzas cortantes deben distribuirse entre los elementos comprendidos en dichas franjas. Para hacer esta distribución, la franja de piso se divide en una franja de columna y una o dos medias franjas centrales, al igual que en el método directo; la franja de columnas incluye las vigas y una vez hecha la división en franjas, se distribuyen los momentos de la misma manera que en el método directo, siempre que se satisfagan las limitaciones de dicho método.

El método del marco equivalente se puede utilizar para analizar una estructura solicitada por cargas laterales, siempre que las rigideces de los elementos del marco se modifiquen para tomar en cuenta el agrietamiento y otros factores relevantes.

2.3.3 Espesor de la losa

El espesor mínimo (h) para losas con vigas que se extienden entre los apoyos en todos los lados debe ser:

Si α_{fm} es igual o menor que 0.2, debe cumplir con lo requerido en la Tabla 2.6 y no debe ser inferior que los siguientes valores:

- (a) Losas sin ábacos..... 0.125 m
 (b) Losas con ábacos..... 0.100 m

Tabla 2.6. Espesores mínimos de losas sin vigas interiores (ACI318-11).

Esfuerzo de fluencia (f_y) kgf/cm ²	Sin ábacos			Con ábacos		
	Paneles exteriores		Paneles interiores	Paneles exteriores		Paneles interiores
	Sin vigas	con vigas		Sin vigas	con vigas	
2800	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/36$	$l_n/40$	$l_n/40$
4200	$l_n/30$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/33$	$l_n/36$	$l_n/36$

Si $0.2 \leq \alpha_{fm} \leq 2$, se utilizará la ec. (17), pero h no podrá ser menor a 0.125m.

$$h = \frac{\ell_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 5\beta(\alpha_m - 0.2)} \quad (17)$$

Si $\alpha_m > 2$, el peralte total se calcula con la ec. (18), pero no podrá ser menor a 0.89m.

$$h = \frac{\ell_n \left(0.8 + \frac{f_y}{14000} \right)}{36 + 9\beta} \quad (18)$$

donde l_n corresponde a la distancia entre paños de columnas rectangulares, β es la relación entre el claro libre en la dirección larga y el claro libre en la dirección corta del panel. La determinación del peralte depende de α_{fm} , es el promedio del valor α_f de las vigas de apoyo en cada panel y que se calcula con la ec. (8).

En bordes discontinuos, las vigas de apoyo deberán tener un coeficiente de rigidez $\alpha \geq 0.8$ ó el mínimo peralte permitido, de lo contrario se incrementará el peralte un 10% en el borde discontinuo.

2.3.4 Acero de refuerzo

El área del refuerzo en cada dirección para sistemas de losas en dos direcciones debe determinarse a partir de los momentos, pero no debe ser menor que la requerida. El área del refuerzo mínima requerida es la necesaria para resistir la contracción por temperatura y está en función del tipo de acero, si se utiliza un acero grado 40 o 50 la cuantía mínima por metro de losa es 0.002, si es grado 60 o se utiliza malla electrosoldada la cuantía mínima es 0.0018 y en el caso de que las barras de refuerzo sean de un grado mayor a 60, se utilizara la ec.(19) y la cuantía nunca podrá ser menor a 0.0014.

$$\rho_{\min} = \frac{(0.0018)60000}{f_y} \quad (19)$$

La separación máxima de las barras será la menor de 2 veces el espesor de la losa ó 0.45m, la que sea menor. El espesor efectivo de la losa que se tomara para determinar la separación de las barras será igual a espesor h calculado menos 0.02m.

2.4 Eurocódigo-2

El Eurocódigo-2 (EC-2) recomienda utilizar el método del marco equivalente ó utilizar algún otro método validado para el diseño de losas perimetralmente apoyadas. Es de interés mencionar que el IStructE-06, recomendaciones de la Institución de Ingenieros Civiles de Europa, proporciona como opción el uso de coeficientes para determinar los momentos de diseño para el EC-02, los cuales se muestran en la Tabla 2.7.

El momento de diseño en los bordes y en el centro de la losa se calcula con la ec. (20).

$$M_s = \beta_s w l_x \quad (20)$$

donde β_s es el coeficiente que se obtiene de la Tabla 2.7, w es la carga última uniformemente distribuida sobre el área de la losa y l_x es la longitud del claro corto.

Tabla 2.7. Coeficientes de diseño para losas perimetralmente apoyadas (IStructE-06).

Momento y panel considerado	Coeficientes en el lado corto (en función de la relación lado largo /lado corto)					Coeficientes en el lado largo (cualquier valor de la relación lado largo /lado corto)
	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	
Panel interior						
Negativo en borde discontinuo	0.031	0.044	0.053	0.059	0.063	0.032
Positivo en el centro del claro	0.024	0.034	0.04	0.044	0.048	0.024
Un lado corto discontinuo						
Negativo en borde interior	0.039	0.05	0.058	0.063	0.067	0.037
Positivo en el centro del claro	0.029	0.038	0.043	0.047	0.05	0.028
Un lado largo discontinuo						
Negativo en borde interior	0.039	0.059	0.073	0.083	0.089	0.037
Positivo en el centro del claro	0.03	0.045	0.055	0.062	0.067	0.028
De esquina						
Negativo en borde interior	0.047	0.066	0.078	0.087	0.093	0.045
Positivo en el centro del claro	0.036	0.049	0.059	0.065	0.07	0.034

2.4.1 Espesor de la losa

El peralte mínimo recomendado por el IStructE-06 para losas perimetralmente apoyadas está basado en la resistencia al fuego y este se presenta en la Tabla 2.8.

Tabla 2.8. Peralte total mínimo permitido por el IStructE-06.

Resistencia estándar al fuego		Dimensiones mínimas (mm)		
		Losas en una dirección	Losas en dos direcciones	
			$l_y/l_x \leq 1.5$	$1.5 \leq l_y/l_x < 2$
REI 60	h	80	80	80
	a	20	10	15
REI 90	h	100	100	100
	a	30	15	20
REI 120	h	120	120	120
	a	40	20	25
REI 240	h	175	175	175
	a	65	40	50

donde h es el espesor de la losa y a es el recubrimiento, que dependen de la relación entre el lado corto (l_x) y el lado largo (l_y), el tipo de losa y del tipo de clasificación de resistencia al fuego que se pretende tener. Se consideran tres condiciones de exposición al fuego que se deben satisfacer, estas son:

R	Resistencia mecánica de carga
E	Integridad, capacidad de impedir fugas de llamas y gases calientes
I	Aislamiento, capacidad de reducir la emisión calorífica

Entonces, REI 60 significa que conservará su capacidad de carga y su función de separación de fuego 60 minutos durante la fase del fuego totalmente desarrollado.

Los requisitos de seguridad contra incendios en los techos pueden variar según la habitación y las instalaciones del edificio. Se puede hallar los requisitos más detallados en las normas Europeas de construcción. Sin embargo, hay dos normas generales que se pueden considerar como cruciales para los techos en la fase inicial de un incendio y deben ser tomadas como obligatorias en todos los edificios.

- Sólo tienen que contribuir de manera insignificante a la extensión del fuego y la producción de humo.
- No pueden colapsar y romperse en las fases iniciales del incendio cuando todavía se pueden llevar a cabo las evacuaciones y las operaciones de rescate.

El objetivo principal de considerar la resistencia contra incendios es reducir los riesgos de fuego en un edificio. Principalmente, impedir que las personas se hagan daño pero también implica la limitación de los daños económicos y materiales que posiblemente podrían tener lugar.

2.4.2 Acero de refuerzo

El área de acero de refuerzo A_s no debe ser menor que $A_{s\text{mín}}$ ni mayor que $A_{s\text{máx}}$.

$$A_{s\text{mín}} = \frac{0.26f_{cm}bd}{f_{yk}} \quad (21)$$

$$A_{s\text{máx}} = 0.04A_c \quad (22)$$

donde b es el ancho, d es el peralte efectivo, f_{cm} es el esfuerzo promedio a compresión del concreto, f_{yk} es el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo y A_c el área de la sección transversal total del concreto. El área mínima de refuerzo no será menor de $0.0013bd$.

Para determinar el área de acero necesario, primero debe obtenerse k y k' .

$$k = \frac{M_s}{bd^2 f_{ck}} \quad (23)$$

$$k' = 0.6\delta - 0.18\delta^2 - 0.21 \quad (24)$$

donde, f_{ck} es la resistencia a compresión del concreto y δ es el coeficiente de redistribución y debe ser menor o igual a 1.

Sí $k \leq k'$ no se requiere acero de compresión, por lo que se procede a calcular el brazo z , si no se cumpliera la condición anterior, existirían dos lechos de acero.

$$z = \frac{d}{2} \left[1 + \sqrt{1 - 3.53k} \right] \leq 0.95d \quad (25)$$

Con el brazo z ya es posible calcular el acero de refuerzo A_s en función del momento calculado.

$$A_s = \frac{M_s}{f_{yd} z} \quad (26)$$

donde f_{yd} es el esfuerzo de fluencia de diseño.

El espaciamiento mínimo de las barras deberá ser el necesario para que el concreto pueda verterse uniformemente, sin dejar huecos, poder vibrarse y compactarse satisfactoriamente. Este espaciamiento será el mayor de: el diámetro de una la barra, 20 mm o el resultado de la ec. (27), donde d_g es el tamaño máximo del agregado.

$$S_{min} = d_g + 5mm \quad (27)$$

Para losas con espesor menor a 200mm el máximo espacio entre barras será de $3h$ pero no será mayor a 400mm. En áreas con cargas concentradas o de momento máximo el espacio máximo de las barras será de $2h$ pero no mayor a 250mm.

2.5 Comparación de reglamentos

Para ver las diferencias que se obtienen con los tres reglamentos en el diseño de una losa, se realizó el diseño de cuatro paneles de una losa del edificio mostrado en la Figura 2.10, el cual se diseñó para oficinas con la distribución mostrada en la Figura 2.11. En los diseños se comparó principalmente la separación mínima de las barras para momento positivo y

negativo, así como el peralte de la losa. Los cálculos detallados se presentan en el Apéndice C, en esta sección sólo se presentan algunos comentarios.

El edificio consta de cuatro sistemas de piso formados por losas macizas apoyadas sobre vigas perimetrales, en cada nivel existe un hueco en el centro para escaleras y para permitir la entrada de luz. Los detalles de los elementos estructurales considerados en el diseño de la losa se encuentra en el Apéndice C.

Los paneles diseñados fueron: un panel de esquina (I), un panel de borde con un lado largo discontinuo (II), un panel de borde con un lado corto discontinuo (III) y un panel interior (IV), los cuales se muestran en la Figura 2.12.

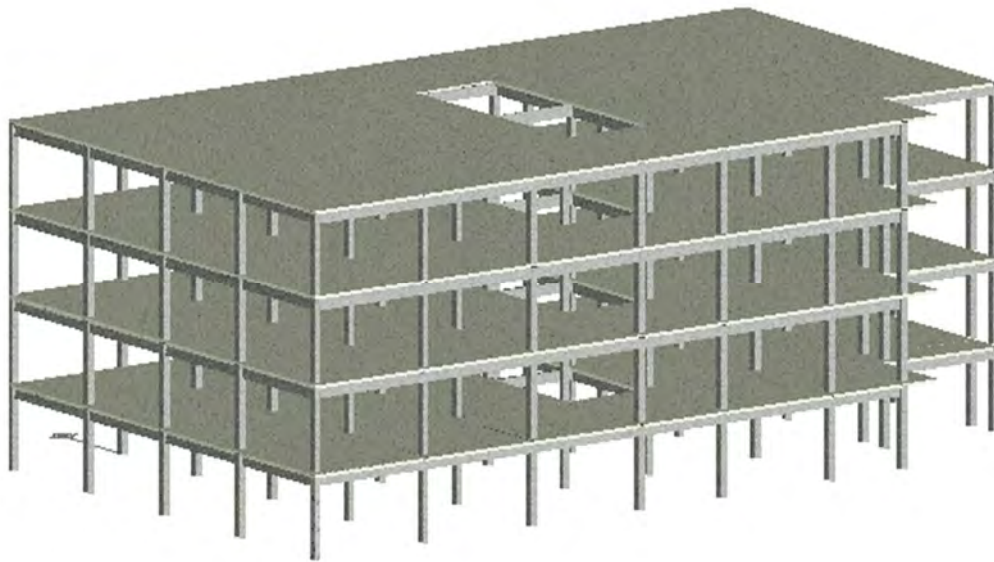


Figura 2.10 Edificio considerado para el ejemplo comparativo.

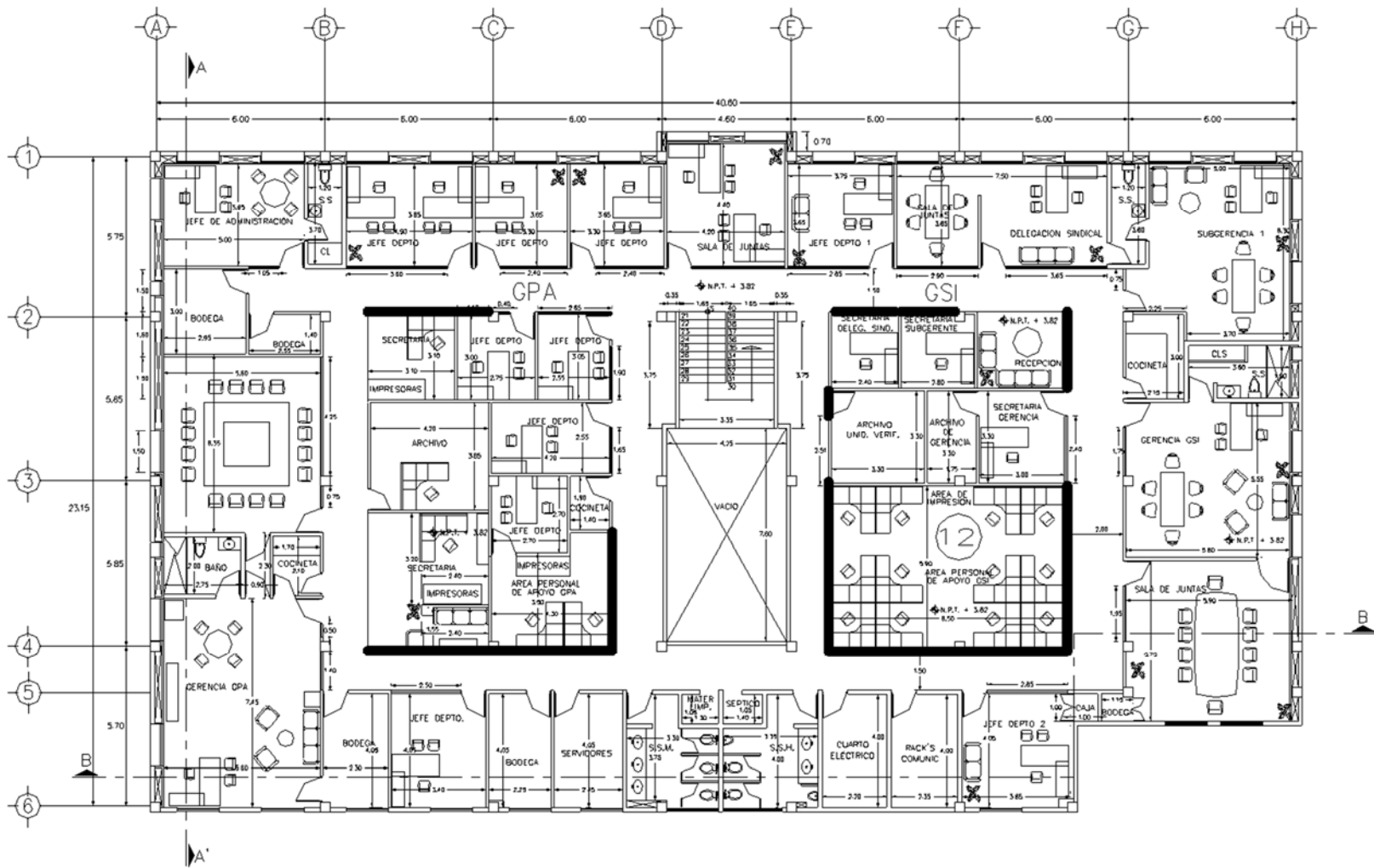


Figura 2.11. Planta arquitectónica.

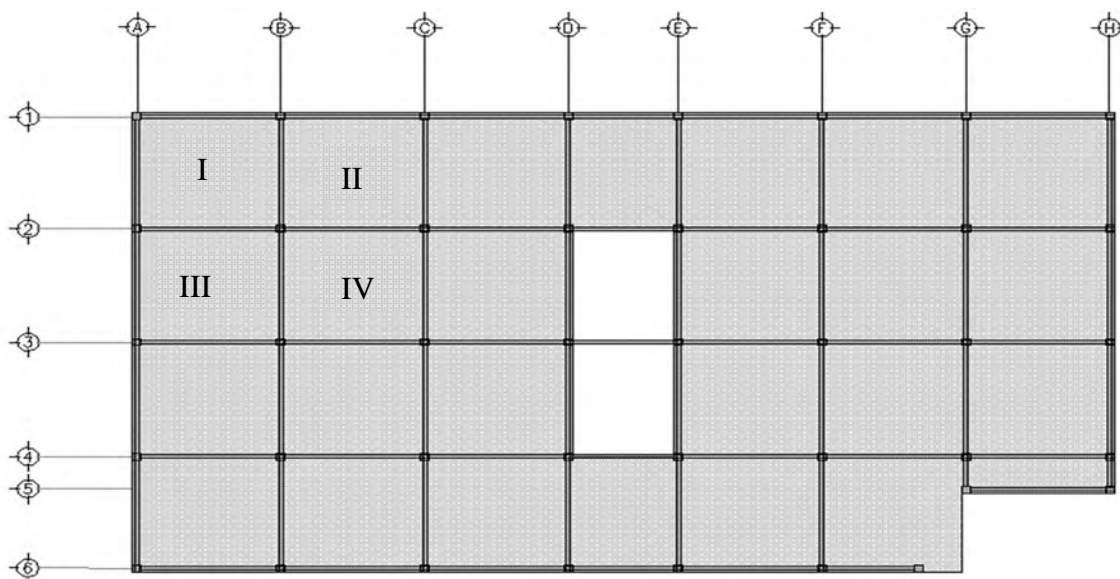


Figura 2.12. Paneles considerados en el análisis comparativo.

Se realizaron ocho diseños; cuatro con las NTCC-04 (C.1, C.2, C.3 y C.4) para comparar principalmente la separación y cantidad del acero requerido por metro de ancho en cada panel, utilizando los coeficientes que presentan las NTCC-04 y los coeficientes numéricos obtenidos en este trabajo, que más adelante se explica con detalle cómo se obtuvieron. Otra variante en los diseños fue la carga viva máxima aplicada, que fue de 250kgf/m^2 en C.1 y C.3, mientras que en C.2 y C.4 fue de 450kgf/m^2 , que corresponden a oficinas y a lugares de reunión sin asientos individuales, respectivamente. Los apéndices C.5 y C.6 corresponden a los diseños con el IStructE-06 y los apéndices C.7 y C.8 son los diseños realizados con el método directo del ACI, en los cuales sólo varío la carga viva.

2.5.1 Peralte mínimo

El resumen de los resultados obtenidos se muestra en la Tabla 2.9, donde se muestra el peralte calculado con cada reglamento y con diferente magnitud de carga viva.

Tabla 2.9. Peralte mínimo.

Reglamento	Peralte	Reglamento	Peralte
α_{NTCC} y $\text{CV}=250\text{kgf/m}^2$	0.17	α_{NTCC} y $\text{CV}=450\text{kgf/m}^2$	0.18
IStructE-06 y $\text{CV}=250\text{kgf/m}^2$	0.12	IStructE-06 y $\text{CV}=450\text{kgf/m}^2$	0.12
ACI y $\text{CV}=250\text{kgf/m}^2$	0.14	ACI y $\text{CV}=450\text{kgf/m}^2$	0.14

El peralte en las NTCC-04 está en función del perímetro del tablero y de la carga, mientras que en el IStructE-06 las recomendaciones para determinar el espesor del tablero dependen de la resistencia al fuego requerida y de la relación de lados. En el ACI el peralte mínimo está en función de la relación de rigidez.

2.5.2 Diseño con las NTCC-04

La Tabla 2.10 muestra los resultados del diseño del apéndice C.1 y la

Tabla 2.11 los resultados del apéndice C.2, con carga viva de 250kgf/m^2 y 450kgf/m^2 , respectivamente. Los detalles de los diseños se encuentran en los apéndices C.1 y C.2. Los apéndices C.3 y C.4 corresponden a los mismo diseños pero utilizando coeficientes numéricos de los cuales se hablará en los capítulos siguientes.

Tabla 2.10. Comparación de los resultados de C.1 y C.3 (CV= 250kgf/m^2).

Panel	Momento	Claro	S, m	Barras/metro de ancho
			α_{NTCC}	α_{NTCC}
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.23	4.29
		Largo	0.24	4.21
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.27	3.66
		Largo	0.27	3.66
	Positivo	Corto	0.24	4.23
		Largo	0.24	4.23
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	0.25	3.97
		Largo	0.24	4.12
	Negativo en bordes discontinuos	corto	0.27	3.66
		Largo	----	---
	Positivo	corto	0.24	4.23
		Largo	0.24	4.23
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	0.23	4.30
		Largo	0.25	3.98
	Negativo en bordes discontinuos	corto	---	---
		Largo	0.27	3.66
	Positivo	corto	0.24	4.23
		Largo	0.24	4.23
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.25	3.97
		Largo	0.26	3.92
	Positivo	corto	0.24	4.23
		Largo	0.24	4.23

Tabla 2.11. Comparación de los resultados de C.2 y C.4 (CV=450kgf/m²).

Panel	Momento	Claro	S, m	Barras/metro de ancho
			α_{NTCC}	α_{NTCC}
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.20	4.92
		Largo	0.21	4.82
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.25	3.94
		Largo	0.25	3.94
	Positivo	Corto	0.22	4.51
		Largo	0.22	4.51
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	0.22	4.54
		Largo	0.21	4.72
	Negativo en bordes discontinuos	corto	0.25	3.94
		Largo	----	---
	Positivo	corto	0.22	4.51
		Largo	0.22	4.51
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	0.20	4.93
		Largo	0.22	4.56
	Negativo en bordes discontinuos	corto	---	---
		Largo	0.25	3.94
	Positivo	corto	0.22	4.51
		Largo	0.22	4.51
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.22	4.55
		Largo	0.22	4.49
	Positivo	corto	0.22	4.51
		Largo	0.22	4.51

2.5.3 Diseño con el IStructE-06

Con el IStructE-06 la separación máxima de las barras es de 0.26m y la mínima es de 0.12m para la carga viva de 250kgf/m², mientras que para la carga de 450kgf/m² la máxima distancia es de 0.21m y la mínima 0.1m. La reducción máxima en la separación de las barras es de 0.05m. Los detalles del diseño se pueden ver en los apéndices C.5 y C.6.

2.5.4 Diseño con el ACI

De los dos métodos que propone el ACI para diseño de losas, únicamente se empleó el método directo. En las tablas de los apéndices C.7 y C.8 se puede ver que para la franja central la distancia se mantuvo entre 0.26m y 0.28m, sin embargo, las mayores diferencia de presentaron en las zonas de momento negativo, donde la diferencia fue de hasta 0.06m.

CAPÍTULO 3

Modelado numérico de losas

3.1 Introducción

La mecánica computacional es una herramienta para determinar el estado de esfuerzos y la configuración de desplazamientos de una estructura o elemento estructural. Con el estado de esfuerzos se determina la trayectoria y evolución del agrietamiento de las losas, aunque en el diseño sólo se considera su desempeño en el intervalo elástico. La distribución de los desplazamientos y del momento flexionante, dependen del tipo de apoyo del panel, ya que la rigidez a flexión y, más aún, la rigidez torsionante de los apoyos inducen un empotramiento parcial en la losa, generándose momentos negativos en los bordes, siempre que la losa se encuentre colada monolíticamente con los apoyos.

Para comparar los coeficientes de momento que presentan las NTCC-04 y el IStructE-06 para los paneles mostrados en la Figura 2.1, que fueron obtenidos con base en la teoría de la elasticidad, se realizó una serie de modelos de losas en SAP2000 v14.0, de los cuales se obtuvo la distribución del momento flexionante en cada panel y a partir de esta se determinó la distribución de coeficientes numéricos, con los que se compararon.

3.2 Criterio para el tamaño de malla

Las cargas externas inducen desplazamientos mediante el trabajo externo, U_e , el cual se calcula con la ec. (28).

$$U_e = \frac{1}{2} \sum P_i \delta_i \quad (28)$$

donde P_i y δ_i son la carga y el desplazamiento, respectivamente. El trabajo externo se transforma en trabajo interno ó energía de deformación, U_i , que se almacena en el sólido, la cual utiliza para regresar a su posición original no deformada al retirar las cargas, siempre que no se haya excedido el límite elástico del material. Puesto que el trabajo externo es igual a la energía de deformación se utilizó este criterio para calcular la energía de deformación para determinar el tamaño de la malla en los paneles.

$$U_e = U_i \quad (29)$$

Para discretizar los modelos de elemento finito de las losas con los cuales se calcularon los coeficientes numéricos, se calculó la energía de deformación para cuatro modelos de losas cuadradas de 4m por lado y 0.1m de espesor, con diferente tamaño de malla, *i.e.*, 5x5, 10x10, 20x20 y 40x40 elementos por borde. Las losas se modelaron como simplemente apoyadas, y se les aplicó una carga uniformemente distribuida de 1000kgf/m² (9.81 kN/m²). En los modelos se consideró el concreto con esfuerzo último a compresión (f'_c) de 2.5x10⁶kgf/m² (24.517 MPa), relación de Poisson (ν) de 0.2 y módulo de Young, E , el cual determinó con la ec. (30).

$$E = 14000\sqrt{f'_c} \quad (30)$$

La Figura 3.1 muestra el modelo que tiene una malla de 20 elementos por borde, los cuales tienen 0.2m por lado. En la Figura 3.2 se muestra la energía calculada, notando que la energía tiende a estabilizarse en mallados con más de 20 elementos por borde, cuya energía de deformación es de 18057.6kgf m (177.085N m) por lo que se consideró utilizar mallas con este número de elementos por borde.

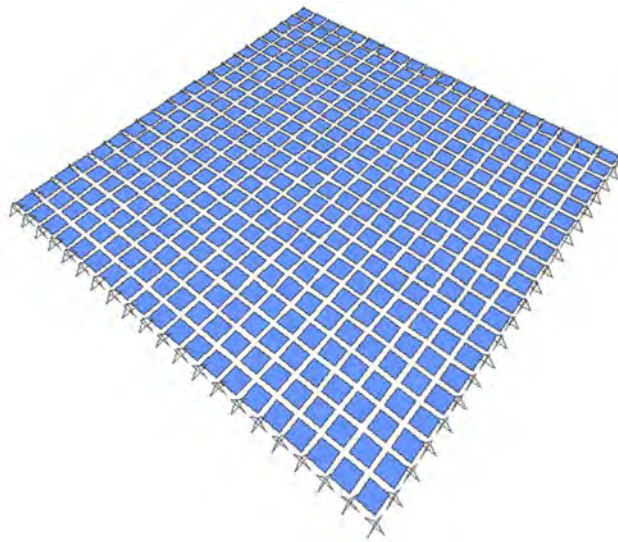


Figura 3.1. Modelo de una losa cuadrada con una malla de 20 elementos por borde.

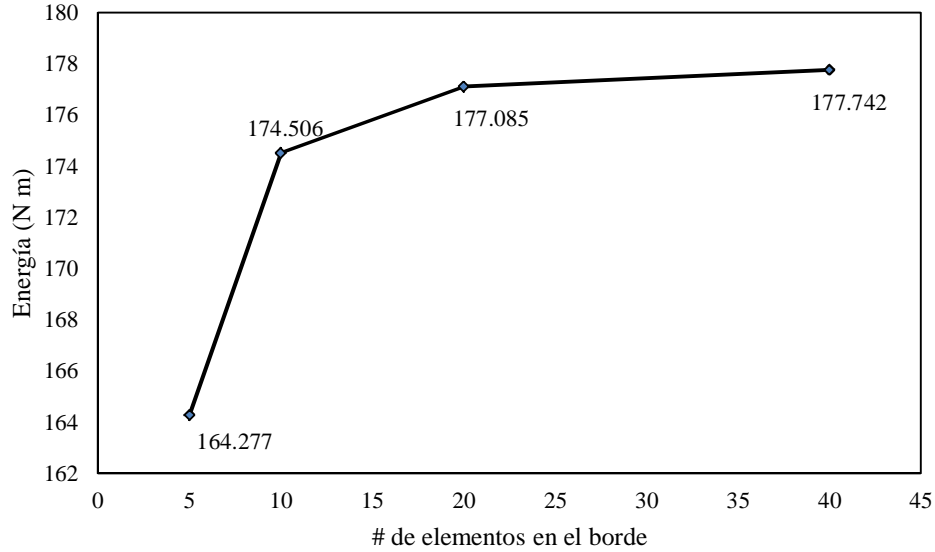


Figura 3.2. Energía de deformación.

3.3 Calibración con soluciones exactas

Una vez determinado el tamaño de la malla, los elementos finitos placa se validaron con soluciones analíticas reportadas por Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959), para ello se realizaron dos modelos de losas en el software de análisis estructural SAP2000 v14. El modelo I consiste de una losa cuadrada de 0.1m de espesor y de 4m por lado (relación de lados de 1), con una carga uniformemente distribuida de 1000kgf/m² (9.81kN/m²); el modelo II se muestra en la Figura 3.3 y tiene el mismo espesor, pero tiene un lado corto de 2m y un lado largo 4m (relación de lados de 0.5). El material de ambos modelos es concreto con las propiedades mencionadas anteriormente. Las losas se modelaron como simplemente apoyadas en su perímetro, puesto que las soluciones reportadas por Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959) están dadas para esta condición.

Del análisis numérico se obtuvo como resultado la distribución de momentos en las losas, mostradas en la Figura 3.4 para el modelo I y en la Figura 3.5 para el modelo II. Con los momentos obtenidos se determinó el coeficiente α con la siguiente ecuación.

$$\alpha = \frac{M}{wa_1^2} \quad (31)$$

En la distribución de momentos de los dos modelos, se observa que para estos casos sólo existen momentos positivos debido a las condiciones de apoyo, y que el valor máximo de momento positivo, como se esperaba, se encuentra en el centro de la losa.

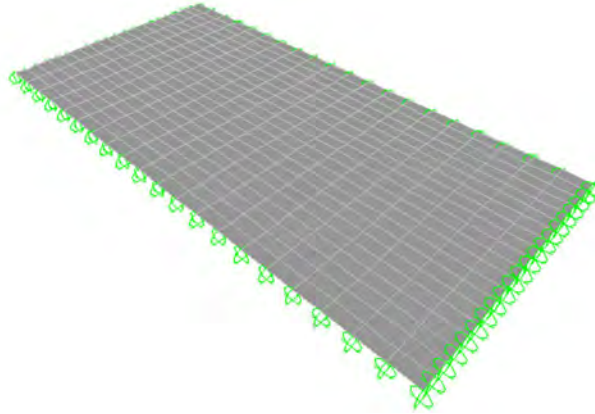


Figura 3.3. Losa rectangular simplemente apoyada.

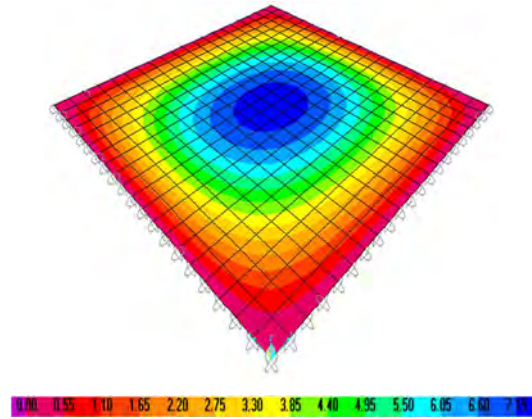


Figura 3.4. Distribución de momentos (kN m) del modelo I.

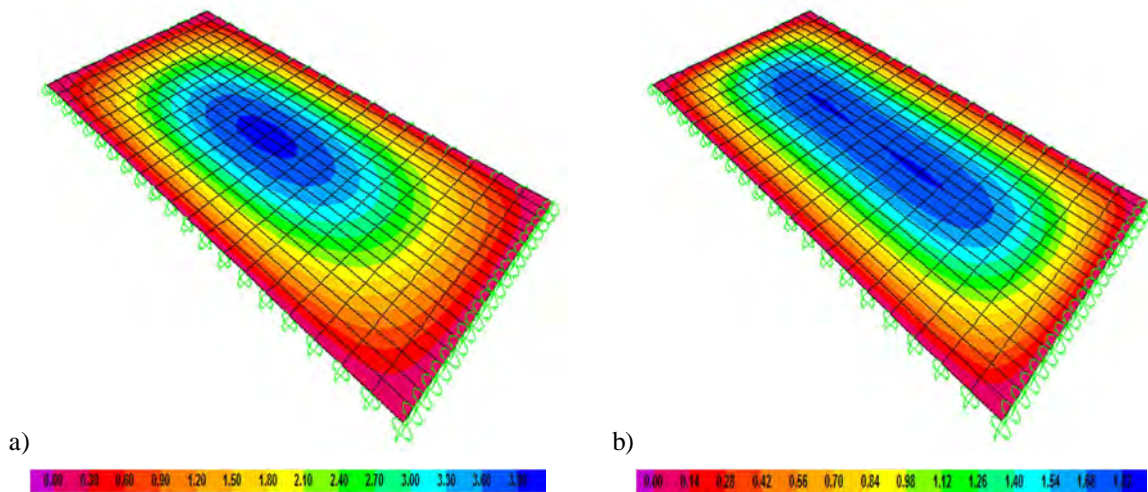


Figura 3.5. Distribución de momentos (kN m) del modelo II en dirección:
a) del claro corto y b) del claro largo.

En la losa rectangular se consideró el momento en la dirección del claro corto y del claro largo, como se ve en la Figura 3.5; donde a) es la distribución del momento en dirección del claro corto y b) es la distribución del momento en dirección del claro largo.

En la Tabla 3.1 se comparan los coeficientes de la franja central de la losa, α_I , α_{IIa} y α_{IIb} que corresponden a los modelos I y II respectivamente, que se obtienen del modelado y α_{exa} es el valor exacto según Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959). También se muestra el error entre los coeficientes exactos y los numéricos. El error se determinó con la ec. (32).

$$e = \frac{\alpha - \alpha_{exa}}{\alpha_{exa}} \times 100 \quad (32)$$

Tabla 3.1. Comparación de los coeficientes numéricos (α) y exactos (α_{exa}).

Posición	α_I	α_{IIa}	α_{IIb}	α_{exaI}	α_{exaIIa}	α_{exaIIb}	e_I	e_{IIa}	e_{IIb}
0 a1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1 a1	0.0211	0.0162	0.0324	0.0209	0.0162	0.0324	0.8220	0.2710	0.6140
0.2 a1	0.0346	0.0292	0.0438	0.0343	0.0292	0.0438	0.8430	0.0616	0.3430
0.3 a1	0.0427	0.0387	0.0465	0.0424	0.0387	0.0465	0.6470	0.0491	0.1530
0.4 a1	0.0469	0.0444	0.0466	0.0466	0.0444	0.0466	0.6400	0.0900	0.1100
0.5 a1	0.0482	0.0464	0.0464	0.0479	0.0464	0.0464	0.6330	0.0561	0.0561
0.6 a1	0.0469	0.0444	0.0466	0.0466	0.0444	0.0466	0.6400	0.0900	0.1100
0.7 a1	0.0427	0.0387	0.0465	0.0424	0.0387	0.0465	0.6470	0.0491	0.1530
0.8 a1	0.0346	0.0292	0.0438	0.0343	0.0292	0.0438	0.8430	0.0616	0.3430
0.9 a1	0.0211	0.0162	0.0324	0.0209	0.0162	0.0324	0.8220	0.2710	0.6140
1 a1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

En las Figuras 3.6 y 3.7, la curva con puntos (color verde) corresponde a la solución exacta (Timoshenko y Woinosky-Krieger 1959), la curva con cruces (color azul) corresponde a los coeficientes numéricos, calculados con la distribución de momentos obtenidos del análisis en SAP2000. Comparando estas curvas se validó que los elementos finitos placa del software SAP2000 proporcionan una solución congruente con la solución exacta de Timoshenko y Woinosky-Krieger (1959), por lo tanto, se validan los elementos finitos placa para determinar los coeficientes numéricos de losas rectangulares, en las que además de considerar distintas relaciones de lado corto sobre lado largo, se consideran otras condiciones de apoyo.

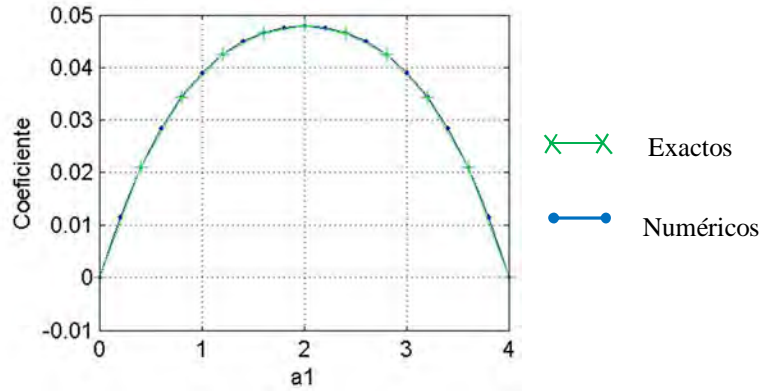


Figura 3.6. Comparación de coeficientes numéricos y exactos del modelo I.

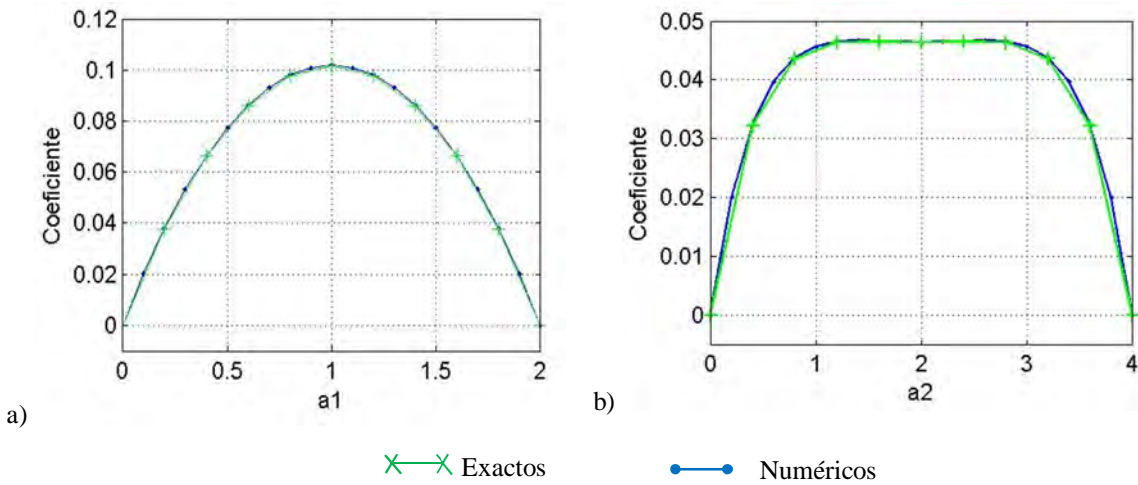


Figura 3.7. Distribución de coeficientes del modelo II en dirección: a) del claro corto y b) del claro largo.

3.4 Estrategia de modelado

3.4.1 Tipos de continuidad

Se consideraron dos tipos de apoyos, que fueron vigas y muros perimetrales, y los dos tipos de continuidad que se consideran en las NTCC-4, que son: el tipo *I*, cuando la losa está colada monolíticamente con sus apoyos, como se muestra en la Figura 3.8a, y el tipo *II* cuando la losa no está colada monolíticamente con sus apoyos, *i.e.*, el caso en que la losa se apoya sobre vigas de acero, bloques de concreto, como se muestra en la Figura 3.8b, o existiera una junta fría entre la losa y los apoyos que permitiera rotar libremente a la losa; es de interés mencionar que el IStructE-06 sólo propone coeficientes para losas tipo *I*.

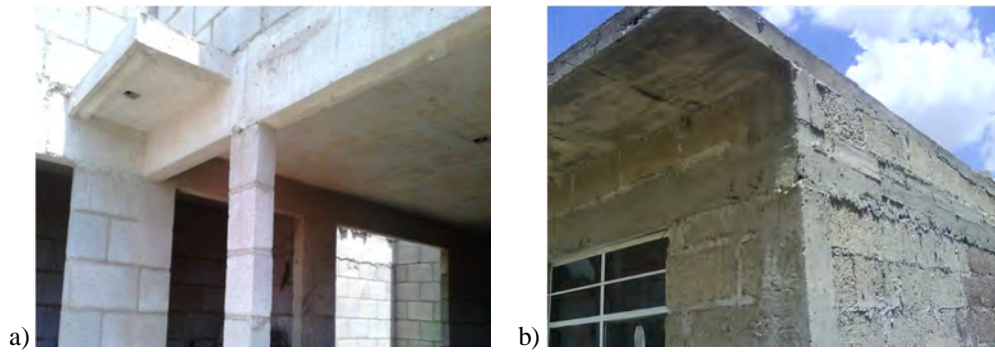


Figura 3.8. Panel tipo: a) I y b) II.

Las vigas y columnas se modelaron en SAP2000 con elementos tipo viga (*Frame*) y las losas y muros con elementos tipo cascaron (*Shell*). Los elementos cascaron delgado (*Shell thin*) desprecian la deformación por cortante y se utilizaron porque la relación de lados entre su espesor es menor a un décimo del claro, no existen huecos ni cambios en el espesor de la losa. Como se muestra en la Figura 3.9, estos elementos tienen en cada nodo seis grados de libertad ($d_x, d_y, d_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$), que permiten determinar los desplazamientos y rotaciones en la dirección normal y perpendicular al plano del elemento. Al acoplar los grados de libertad permiten definir el tipo de continuidad de los elementos estructurales. Para una losa colada monolíticamente con las vigas o muros perimetrales, los seis grados de libertad (desplazamientos y rotaciones) de los nodos de las losas y de los apoyos se acoplan, mientras que para una losa no colada monolíticamente con sus apoyos, sólo se acoplan los grados de libertad que corresponden a los desplazamientos (d_x, d_y, d_z), permitiendo que la losa pueda rotar libremente, tal como lo permite un apoyo simple. Aunque sólo se determinó el tamaño de la malla de las losas, los muros también se discretizaron con mallas de 20x20 elementos por borde y las vigas se discretizaron longitudinalmente en 20 elementos, para acoplarse con la malla de los bordes de las losas.

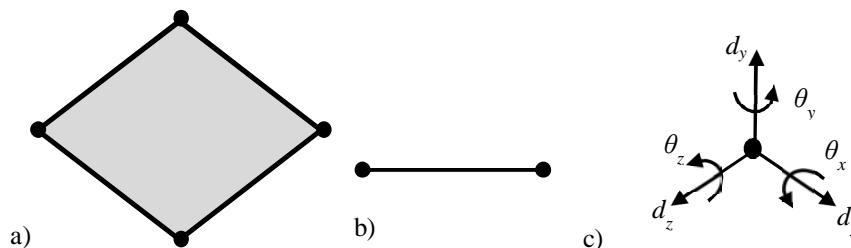


Figura 3.9. a) Elemento tipo *Shell*, b) elemento tipo *Frame* y c) grados de libertad en cada nodo.

3.4.2 Carga y propiedades las losas y apoyos

Las losas y muros de apoyo se modelaron con un espesor constante de 0.10m, la sección de las vigas de apoyo fue de 0.20x0.35m y las columnas de 0.30x0.30m. Se consideró el material homogéneo e isotrópico con módulo elástico E de $2.214 \times 10^9 \text{kgf/m}^2$ ($2.171 \times 10^4 \text{MPa}$), con relación de Poisson de $\nu=0.2$. En los modelos se consideró una carga distribuida 1000kgf/m^2 (9.81kN/m^2). El peralte propuesto cumple con las disposiciones de diseño de las NTCC-04 para el panel más desfavorable, que es el panel aislado tipo *II*, de 4m por lado.

3.5 Descripción geométrica de los modelos

Las NTCC-04 presentan relaciones de lado corto sobre lado largo de 0, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0; sin embargo, no se realizaron modelos para relaciones menores a 0.5. El IStructE-06 proporciona coeficientes para relaciones de lado largo sobre lado corto de 1.0, 1.25, 1.5, 1.75 y 2.0. Para tener estas relaciones de lados en los modelos, el claro largo se mantuvo constante en 4m y el claro corto varió de 2 a 4m. La altura de las columnas y muros fue de 2.5m.

3.5.1 Panel aislado

En la Figura 3.10a se muestran un panel aislado soportado por vigas y columnas; mientras que la Figura 3.10b muestra el mismo panel aislado, pero soportada en su perímetro por muros, sin considerar la existencia de puertas o ventanas, ni huecos en la losa. La relación de lados en estos modelos es 0.5 para las NTCC-04 y el inverso para el IStructE-06, para el caso en que el claro largo mide 4m y el claro corto mide 2m.

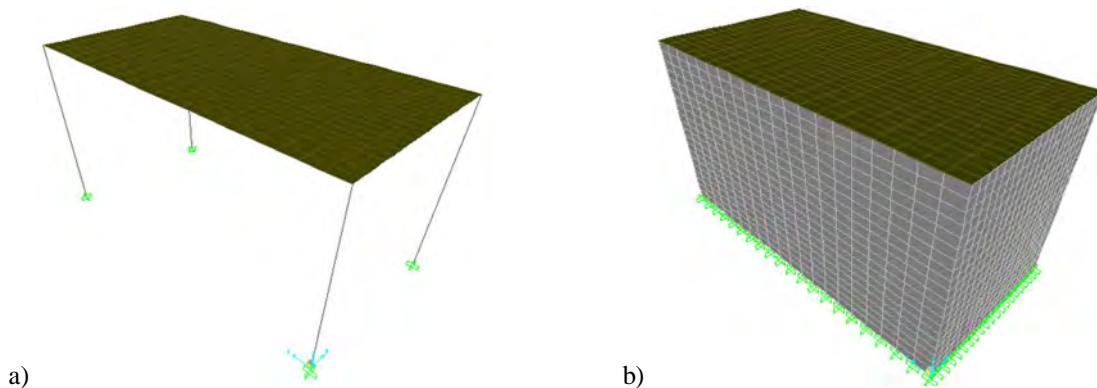


Figura 3.10. Panel aislado apoyado sobre: a) vigas y b) muros.

3.5.2 Panel de borde con lado corto discontinuo e interior

Para obtener la distribución de momentos de los paneles de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo, de esquina e interiores, se compararon los coeficientes en el centro de cada panel obtenidos de modelos de losas con de 3 y 5 paneles por borde (Figura 3.11), con relación de lados de 1. Puesto que en los paneles de esquina y de borde los coeficientes más grandes se obtuvieron del modelo con 3 paneles por borde y en el panel interior los coeficientes son iguales, se concluyó que la losa con 3 paneles por borde proporciona los coeficientes más grandes como se muestra en la Figura 3.12a y c, por lo que esta configuración de paneles es la que se usó para los modelos. El procedimiento en que se determinan los coeficientes en los paneles se explica en el capítulo 4 de esta tesis.

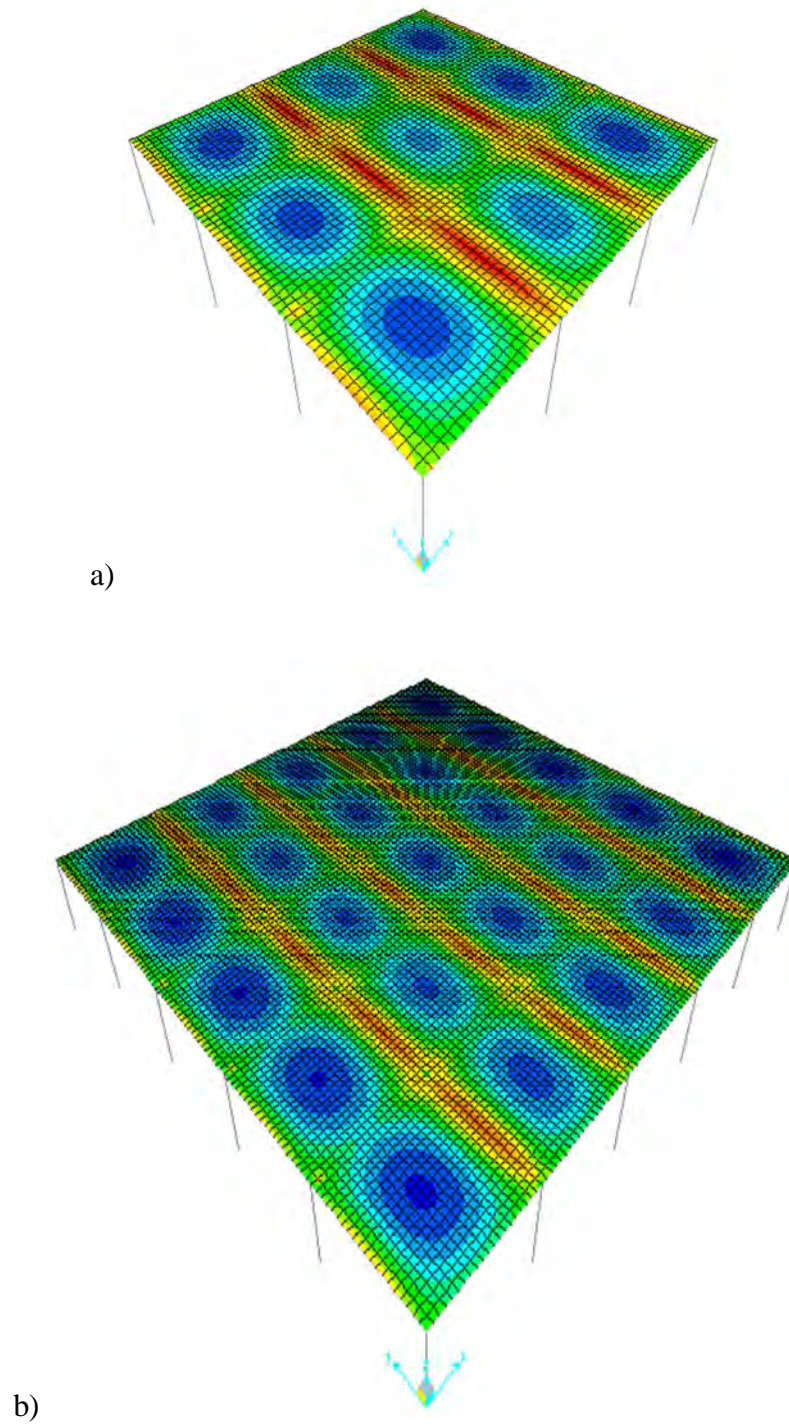


Figura 3.11. a) Losa de 3x3 y b) losa de 5x5 paneles.

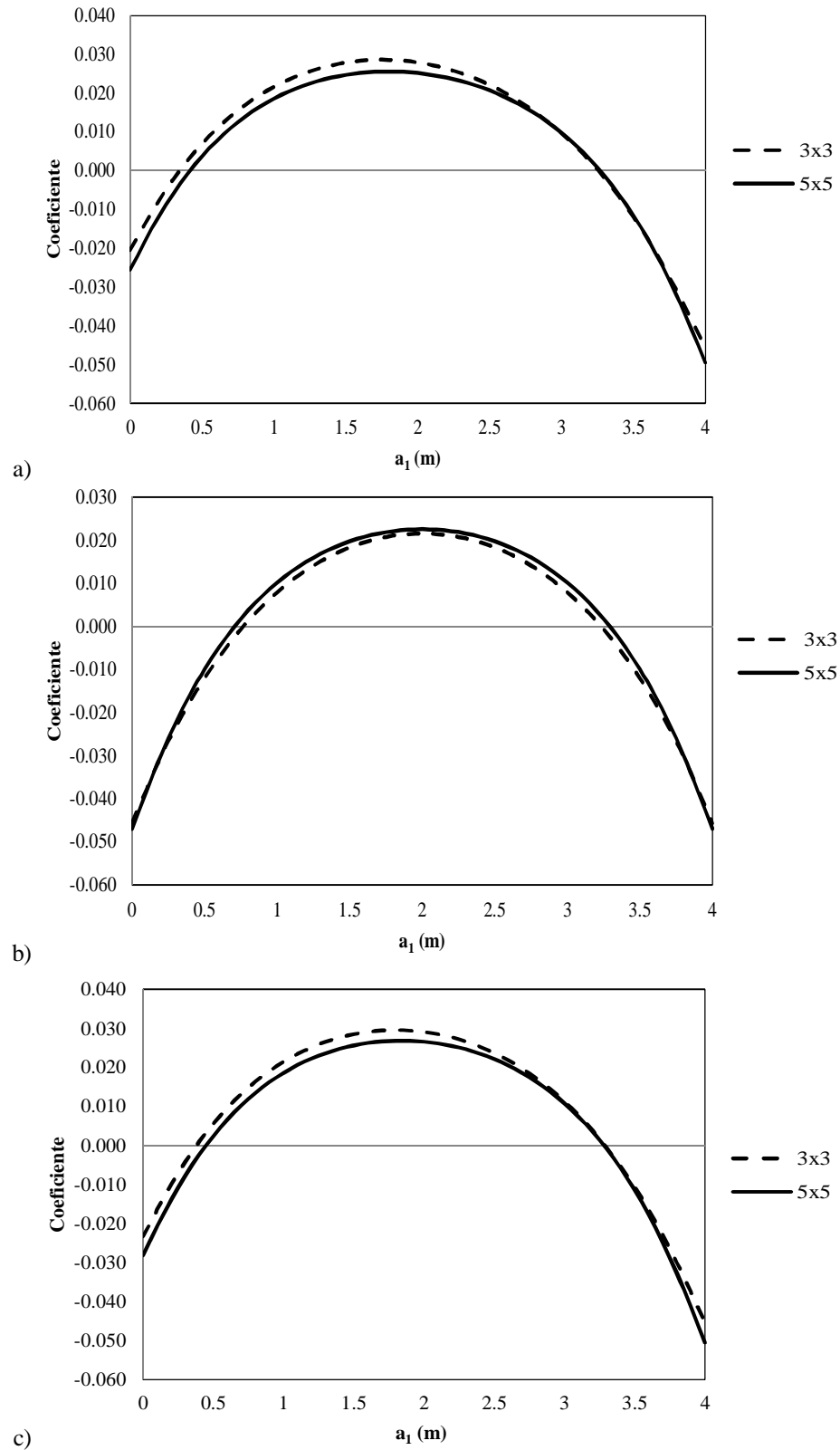


Figura 3.12. Comparación de coeficientes en el centro del panel: a) de borde, b) interior y c) de esquina.

La Figura 3.13 muestra el modelo de losa para los paneles de borde con un lado corto discontinuo e interior, donde la relación de lados de los paneles de esquina y de borde con un lado largo discontinuo se mantuvo constante en 1, mientras que las relaciones de lados de los paneles interiores y de borde con un lado corto discontinuo se varió de 0.5 a 1.0.

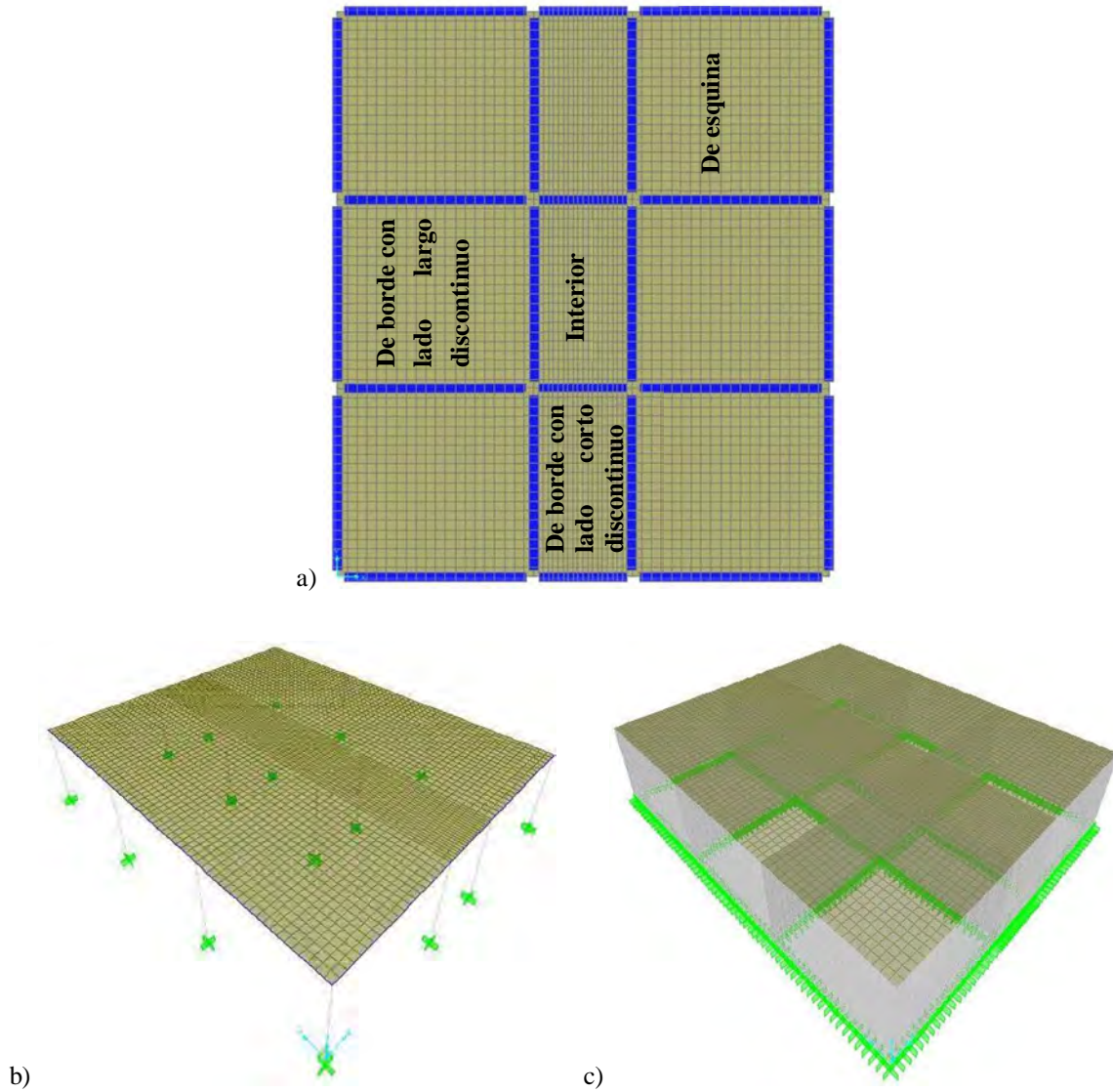


Figura 3.13. Modelo para tableros interiores y de borde con un lado corto discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.

3.5.3 Panel de borde con un lado largo discontinuo y de esquina

Un modelo similar al de la Figura 3.13 se usó para obtener la distribución de momentos de los paneles de borde con un lado largo discontinuo y de esquina, con la relación de lados de los paneles interiores y de borde constante e igual a 1, y las relaciones de lados de los paneles de esquina y de borde con un lado largo discontinuo fueron variando de 0.5 a 1.0. La Figura 3.14 muestra el modelo de los paneles de esquina y de borde con un lado largo discontinuo con relación de lados de 0.5.

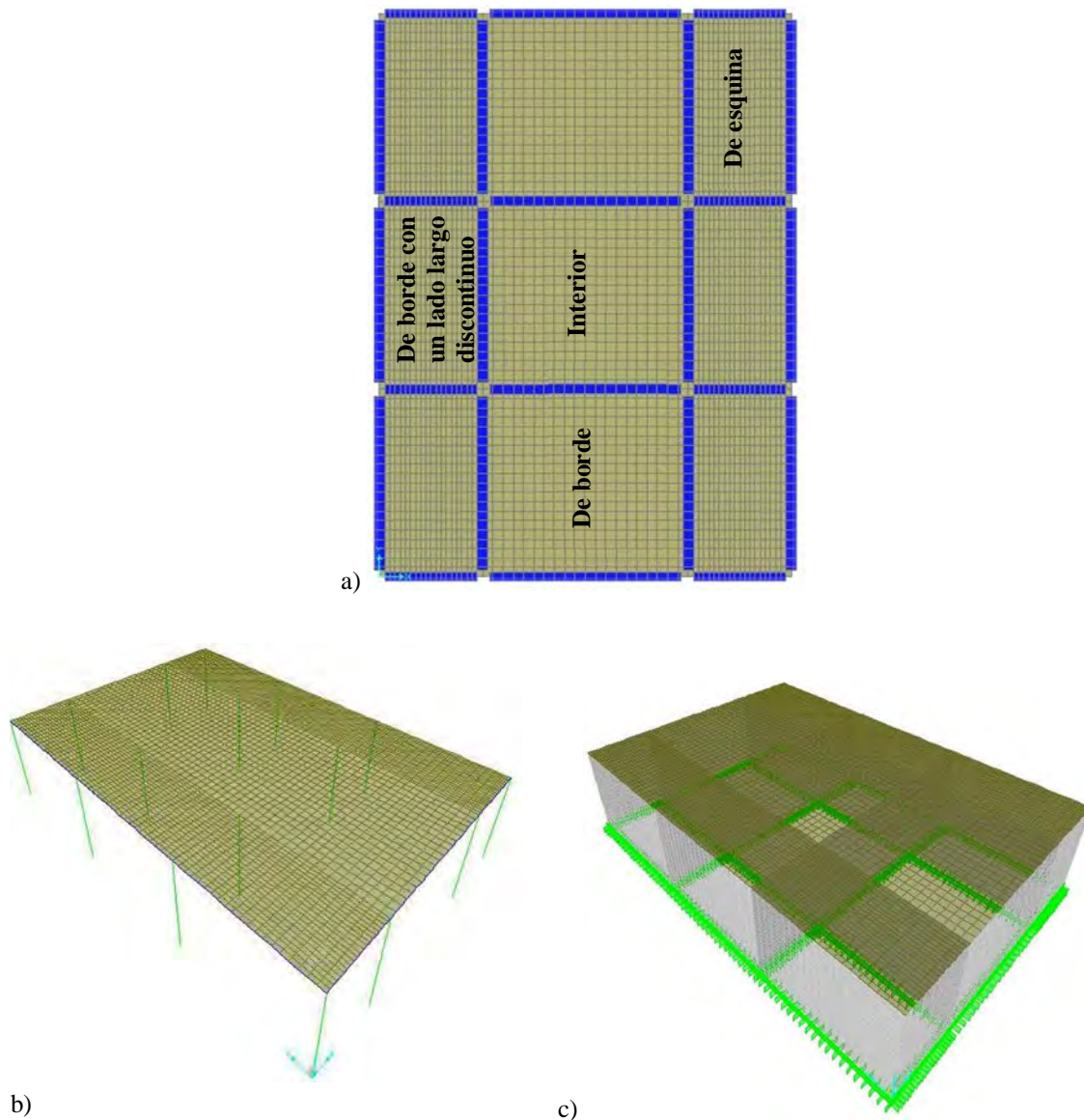


Figura 3.14. Modelo para tableros de esquina y de borde con un lado largo discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y b) sobre muros.

3.5.4 Paneles de extremo

Los paneles de extremo con un lado corto discontinuo se modelaron como se muestra en la Figura 3.15 y los de extremo con un lado largo discontinuo como lo muestra la Figura 3.16.

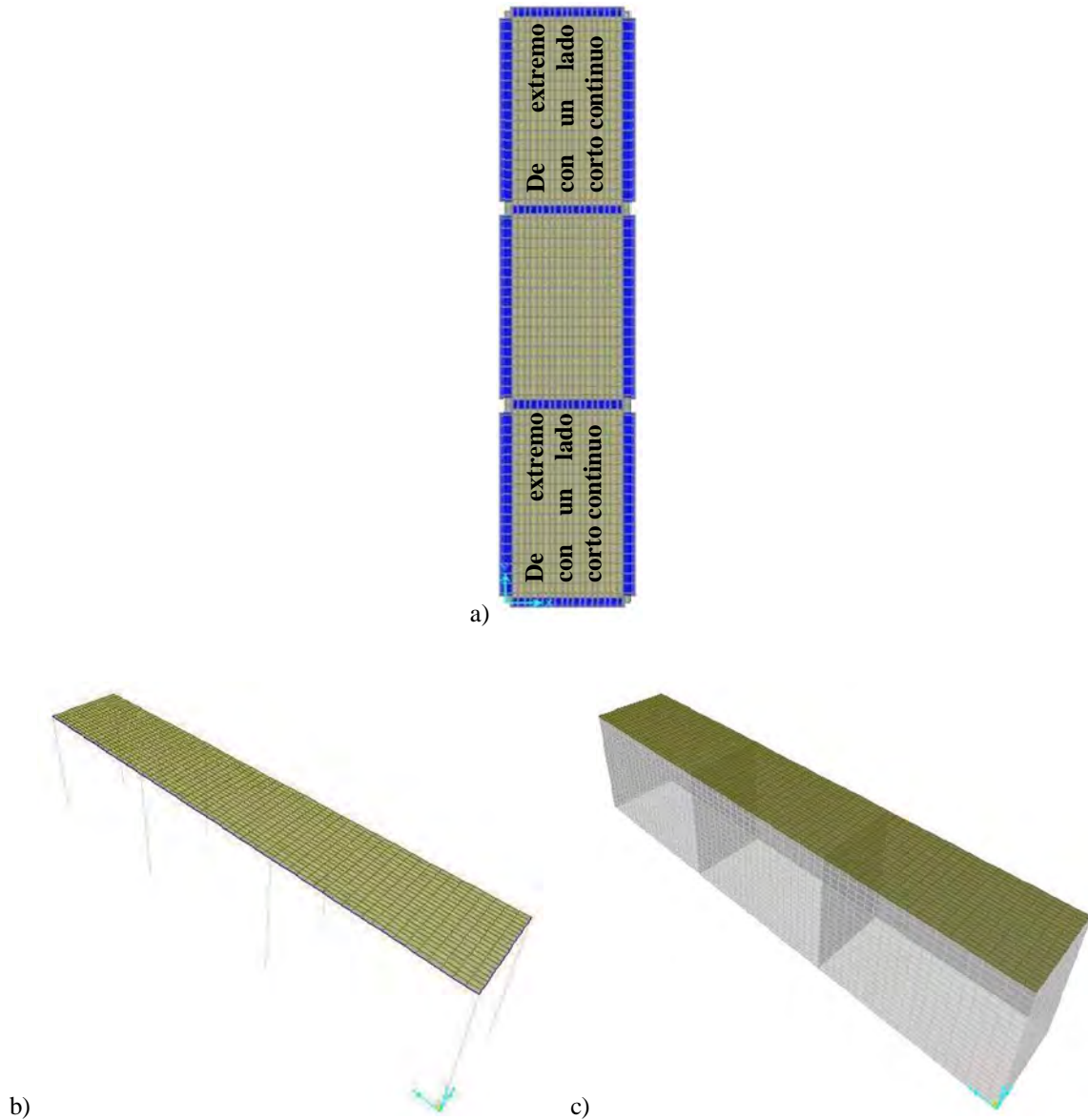


Figura 3.15. Paneles de extremo con un lado corto discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.

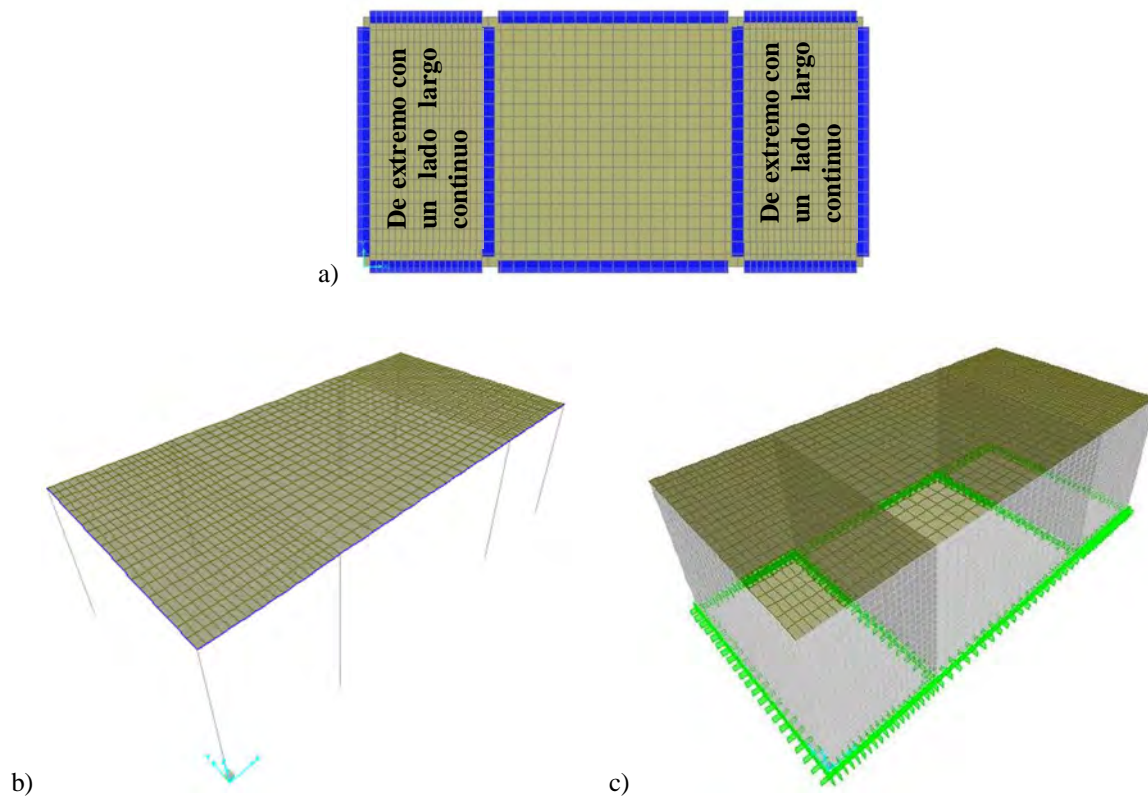


Figura 3.16. Paneles de extremo con un lado largo discontinuo: a) planta, b) apoyados sobre vigas y c) sobre muros.

3.6 Desplazamientos

El desplazamiento máximo en cualquier panel de una losa está limitado por las NTCC-04, donde se establece como estado límite un desplazamiento vertical máximo en el centro de la losa igual al claro entre 240 más 5mm. Se verificó que los modelos cumplieran con este requisito de diseño, por lo que se obtuvieron de los análisis los desplazamientos máximos de cada panel y se compararon con el límite establecido por las NTCC-04.

Los desplazamientos en el centro de cada panel se muestran en la Figura 3.17, donde se observa que al incrementar la relación de lados del panel, aumenta el desplazamiento máximo en la losa, como era de esperarse, por lo que los desplazamientos más grandes se obtienen cuando $m=1$; sin embargo, en la Figura 3.18, se muestra que en ningún caso se rebasa el límite establecido por las NTCC-04.

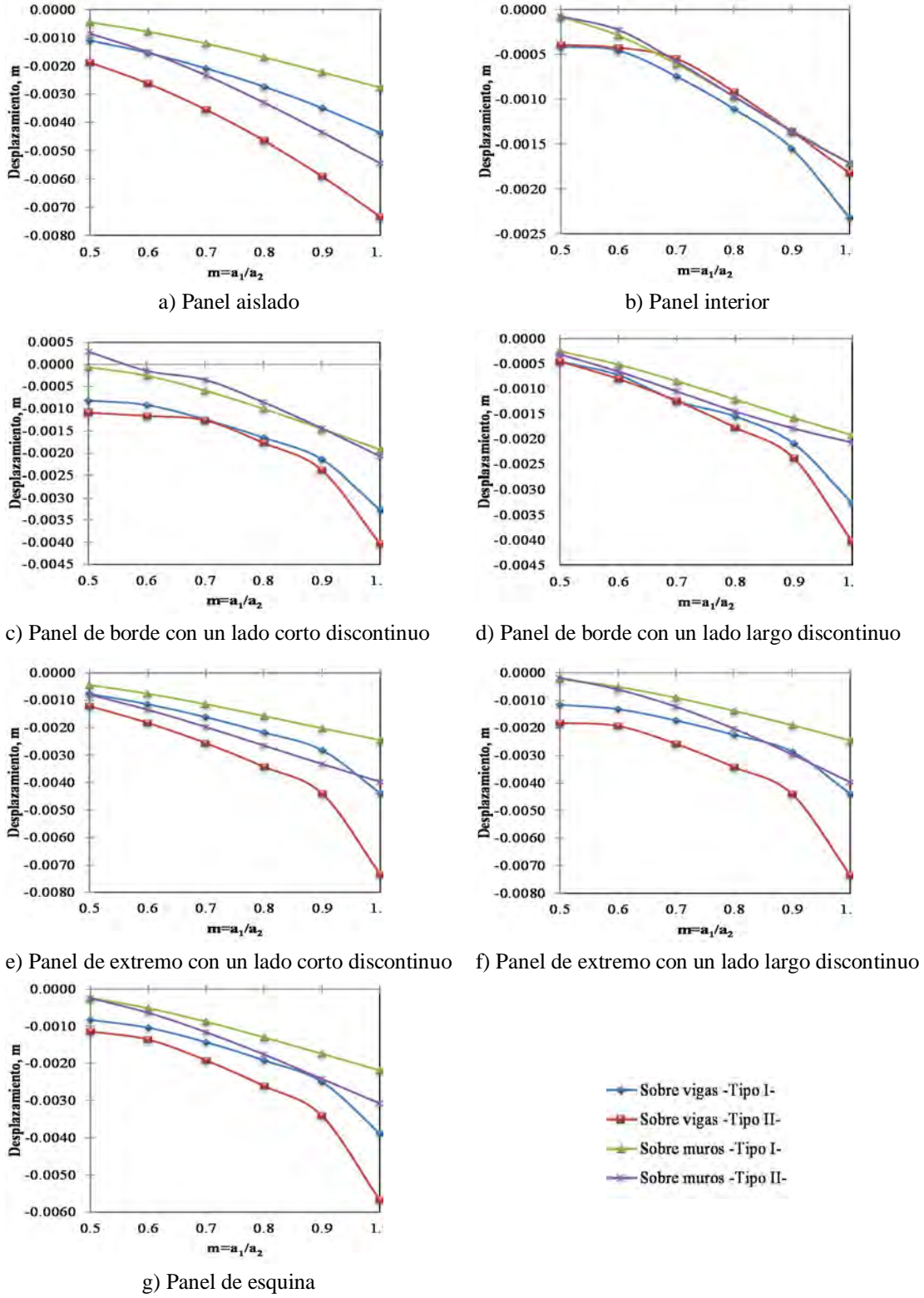


Figura 3.17. Desplazamiento en el centro del panel.

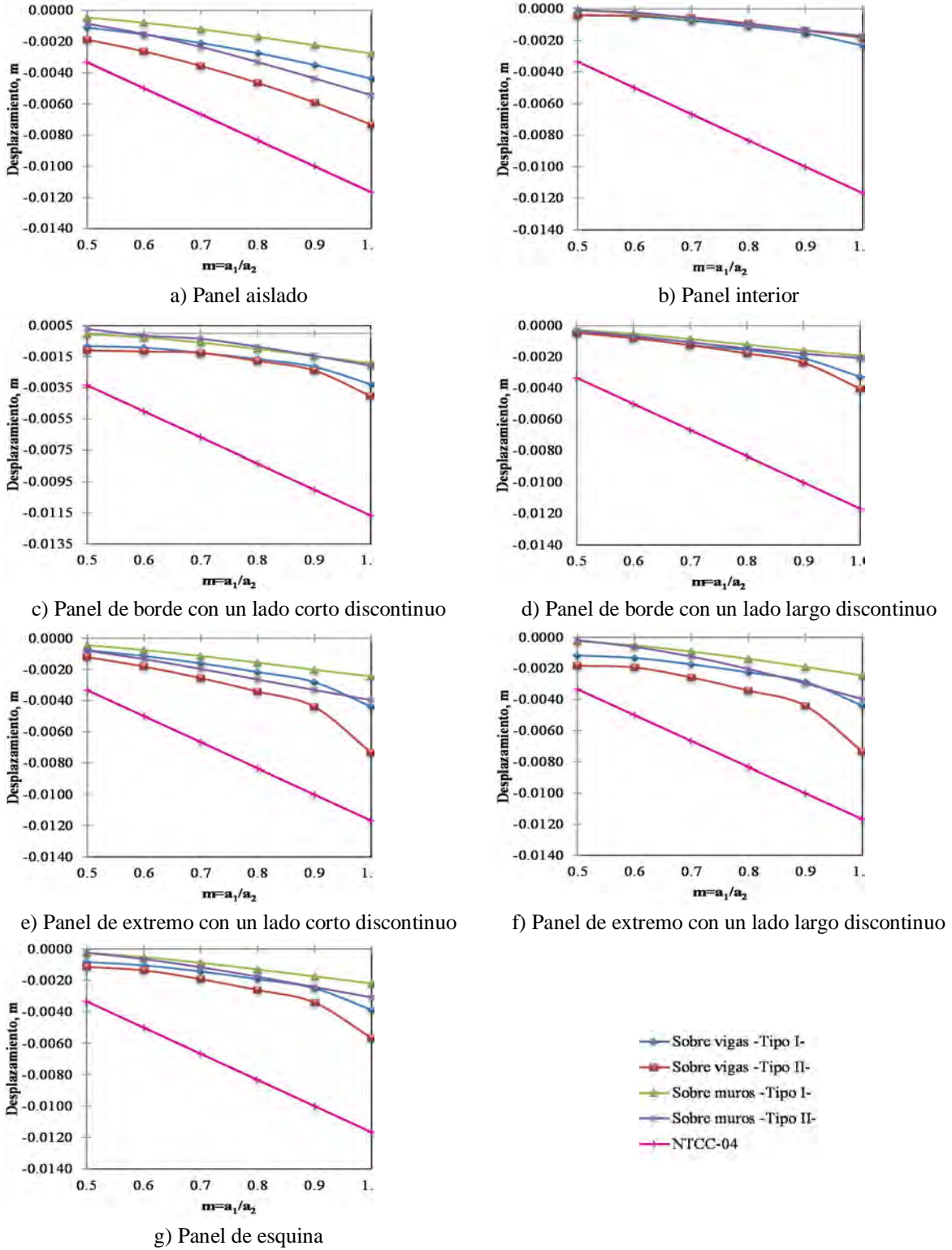


Figura 3.18. Verificación del estado límite de servicio.

CAPÍTULO 4

Coeficientes numéricos

4.1 Introducción

De los análisis elásticos de las losas, se obtuvo la distribución del momento en dirección del claro corto y del claro largo con las que se determinó la distribución de coeficientes numéricos α , ec.(31). Puesto que la magnitud de α depende de los momentos M , dividida entre valores constantes, w y a_1 , la distribución de los coeficientes es análoga a la de los momentos.

4.2 Distribución de coeficientes

Del análisis realizado a los paneles aislados mostrados en la Figura 3.10, se obtuvo la distribución del momento actuando en dirección del claro corto, como se muestra en la Figura 4.1, en la que se distinguen los dos tipos de continuidad, ya que el tipo *I*, que corresponde al panel colado monolíticamente con sus apoyos, presenta momentos negativos en los bordes del claro largo, causados por la restricción al giro que provoca el empotramiento parcial de la losa, como se muestra en la Figura 4.1a. En paneles con continuidad tipo *II* sólo se presentan momentos positivos como se muestra en la Figura 4.1b.

Las Figuras 4.2 y 4.3 muestran la distribución de momentos y de coeficientes numéricos del panel aislado apoyado sobre vigas y muros, respectivamente, donde a_1 es el claro corto y a_2 el claro largo. Aunque la distribución de coeficientes numéricos se conoce en todo el panel, sólo se consideran los de la línea central, ya que los coeficientes que proponen las NTCC-04 y el IStructE-06 están dados para la franja central, que es donde se encuentra la mayor demanda de momento positivo y negativo.

En las Figuras 4.4 y 4.5 se muestran los coeficientes de la línea central extraídos de la distribución de coeficientes de las Figuras 4.2a y 4.3a, respectivamente, siendo la curva denominada “Vigas”, la distribución de coeficientes en la línea central del panel soportado por vigas perimetrales, la curva denominada “Muros”, corresponde a la distribución de coeficientes del mismo panel, pero soportado por muros en su perímetro. La curva denominada “Propuesto” es el 80% de los valores máximos de los coeficientes numéricos y las líneas rectas, muestran la distribución de coeficientes presentada por las NTCC-04.

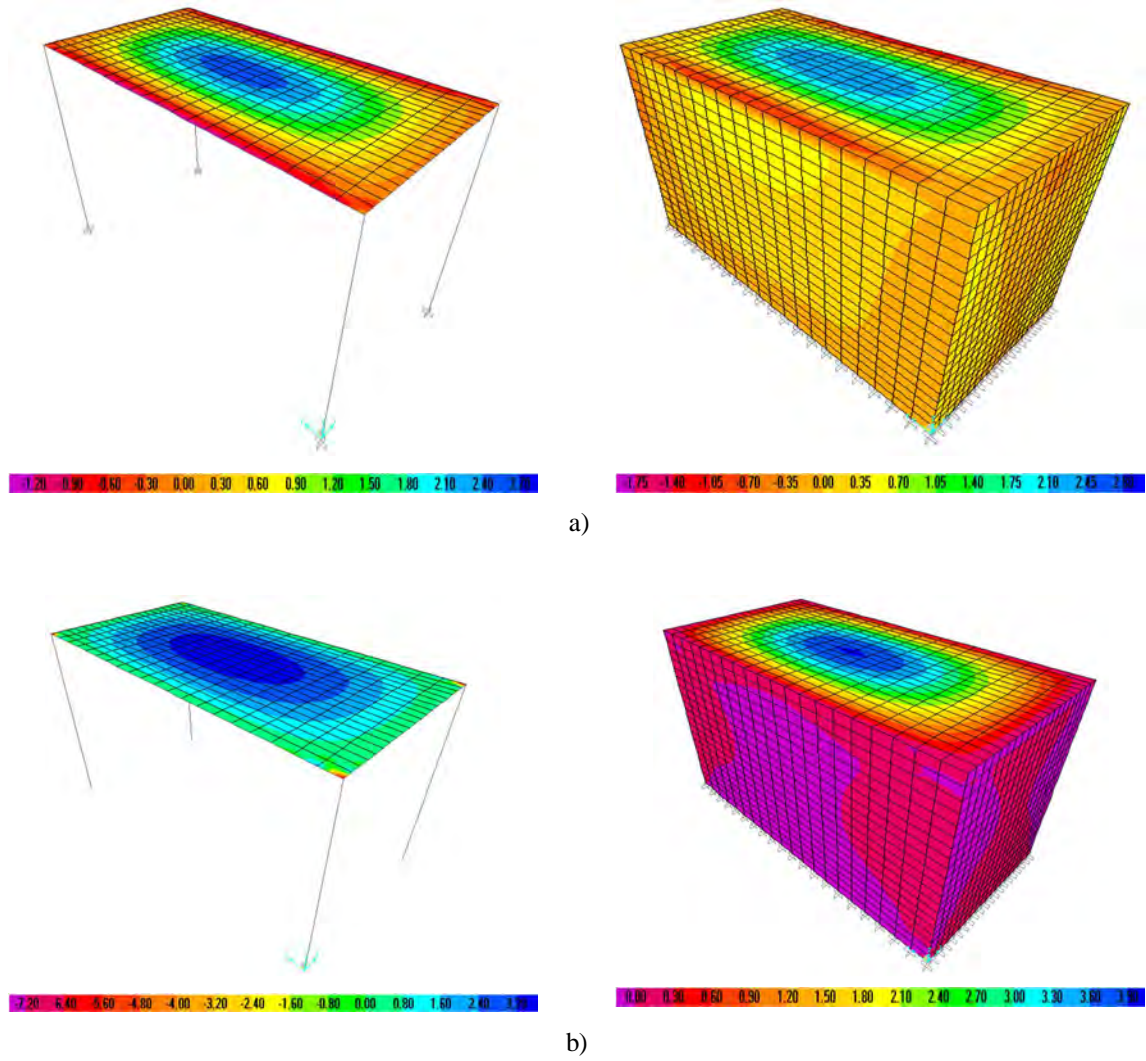


Figura 4.1. Distribución de momentos (kN m) en dirección del claro corto del panel aislado tipo: a) I y b) II.

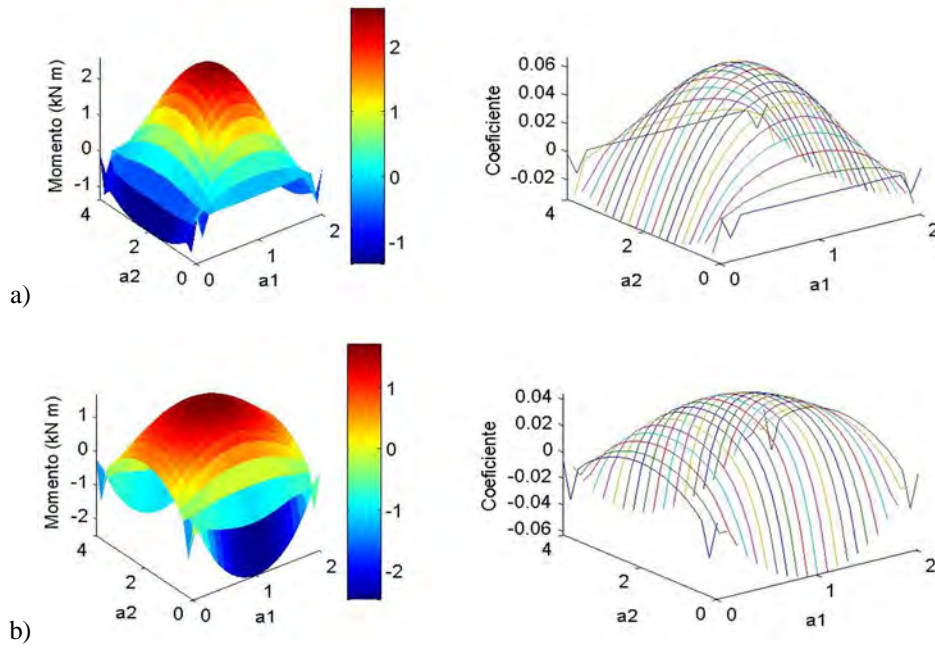


Figura 4.2. Distribución de momentos y coeficientes en dirección del claro:
a) corto y b) largo del panel aislado tipo *I*, apoyado sobre vigas.

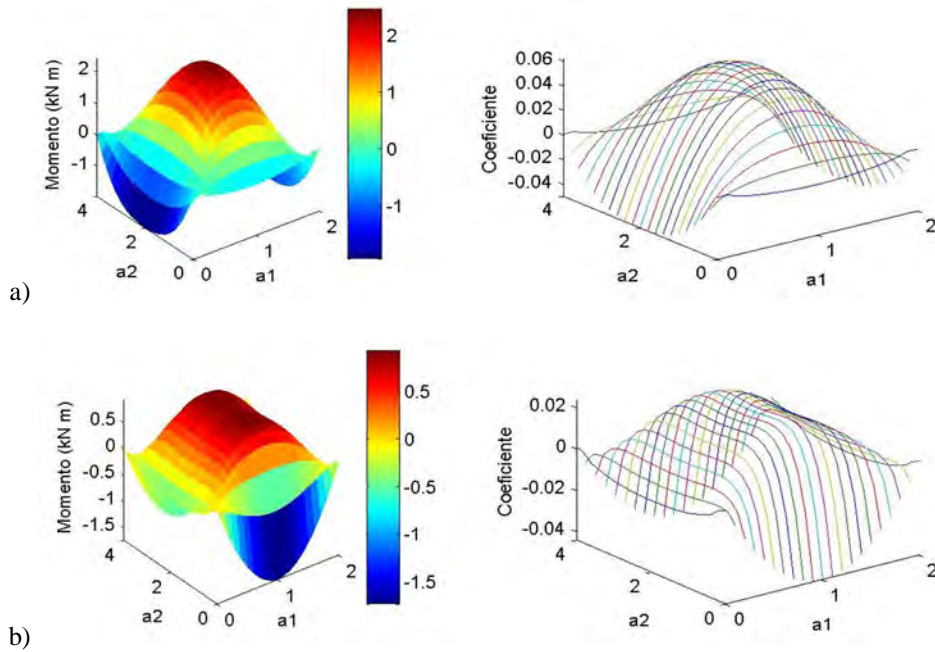


Figura 4.3. Distribución de momentos y coeficientes en dirección del claro:
a) corto y b) largo del panel aislado tipo *I*, apoyado sobre muros.

Las NTCC-04 proporcionan coeficientes para la franja central, que es donde se producen los momentos positivos y negativos con mayor magnitud en los paneles, en las franjas de borde se permite diseñar con el 60 por ciento de los coeficientes, puesto que la magnitud del momento disminuye hacia los bordes del panel, como se muestra en las distribuciones de momentos. La magnitud de los coeficientes numéricos en la línea que se encuentra a un cuarto del borde son entre el 60 y 70 por ciento de los coeficientes que se encuentran en la línea central, por lo que una propuesta pragmática es utilizar para diseño por lo menos el 80 por ciento de los coeficientes máximos obtenidos numéricamente, en los casos donde los coeficientes propuestos por las NTCC-04 son menores a los coeficientes numéricos. En las Figuras 4.4b y 4.5b los coeficientes sólo tienen valores positivos, ya que se trata de la distribución de coeficientes de un panel con continuidad tipo *II*.

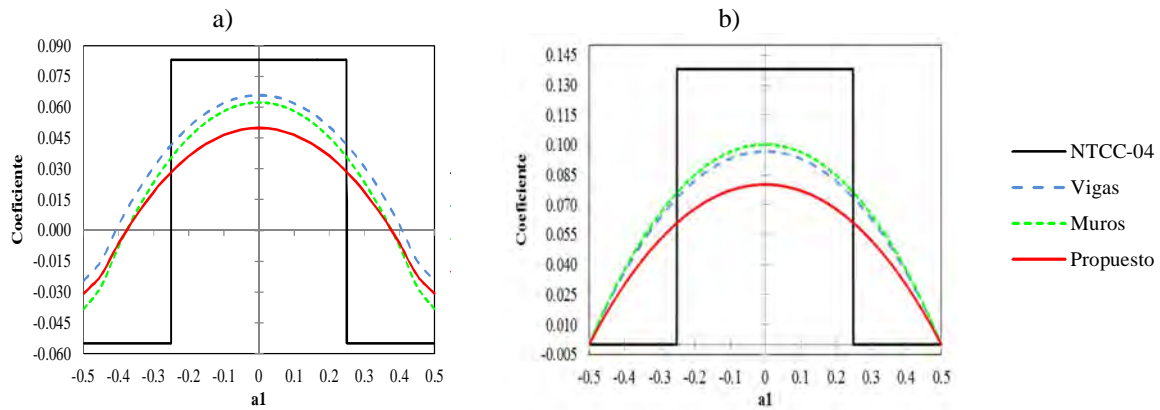


Figura 4.4 Coeficientes en dirección corta de panel aislado tipo: a) *I* y b) *II*

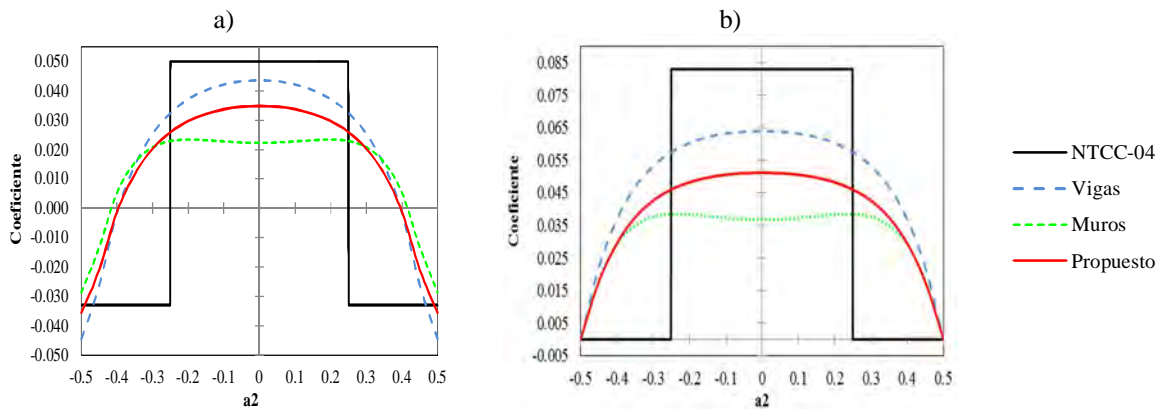


Figura 4.5. Coeficientes en dirección larga de panel aislado tipo: a) *I* y b) *II*.

Para este panel, los coeficientes positivos propuestos por las NTCC-04 son mayores a los calculados numéricamente; sin embargo, en la Figura 4.5a los coeficientes negativos son menores.

De la distribución de momentos en dirección del claro corto y del claro largo de la losa apoyada sobre vigas y muros de las Figuras 4.6 a 4.9, sólo se considera la distribución de momentos del panel interior y de un panel de borde con un lado corto discontinuo para determinar los coeficientes numéricos. En la losa tipo *I*, los momentos negativos en los bordes interiores son mayores a los momentos en bordes perimetrales, tal como se esperaba, ya que los paneles adyacentes provocan que la rigidez torsionante sea mayor que en un borde extremo. Por la misma razón, en la losa tipo *II*, como la que se muestra en la Figura 4.7, los momentos negativos sólo se presentan en bordes interiores.

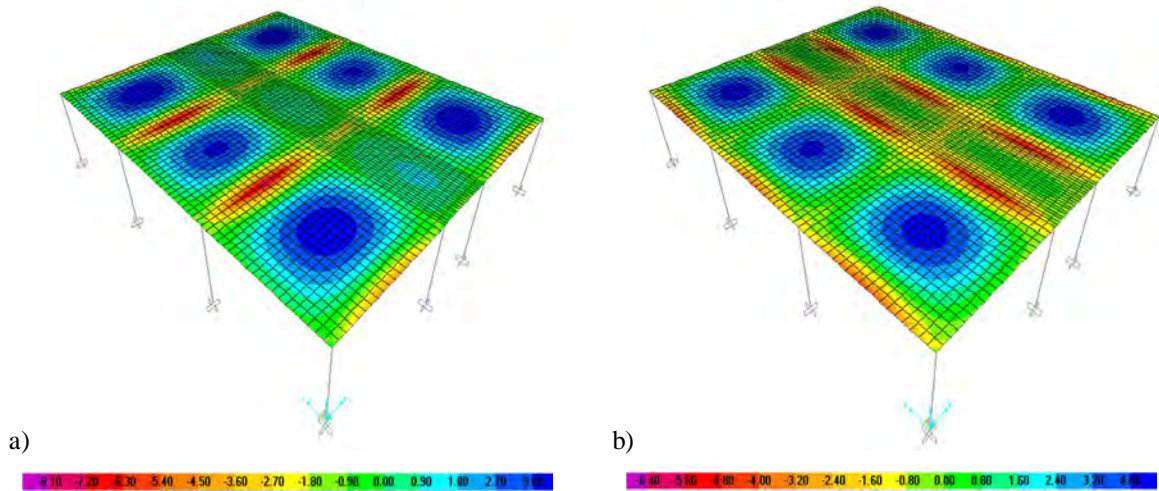


Figura 4.6. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo *I*, en dirección del claro: a) largo y b) corto.

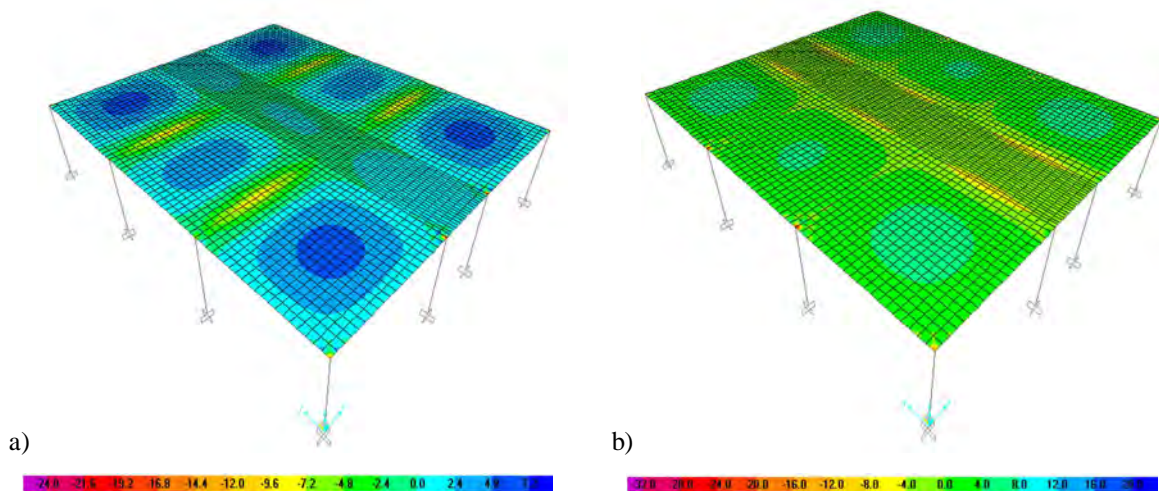


Figura 4.7. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo *II*; en dirección del claro: a) largo y b) corto.

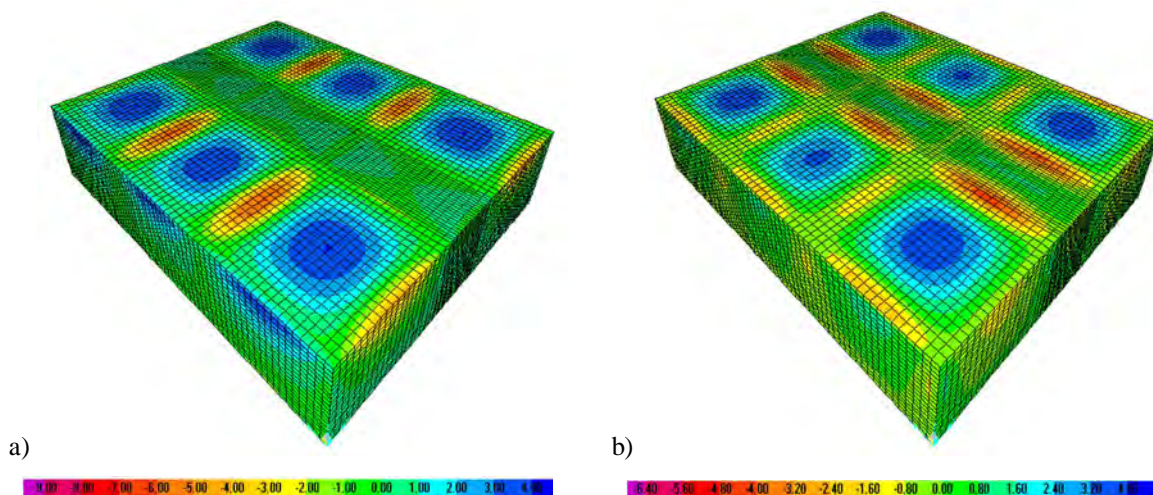


Figura 4.8. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo *I*, en dirección del claro: a) largo y b) corto.

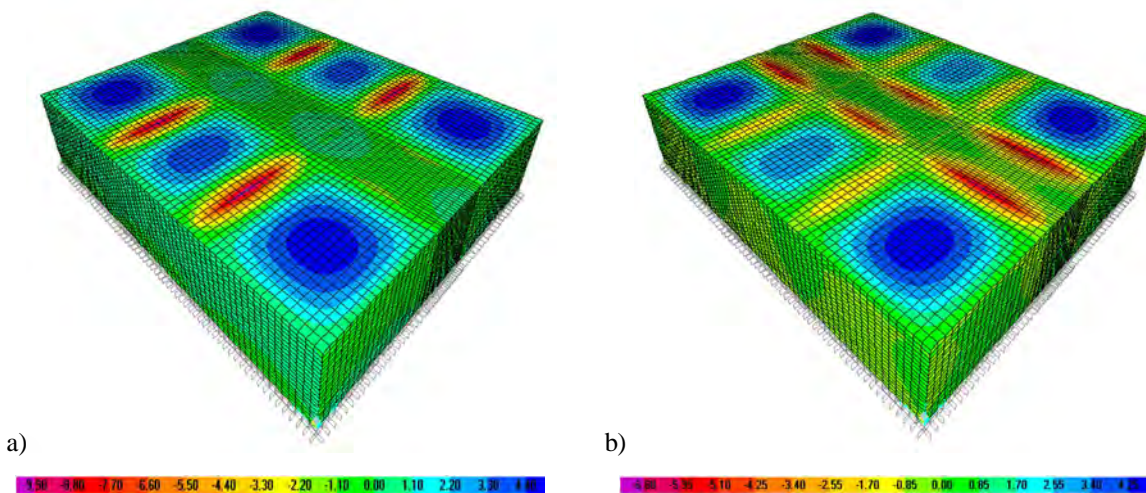


Figura 4.9. Distribución de momentos (kN m) en losa tipo *II*, en dirección del claro: a) largo y b) corto.

La distribución del momento en dirección paralela del claro corto del panel interior tipo *I*, extraída de la distribución de momento de la losa apoyada sobre muros se muestra en la Figura 4.10, como si se tratara de un panel aislado y, a partir de esta, se determinó la distribución de coeficientes. Debido a la simetría en geometría, carga y rigideces de los elementos que rodean al panel, la distribución de momentos también es simétrica y, por lo tanto, la distribución de coeficientes también lo es. De la misma manera, la distribución del momento y de coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado corto discontinuo se muestra en la Figura 4.11, donde se observa que no son simétricas, puesto que el panel no tiene la misma continuidad en todos sus bordes, lo que causa que el

momento negativo en el borde discontinuo sea menor que el momento negativo en el borde continuo.

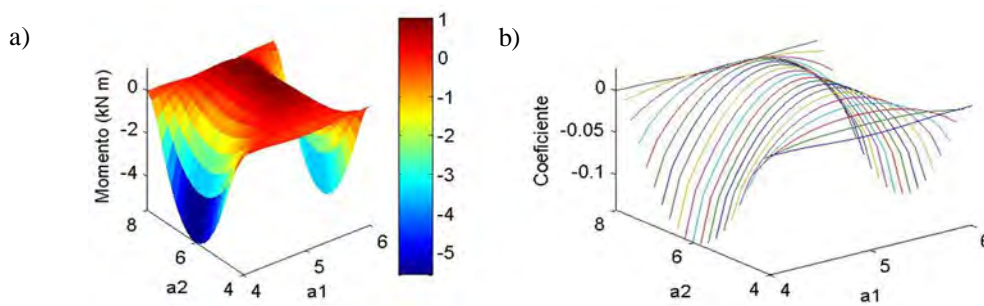


Figura 4.10. Distribución de: a) momentos y b) coeficientes, en dirección del claro corto del panel interior tipo *I*.

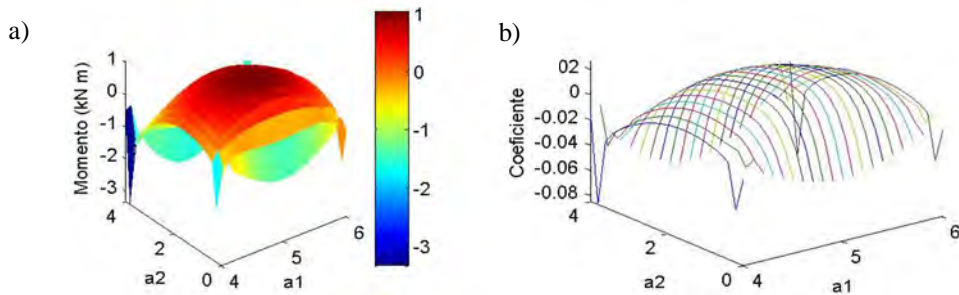


Figura 4.11 Distribución de: a) momentos y b) coeficientes, en dirección del claro largo del panel de borde con un claro corto discontinuo tipo *I*.

La Figura 4.12 muestra el efecto que causan los muros en la distribución de los momentos, en la que se observa que en el centro del panel se producen momentos negativos, lo cual no está considerado en los reglamentos, ya que en el centro sólo se propone acero para momento positivo. Este efecto también se presenta en otros paneles, como el interior y desaparece gradualmente al incrementarse la relación de lados, es decir, este efecto en los mismos paneles pero con relaciones de lados de 1 ya no se presenta y, por lo tanto, la distribución de momentos es igual al que producen las vigas.

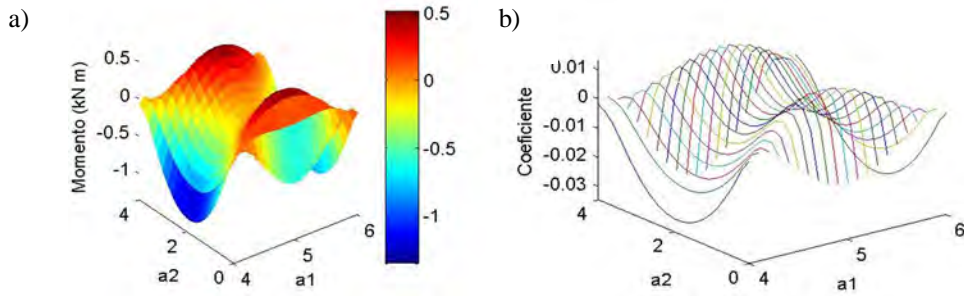


Figura 4.12. Distribución de: a) momentos y b) coeficientes en dirección del claro largo de panel de borde con un lado corto discontinuo apoyado sobre muros, tipo *I*.

La comparación de los coeficientes centrales del panel interior se muestra en las Figuras 4.13 y 4.14, donde se observa que los coeficientes de momento positivo propuestos por la NTCC-04 son mayores a los numéricos en dirección del claro corto, pero iguales a los causados por los muros cuando el momento actúa en dirección del claro largo, aunque no se encuentran en la misma posición del panel. Los momentos negativos causados por los muros son menores a los causados por las vigas e incluso menores a los propuestos por la NTCC-04 en la dirección larga del panel.

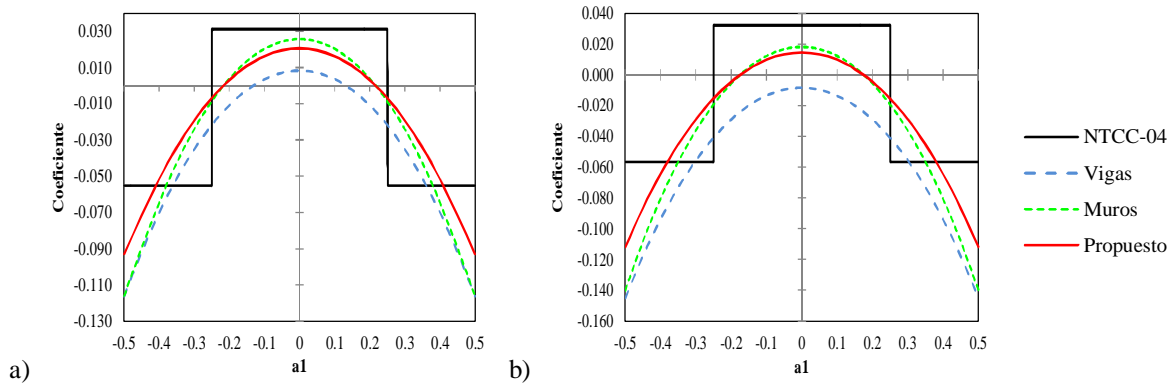


Figura 4.13 Coeficientes en dirección del claro corto del panel interior tipo: a) *I* y b) *II*.

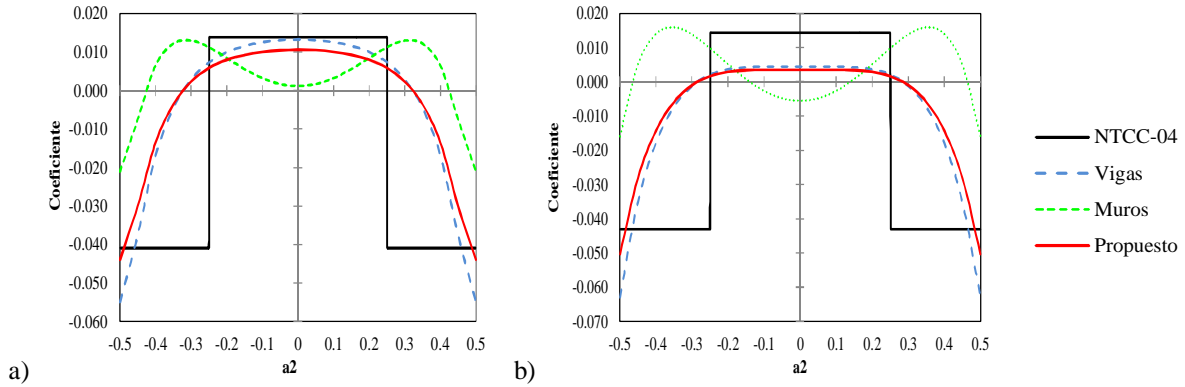


Figura 4.14 Coeficientes en dirección del claro largo del panel interior tipo: a) *I* y b) *II*.



Figura 4.15. Deformación del panel interior.

Los muros causan una distribución del momento en el panel interior y, por lo tanto, de coeficientes en la que el coeficiente máximo positivo no se encuentra en el centro del panel, se encuentra cerca de los bordes, como se muestra en la distribución de coeficientes de las Figura 4.14a y b. La deformación en el panel interior es como se muestra en la Figura 4.15.

En los paneles de borde la distribución de coeficientes es similar al panel interior, en dirección del claro corto como se muestra en la Figura 4.16, pero en la dirección del claro largo la distribución de coeficientes es asimétrica como se muestra en la Figura 4.17, ya que la rigidez en el borde extremo es menor que en el borde interior. En paneles apoyados sobre vigas, este efecto provoca que el momento máximo positivo no se encuentre en el centro del panel, sino que se encuentre cerca del borde con menor rigidez como se muestra en la Figura 4.17. Los muros provocan en los paneles tipo *I*, los momentos positivos máximos se produzcan a un cuarto de los extremos, no obstante, en losas tipo *II*, los muros producen en el centro del panel momentos negativos y el momento máximo positivo se produzca a una distancia menor a un cuarto del claro respecto al borde interior.

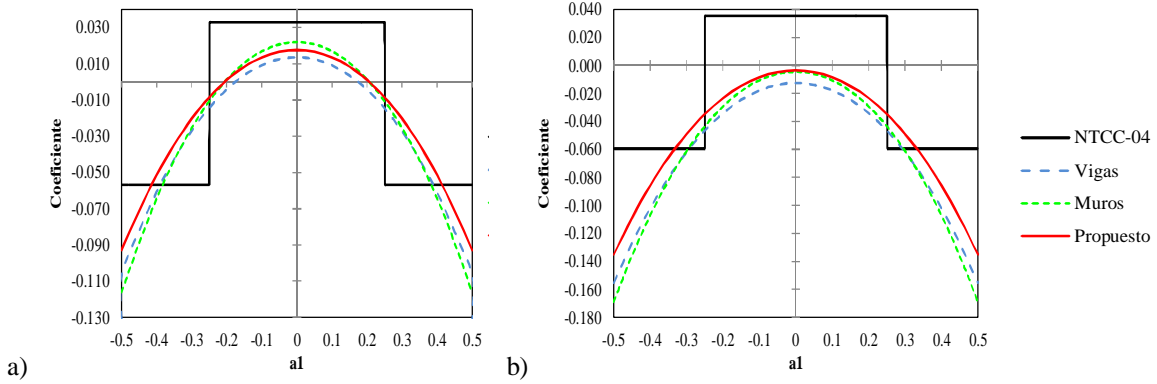


Figura 4.16 Coeficientes en la dirección corta del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo: a) I y b) II.

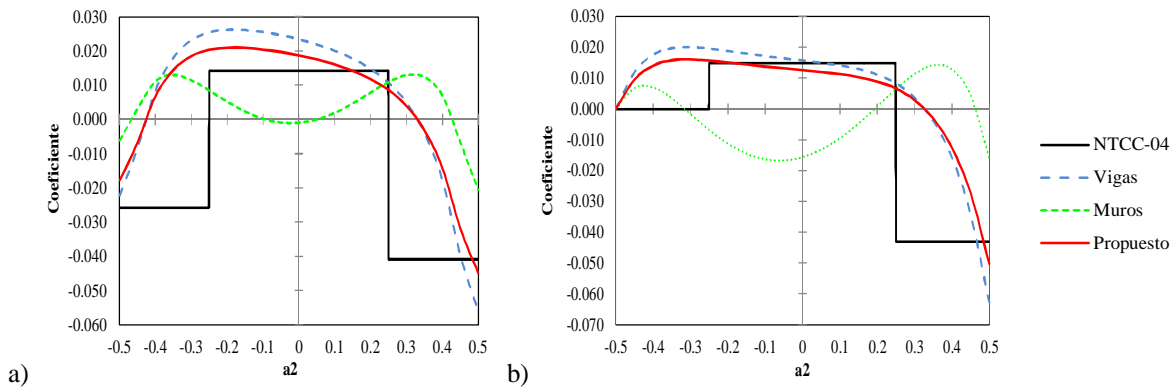


Figura 4.17. Coeficientes en la dirección larga del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo: a) I y b) II.

De la misma manera que se realizó la comparación de los coeficientes en los paneles de borde con un lado largo discontinuo, en los paneles de extremo y en el panel de esquina, que en general, presentan distribuciones similares a las mostradas, debido que las condiciones de continuidad son similares.

4.3 Comparación de los coeficientes propuestos por el IStructE-06

Se compararon los coeficientes que presenta el IStructE-06, con los coeficientes que proponen las NTCC-04 y con coeficientes numéricos calculados en los paneles: interior, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo y de esquina, con las diferentes relaciones de lados que considera. Todos los resultados obtenidos de los análisis se muestran graficados en el Apéndice A de esta tesis.

De los resultados obtenidos se destaca que los coeficientes que presenta el IStructE-06, para determinar el momento positivo son iguales o mayores a los coeficientes numéricos, excepto en un solo caso, que es en el panel de esquina con relación de lados $m=1.75$. En la Figura A.8d se muestra que en la distribución de coeficientes del panel apoyado sobre vigas, el máximo valor positivo es aproximadamente 10% más grande que el coeficiente propuesto por el IStructE-06. En bordes discontinuos, los coeficientes de momento negativo del IStructE-06 son, en todos los casos, mayores a los calculados numéricamente; sin embargo, en los bordes interiores son ligeramente menores.

Existen diferencias importantes entre los coeficientes presentados por el IStructE-06 y los presentados por las NTCC-04, quizá la más importante es que el IStructE-06 utiliza un solo coeficiente de momento negativo para cada panel, el cual se emplea, tanto en los bordes interiores como extremos y en todas las relaciones de lados. Los coeficientes de momento positivo propuestos por el IStructE-06 son mayores a los de la NTCC-04 en todos los casos; sin embargo, en algunos casos los coeficientes en los bordes interiores, son iguales o presentan una pequeña diferencia.

4.4 Comparación de los coeficientes propuestos por las NTCC-04

Las NTCC-04 presentan en total 408 casos, es decir, proponen 408 coeficientes para determinar los momentos positivos y negativos en distintos paneles, los cuales fueron comparados con los coeficientes numéricos obtenidos. Todos los resultados comparativos entre los coeficientes numéricos calculados y los de las NTCC-04 se muestran en el Apéndice B.

En la Tabla 4.1 se muestra un resumen de los resultados obtenidos, donde los coeficientes sombreados son los coeficientes numéricos máximos que son mayores a los propuestos por las NTCC-04, mientras que los valores que no están sombreados son los que proponen las NTCC-04 y que son mayores a los coeficientes numéricos.

La relación entre los coeficientes numéricos máximos de la Tabla 4.1 y los coeficientes de la Tabla 2.1 se muestra en la Tabla 4.2, donde se puede ver que en muchos de los casos la magnitud de los coeficientes numéricos es el doble de la magnitud de los coeficientes de las NTCC-04.

Los coeficientes numéricos positivos de los paneles interiores de ambos tipos (*I* y *II*) son menores a los propuestos por las NTCC-04, sólo para la relación de lados de 0.5, mientras que para las otras relaciones, son mayores. Los máximos coeficientes positivos en la

dirección del claro corto son provocados por los muros, mientras que en la otra dirección, los máximos momentos positivos son causados por las vigas. Los muros provocan que la distribución de los momentos en paneles interiores con relación de lados menores a 0.7 tengan dos máximos positivos cerca de los bordes, como se muestra en la Figura 4.17, y en el centro un coeficiente que puede ser negativo como el que se muestra en la Figura B.4a.

Los momentos negativos más grandes se presentan en la dirección corta, y por tanto, también los coeficientes numéricos, que pueden llegar a ser 200 por ciento más grandes que los propuestos por las NTCC-04, *e.i.*, la relación entre coeficientes numéricos máximos y los coeficientes propuestos por las NTCC-04 es de 2, como es el caso la Figura B.1a y la Figura B.3a, entre otras. Las diferencias de coeficientes en la dirección larga son del 20 por ciento para paneles tipo *I* y entre el 30 y 40 por ciento en los paneles tipo *II*.

Los paneles de borde con un lado corto discontinuo tienen menor rigidez a torsión en el borde discontinuo, por lo que los coeficientes negativos en este borde son menores a los coeficientes negativos de los bordes interiores. En la dirección corta, la distribución de coeficientes es simétrica; sin embargo, en la otra dirección no lo es, debido a la diferencia de rigideces en los bordes.

Tabla 4.1. Coeficientes máximos.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m=a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I**	II***	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior	Neg. en bordes	corto	0.0998	0.1018	0.1160	0.1450	0.0907	0.1096	0.0736	0.0894	0.0607	0.0742	0.0503	0.0619	0.0418	0.0519
	Todos los bordes interiores	largo	0.0516	0.0544	0.0550	0.0630	0.0517	0.0620	0.0492	0.0604	0.0466	0.0577	0.0436	0.0543	0.0418	0.0519
bordes continuos	Positivo	corto	0.0630	0.0668	0.0312	0.0322	0.0331	0.0310	0.0330	0.0329	0.0298	0.0302	0.0256	0.0259	0.0209	0.0209
		largo	0.0175	0.0181	0.0139	0.0144	0.0174	0.0139	0.0200	0.0172	0.0213	0.0192	0.0216	0.0204	0.0209	0.0209
De borde	Neg. en bordes	corto	0.0998	0.1018	0.1163	0.1691	0.0965	0.1326	0.0785	0.1072	0.0652	0.0895	0.0546	0.0746	0.0460	0.0639
	Un lado interiores	largo	0.0516	0.0544	0.0561	0.0630	0.0525	0.0620	0.0498	0.0604	0.0470	0.0577	0.0440	0.0543	0.0421	0.0519
corto discontinuo	Neg. en bordes dis.	largo	0.0326	0.0000	0.0258	0.0000	0.0248	0.0000	0.0236	0.0000	0.0222	0.0000	0.0206	0.0000	0.0190	0.0000
	Positivo	corto	0.0630	0.0668	0.0329	0.0356	0.0292	0.0306	0.0331	0.0288	0.0311	0.0307	0.0276	0.0288	0.0238	0.0255
		largo	0.0179	0.0187	0.0232	0.0201	0.0263	0.0225	0.0266	0.0254	0.0266	0.0270	0.0263	0.0277	0.0286	0.0346
De borde	Neg. en bordes	corto	0.1060	0.1143	0.1292	0.1597	0.0981	0.1219	0.0777	0.0965	0.0628	0.0777	0.0512	0.0596	0.0421	0.0519
	Un lado interiores	largo	0.0587	0.0687	0.0566	0.0883	0.0540	0.0829	0.0513	0.0769	0.0482	0.0735	0.0483	0.0700	0.0461	0.0652
largo discontinuo	Neg. en bordes dis.	corto	0.0651	0.0000	0.0362	0.0000	0.0321	0.0000	0.0283	0.0000	0.0250	0.0000	0.0219	0.0000	0.0190	0.0000
	Positivo	corto	0.0751	0.0912	0.0458	0.0561	0.0433	0.0520	0.0383	0.0443	0.0323	0.0373	0.0293	0.0321	0.0286	0.0346
		largo	0.0185	0.0200	0.0217	0.0235	0.0237	0.0274	0.0248	0.0289	0.0250	0.0287	0.0243	0.0282	0.0238	0.0266
De esquina	Neg. en bordes	corto	0.1060	0.1143	0.1382	0.1899	0.1046	0.1410	0.0830	0.1119	0.0675	0.0785	0.0557	0.0759	0.0465	0.0652
	Dos lados interiores adyacentes	largo	0.0600	0.0713	0.0580	0.0875	0.0545	0.0829	0.0516	0.0769	0.0484	0.0704	0.0486	0.0700	0.0465	0.0652
discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	0.0651	0.0000	0.0362	0.0000	0.0321	0.0000	0.0277	0.0000	0.0250	0.0000	0.0219	0.0000	0.0190	0.0000
	Positivo	largo	0.0326	0.0000	0.0333	0.0000	0.0320	0.0000	0.0298	0.0000	0.0270	0.0000	0.0241	0.0000	0.0190	0.0000
		corto	0.0751	0.0912	0.0452	0.0523	0.0437	0.0535	0.0397	0.0490	0.0338	0.0436	0.0306	0.0386	0.0296	0.0381
		largo	0.0191	0.0212	0.0298	0.0345	0.0294	0.0362	0.0292	0.0368	0.0288	0.0365	0.0274	0.0358	0.0289	0.0381
Extremo	Neg. en borde cont.	corto	0.1060	0.1143	0.1470	0.2146	0.1108	0.1602	0.0882	0.1272	0.0730	0.1050	0.0650	0.0886	0.0570	0.0710
	Tres bordes discontinuos	corto	0.0651	0.0000	0.0370	0.0000	0.0340	0.0000	0.0310	0.0000	0.0280	0.0000	0.0250	0.0000	0.0220	0.0000
un lado largo continuo	discontinuos	largo	0.0220	0.0000	0.0361	0.0000	0.0337	0.0000	0.0310	0.0000	0.0280	0.0000	0.0220	0.0000	0.0220	0.0000
	Positivo	corto	0.0751	0.0912	0.0730	0.0800	0.0670	0.0760	0.0610	0.0710	0.0550	0.0650	0.0490	0.0600	0.0430	0.0540
		largo	0.0185	0.0200	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520
Extremo	Neg. en borde cont.	largo	0.0570	0.0710	0.0570	0.1172	0.0570	0.1122	0.0570	0.1042	0.0570	0.0949	0.0570	0.0852	0.0570	0.0710
	Tres bordes discontinuos	corto	0.0570	0.0000	0.0480	0.0000	0.0420	0.0000	0.0370	0.0000	0.0310	0.0000	0.0270	0.0000	0.0220	0.0000
un lado corto continuo	discontinuos	largo	0.0330	0.0000	0.0448	0.0000	0.0402	0.0000	0.0220	0.0000	0.0313	0.0000	0.0220	0.0000	0.0220	0.0000
	Positivo	corto	0.1100	0.1670	0.0960	0.1060	0.0840	0.0950	0.0730	0.0850	0.0620	0.0740	0.0540	0.0660	0.0430	0.0520
		largo	0.0200	0.0250	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540
Aislado	Neg. en bordes discontinuos	corto	0.0570	0.0000	0.0550	0.0000	0.0530	0.0000	0.0470	0.0000	0.0430	0.0000	0.0380	0.0000	0.0330	0.0000
	Positivo	largo	0.0330	0.0000	0.0446	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000
		corto	0.1100	0.1670	0.0830	0.1380	0.0800	0.1330	0.0720	0.1190	0.0640	0.1070	0.0570	0.0950	0.0500	0.0830
		largo	0.0200	0.0250	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830

Tabla 4.2. Relación entre los coeficientes numéricos máximos y los propuestos por las NTCC-04.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m=a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I**	II***	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior	Neg. en bordes	corto	1.00	1.00	2.10	2.57	1.85	2.20	1.70	2.04	1.59	1.92	1.51	1.83	1.45	1.78
		Todos los bordes interiores	largo	1.00	1.00	1.34	1.46	1.32	1.50	1.33	1.56	1.34	1.60	1.36	1.64	1.45
bordes continuos	Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.23	1.12	1.45	1.39	1.55	1.52	1.62	1.58	1.66	1.61
		largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.30	1.00	1.54	1.27	1.67	1.45	1.70	1.56	1.66	1.61
De borde	Neg. en bordes	corto	1.00	1.00	2.05	2.85	1.91	2.49	1.74	2.24	1.62	2.08	1.53	1.92	1.46	1.85
		Un lado interior	largo	1.00	1.00	1.37	1.46	1.34	1.50	1.34	1.54	1.34	1.56	1.35	1.59	1.42
corto discontinuo	Neg. en bordes dis.	largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.38	1.10	1.54	1.40	1.65	1.59	1.79
largo	1.00		1.00	1.63	1.35	1.92	1.57	2.00	1.82	2.03	1.97	2.04	2.03	2.22	2.57	
De borde	Neg. en bordes	corto	1.00	1.00	2.22	2.56	1.91	2.22	1.72	2.01	1.58	1.85	1.48	1.64	1.42	1.67
		Un lado interior	largo	1.00	1.00	1.22	1.62	1.22	1.62	1.25	1.64	1.27	1.73	1.39	1.82	1.46
largo discontinuo	Neg. en bordes dis.	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		Positivo	corto	1.00	1.00	1.37	1.53	1.52	1.67	1.59	1.68	1.60	1.71	1.78	1.83	2.22
largo	1.00		1.00	1.48	1.49	1.67	1.79	1.80	1.94	1.85	1.96	1.81	1.94	1.79	1.85	
De esquina	Neg. en bordes	corto	1.00	1.00	2.31	2.91	1.97	2.42	1.76	2.15	1.61	1.69	1.50	1.84	1.44	1.79
		Dos lados adyacentes	largo	1.00	1.00	1.22	1.55	1.20	1.53	1.20	1.52	1.23	1.54	1.35	1.71	1.44
discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.29	1.00	1.29	1.00	1.26	1.00	1.22	1.00	1.17	1.00	1.00	1.00
	Positivo	corto	1.00	1.00	1.26	1.26	1.43	1.51	1.53	1.64	1.56	1.76	1.74	1.94	2.16	2.49
		largo	1.00	1.00	1.96	2.05	2.01	2.22	2.06	2.33	2.06	2.34	1.98	2.32	2.11	2.49
Extremo	Neg. en borde cont.	corto	1.00	1.00	1.52	2.01	1.25	1.59	1.09	1.35	1.00	1.21	1.00	1.12	1.00	1.00
Tres bordes discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.64	1.00	1.53	1.00	1.41	1.00	1.27	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
un lado largo continuo	Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Extremo	Neg. en borde cont.	largo	1.00	1.00	1.00	1.65	1.00	1.58	1.00	1.47	1.00	1.34	1.00	1.20	1.00	1.00
		Tres bordes discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
largo	1.00			1.00	2.04	1.00	1.83	1.00	1.00	1.00	1.42	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
un lado corto continuo	Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Aislado	Neg. en bordes discontinuos	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.35	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
discontinuos	Positivo	corto	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
		largo	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

La diferencia entre los coeficientes negativos numéricos y de las NTCC-04 es del 200 por ciento en paneles de borde con un lado corto discontinuo tipo *II*, en la dirección corta y en paneles tipo *I*, esta diferencia de coeficientes es máxima en el panel con relación de lados de 0.5 y va decreciendo hasta ser del 20 por ciento en el panel con relación de lados de 1. En los bordes interiores de los paneles tipo *I* en la dirección larga, la diferencia de coeficientes es del 20 por ciento, mientras que en paneles tipo *II* la diferencia va del 20 a 30 por ciento. En los bordes extremos los coeficientes numéricos son menores o iguales a los de las NTCC-04.

En las Figuras B.6 y B.8, que corresponden al panel tipo *I* y *II*, respectivamente, en la dirección larga se observa otro efecto que tiene el borde discontinuo en la losa, pues el coeficiente máximo positivo se encuentra desplazado hacia el borde con menor rigidez, incluyendo el efecto de los muros descrito anteriormente. Los momentos positivos en estos paneles son 200 por ciento más grandes que los de las NTCC-04, mientras que en los otros casos es menor.

El comportamiento descrito en los paneles de borde con un lado corto discontinuo se repite en los paneles de borde con un lado largo discontinuo, con la diferencia de que la distribución de coeficientes es asimétrica en la dirección corta de los paneles y simétrica en la dirección larga.

Las diferencias entre coeficientes en paneles de borde con un lado largo discontinuo tipo *I*, en la dirección del claro largo es del 20 por ciento en los bordes interiores y en los coeficientes positivos del 200 por ciento. En paneles tipo *II* la diferencia en los coeficientes positivos y negativos es mayor.

En la dirección corta de paneles de borde con un lado largo discontinuo tipo *I*, los coeficientes numéricos en el borde discontinuo son menores a los de las NTCC-04, mientras que en el borde interior la diferencia máxima es de 150 por ciento y disminuye hasta el 20 por ciento a medida que se incrementa la relación de lados.

En paneles de borde con un lado largo discontinuo tipo *II*, la diferencia de la magnitud de coeficientes es de 300 por ciento en la dirección corta en bordes interiores y la cual decrece, igualmente hasta una diferencia de 150 por ciento al incrementar la relación de lados.

Los paneles de esquina tienen en todos los casos distribuciones de coeficientes asimétricas, debido a los bordes discontinuos. Los coeficientes positivos de la NTCC-04, son menores a los numéricos y la diferencia entre ellos aumenta con la relación de lados y en algunos casos es del 250 por ciento o mayor. En los bordes extremos los coeficientes numéricos son iguales o menores a los de las NTCC-04, mientras que en los bordes interiores la diferencia es variable en ambos tipos de paneles y en ambas direcciones.

En los paneles de extremo con un lado corto discontinuo y de extremo con un lado largo discontinuo, los coeficientes de momentos propuestos por las NTCC-04 son mayores a los coeficientes numéricos positivos en todos los casos y en la mayoría de los coeficientes negativos de los bordes. En los casos donde los coeficientes numéricos son mayores a los de las NTCC-04, como en la Figura B.19, la mayor diferencia entre estos se encuentra en los

paneles con relación de lados de 0.5 que al igual que en otros tipos de paneles, esta disminuye a medida que aumenta la relación de lados.

En los paneles aislados los coeficientes de momento positivo que presentan las NTCC-04 son mayores a los coeficientes numéricos y sólo hay diferencia en los coeficientes de momento negativo en los bordes de los paneles tipo *II*, en dirección del claro largo, los cuales disminuyen a medida que incrementa la relación de lados.

La magnitud de los coeficientes numéricos en la línea que se encuentra a un cuarto del borde está entre el 60 y 70 por ciento de los coeficientes que se encuentran en la línea central y en varios de los casos analizados los coeficientes numéricos son iguales al 60 por ciento de los coeficientes propuesto por las NTCC-04, por lo que una propuesta pragmática es que se utilice para diseño por lo menos el 80 por ciento de los coeficientes máximos obtenidos numéricamente. Con base en los resultados obtenidos se modificó la Tabla 2.1, en la que se incrementaron los valores de los coeficientes menores al 80 por ciento de los coeficientes máximos obtenidos, dando como resultado la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Coeficientes propuestos.

Tablero	Momento	Claro	Relación de lados corto a largo, $m=a_1/a_2$													
			0		0.5		0.6		0.7		0.8		0.9		1.0	
			I**	II***	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
Interior	Neg. en bordes	corto	0.0998	0.1018	0.0928	0.1160	0.0725	0.0877	0.0589	0.0716	0.0485	0.0594	0.0402	0.0496	0.0334	0.0415
	Todos los bordes interiores	largo	0.0516	0.0544	0.0440	0.0504	0.0414	0.0496	0.0394	0.0483	0.0373	0.0462	0.0349	0.0434	0.0334	0.0415
bordes continuos	Positivo	corto	0.0630	0.0668	0.0409	0.0431	0.0268	0.0276	0.0264	0.0263	0.0239	0.0242	0.0205	0.0207	0.0167	0.0167
		largo	0.0175	0.0181	0.0312	0.0322	0.0139	0.0276	0.0160	0.0137	0.0171	0.0154	0.0173	0.0163	0.0167	0.0167
De borde	Neg. en bordes	corto	0.0998	0.1018	0.0930	0.1353	0.0772	0.1060	0.0628	0.0858	0.0522	0.0716	0.0437	0.0597	0.0368	0.0511
	Un lado	interiores	largo	0.0516	0.0544	0.0449	0.0504	0.0420	0.0496	0.0398	0.0483	0.0376	0.0462	0.0352	0.0434	0.0336
corto discontinuo	Neg. en bordes dis	largo	0.0326	0.0000	0.0409	0.0000	0.0391	0.0000	0.0372	0.0000	0.0350	0.0000	0.0326	0.0000	0.0297	0.0000
	Positivo	corto	0.0630	0.0668	0.0329	0.0356	0.0292	0.0306	0.0265	0.0261	0.0249	0.0246	0.0221	0.0231	0.0190	0.0204
		largo	0.0179	0.0187	0.0186	0.0161	0.0210	0.0180	0.0213	0.0203	0.0213	0.0216	0.0210	0.0221	0.0229	0.0277
De borde	Neg. en bordes	corto	0.1060	0.1143	0.1034	0.1278	0.0785	0.0975	0.0622	0.0772	0.0502	0.0622	0.0410	0.0477	0.0336	0.0415
	Un lado	interiores	largo	0.0587	0.0687	0.0465	0.0707	0.0442	0.0663	0.0411	0.0615	0.0386	0.0588	0.0387	0.0560	0.0369
largo discontinuo	Neg. en bordes dis	corto	0.0651	0.0000	0.0465	0.0000	0.0442	0.0000	0.0411	0.0000	0.0379	0.0000	0.0347	0.0000	0.0315	0.0000
	Positivo	corto	0.0751	0.0912	0.0366	0.0449	0.0346	0.0416	0.0306	0.0354	0.0259	0.0298	0.0234	0.0257	0.0229	0.0277
		largo	0.0185	0.0200	0.0174	0.0188	0.0189	0.0219	0.0198	0.0231	0.0200	0.0229	0.0194	0.0226	0.0191	0.0213
De esquina	Neg. en bordes	corto	0.1060	0.1143	0.1106	0.1520	0.0836	0.1128	0.0664	0.0895	0.0540	0.0628	0.0446	0.0607	0.0372	0.0521
	Dos lados adyacentes	interiores	largo	0.0600	0.0713	0.0475	0.0700	0.0455	0.0663	0.0429	0.0615	0.0394	0.0563	0.0389	0.0560	0.0372
discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	0.0651	0.0000	0.0475	0.0000	0.0455	0.0000	0.0429	0.0000	0.0394	0.0000	0.0360	0.0000	0.0324	0.0000
	Positivo	largo	0.0326	0.0000	0.0266	0.0000	0.0256	0.0000	0.0238	0.0000	0.0222	0.0000	0.0206	0.0000	0.0190	0.0000
		corto	0.0751	0.0912	0.0362	0.0418	0.0350	0.0428	0.0318	0.0392	0.0270	0.0349	0.0244	0.0309	0.0237	0.0305
		largo	0.0191	0.0212	0.0239	0.0276	0.0235	0.0290	0.0234	0.0294	0.0230	0.0292	0.0219	0.0286	0.0231	0.0305
Extremo	Neg. en borde cont	corto	0.1060	0.1143	0.1176	0.1717	0.0890	0.1281	0.0810	0.1018	0.0730	0.0870	0.0650	0.0790	0.0570	0.0710
	Tres bordes discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	0.0651	0.0000	0.0370	0.0000	0.0340	0.0000	0.0310	0.0000	0.0280	0.0000	0.0250	0.0000	0.0220
un lado largo continuo	Positivo	largo	0.0220	0.0000	0.0289	0.0000	0.0270	0.0000	0.0248	0.0000	0.0224	0.0000	0.0220	0.0000	0.0220	0.0000
		corto	0.0751	0.0912	0.0730	0.0800	0.0670	0.0760	0.0610	0.0710	0.0550	0.0650	0.0490	0.0600	0.0430	0.0540
		largo	0.0185	0.0200	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520	0.0430	0.0520
Extremo	Neg. en borde cont	largo	0.0570	0.0710	0.0570	0.0937	0.0570	0.0897	0.0570	0.0834	0.0570	0.0759	0.0570	0.0710	0.0570	0.0710
	Tres bordes discontinuos	Neg. en bordes discontinuos	corto	0.0570	0.0000	0.0480	0.0000	0.0570	0.0000	0.0570	0.0000	0.0570	0.0000	0.0570	0.0000	0.0570
un lado corto continuo	Positivo	largo	0.0330	0.0000	0.0358	0.0000	0.0322	0.0000	0.0370	0.0000	0.0251	0.0000	0.0270	0.0000	0.0220	0.0000
		corto	0.1100	0.1670	0.0960	0.1060	0.0840	0.0950	0.0730	0.0850	0.0620	0.0740	0.0540	0.0660	0.0430	0.0520
		largo	0.0200	0.0250	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540	0.0430	0.0540
Aislado	Neg. en bordes discontinuos	corto	0.0570	0.0000	0.0550	0.0000	0.0530	0.0000	0.0470	0.0000	0.0430	0.0000	0.0380	0.0000	0.0330	0.0000
	Cuatro lados discontinuos	largo	0.0330	0.0000	0.0357	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000	0.0330	0.0000
discontinuos	Positivo	corto	0.1100	0.1670	0.0830	0.1380	0.0800	0.1330	0.0720	0.1190	0.0640	0.1070	0.0570	0.0950	0.0500	0.0830
		largo	0.0200	0.0250	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830	0.0500	0.0830

CAPÍTULO 5

Análisis Inelástico

5.1 Introducción

En el capítulo anterior se analizaron las losas donde se consideró que el material es homogéneo, isotrópico y elástico lineal. Sin embargo, el comportamiento de las losas de concreto reforzado es ortotrópico y no lineal, por lo que se realizó la reproducción con elementos finitos, de una prueba experimental reportada Girolami *et. al.* (1970) para comparar los resultados experimentales con los obtenidos numéricamente. También se realizó un análisis no lineal a un panel aislado soportado por vigas perimetrales para determinar las trayectorias de agrietamiento, la carga y el desplazamiento que inician el agrietamiento.

5.2 Modelado numérico en ANSYS

Una de las grandes ventajas de ANSYS es que es posible simular el comportamiento no lineal de una estructura o elemento, asignándole sus propiedades geométricas, de materiales y acciones que actúan sobre él, así como sus condiciones de frontera, que no son más que las condiciones de apoyos o restricciones por simetría geométrica y de cargas.

El programa *ANSYS* utiliza diversos tipos de elementos con propiedades de análisis específicas, sin embargo, en los modelos presentados en esta tesis utilizaron únicamente dos tipos de elementos que son: *LINK8* y el *SOLID65*, el primero para simular el comportamiento del acero de refuerzo y el segundo para simular el comportamiento del concreto.

En *ANSYS* el elemento *LINK8* es utilizado para modelar cualquier elemento barra como vigas y columnas. Es un elemento compuesto por dos nodos I y J como muestra la Figura 5.1, posee área transversal y se le pueden asignar las propiedades del material como el módulo de elasticidad y la relación de Poisson entre otras, además es posible otorgarle propiedades no lineales.

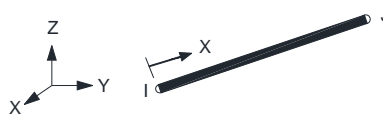


Figura 5.1. Elemento LINK8.

El elemento *LINK8* trabaja axialmente en compresión y en tensión. Tiene tres grados de libertad, estos grados de libertad se refieren a desplazamientos tridimensionales (dx , dy , dz). Algunas restricciones que son consideradas por *ANSYS* respecto al uso de este tipo de elemento son las siguientes:

- Se considera una barra recta con propiedades uniformes en toda su longitud.
- La longitud del elemento debe ser mayor que cero, es decir, los nodos de sus extremos no deben coincidir.
- El área transversal debe ser mayor que cero.
- Las cargas se aplican únicamente en sus nodos.
- Trabaja únicamente en compresión y en tensión.
- La temperatura se asume que varía linealmente a lo largo de la longitud de la barra.
- La función de forma del desplazamiento implica un esfuerzo uniforme en toda la barra.
- La deformación inicial también es usada para calcular la matriz de rigidez, en este caso, para la primera iteración acumulada.

El elemento *SOLID65* tiene ocho nodos, cada uno tiene tres grados de libertad (dx , dy y dz) y sirve para simular tridimensionalmente al concreto simple o reforzado, ya que ofrece excelentes resultados reproduciendo de forma precisa el agrietamiento del concreto, simulando el comportamiento del acero de refuerzo una vez que el concreto falla. Este elemento permite modelar agrietamiento y aplastamiento en las tres direcciones ortogonales mencionadas.

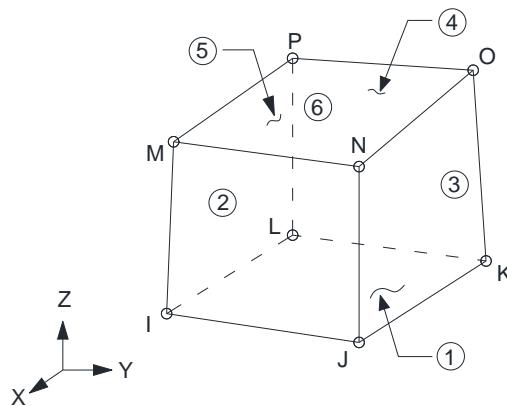


Figura 5.2. Elemento SOLID65.

Sus principales restricciones son las siguientes:

- El elemento debe tener volumen.
- El elemento requiere de una solución iterativa en análisis no lineales.
- Cuándo se utiliza agrietamiento y aplastamiento, se debe ser cuidadoso en aplicar la carga lentamente, esto para prevenir aplastamiento ficticio del concreto antes de la apropiada transferencia de carga pueda ocurrir a través de una grieta cerrada.
- No se recomiendan grandes deformaciones o deflexiones ya que el análisis podría no converger o ser incorrecto, especialmente cuando grandes rotaciones están involucradas.

Para el acero se ha utilizado un modelo bilineal isotrópico tal como lo muestra la Figura 5.3, en donde se utiliza el criterio de falla de Von Mises. La regla de endurecimiento describe el cambio progresivo de la superficie de fluencia, en este caso la superficie de falla se mantiene centrada alrededor del punto inicial o ejes iniciales expandiéndose en la medida en que las deformaciones plásticas se desarrollan.

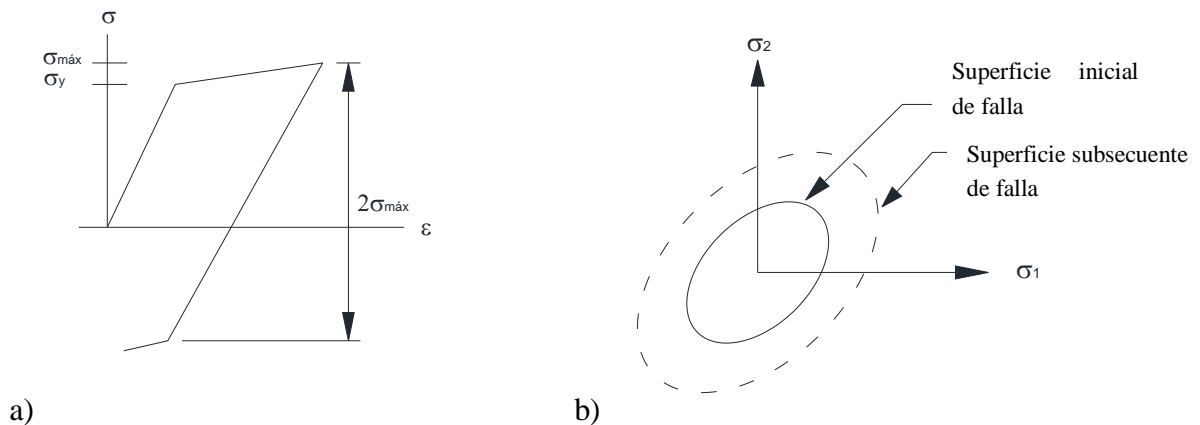


Figura 5.3. a) Modelo constitutivo bilineal y b) Superficie de falla de Von Mises.

El concreto se considera un material isotrópico lineal cuando no se han presentado grietas, el rango no lineal está controlado por el agrietamiento progresivo que resulta de una falla localizada y una vez que inicia el agrietamiento en el concreto el elemento estructural es debilitado y los esfuerzos son redistribuidos.

En ANSYS para definir el comportamiento del concreto se deben definir las propiedades a elemento *SOLID65* que permiten simular al concreto adecuadamente, las primeras son las propiedades elásticas las cuales son el módulo el módulo de elasticidad y de Poisson. Las

propiedades que definen al concreto en su rango no lineal deben ser asignadas y estas son esencialmente: El esfuerzo de aplastamiento Uniaxial (f'_c), esfuerzo de Agrietamiento uniaxial (f_r), el coeficiente de transferencia de cortante en grieta abierta (β_t), el coeficiente de transferencia de cortante en grieta cerrada (β_c) y el factor de agrietamiento a tensión (T_c). En ANSYS el concreto puede fallar uniaxial, biaxial o triaxialmente, en la Figura 5.4 se aprecian las condiciones de falla que se consideran las cuales depende de la superficie de falla de determinado elemento.

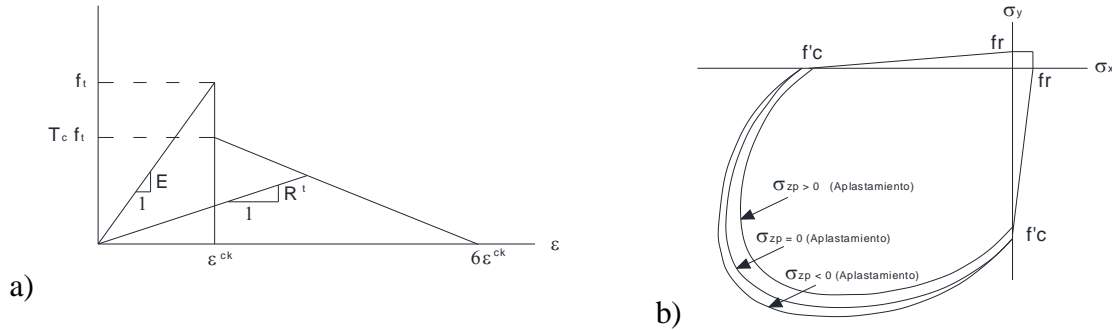


Figura 5.4. a) Modelo constitutivo del concreto y b) Superficie de falla.

El mallado de los modelos realizados estuvo regido por la posición y espaciamiento del acero de refuerzo, en base a ello se generó la malla para los elementos sólidos, ya que para cumplir con la continuidad entre los *SOLID65* y *LINK8* (adherencia perfecta entre el concreto y del acero), los nodos de los elementos *LINK8* deben coincidir perfectamente con los nodos de los elementos *SOLID65*. Por esta razón, la malla en el perímetro de la losa es más refinada que en el interior, pues en esta zona tienen que coincidir los nodos de los elementos de la viga, la losa, el acero longitudinal y transversal de la viga, así como el acero positivo y negativo de la losa.

5.3 Reproducción de prueba experimental

Girolami *et. al.* (1970) realizaron una serie de pruebas experimentales en la Universidad de Illinois para determinar la resistencia a flexión de losas de concreto apoyadas perimetralmente. Se estudiaron seis especímenes de prueba, que fueron instrumentados en el acero de refuerzo y en el concreto para medir las deformaciones que sufrían bajo una carga uniforme. Las losas de prueba fueron construidas de concreto de resistencia a compresión de $3.2 \times 10^6 \text{ kgf/m}^2$ (31.05 MPA), las cuales se reforzaron con acero cuyo esfuerzo de fluencia de $3.4 \times 10^7 \text{ kgf/m}^2$ (331.25MPa). Las losas fueron de $1.829 \times 1.829 \text{ m}$, con un peralte de 0.044 m . Los especímenes fueron diseñados con las especificaciones del ACI318-63, para representar la condición de panel interior apoyado perimetralmente sobre vigas de 0.15 m de peralte y 0.077 m de ancho, coladas monolíticamente con las losas. La

Figura 5.5 muestra la geometría de los especímenes de prueba, donde se puede observar que las vigas se extendieron más allá del borde de la esquina una distancia de 0.48m, con el objetivo de proveer anclaje para el refuerzo de la viga, así como proporcionar una palanca para la aplicación de una carga vertical para restringir la rotación de los apoyos en las esquinas y simular la restricción causada por los paneles adyacentes. Para la aplicación de las cargas verticales, se realizaron orificios sobre los especímenes de prueba, que permitieran pasar elementos que trabajaban en tensión y que estaban conectados a un sistema de gatos hidráulicos.

La carga uniformemente distribuida fue simulada por medio de 16 placas de 0.2x0.2x0.0254m, que se distribuyeron uniformemente sobre la losa, y sobre las cuales se aplicaron simultáneamente cargas de la misma magnitud. Además se colocaron ocho cargas en las vigas en voladizo para obtener una cierta restricción en las esquinas. El sistema de losa y vigas perimetrales contienen acero en dos lechos, para soportar el momento negativo y positivo que se generan una carga uniformemente distribuida de 734.2kgf/m² (7.2kN/m²).

De las pruebas antes mencionadas, se utilizó un espécimen como el que muestra la Figura 5.5, el cual también fue reproducido por Caballero-Garatachea (2011). El espécimen se encontraba apoyado únicamente en las esquinas y sometido sólo a carga vertical, sin considerar la carga horizontal aplicada al resto de los especímenes. La Figura 5.6 muestra la distribución del acero en la losa y vigas, que consistían en barras del #3 momento positivo y negativo en la losa, en las vigas se colocaron 6 barras del #2, cuatro en el lecho superior y 2 en el lecho inferior y los estribos se colocaron a cada 0.0635m.

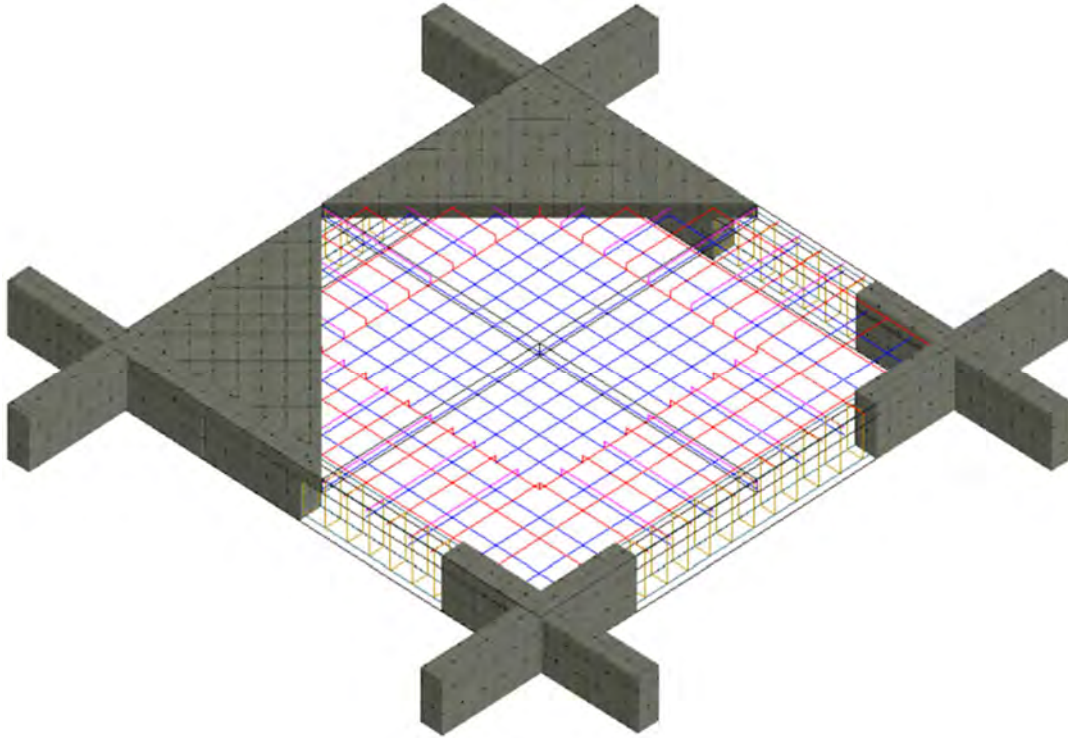


Figura 5.5. Geometría del modelo experimental.

El modelado numérico se realizó considerando los dos ejes de simetría del espécimen, por lo que solo se discretizó una cuarta parte del espécimen como se muestra en la Figura 5.6a. El modelar solo una parte del espécimen, tiene como ventaja el uso de menos recursos y menos tiempo de análisis. Para considerar el comportamiento no lineal del material, el concreto se discretizó con 2480 elementos sólidos 3D (*SOLID65*) y el acero de refuerzo se discretizó con 360 elementos barra (*LINK8*), el modelo se muestra en la Figura 5.6b.

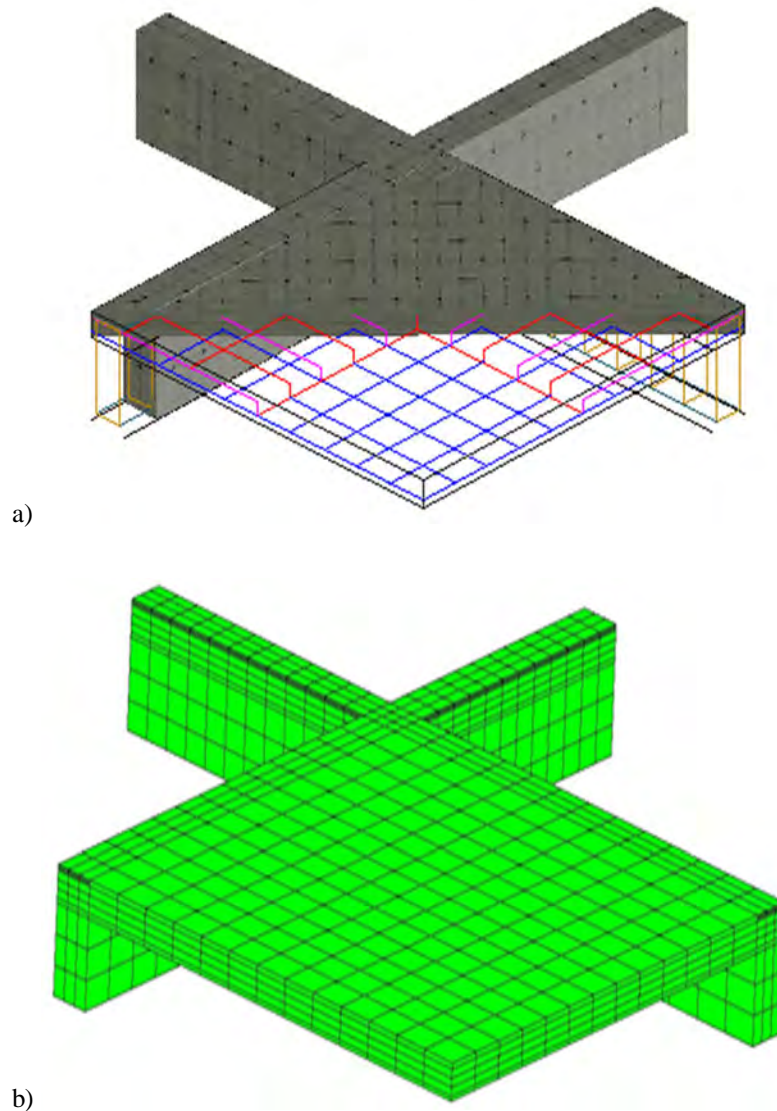


Figura 5.6. a) Espécimen modelado y b) malla de elementos finitos.

5.3.1 Comparación de resultados

Las cargas que inician el agrietamiento, obtenidas tanto del modelo experimental como del numérico son similares, pues en el experimento las cargas fueron de 5884kgf (57.7kN) y 9055kgf (88.8kN) en la superficie superior e inferior, respectivamente. En el modelo numérico las cargas que inician el agrietamiento son de 5404.5kgf (53kN) y 8667.5kgf (85kN) en la superficie superior e inferior, respectivamente. Estos resultados son congruentes con los obtenidos en el experimento y con los resultados numéricos obtenidos por Caballero-Garatechea (2011).

En la Figura 5.7 se muestran las curvas carga contra desplazamiento en el centro del espécimen de los resultados analíticos y experimentales. Se observa que ambas curvas presentan el mismo comportamiento en el intervalo elástico; Vale la pena señalar que en la curva experimental en el intervalo no lineal se observa que el desplazamiento se recupera al aumentar la carga en el experimento, el cual se supone que en realidad se presentó un deslizamiento en los instrumentos de medición durante la prueba, concluyendo que la forma de modelado propuesta es correcta para los experimentos numéricos realizados.

El experimento muestra que el agrietamiento inicia en la parte superior de la losa, propagándose hacia los bordes; y al incrementar la carga, el agrietamiento ocurre en la parte inferior de la losa en el centro del claro. Por lo tanto, al comparar lo anterior con los esquemas de agrietamiento que muestran las Figuras 5.8 y 5.9 son congruentes con el modelo experimental. La Figura 5.10 muestra la distribución de desplazamientos en el panel.

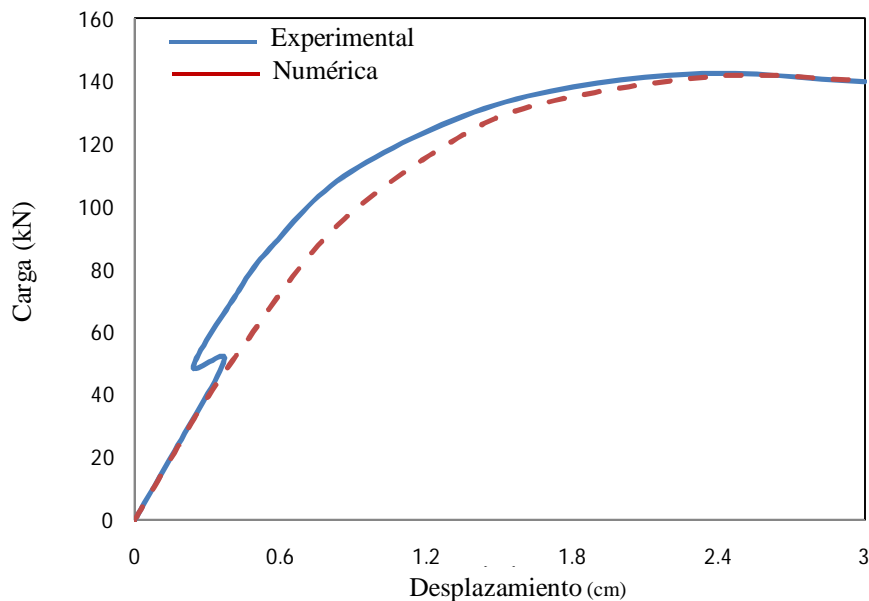


Figura 5.7. Comparación entre curva experimental y numérica.

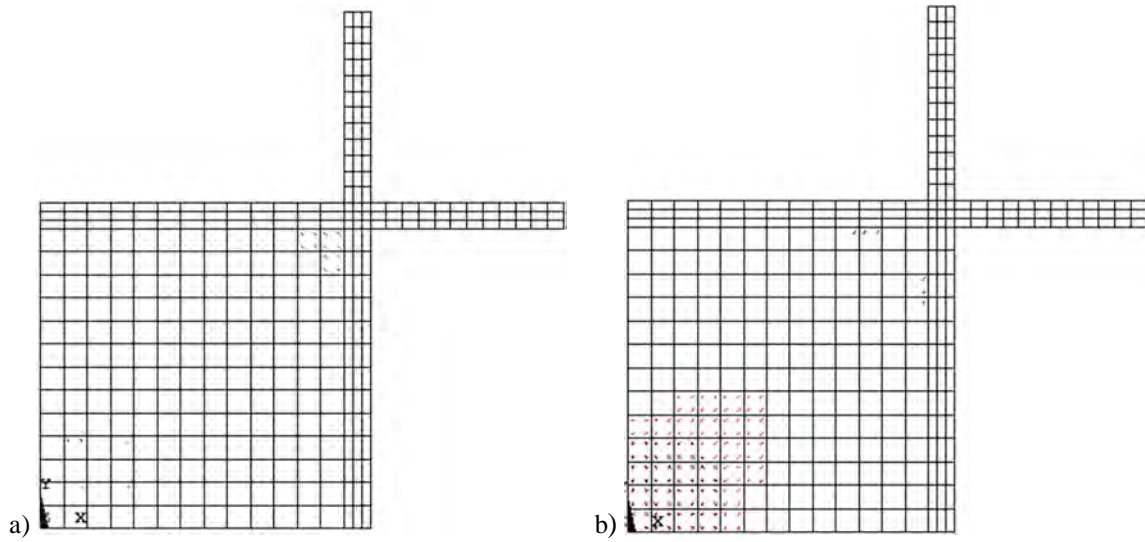


Figura 5.8. Evolución del agrietamiento en: a) parte superior, b) parte inferior, con el 20% de carga.

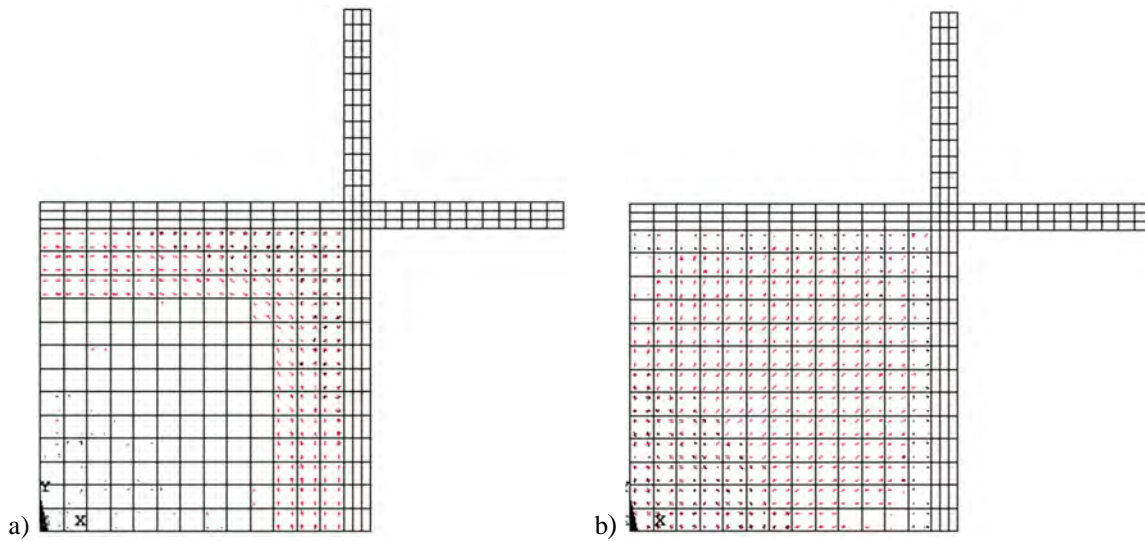


Figura 5.9. Evolución del agrietamiento en: a) parte superior, b) parte inferior, con el 100% de carga.

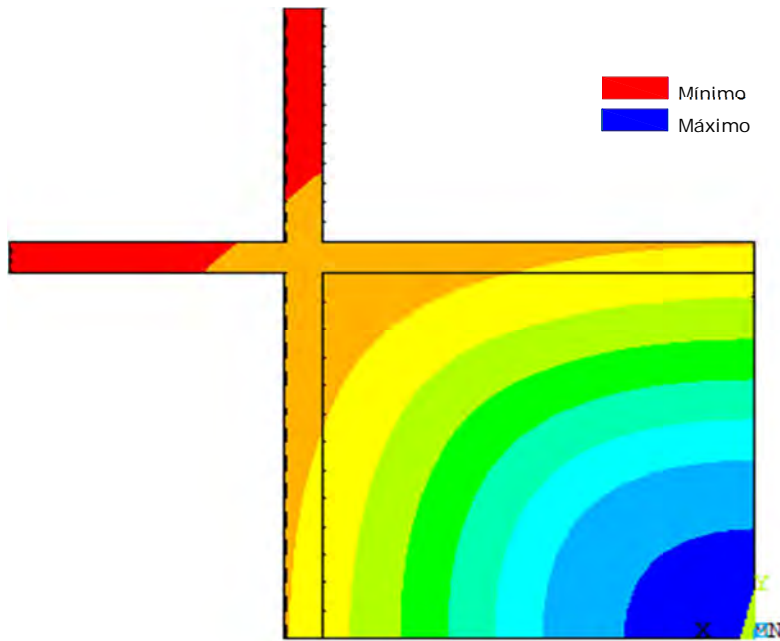


Figura 5.10 Distribución de desplazamientos.

5.4 Análisis una losa aislada

Para determinar la carga y desplazamiento en que inicia el agrietamiento en un panel aislado, se consideró una losa de 4m por lado y 0.1m de espesor, la cual se muestra en la Figura 5.11, donde se puede apreciar la distribución del acero positivo y negativo en la losa, así como el refuerzo longitudinal y transversal en las vigas de apoyo. Puesto que existen dos ejes de simetría en la losa, sólo se modeló en ANSYS una cuarta parte del panel con sus respectivas fronteras que lo limitan.

La distribución del acero de refuerzo mostrado es común en la práctica y consiste en estribos del número 2 para el refuerzo transversal de las vigas, barras del número 3 en el refuerzo longitudinal de las vigas y en el refuerzo de la losa. Las vigas tienen 0.4m de peralte y 0.2m de espesor. La resistencia a compresión del concreto fue de $2.5 \times 10^6 \text{ kgf/m}^2$ (24.5MPa) y el esfuerzo de fluencia de acero de refuerzo de $4.2 \times 10^7 \text{ kgf/m}^2$ (412MPa). Este modelo está discretizado en 6928 sólidos 3D (*SOLID65*) y 1410 elementos barra (*LINK8*), y se le aplicó una carga incrementalmente para inducir un determinado estado de daño. La Figura 5.12 muestra el espécimen modelado en el que se puede apreciar la malla, la distribución de la carga y las condiciones de frontera.

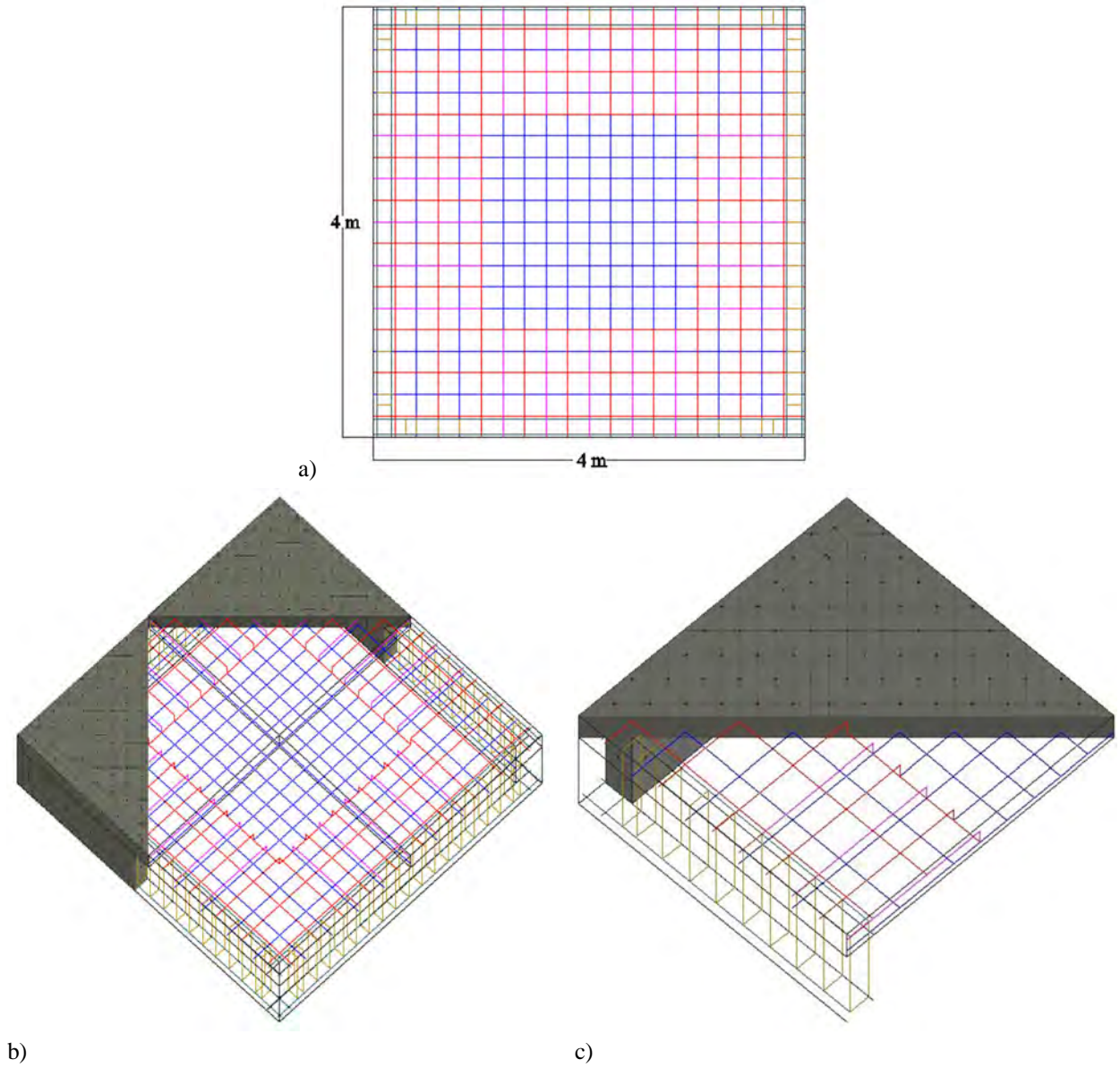


Figura 5.11. a) Geometría en planta, b) modelo completo y c) modelo reducido.

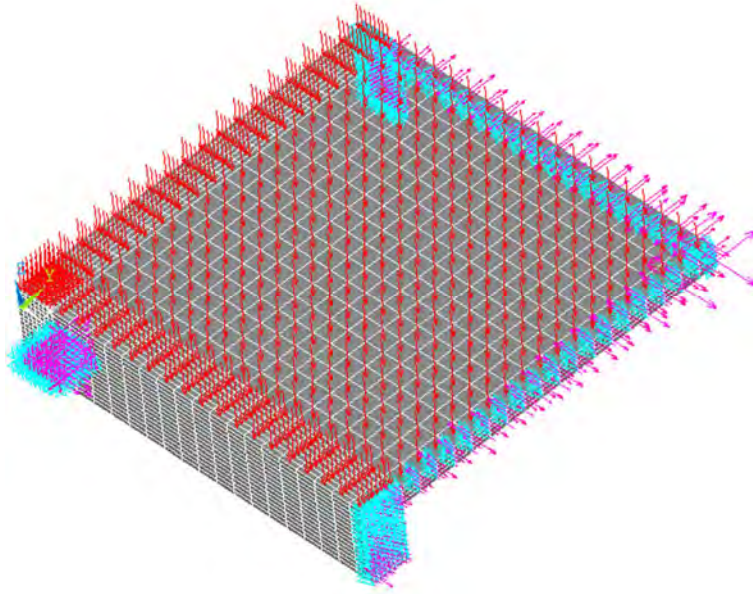


Figura 5.12. Modelo de elementos finitos del panel aislado.

5.4.1 Resultados

Por tener apoyos perimetrales y carga uniforme, el desplazamiento máximo de la losa fue en el centro y con la distribución que se muestra en la Figura 5.13.

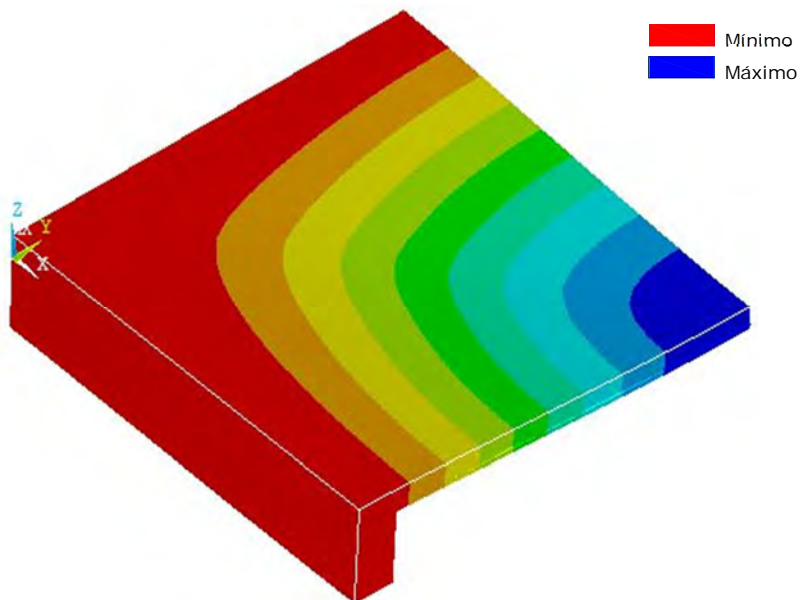


Figura 5.13. Distribución de desplazamientos.

El agrietamiento en el modelo se presentó inicialmente en el paño de las vigas, en la parte superior de la losa y posteriormente en el centro de la losa, en la parte inferior. El agrietamiento en el paño de las vigas se propagó hacia el centro de la losa, mientras que el agrietamiento que inició en el centro de la losa se propagó hacia los bordes como se ve en las Figuras 5.14 y 5.15. El agrietamiento comenzó cuando la losa tenía un desplazamiento de 0.0051m en el centro, y la carga distribuida en el panel era de 1050kgf/m² (10.3kN/m²).

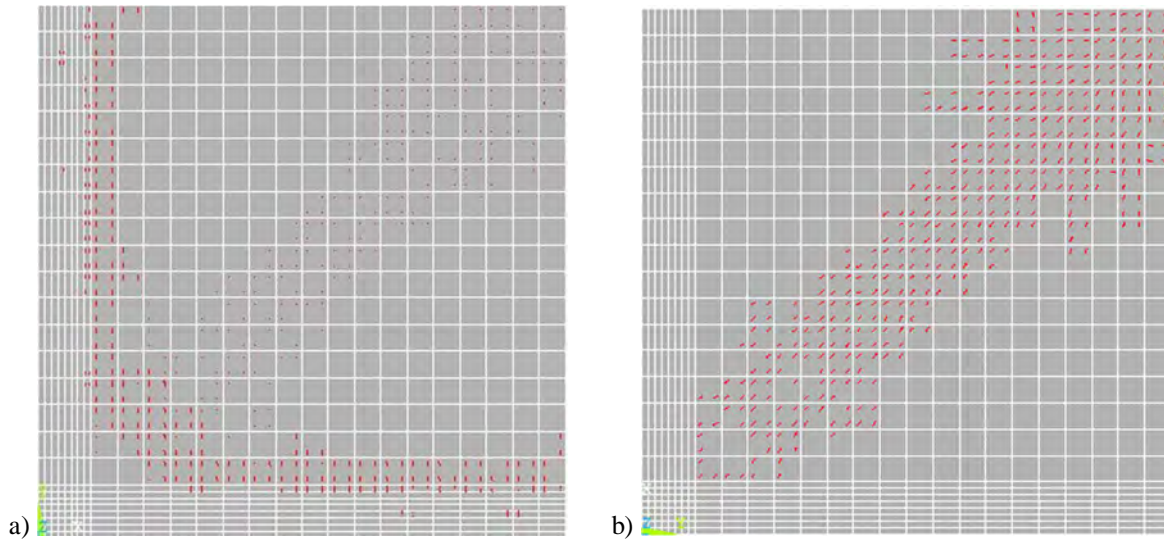


Figura 5.14. Evolución del agrietamiento en la superficie: a) superior y b) inferior, con el 50% de la carga.

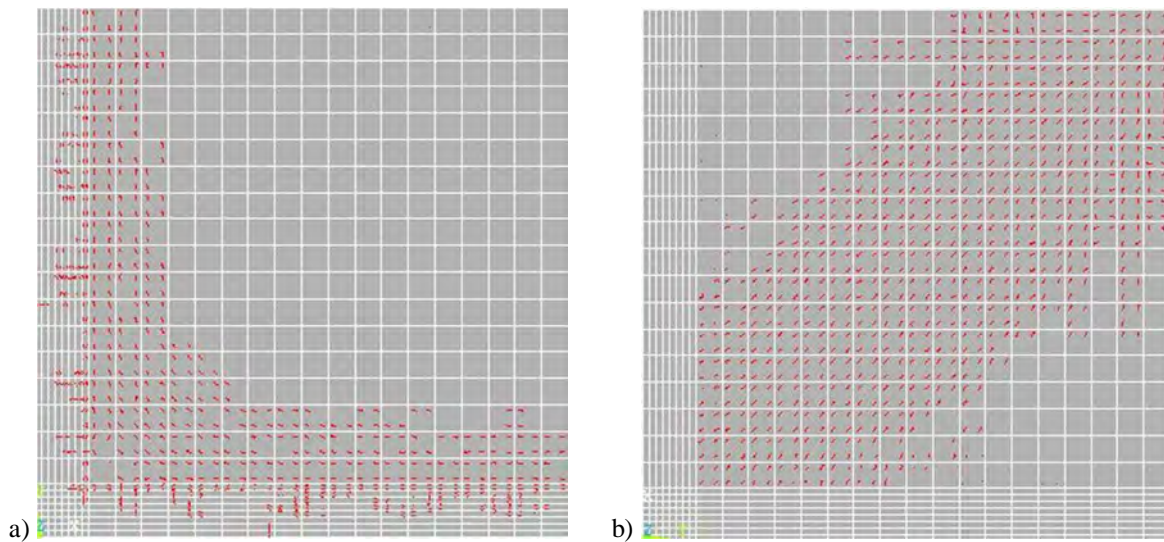


Figura 5.15. Evolución del agrietamiento en la superficie: a) superior y b) inferior, con el 100% de la carga.

La Figura 5.16 muestra la curva carga contra desplazamiento en el centro de la losa, este desplazamiento se obtiene del modelo numérico, observándose que, después de tener un comportamiento elástico, el cambio de pendiente puede deberse a la pérdida de la resistencia en el concreto por el agrietamiento o a que el acero de refuerzo comienza a fluir y presenta endurecimiento por deformación.

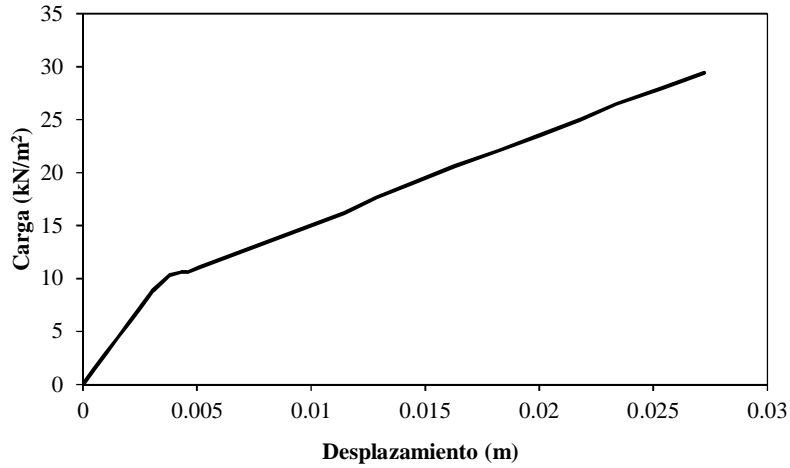


Figura 5.16 Curva carga contra desplazamiento de la losa.

Conclusiones y Recomendaciones

Conclusiones

Del diseño comparativo de los paneles de esquina, de borde con un lado largo discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo e interior se puede concluir que el IStructE-06 proporcionó el diseño más conservador, ya que calcula momentos mayores y por lo tanto requiere más acero; sin embargo, el peralte fue el menor de los tres.

Se compararon los desplazamientos en el centro de los paneles con el límite establecido por la NTCC-04, observándose que los desplazamientos en los paneles son menores al límite establecido, por lo que cumplen con el estado límite de servicio.

Existen diferencias importantes entre los coeficientes presentados por el IStructE-06 y los presentados por las NTCC-04, quizá la más importante es que el IStructE-06 utiliza un solo coeficiente de momento negativo para cada panel, el cual se emplea, tanto en los bordes interiores como extremos y en todas las relaciones de lados. Los coeficientes que propone el IStructE-06 son mayores a los propuestos por las NTCC-04 para momento positivo en todos los casos. Si bien los coeficientes de momento negativo en los bordes del IStructE-06 no son mayores a los numéricos, no están muy alejados de estos y, en algunos casos, las NTCC-04 proporciona coeficientes más grandes que los del IStructE-06.

Se compararon los 408 casos de coeficientes que presentan las NTCC-04, con coeficientes numéricos determinados a partir de la distribución del momento en los modelos, de las cuales destacan las de los paneles interiores y de borde apoyados sobre muros perimetrales para el momento en la dirección paralela al claro largo del panel, con relaciones de lados de 0.5 y 0.6, ya que se presenta una distribución de momentos que no se considera en la NTCC-04. En dicha distribución se presentan los momentos máximos positivos cerca de bordes, a una distancia de un cuarto del claro en la dirección del análisis, como se muestra la Figura B.2a, por lo que se debe proporcionar el refuerzo necesario para momento positivo en estas zonas.

También se mostró que en paneles con bordes discontinuos el máximo momento positivo se encuentra cerca del borde discontinuo, donde la rigidez es menor. Este desplazamiento depende de la relación de lados, ya que en relaciones de 0.5, el máximo momento positivo

se encuentra a una distancia respecto del borde discontinuo de una cuarta parte de del claro, como es el caso de la Figura B.6a.

En los paneles de borde con un lado corto discontinuo y de borde con un lado largo discontinuo, de esquina e interior se encontraron diferencias importantes entre los coeficientes numéricos y los propuestos por las NTCC-04. En los coeficientes de momento positivo la relación entre los coeficientes numéricos y los de las NTCC-04 es para muchos casos del 200 por ciento.

En los paneles de esquina, de borde con un la corto discontinuo y de borde con un lado largo discontinuo se encuentran diferencias entre coeficientes negativos numéricos y los de las NTCC-04 de más del 150 por ciento y hasta del 300 por ciento como se ven en la Figura B.15a y b.

En los paneles de extremo con un lado corto continuo, de extremo con un lado largo continuo y en el aislado los coeficientes propuestos por la NTCC-04 son mayores a los numéricos para la mayoría de los casos como se muestra en las Figuras B.25 y B.26.

En el diseño de los tableros con los coeficientes que presentan las NTCC-04 se encontró que en 12 casos la cuantía de acero requerida para cubrir la demanda del momento es menor a la mínima (0.002); sin embargo, al emplear los coeficientes numéricos propuestos en el diseño de tableros encontró que la cuantía requerida es menor de la mínima en 8 casos, esto es debido a que los momentos de diseño son mayores con los coeficientes propuestos y por lo tanto la cantidad de acero requerida es mayor.

Del análisis no lineal se determinó que el agrietamiento de un panel aislado inicia cuando la losa se ha desplazado 0.005m en el centro del panel con una carga de 10.3kN/m^2 y comienza en el paño de las vigas de apoyo, en la parte superior de la losa y en el centro del panel en la parte inferior de la losa. El agrietamiento que inicia en el paño de la viga se propaga hacia el centro del panel y el que inicia en el centro se propaga hacia los bordes.

Recomendaciones

Las NTCC-04 proporcionan coeficientes para la franja central, que es donde se producen los momentos positivos y negativos con mayor magnitud en los paneles. En las franjas de borde se permite diseñar con el 60 por ciento de los coeficientes, puesto que la magnitud del momento va disminuyendo hacia los bordes del panel. La magnitud de los coeficientes numéricos en la línea que se encuentra a un cuarto del borde está entre el 60 y 70 por ciento

de los coeficientes que se encuentran en la línea central y en varios de los casos analizados los coeficientes numéricos son iguales al 60 por ciento de los coeficientes propuesto por las NTCC-04, por lo que una propuesta pragmática es que se utilice para diseño por lo menos el 80 por ciento de los coeficientes máximos obtenidos numéricamente y que se muestran en la Tabla 4.3, en los casos donde los coeficientes propuestos por las NTCC-04 son menores a los coeficientes numéricos, esto implica que el momento de diseño será mayor respecto al calculado con los coeficientes propuestos por las NTCC-04 y por lo tanto la cantidad de acero requerida por ancho unitario de losa será mayor, aunque se debe tener en cuenta que la cantidad de acero está limitada por las cuantías máxima y mínima.

Se encontraron casos de paneles apoyados sobre muros en los que el momento máximo positivo no se encuentra en el centro del panel y otros casos donde se presenta un momento negativo en el centro del panel, por lo que se recomienda proporcionar el acero para resistir el momento positivo en zonas cercanas a los bordes y acero para resistir el momento negativo en el centro, para evitar agrietamientos.

Trabajos futuros

- Estudiar la distribución de momentos y de coeficientes en paneles con distintos patrones de carga distribuida
- Estudiar la distribución de momentos y de coeficientes en paneles considerando cargas puntuales y lineales.
- Estudiar la distribución de momentos y de coeficientes en paneles apoyados simultáneamente sobre vigas y muros.

Referencias

- [1] Ansys (2009), Ansys 12.0.1, Ansys Inc. United states.
- [2] ACI-318-63, (1963), Building code requirements for structural concrete and commentary”, Farmington Hills, (MI, USA), American Concrete Institute.
- [3] ACI-318-11, (2011), Building code requirements for structural concrete and commentary”, Farmington Hills, (MI, USA), American Concrete Institute.
- [4] Bach C. y Graf O. (1915), “Tests with simply supported, quadratic reinforced concrete plates (en Alemán Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen and rechteckigen eisenbetonplatten)”, *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton*, 30, Berlin.
- [5] EC-2, (2002), British Standards Institution. BS EN 1992–2, Eurocode 2: Design of concrete structures. BSI.
- [6] Caballero-Garatachea O. (2011), “Determinación de coeficientes de diseño y trayectorias de agrietamiento de losas circulares, elípticas y triangulares en condición aislada”, Tesis de Maestría, México, Universidad Autónoma Metropolitana.
- [7] Casadei P., Parretti R., Nanni A. y Heinze T. (2005), “In situ load testing of parking garage reinforced concrete slabs: comparison between 24 h and cyclic load testing”, *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, ASCE, 10(1):40-48, doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0680\(2005\)10:1\(40\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0680(2005)10:1(40))
- [8] Casillas. G. de L., Khachaturian N. y Siess C.P. (1957),”Studies of reinforced concrete beams and slabs reinforced with steel plates ”, *Serie de Investigación Estructural No. 134*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [9] Casillas G. de L. y Siess C.P. (1961), ”Comparative studies of design procedures for two way reinforced concrete slabs ”, *Serie de Investigación Estructural No. 215*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [10] CSI (2004), “SAP2000 Advanced 12.0.0”, Computers and Structures, Inc., Berkeley, California.
- [11] Di Stasio J. y Van Buren M.P. (1936), “Slabs Supported on Four Sides”, *ACI Journal*, Vol. 32, Estados Unidos.
- [12] Flores-Eslava R. (2012), “Estudio comparativo de metodologías para el diseño de losas de concreto reforzado”, Tesis de licenciatura, México, Universidad Autónoma Metropolitana.

- [13] Foster S.J., Bauley D.G., Burgess I.W. y Plank R.J.(2004), “Experimental behaviour of concrete floor slabs at large displacements”, *Engineering Structures*, 26:1231-1247.
- [14] Gamble W.L, Sozen M.A. y Siess C.P. (1961), “An experimental study of a two-way floor slab”, *Structural Research Series No. 211*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [15] Gamble W. L, Sozen M. A. y Siess C. P. (1962), “Measured and theoretical bending moments in reinforced concrete floor slabs”, *Structural research series No. 246*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [16] Galati N., Nanni A., Tumialan J.G. y Ziehl P.H. (2008), “In-situ evaluation of two concrete slab systems, I: load determination and loading procedure”, *Journal of Performance of Constructed Facilities, ASCE*, 22:4, 207-216. doi: [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0887-3828\(2008\)22:4\(207\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0887-3828(2008)22:4(207))
- [17] Girolami A.G., Sozen M.A y Gamble W.L. (1970), “Flexural Strength of reinforced concrete slabs with externally applied in-plane forces”, *Report to the department of defense*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [18] González O.M. y Robles F. (2007), Aspectos fundamentales del concreto reforzado, Cuarta edición, Limusa, México.
- [19] Hatcher D. S., Sozen M. A. y Siess C. P. (1960), “An experimental study of a quarter-scale reinforced concrete flat slab floor”, *Structural research series No. 200*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [20] Hatcher D.S., Sozen M.A. y Siess C.P. (1961), “A study of tests on a flat plate and a flat slab”, *Structural Research Series No. 217*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [21] IStructE-06, (2006), The Institution of Structural Engineers/ The Institution of Civil Engineers. Manual for the design of concrete building structures to Eurocode 2.
- [22] Jirsa J.O., Sozen M.A. y Siess C.P. (1962), “An experimental study of a flat slab floor reinforced with welded wire fabric”, *Structural Research Series No. 248*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [23] Lagrange J.L. (1828). *Ann Chim, vol. 39*.
- [24] Kelvin W. T. y Tait P. G. (1867), “Natural Philosophy”, Primera edición.
- [25] Kirchhoff G. (1850), “Ueber dash Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe”, *Crelles Journal v.40*.

- [26] Mayes G.T., Sozen M.A. y Siess C.P. (1959), "Tests on a quarter-scale model of a multiple-panel reinforced concrete flat plate floor", *Structural Research Series No. 181*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [27] Marcus H. (1929), "Die vereinfachte Berechnung biegsamer Platten", Julius Springer, Berlín.
- [28] Mayes G.T., Sozen M.A. y Siess C.P. (1959), "Tests on a quarter-scale model of a multiple-panel reinforced concrete flat plate floor", *Structural Research Series No. 181*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [29] Navier, C.L.M.H. (1823), "Bulletin des Sciences de la Societe Philomathique de Paris".
- [30] Newmark N.M. y Siess C.P. (1950), "Proposed design specifications for two-way floor slabs", *ACI Journal, Proceedings*, , 46(4):597-6071.
- [31] NTCC-04, (2004), Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, México.
- [32] Poisson, S.D. (1829), "Memoire sur l'equilibre et le mouvement des corps elastique", *Mem Acad Sci*, vol. 8.
- [33] Park R. y Gamble W. L. (2000), "Reinforced Concrete Slabs", *Segunda Edición*, John Wiley & Sons, Inc, New York.
- [34] RCDF-04, (2004), Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, México, Tomo II, No.103-BIS, octubre, p.107.
- [35] Siess C.P. y Newmark N.M. (1950), "Moments in two-way concrete floor slabs", *Bulletin Series No. 385*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [36] Timoshenko S P. y Woinowsky-Krieger S. (1959),"Theory of Plates and Shells, Segunda edición", McGraw Hill, Estados Unidos
- [37] Vanderbilt M. D., Sozen M. A. y Siess C. P. (1961), "An experimental study of a reinforced concrete two-way floor slabs with shallow beams", *Structural research series No. 228*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [38] Vanderbilt M. D., Sozen M. A. y Siess C. P. (1963), "Deflections reinforced concrete floor slabs ", *Structural research series No. 263*, Universidad de Illinois, Urbana, Illinois.
- [39] Westergaard H. M. y Slater W. A. (1921), "Moments and Stresses in Slabs", *ACI Journal, Proceedings*, V. 17, No. 2, pp. 415-538.

- [40] Westergaard H. M. (1926), “Formulas for the Design of Rectangular Floor Slabs and their Supporting Girders”, *ACI Journal, Proceedings*, V. 22, pp. 26-46.

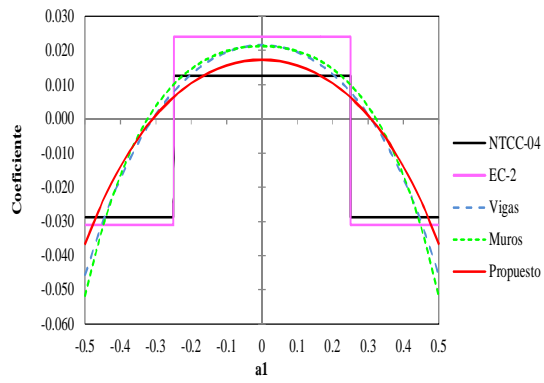
Apéndice A

Comparación de los coeficientes del IStructE-06, las NTCC-04 y Numéricos

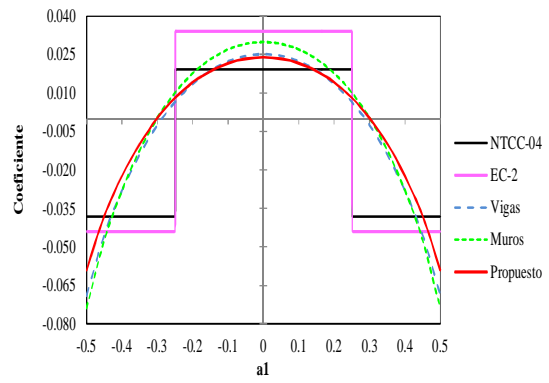
Introducción

Se compararon los coeficientes que presenta el IStructE-06 con los coeficientes que proponen las NTCC-04 y con coeficientes numéricos de los paneles interior, de borde con un lado corto discontinuo, de borde con un lado largo discontinuo y de esquina, con las diferentes relaciones de lados que considera.

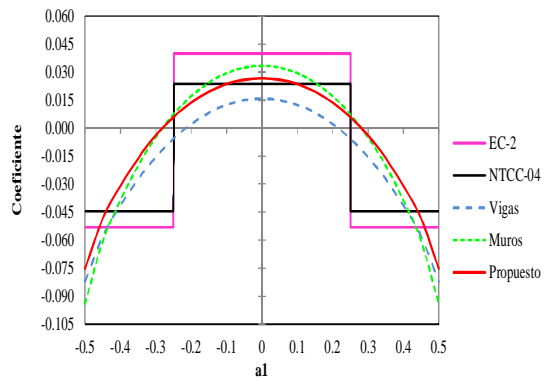
Las gráficas donde se muestran las comparaciones realizadas se encuentran en las Figuras A.1 a A.8, en las que la curva azul corresponde a los coeficientes de losas apoyadas sobre vigas, la curva verde muestra la distribución de coeficientes de losas apoyadas sobre muros y las líneas rectas en color rosa y negro corresponden a las distribuciones de coeficientes propuestos por el IStructE-06 y las NTCC-04, respectivamente. La curva roja corresponde al 80% de los coeficientes numéricos con mayor magnitud.



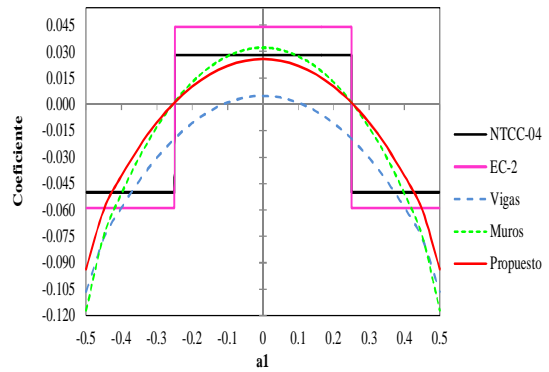
a) $m = 1$



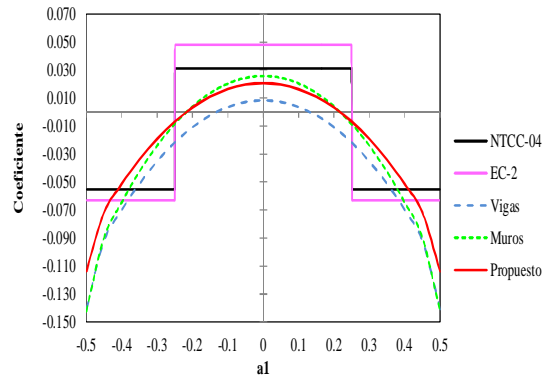
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$

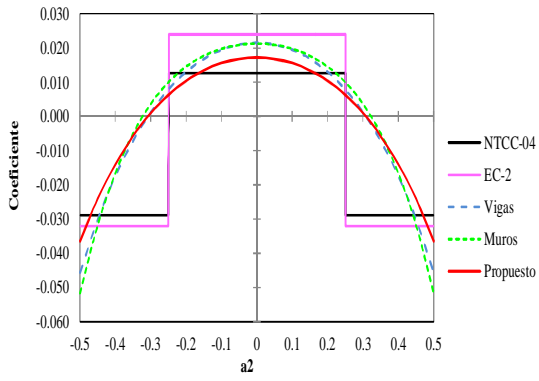


d) $m = 1.75$

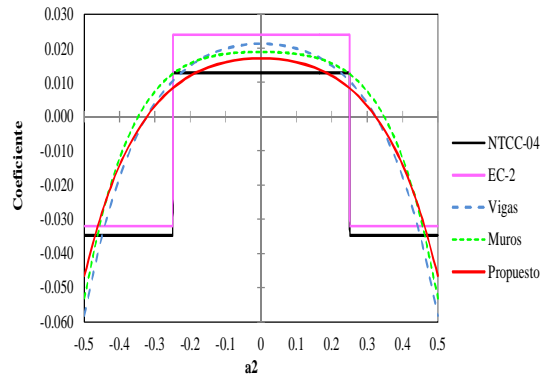


e) $m = 2$

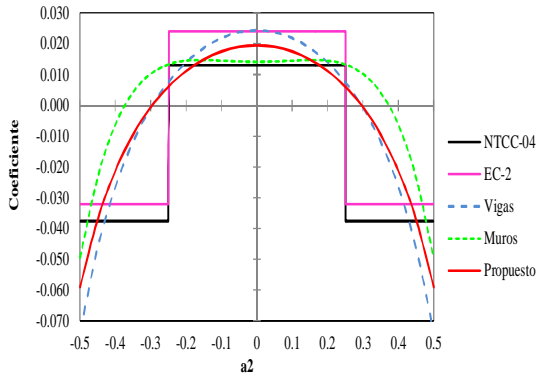
Figura A.1. Coeficientes en dirección del claro corto del panel interior.



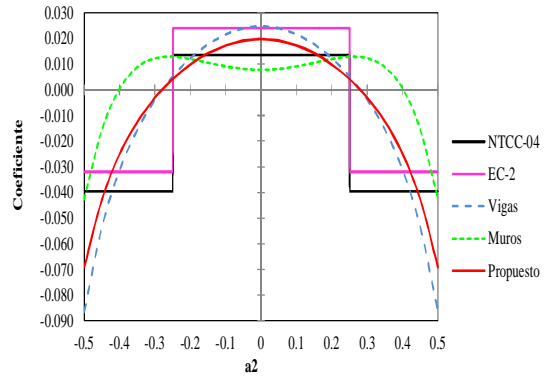
a) $m = 1$



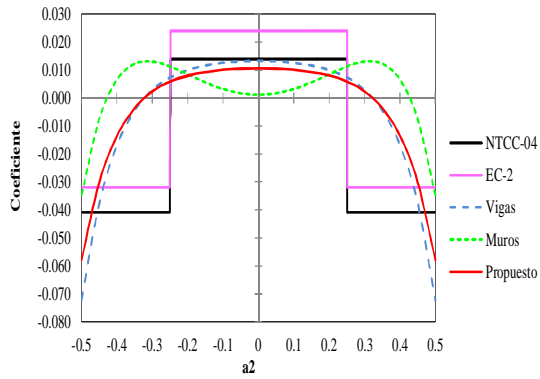
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$

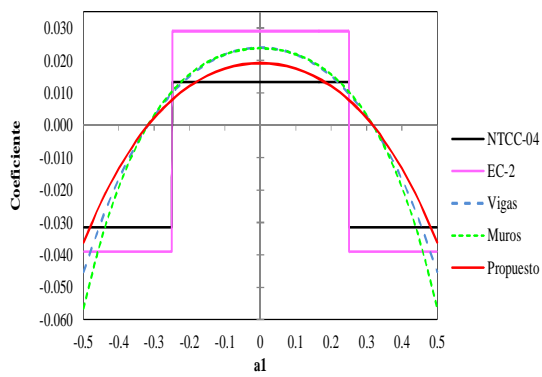


d) $m = 1.75$

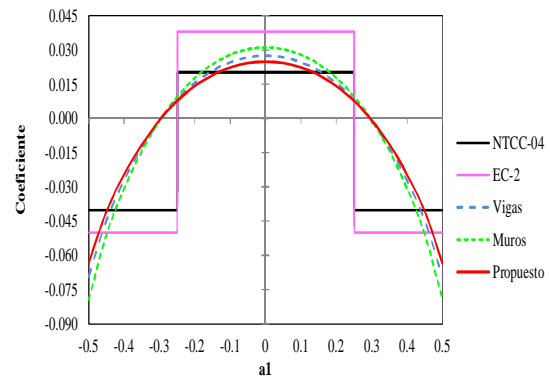


e) $m = 2$

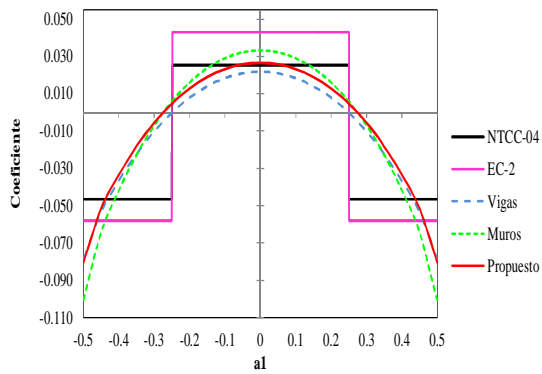
Figura A.2. Coeficientes en dirección del claro largo del panel interior.



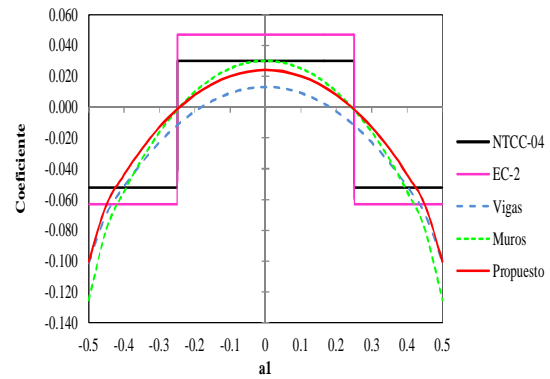
a) $m = 1$



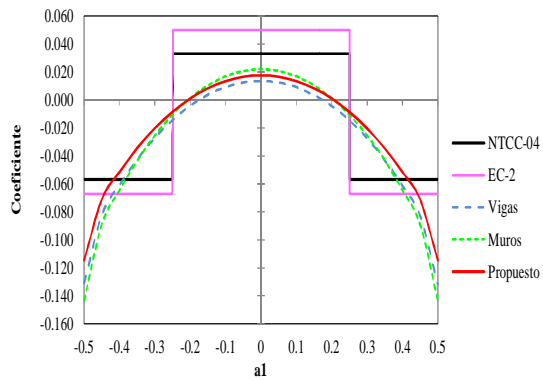
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$

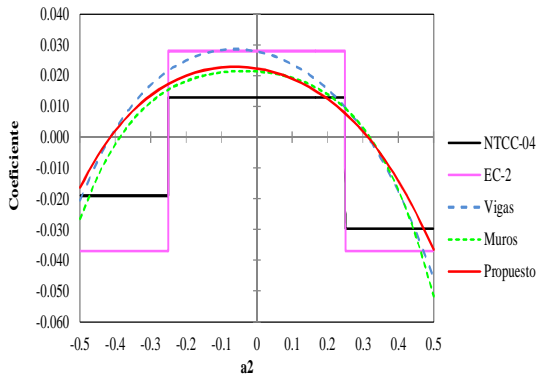


d) $m = 1.75$

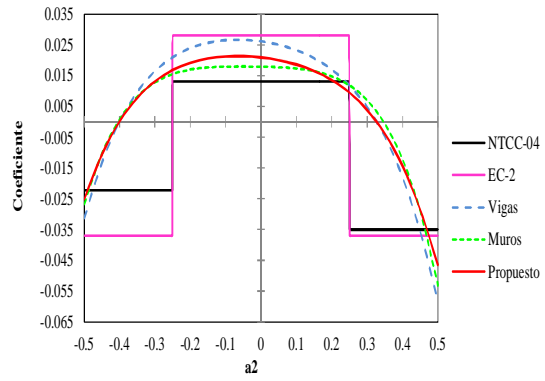


e) $m = 2$

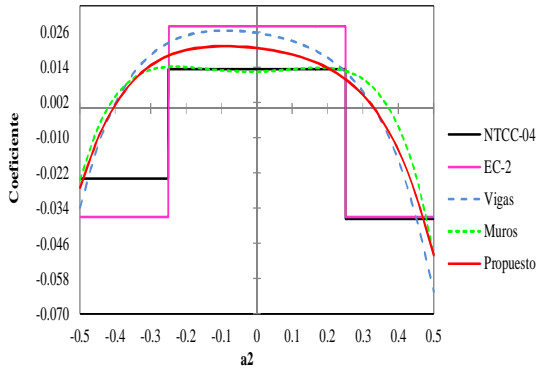
Figura A.3. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de borde con un lado corto discontinuo.



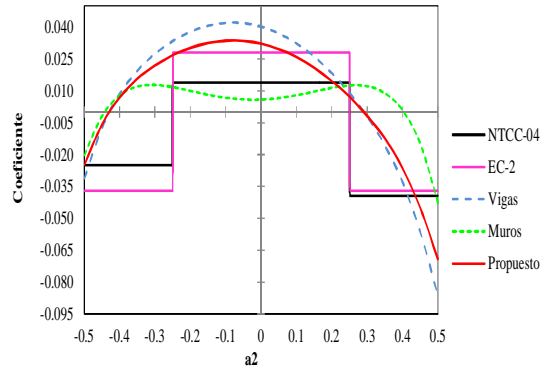
a) $m = 1$



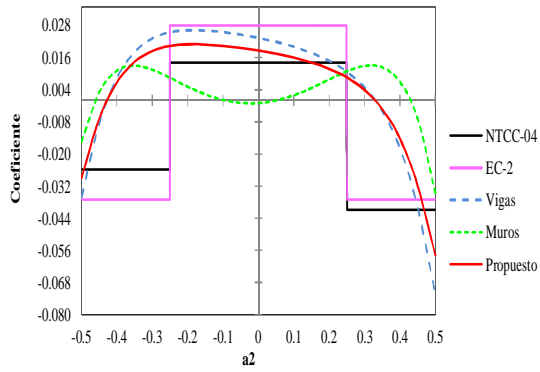
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$

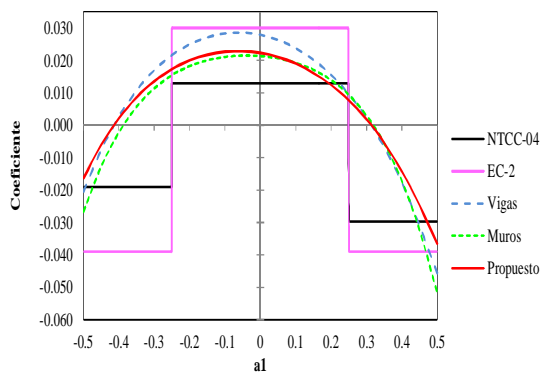


d) $m = 1.75$

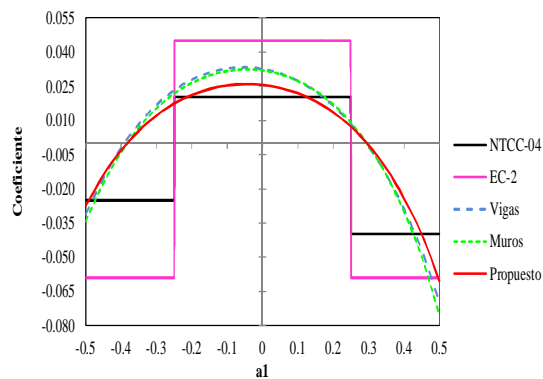


e) $m = 2$

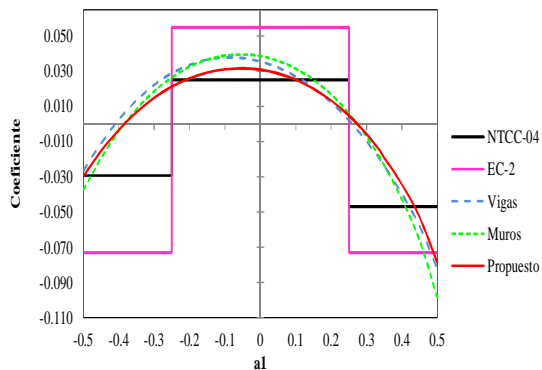
Figura A.4. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado corto discontinuo.



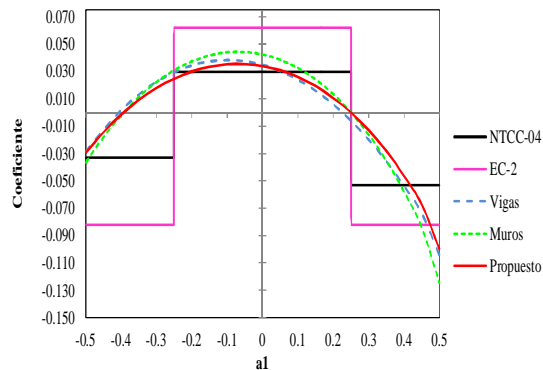
a) $m = 1$



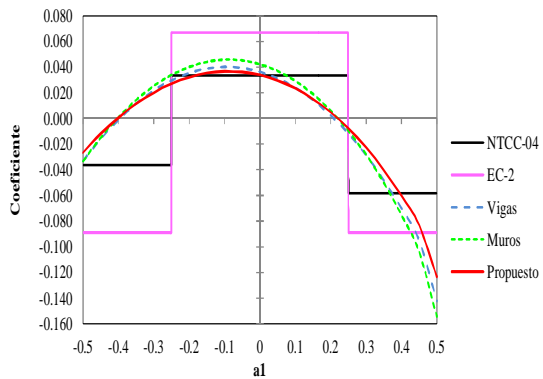
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$

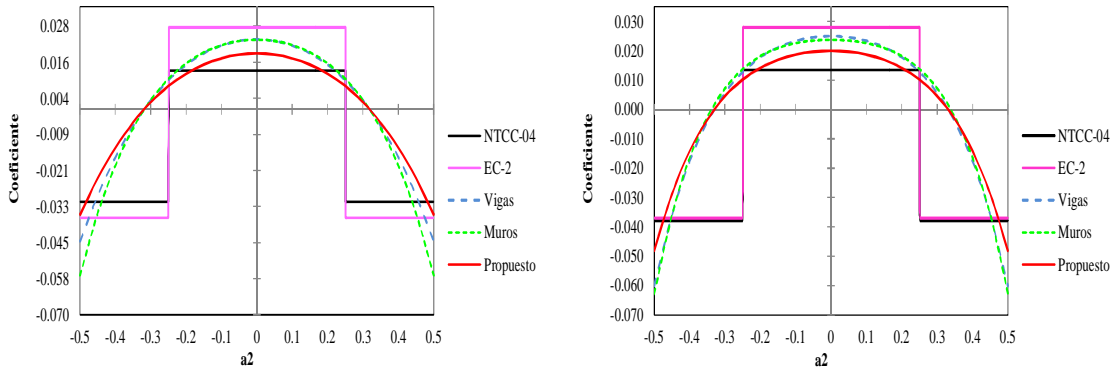


d) $m = 1.75$



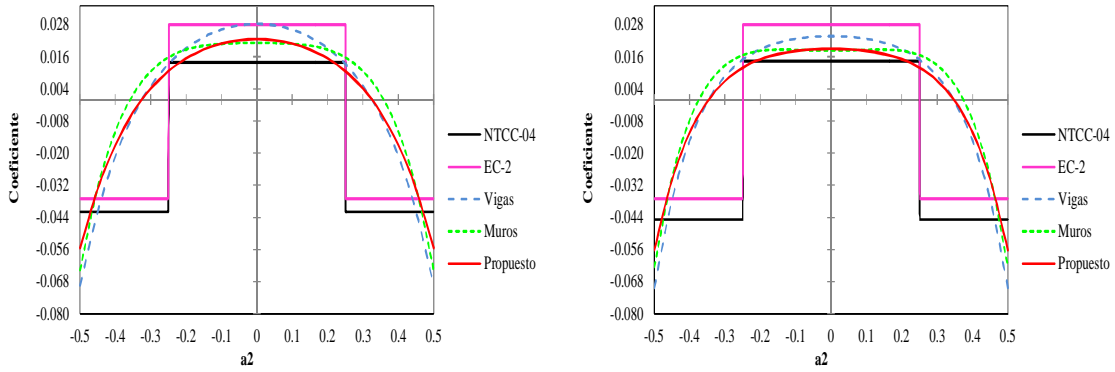
e) $m = 2$

Figura A.5. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de borde con un lado largo discontinuo.



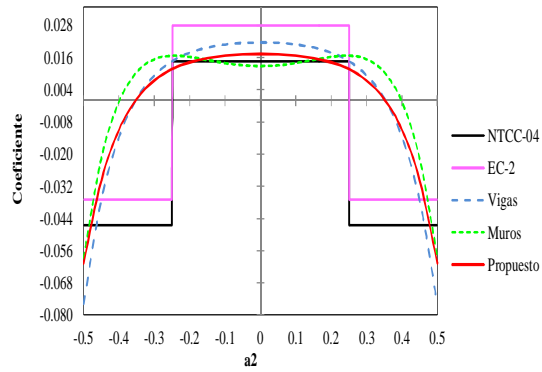
a) $m = 1$

b) $m = 1.25$



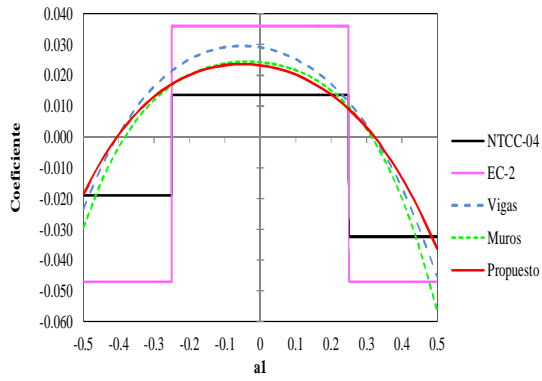
c) $m = 1.50$

d) $m = 1.75$

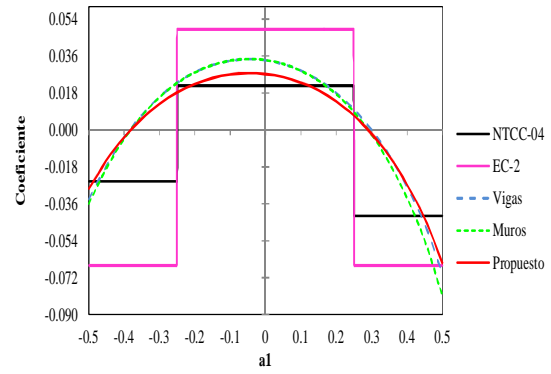


e) $m = 2$

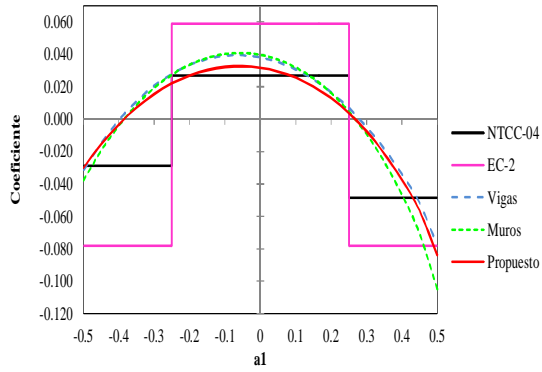
Figura A.6. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado largo discontinuo.



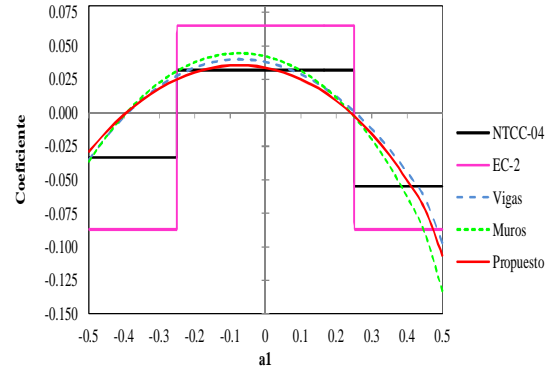
a) $m = 1$



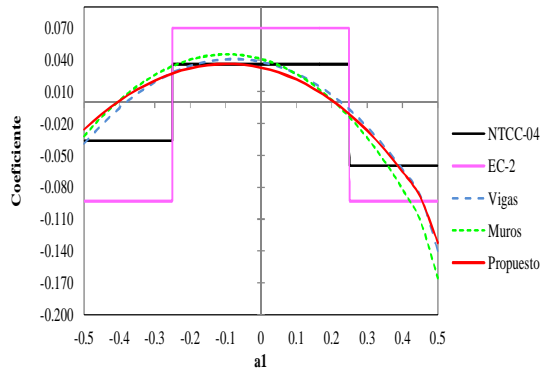
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$

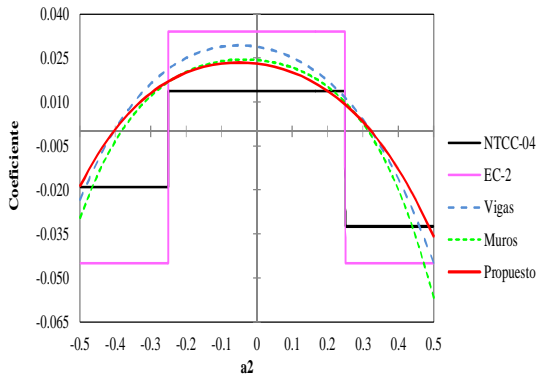


d) $m = 1.75$

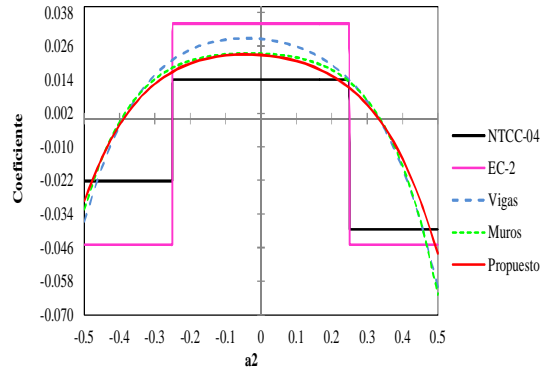


e) $m = 2$

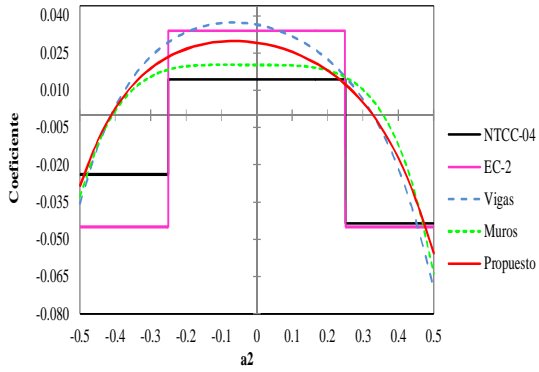
Figura A.7. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de esquina.



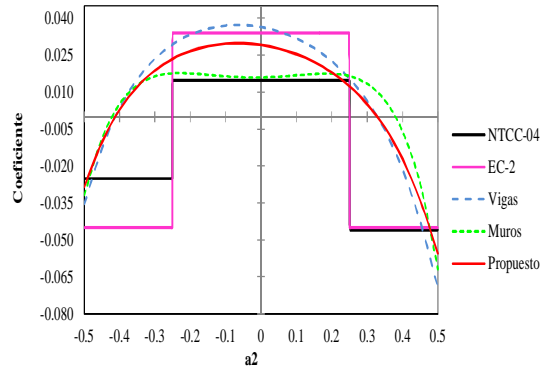
a) $m = 1$



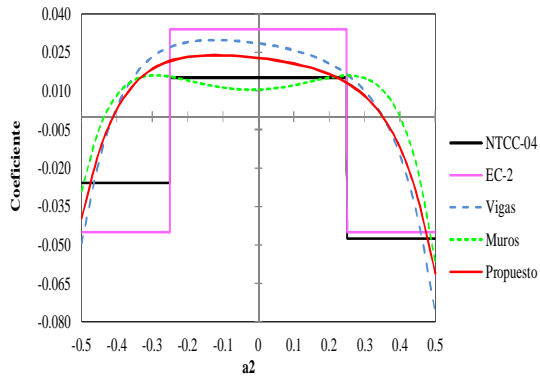
b) $m = 1.25$



c) $m = 1.50$



d) $m = 1.75$



e) $m = 2$

Figura A.8. Coeficientes en dirección del claro largo de panel de esquina.

Apéndice B

Comparación entre los coeficientes propuestos por las NTCC-04 y coeficientes numéricos

Introducción

En este apéndice se presentan los coeficientes obtenidos numéricamente con los modelos descritos en el capítulo 3 y se hace la comparación con los coeficientes propuestos por las NTCC-04.

En las figuras mostradas en este capítulo la curva verde corresponde a la distribución de coeficientes cuando el panel está apoyado sobre muros, la curva azul cuando está apoyado sobre vigas, la curva roja corresponde al 80 por ciento de los coeficientes numéricos máximos y las líneas rectas corresponden a los coeficientes propuestos por las NTCC-04.

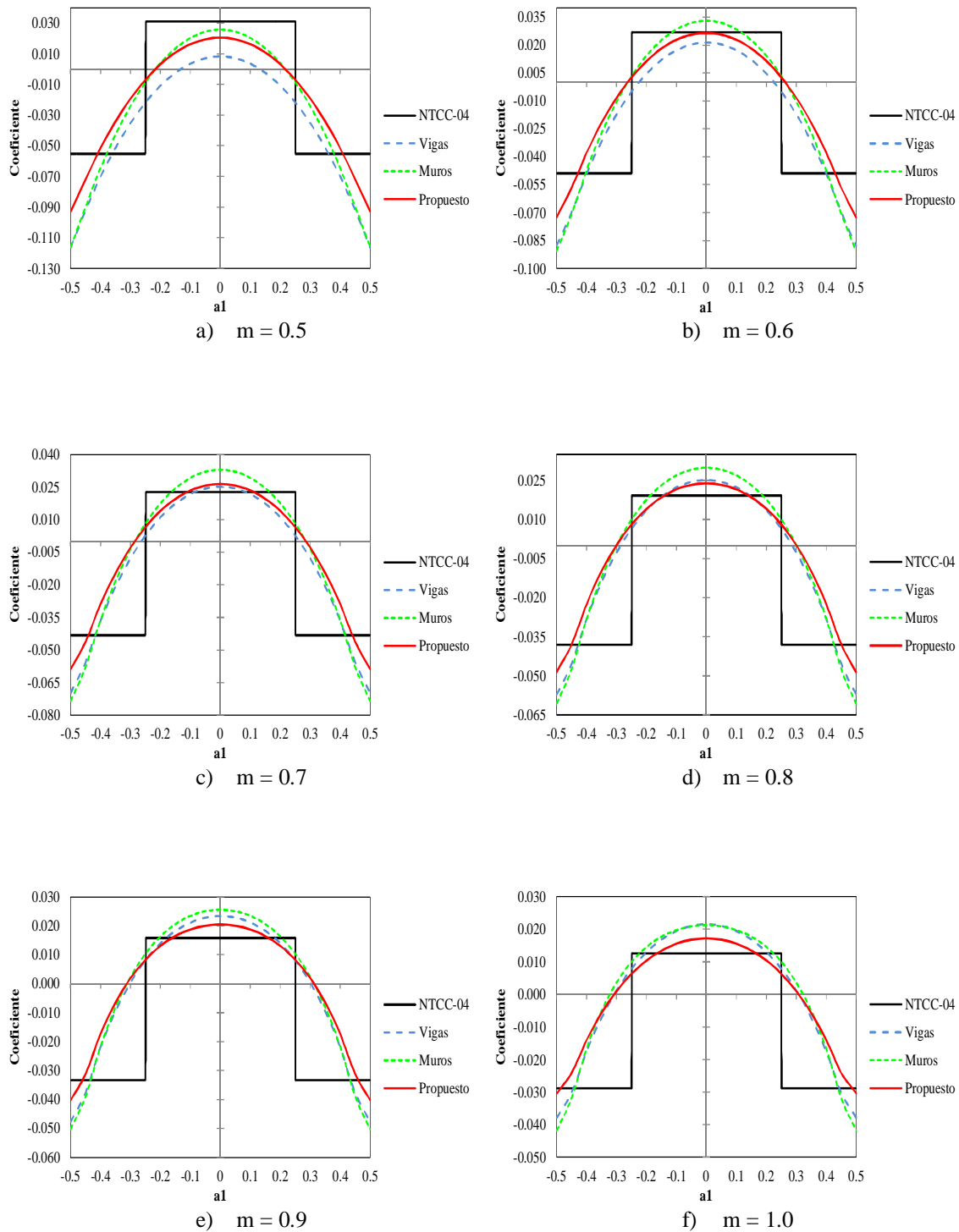


Figura B. 1. Coeficientes en dirección del claro corto del panel interior tipo I .

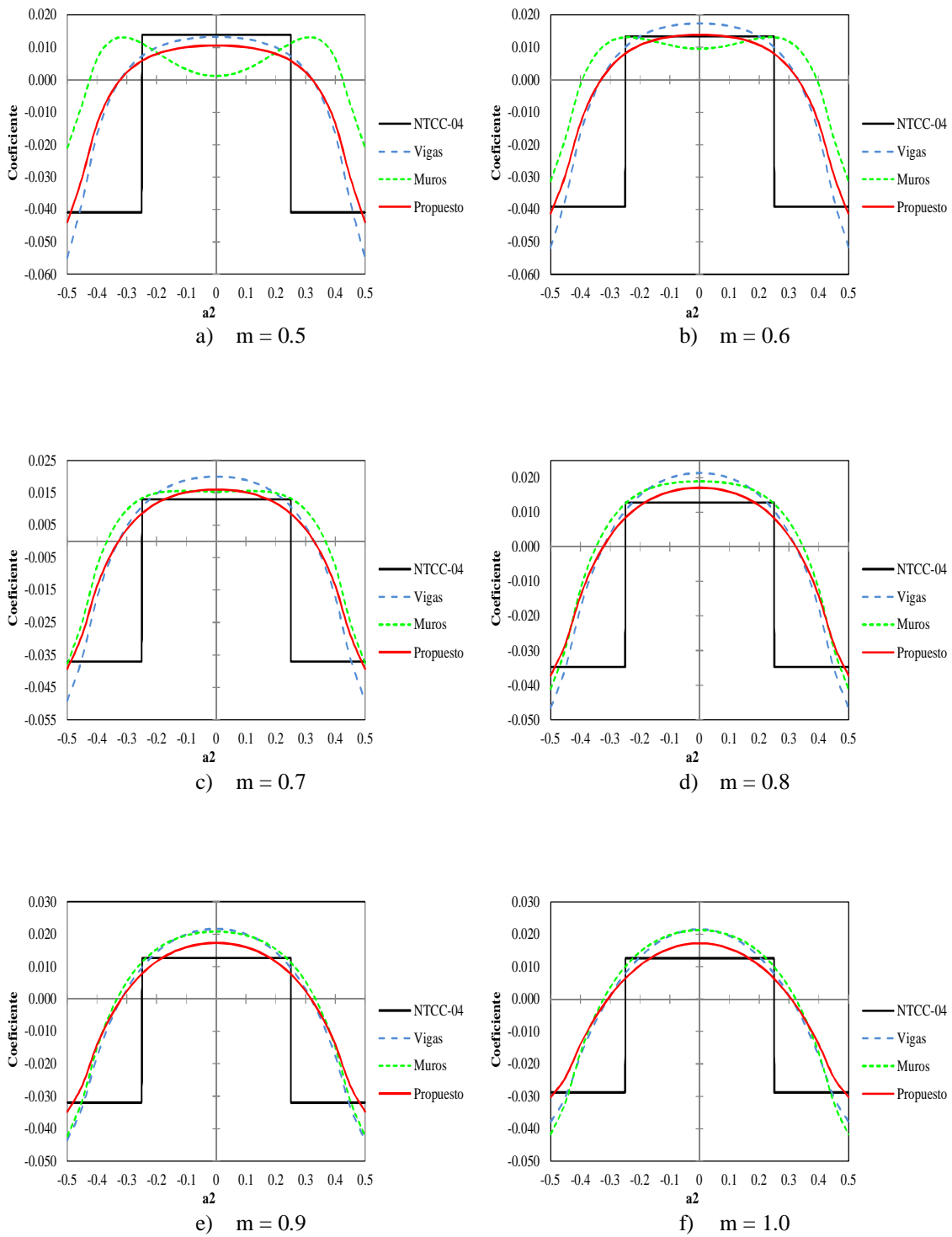


Figura B. 2. Coeficientes en dirección del claro largo del panel interior tipo I.

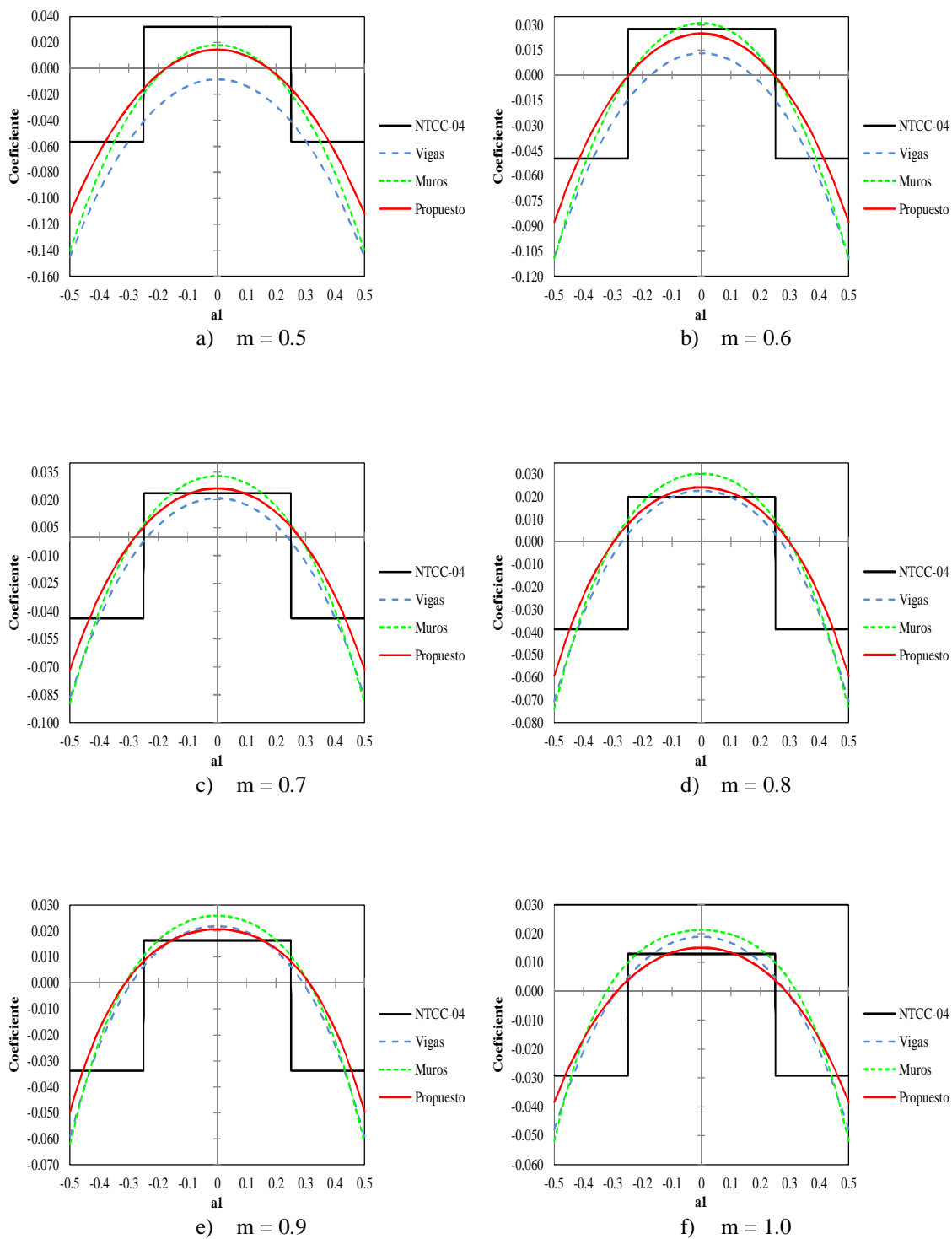


Figura B. 3. Coeficientes en dirección del claro corto del panel interior tipo II.

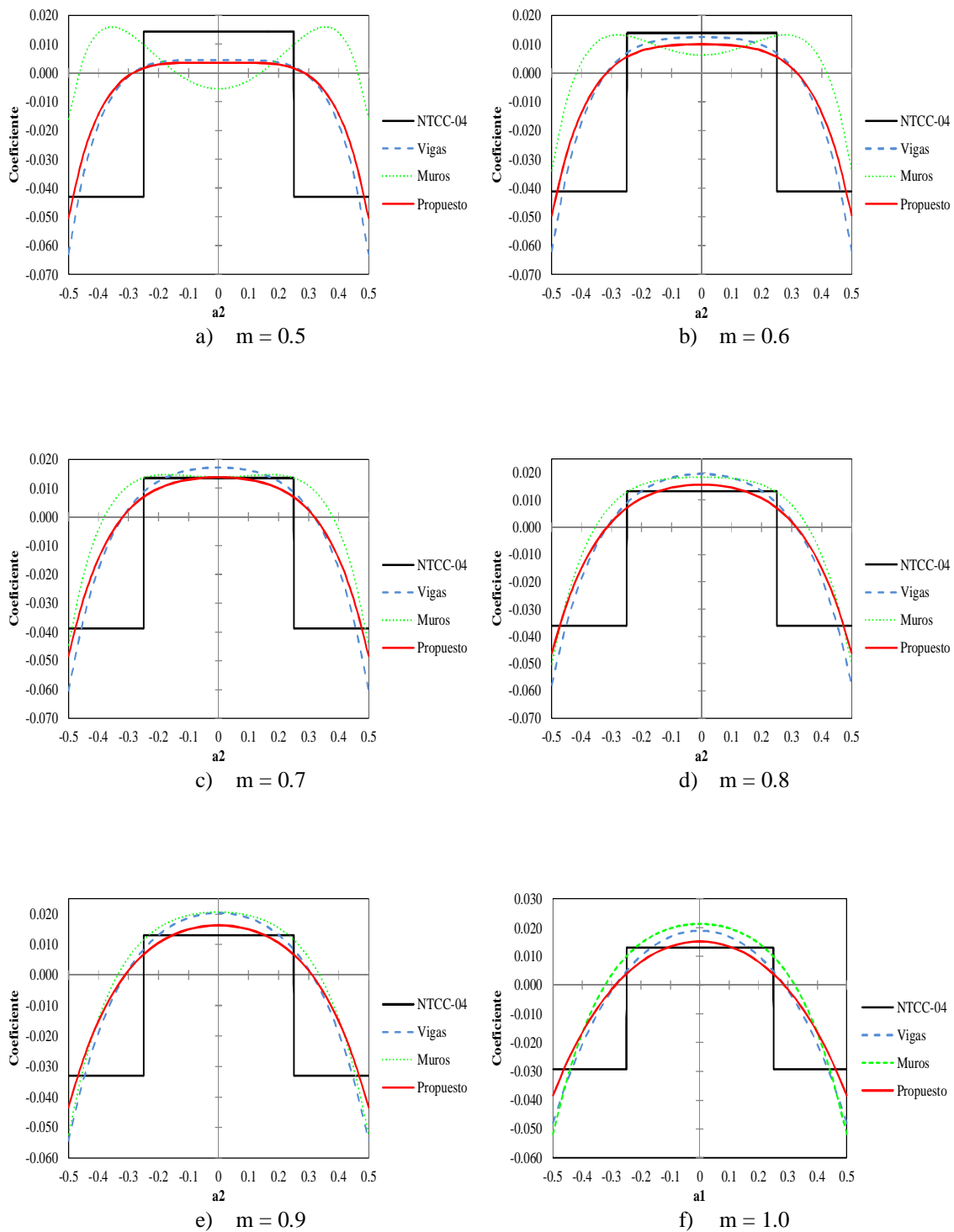


Figura B. 4. Coeficientes en dirección del claro largo del panel interior tipo II.

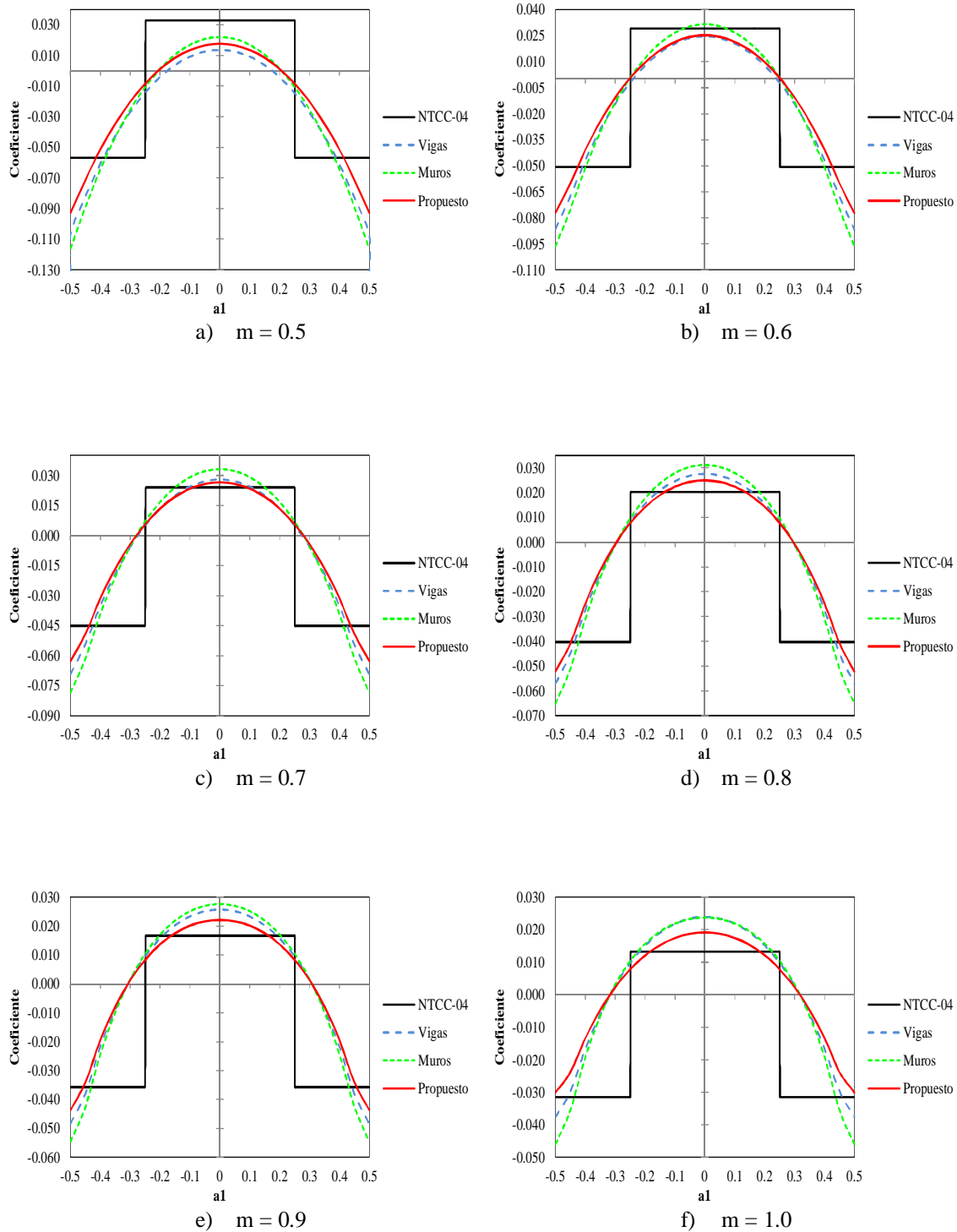


Figura B. 5. Coeficientes en dirección del claro corto del panel del panel borde con un lado corto discontinuo tipo I.

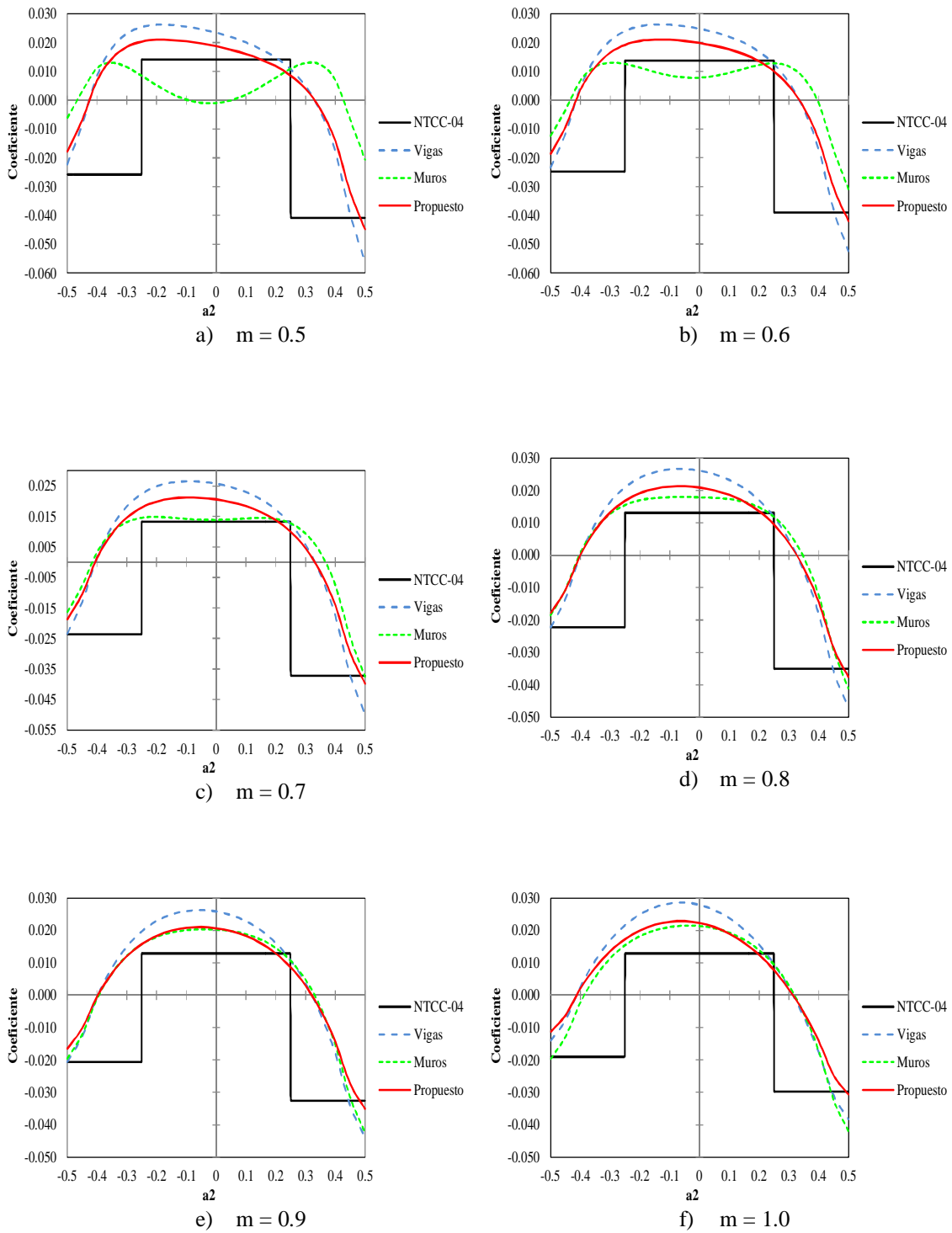


Figura B. 6. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo I .

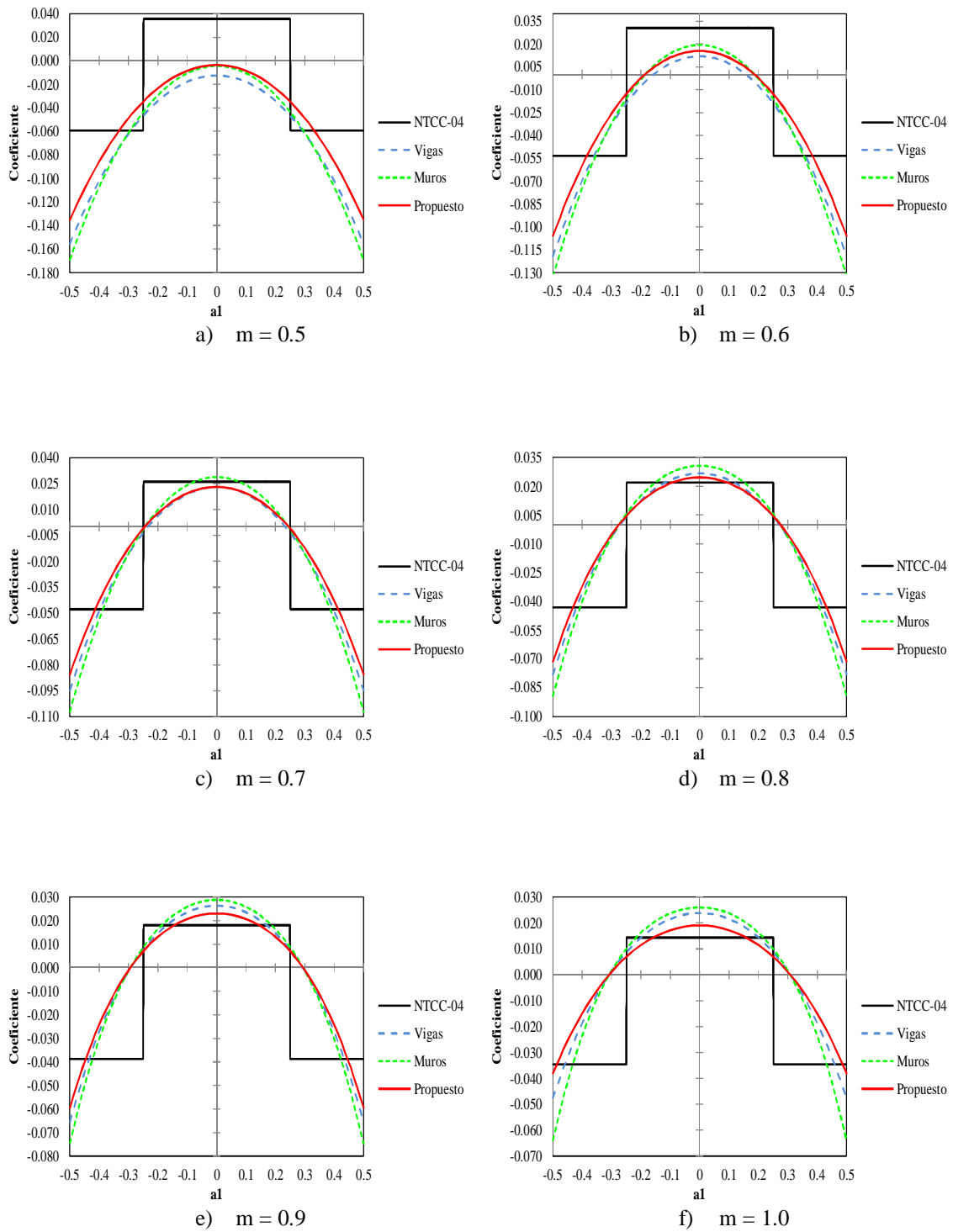


Figura B. 7. Coeficientes en dirección del claro corto del panel el de borde con un lado corto discontinuo tipo II.

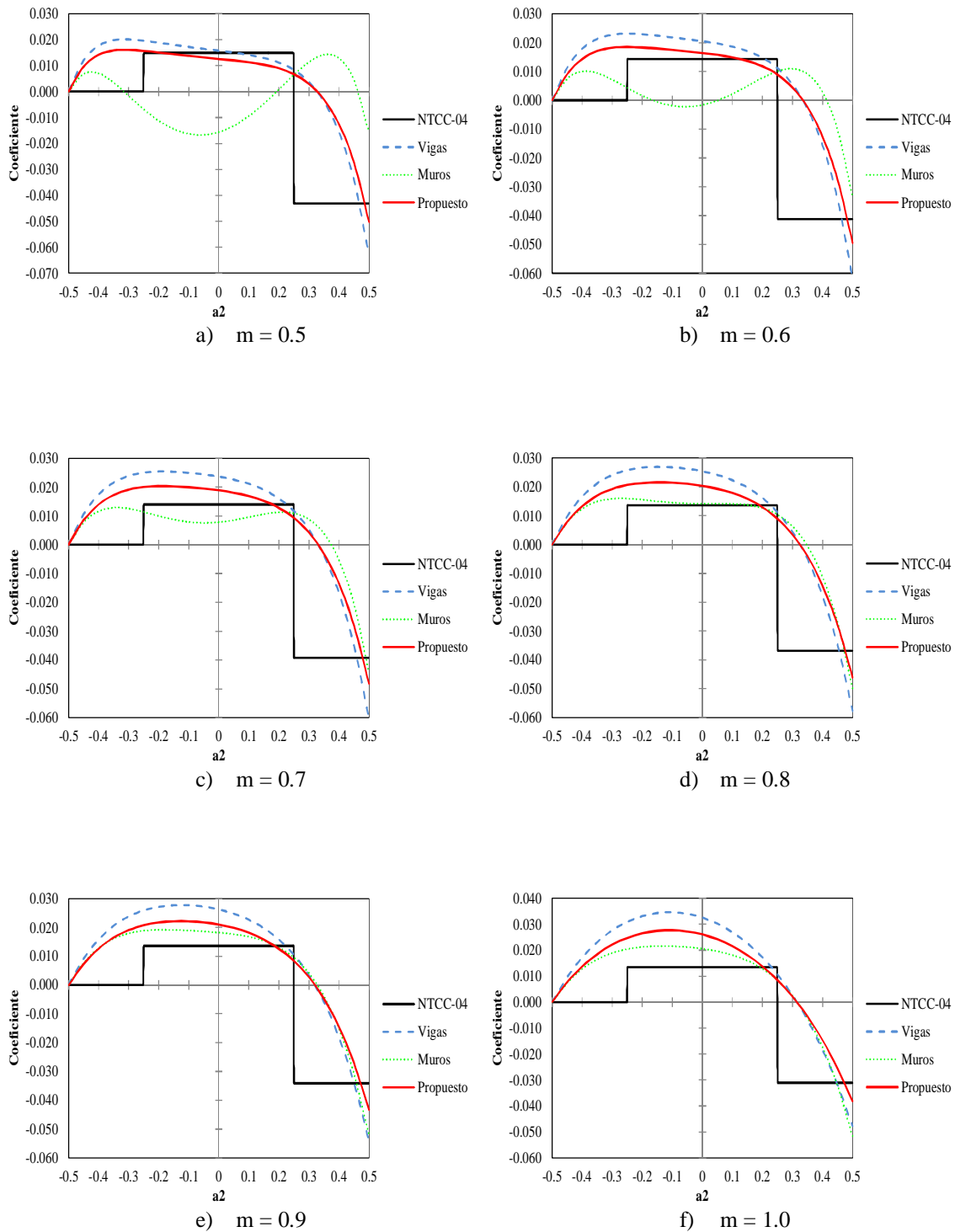


Figura B. 8. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado corto discontinuo tipo II.

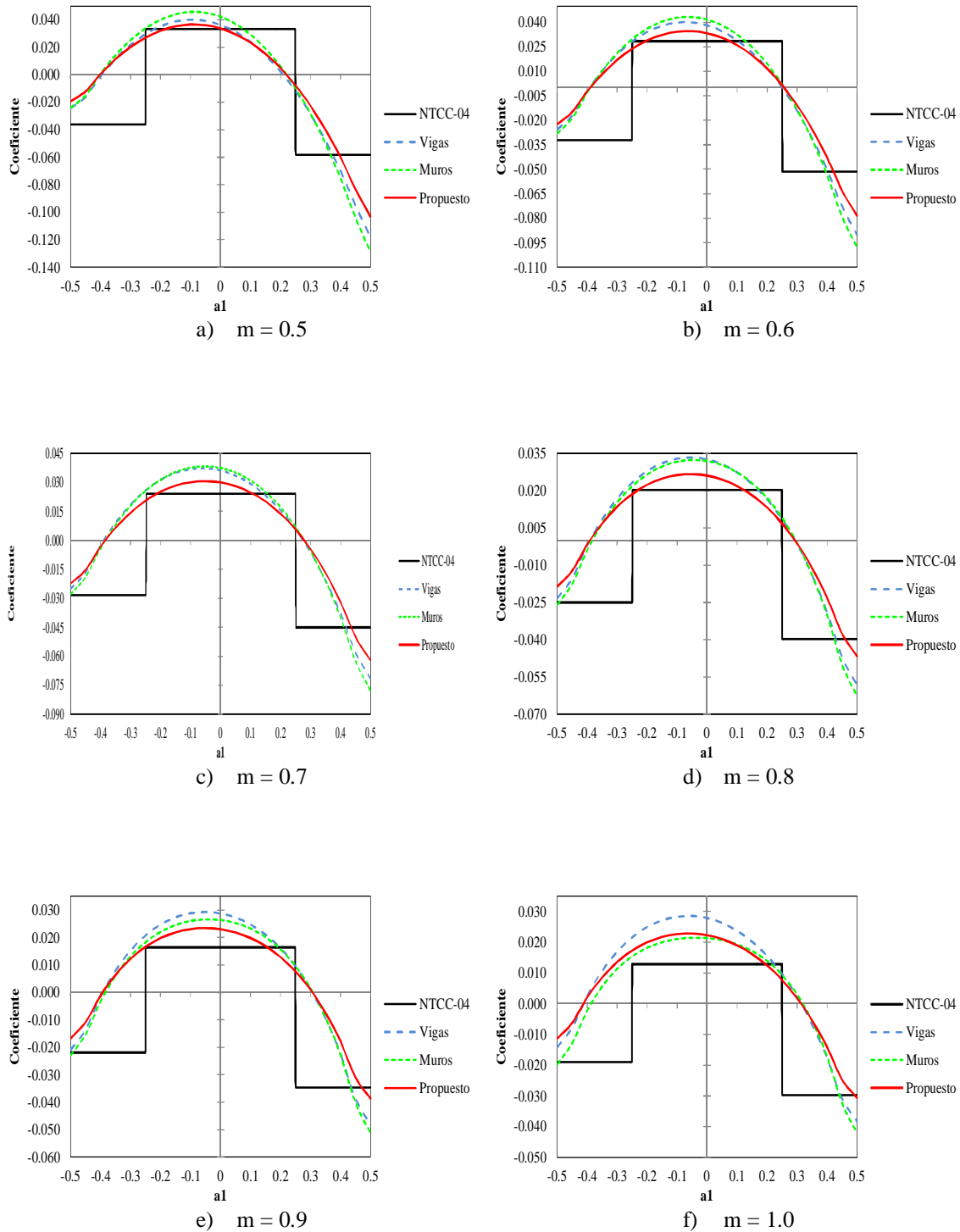


Figura B. 9. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de borde con un lado largo discontinuo tipo I .

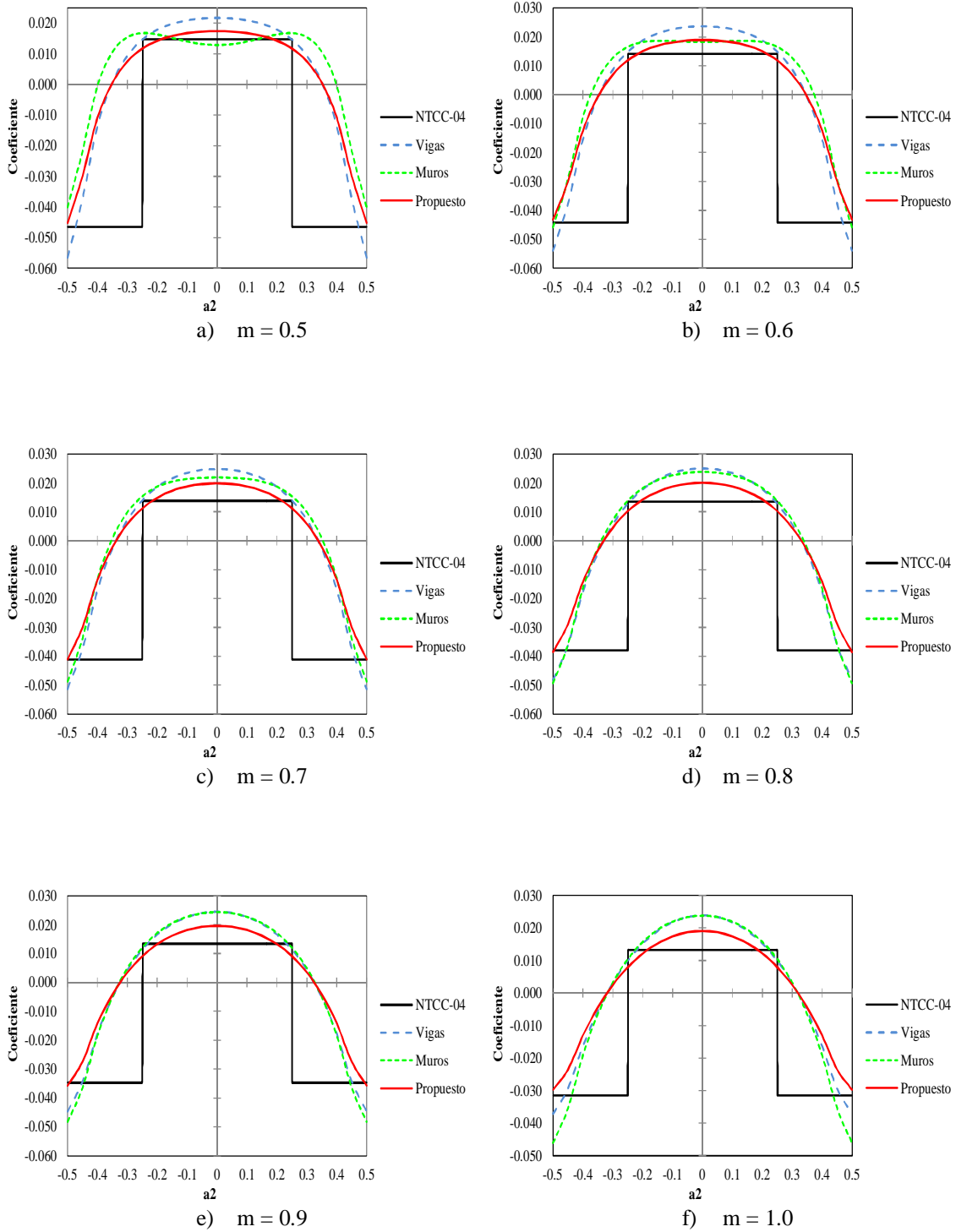


Figura B. 10. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado largo discontinuo tipo I .

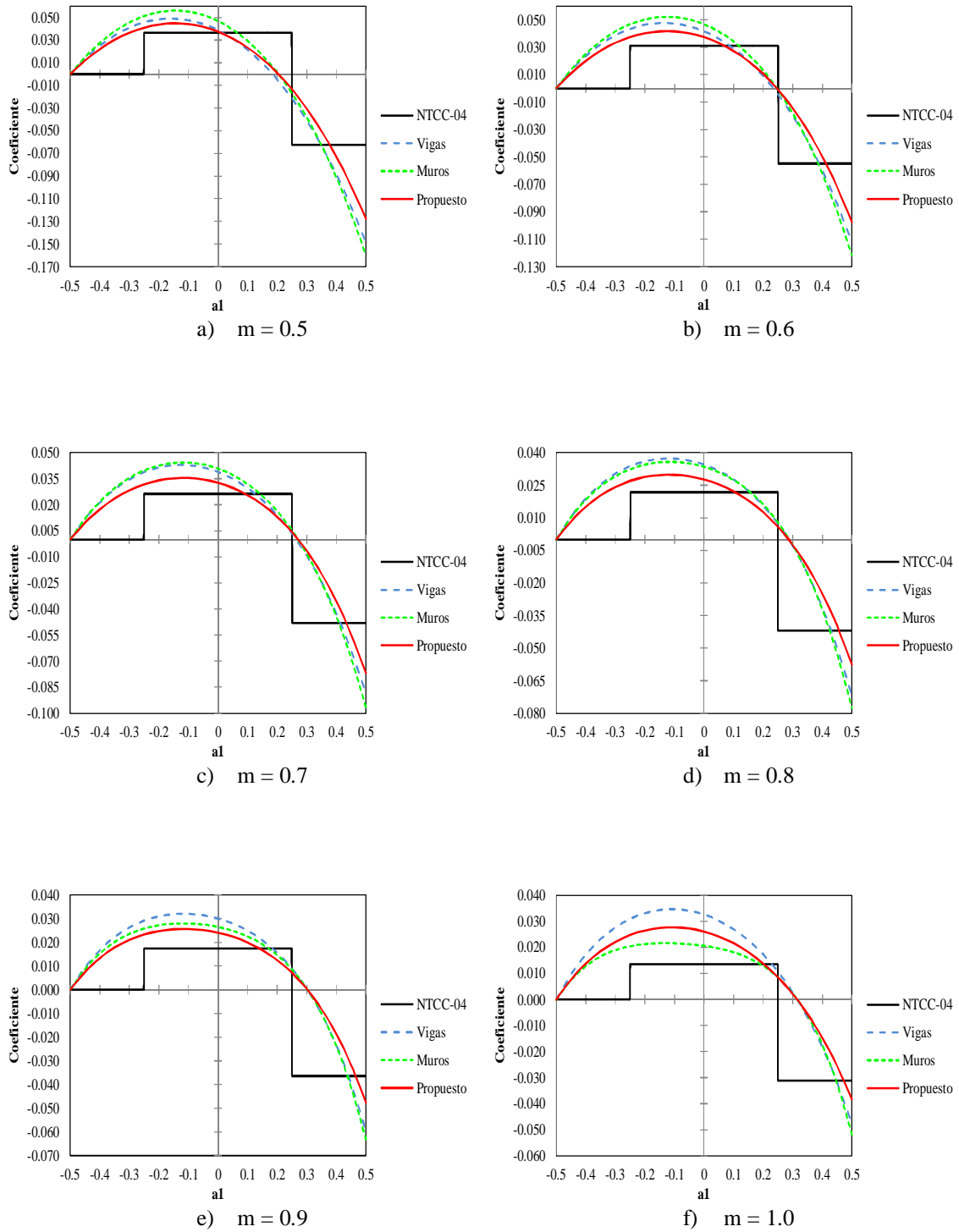


Figura B. 11. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de borde con un lado largo discontinuo tipo II.

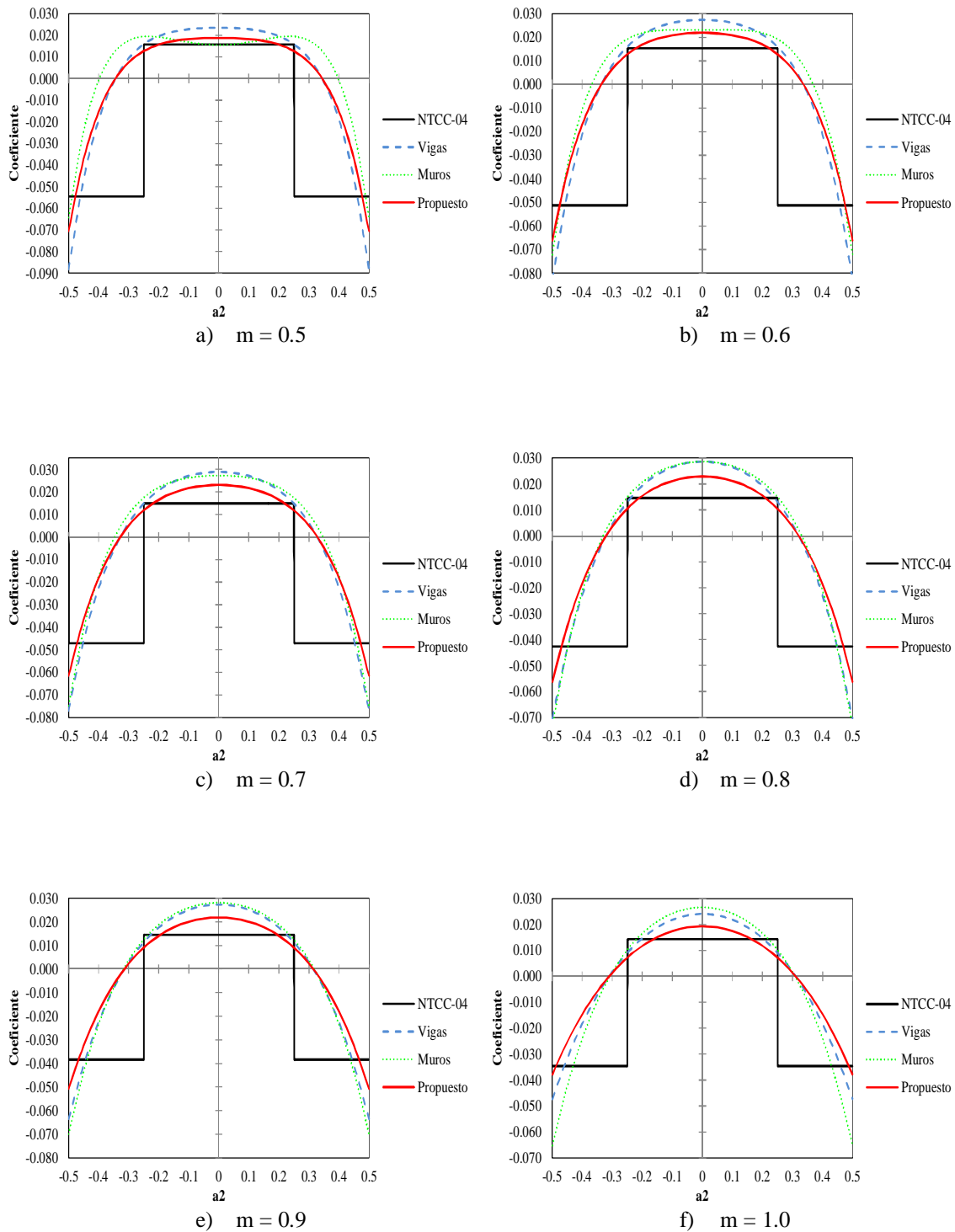


Figura B. 12. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de borde con un lado largo discontinuo tipo II.

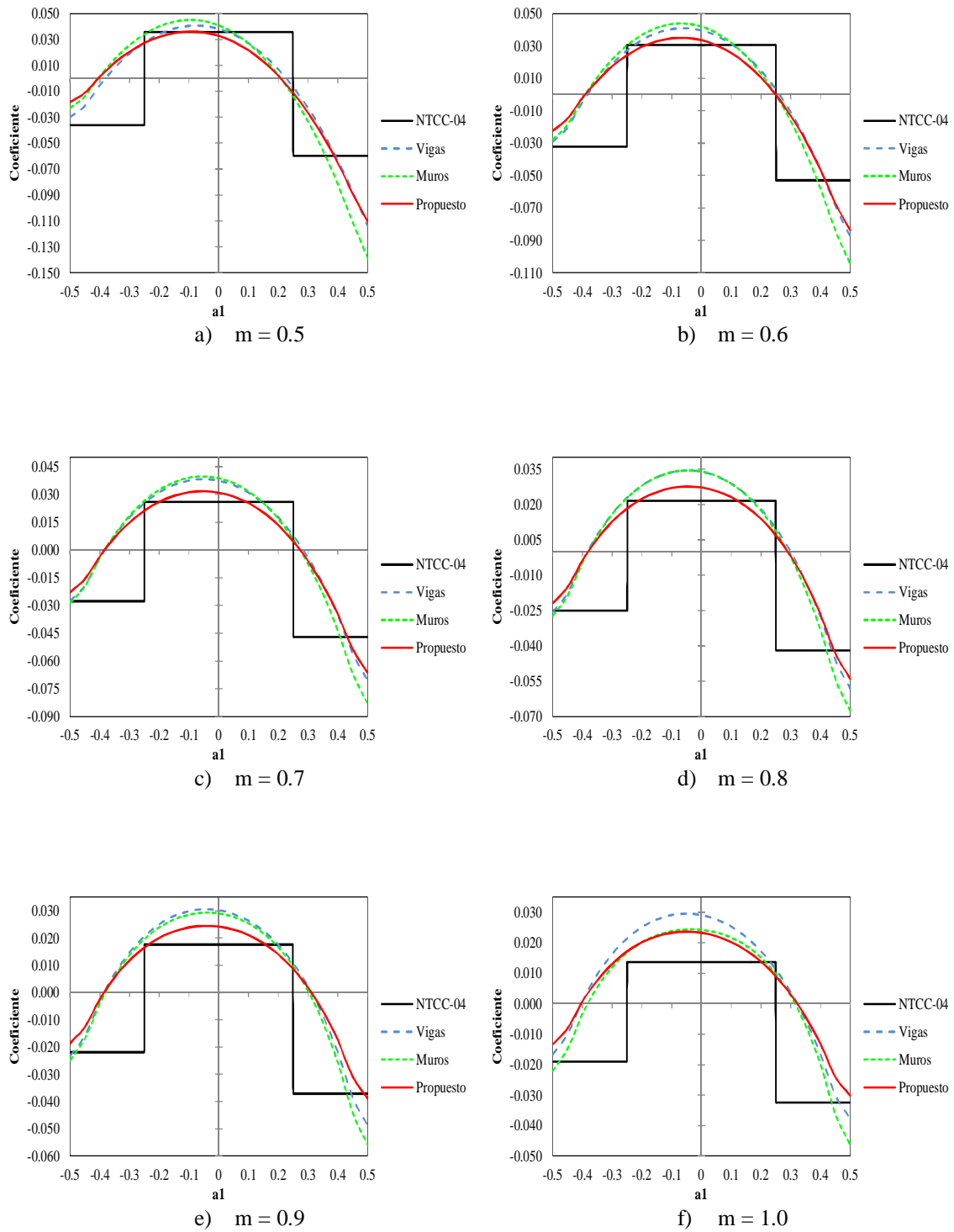


Figura B. 13. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de esquina tipo I.

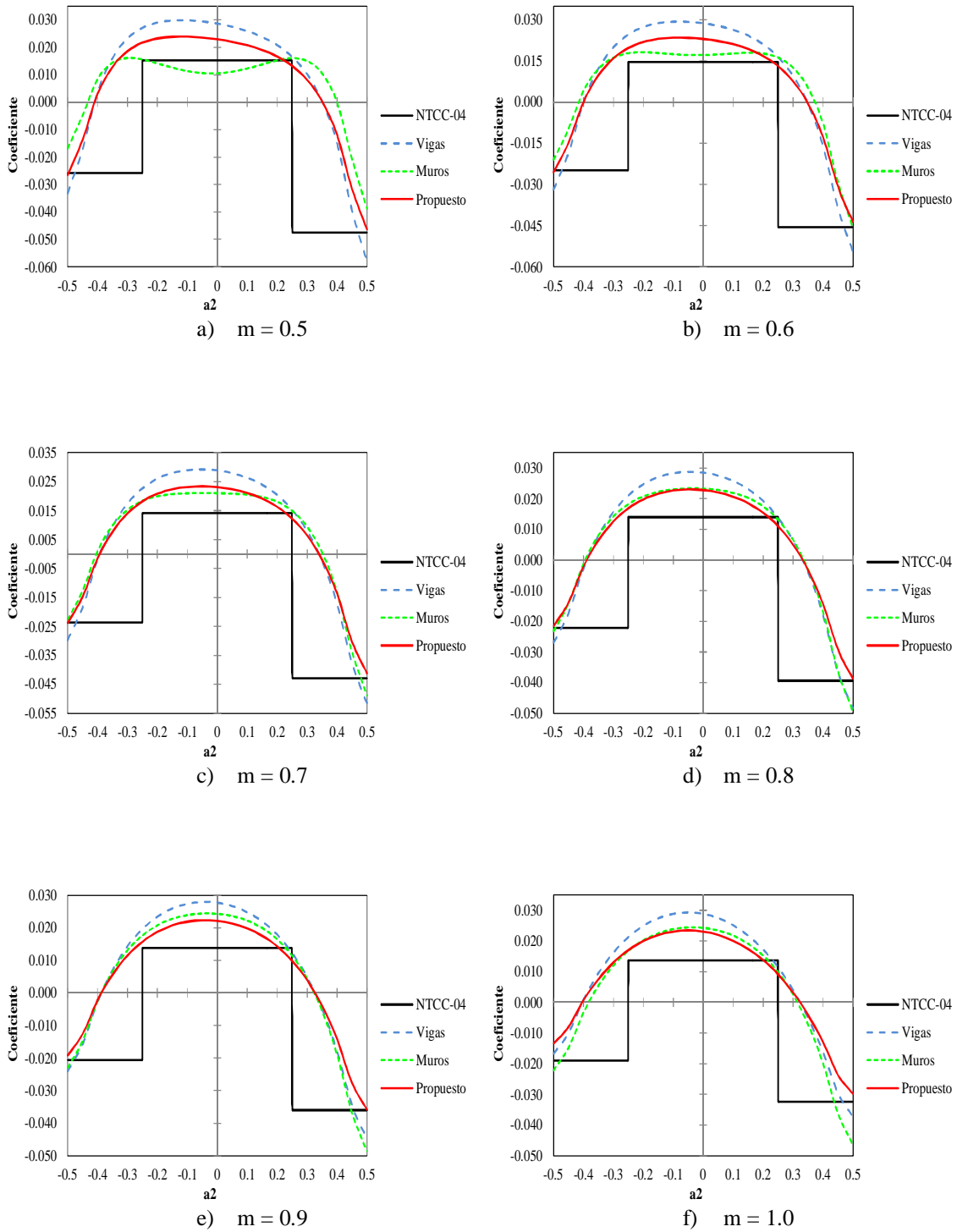


Figura B. 14. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de esquina tipo I.

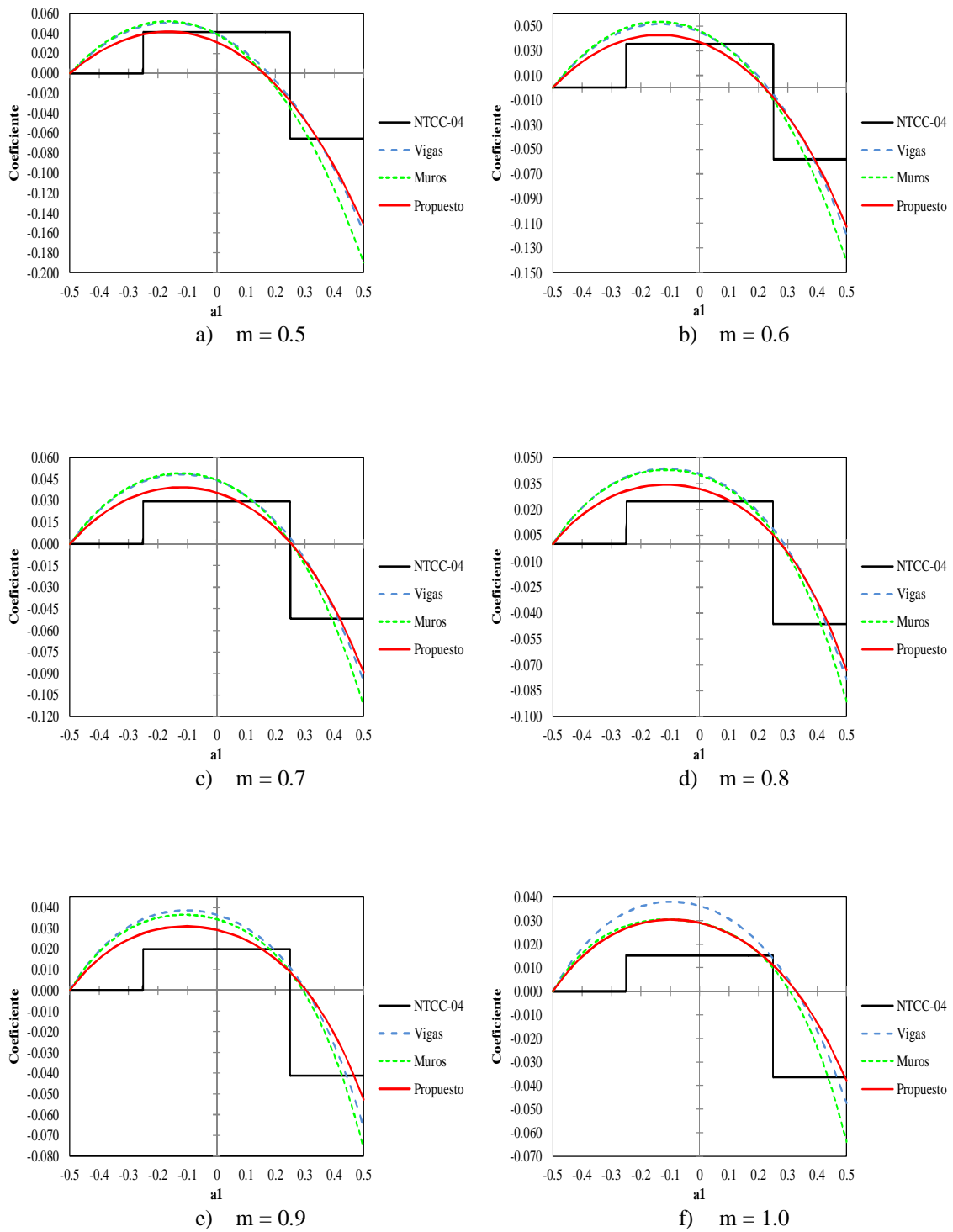


Figura B. 15. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de esquina tipo II.

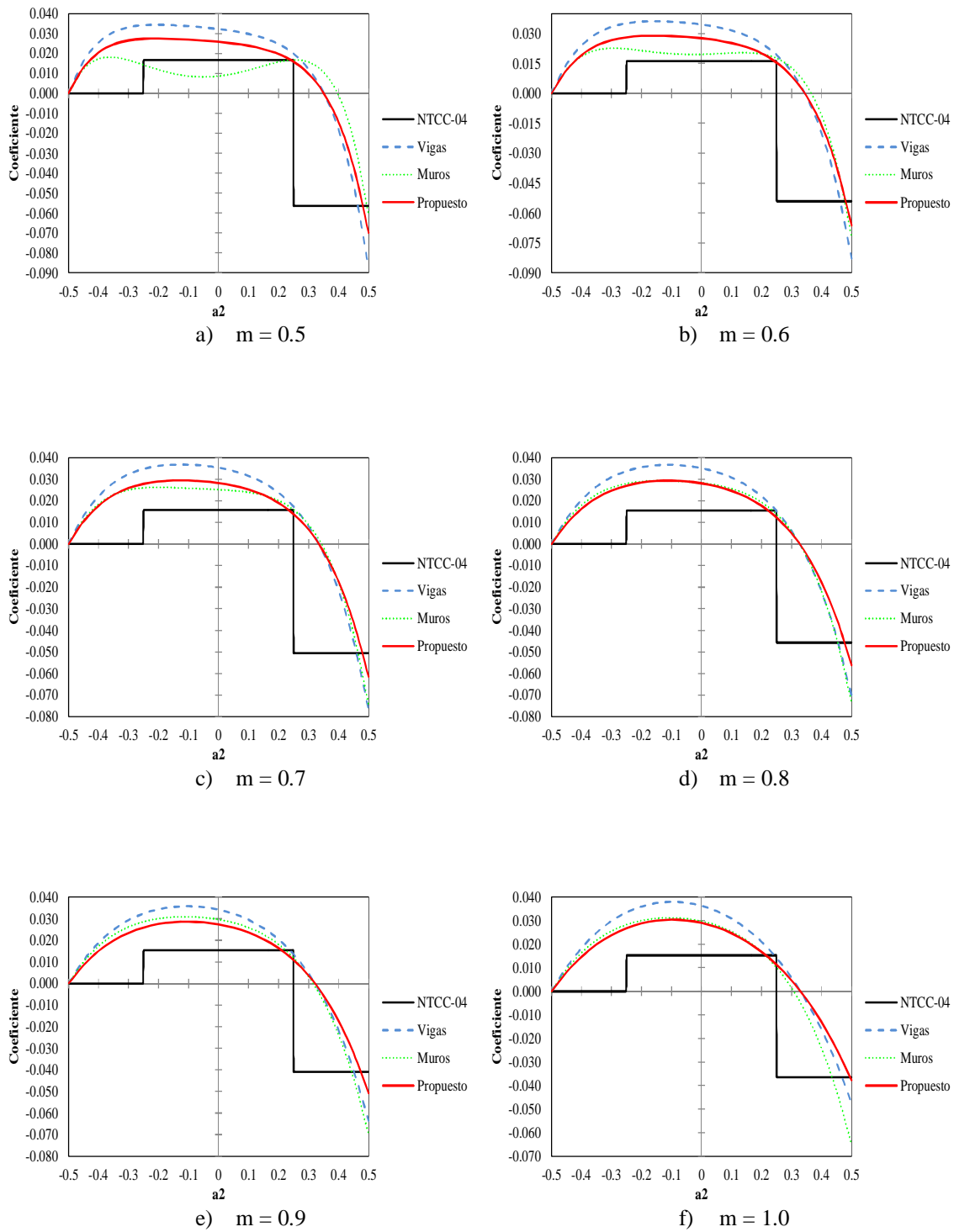


Figura B. 16. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de esquina tipo II.

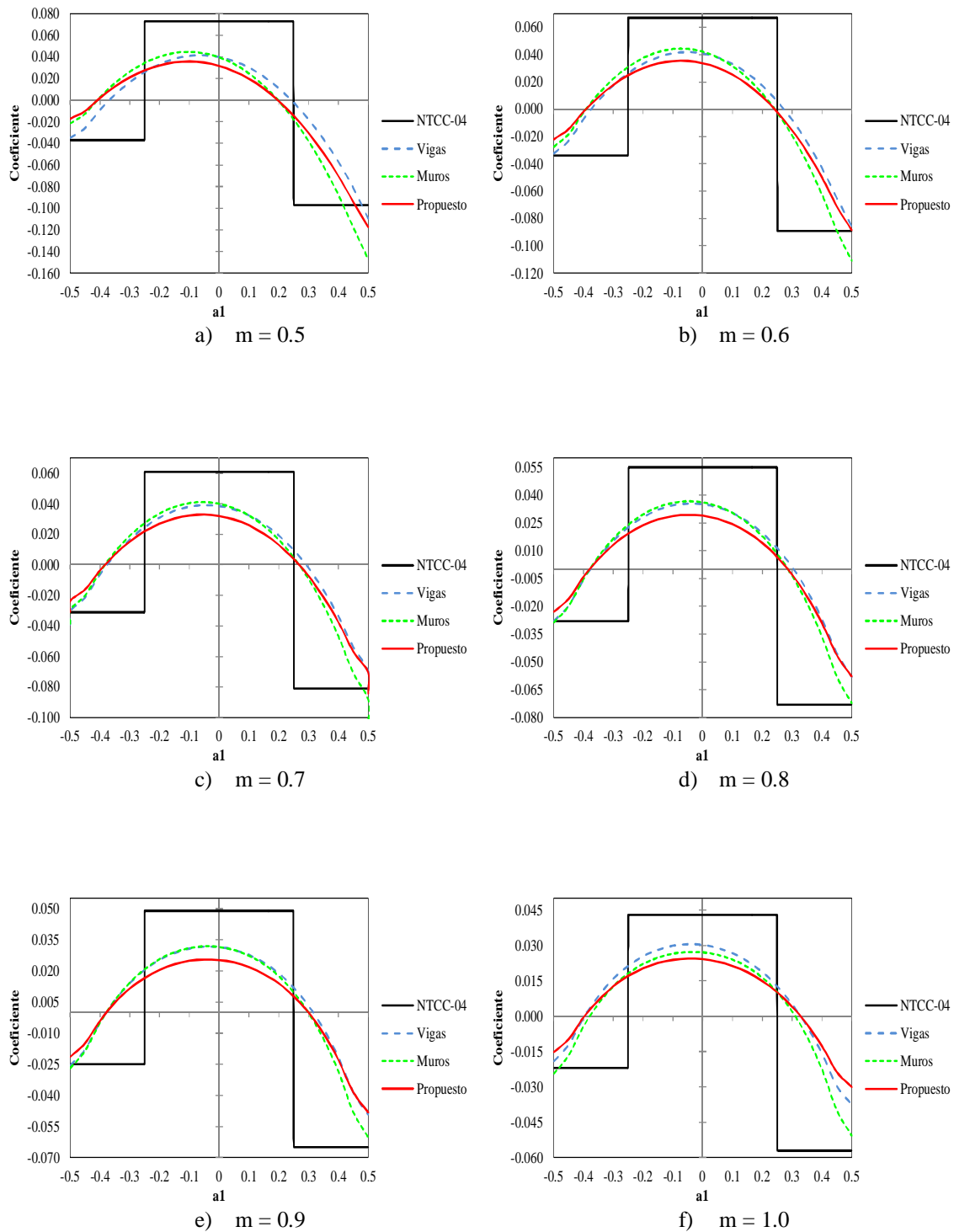


Figura B. 17. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de extremo con un lado largo continuo tipo I .

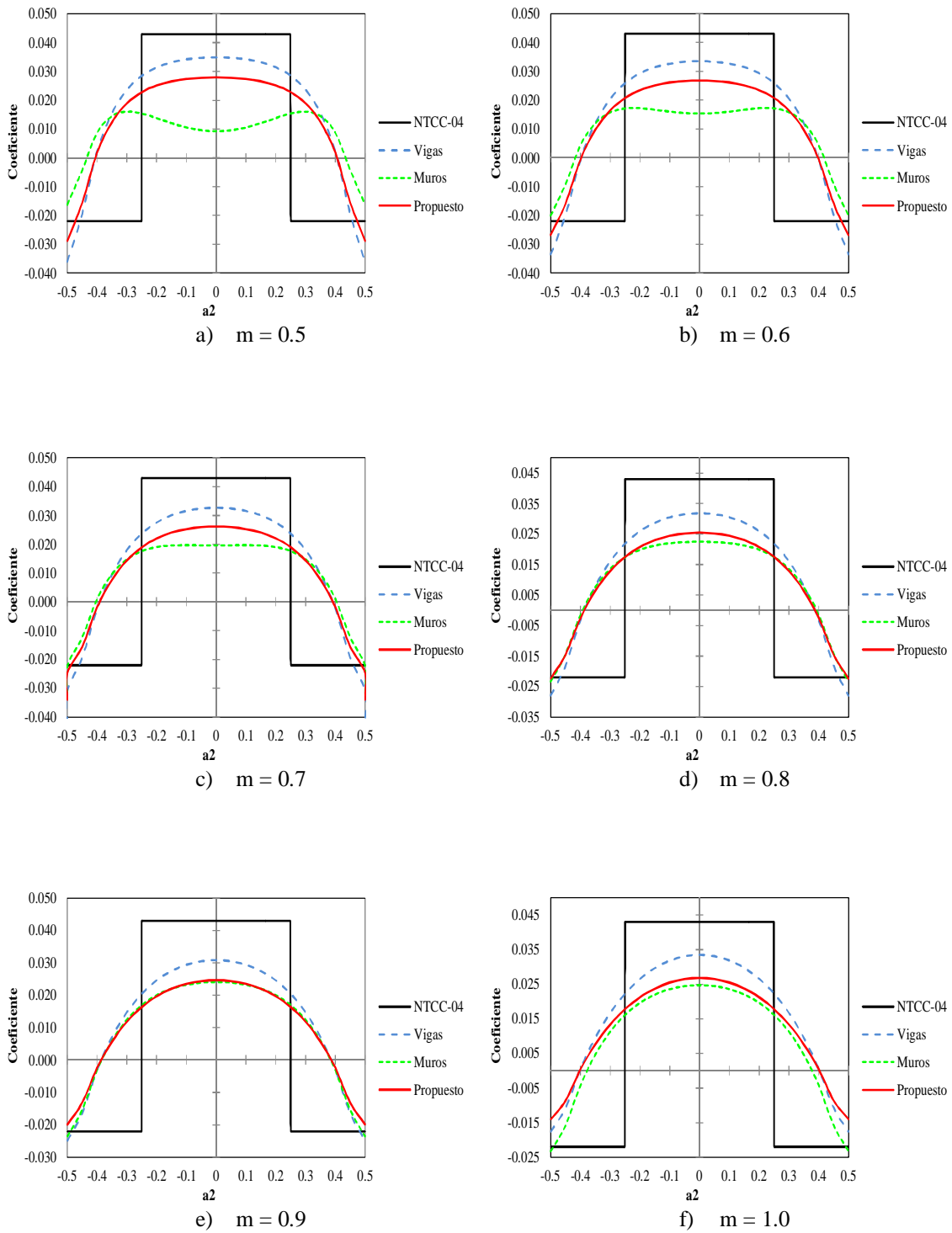


Figura B. 18. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de extremo con un lado largo continuo tipo I .

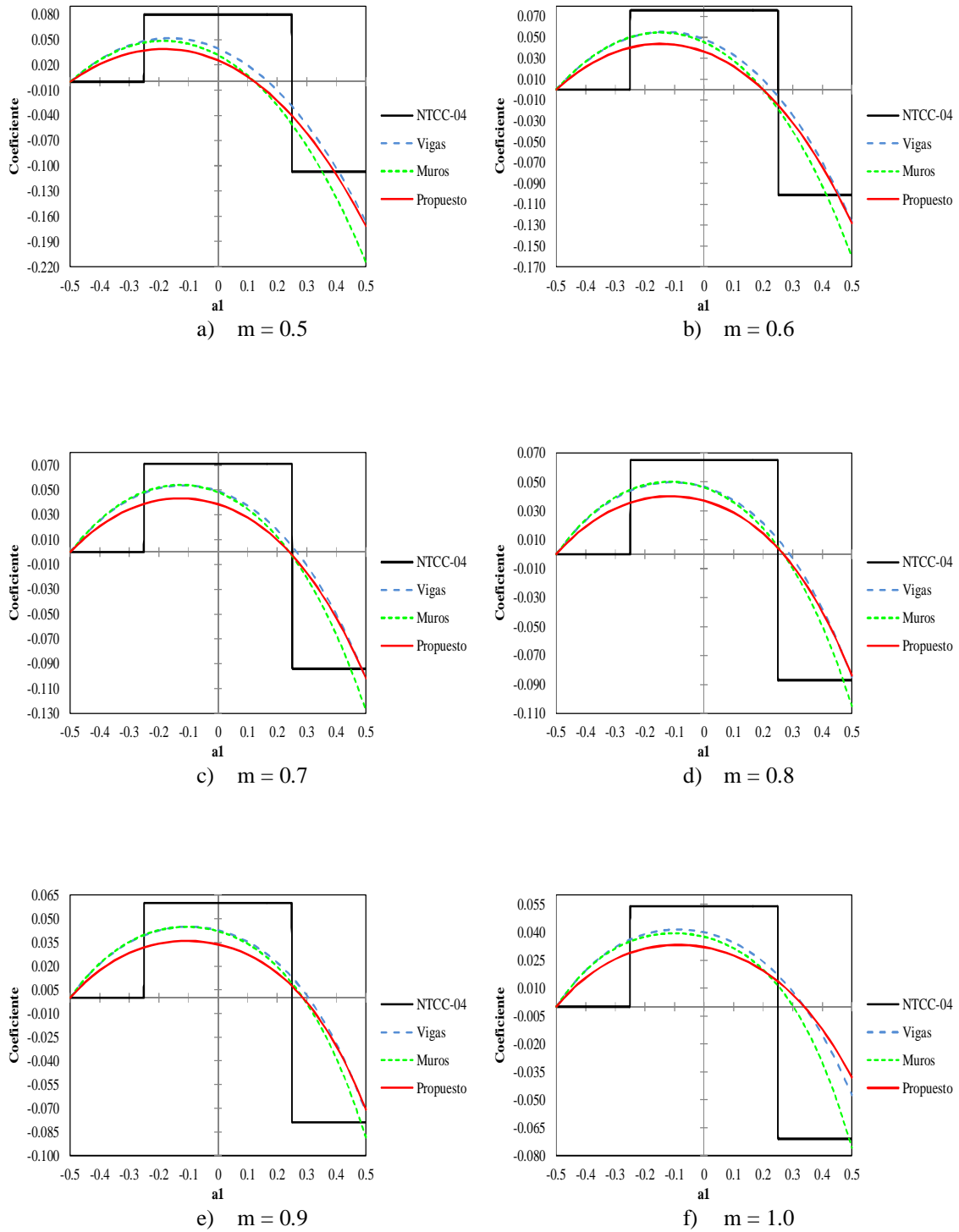


Figura B. 19. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de extremo con un lado largo continuo tipo II.

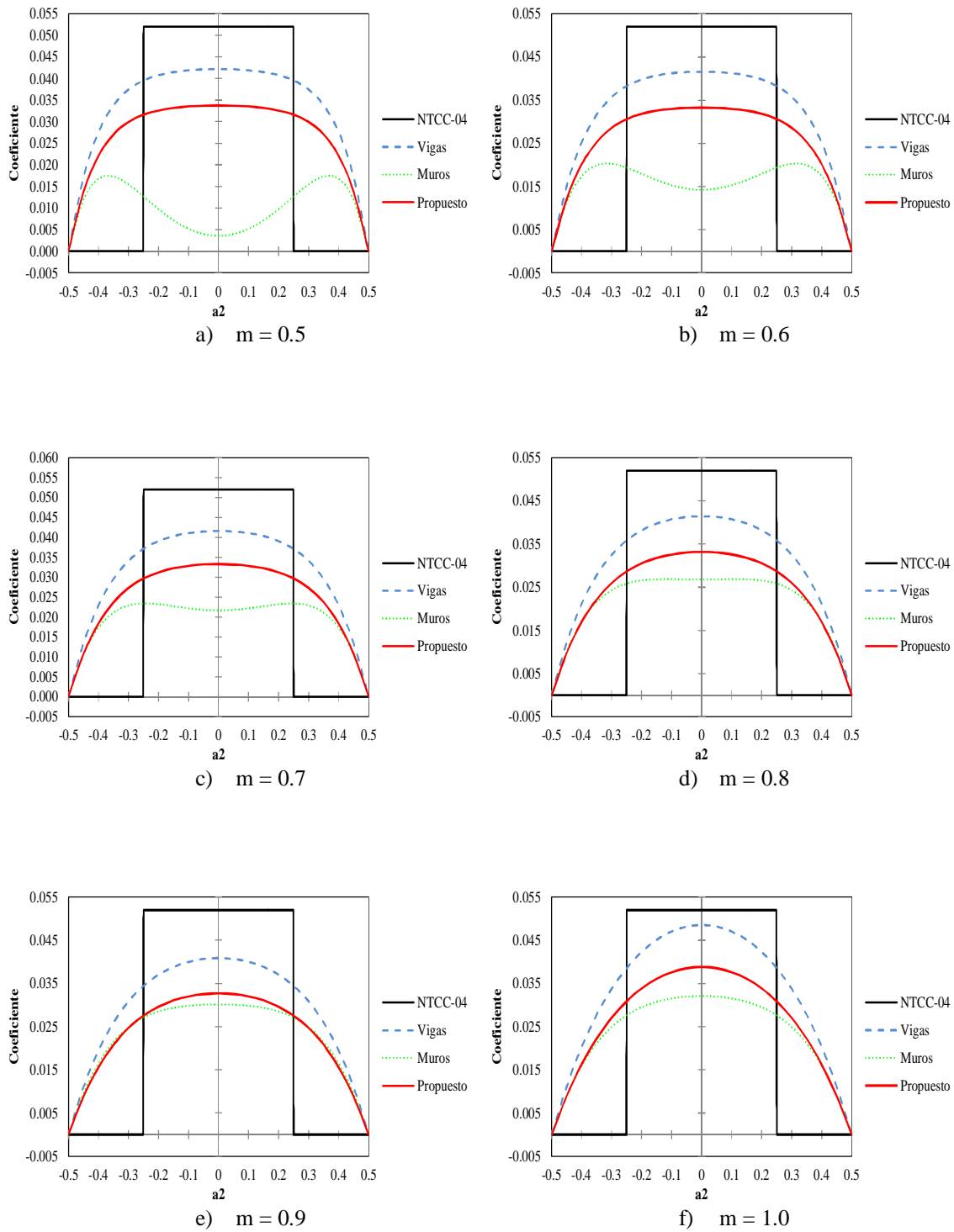


Figura B. 20. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de extremo con un lado largo continuo tipo II.

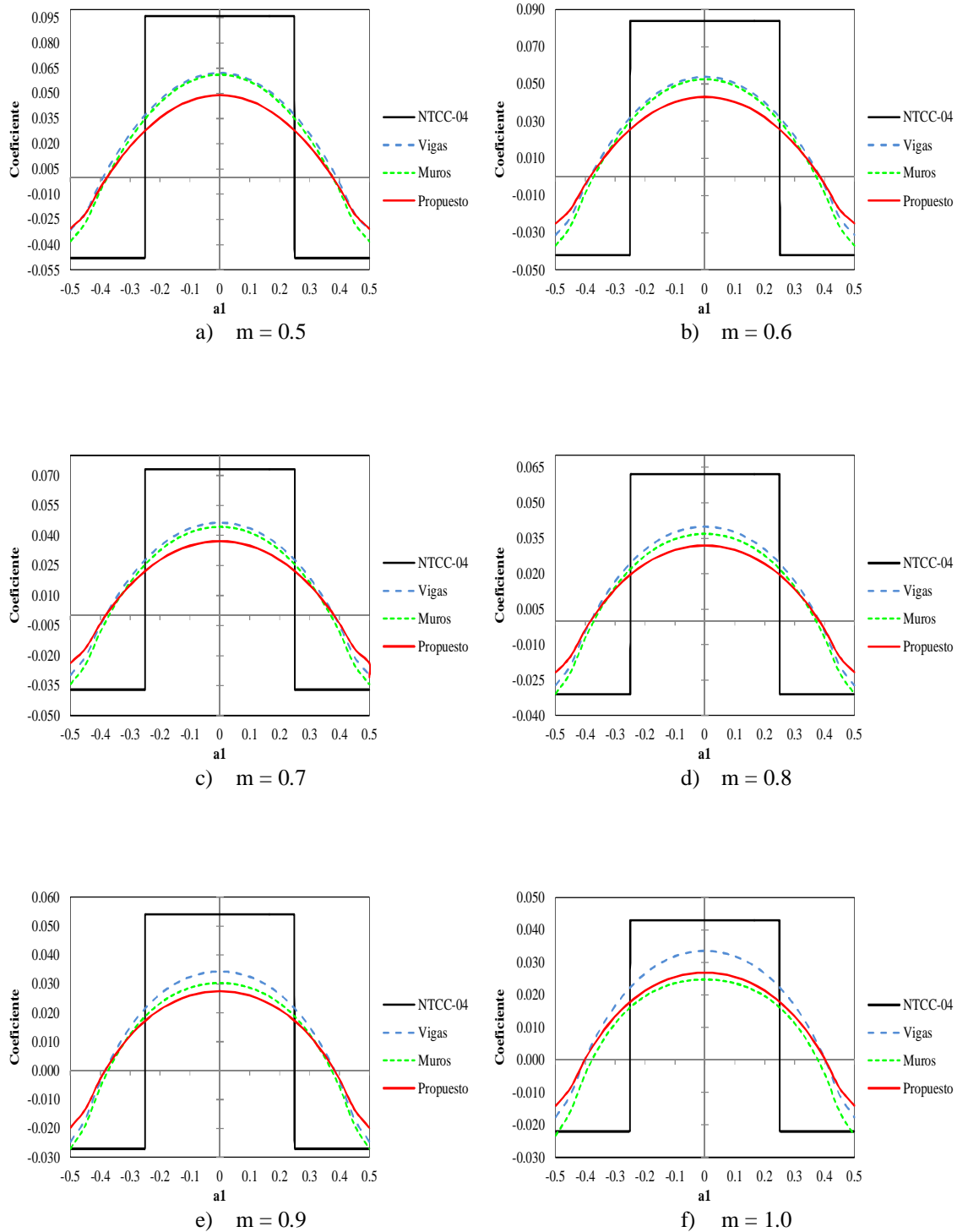


Figura B. 21. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de extremo con un lado corto continuo tipo I .

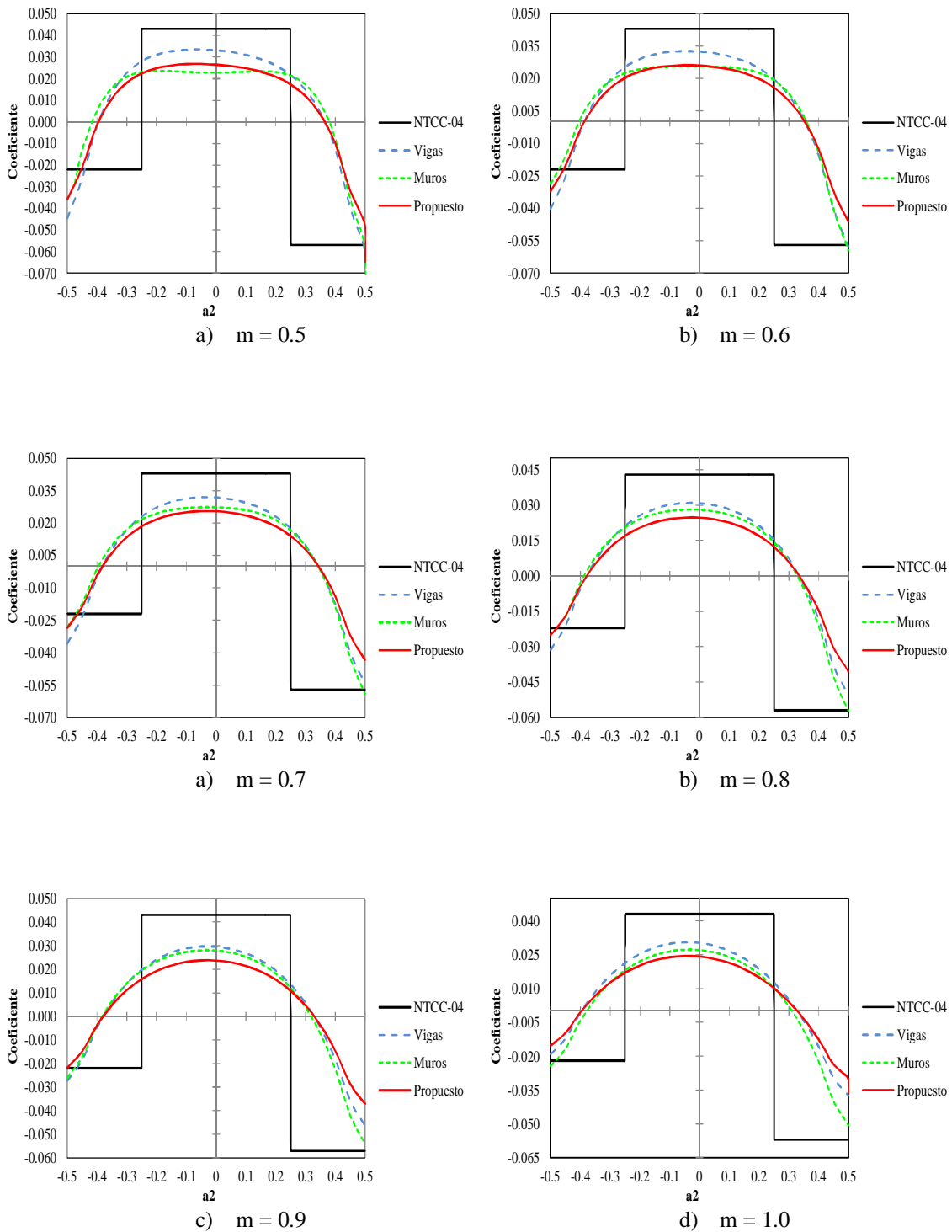


Figura B. 22. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de extremo con un lado corto continuo tipo I .

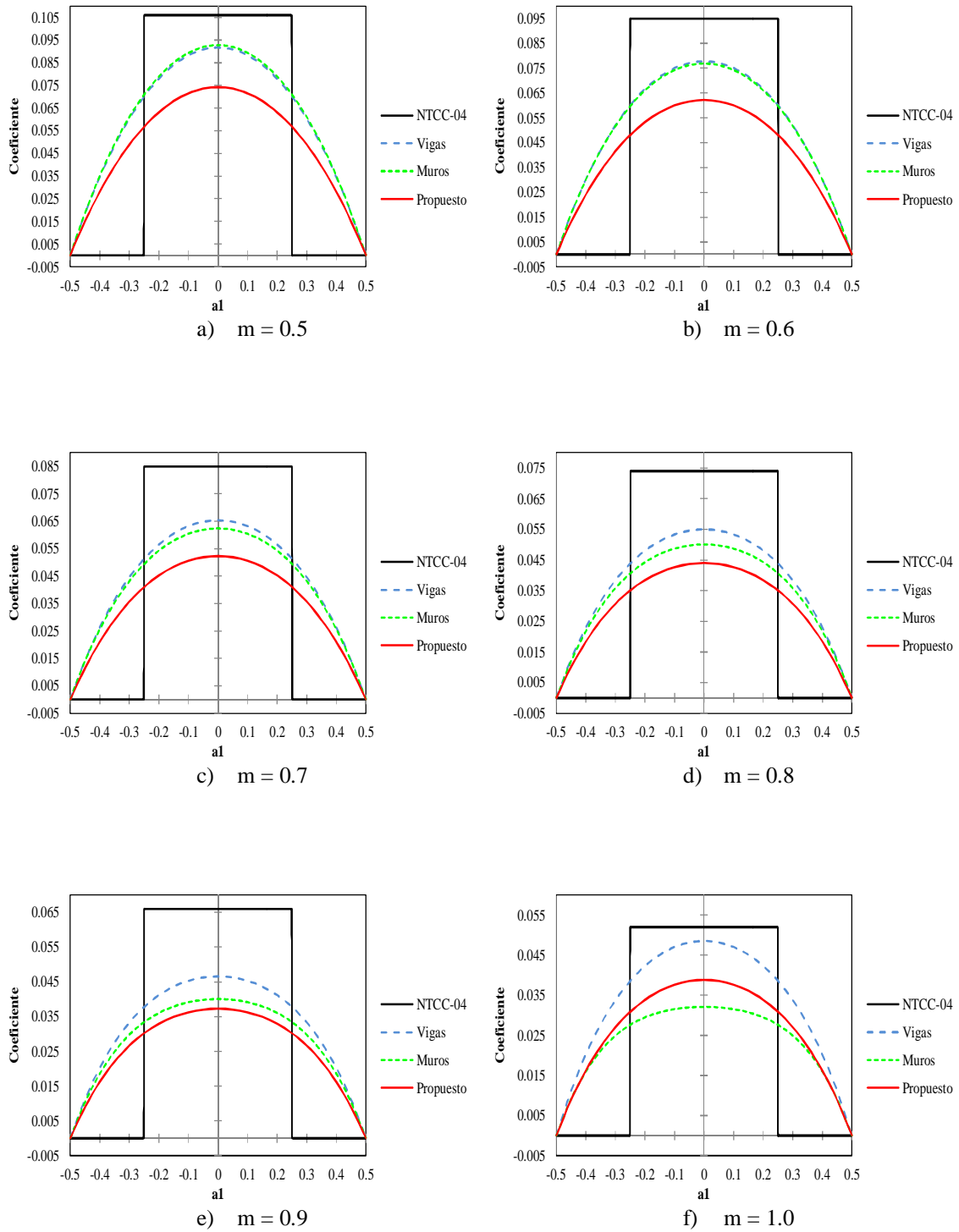


Figura B. 23. Coeficientes en dirección del claro corto del panel de extremo con un lado corto continuo tipo II.

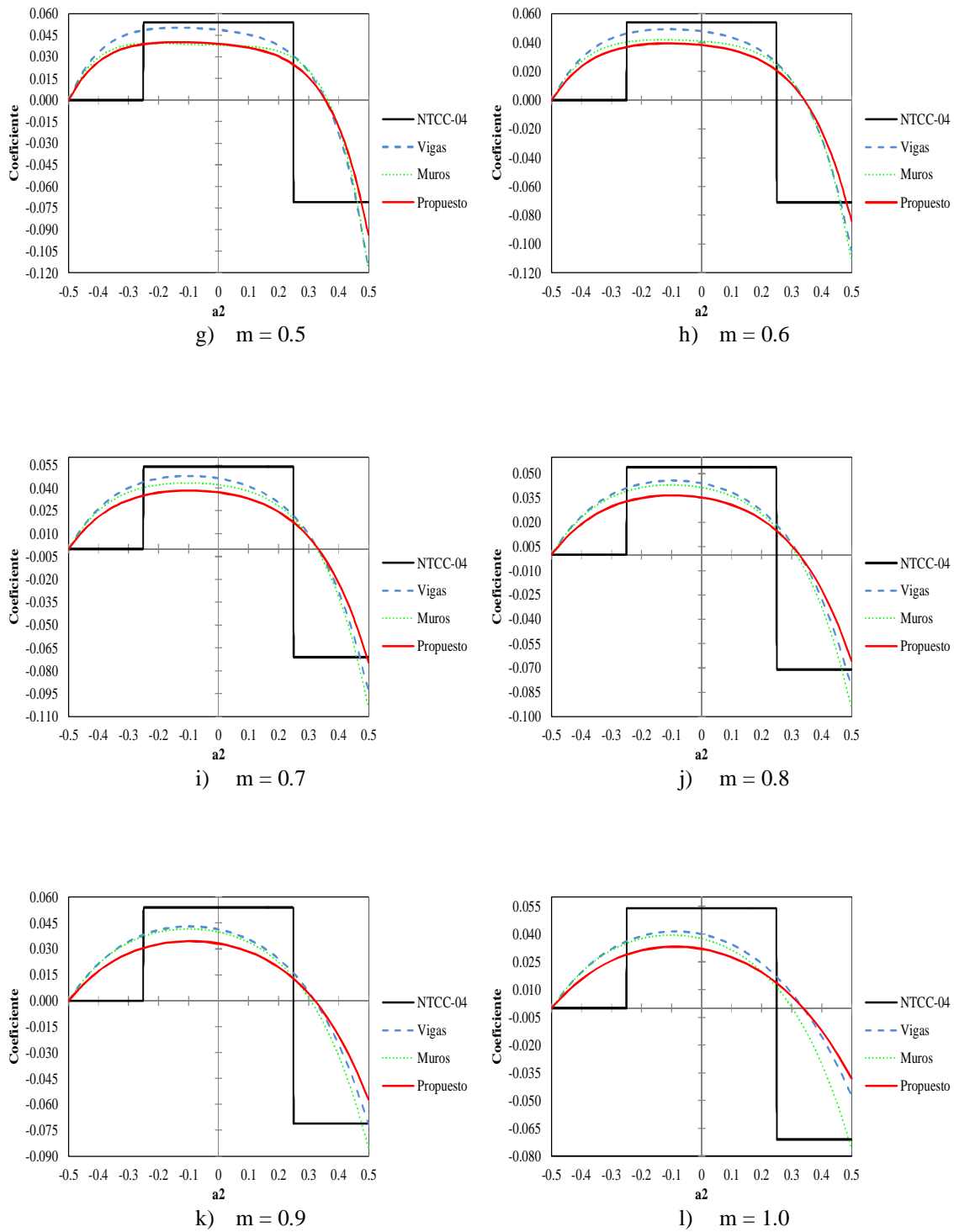


Figura B. 24. Coeficientes en dirección del claro largo del panel de extremo con un lado corto continuo tipo II.

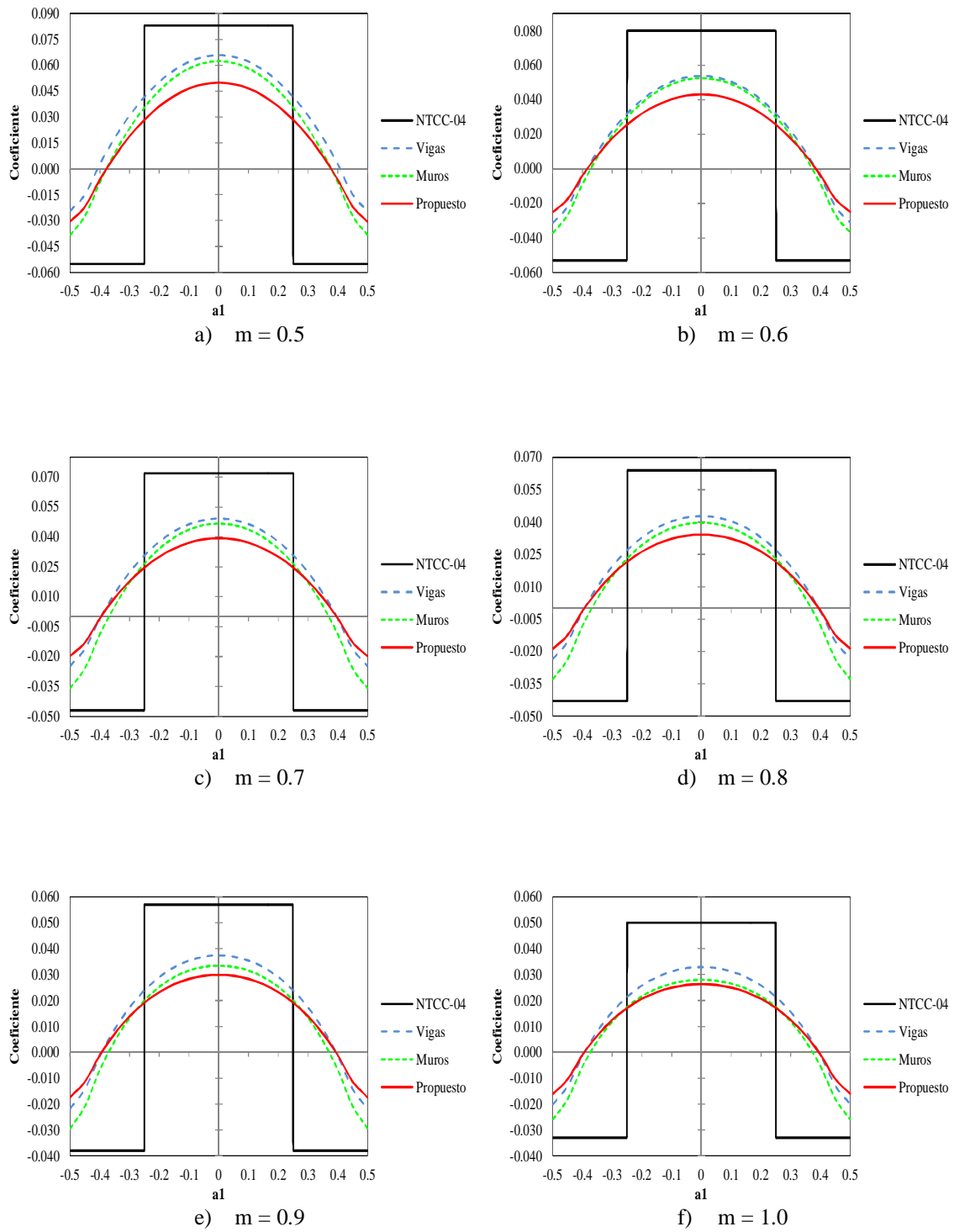


Figura B. 25. Coeficientes en dirección del claro corto del panel aislado tipo I.

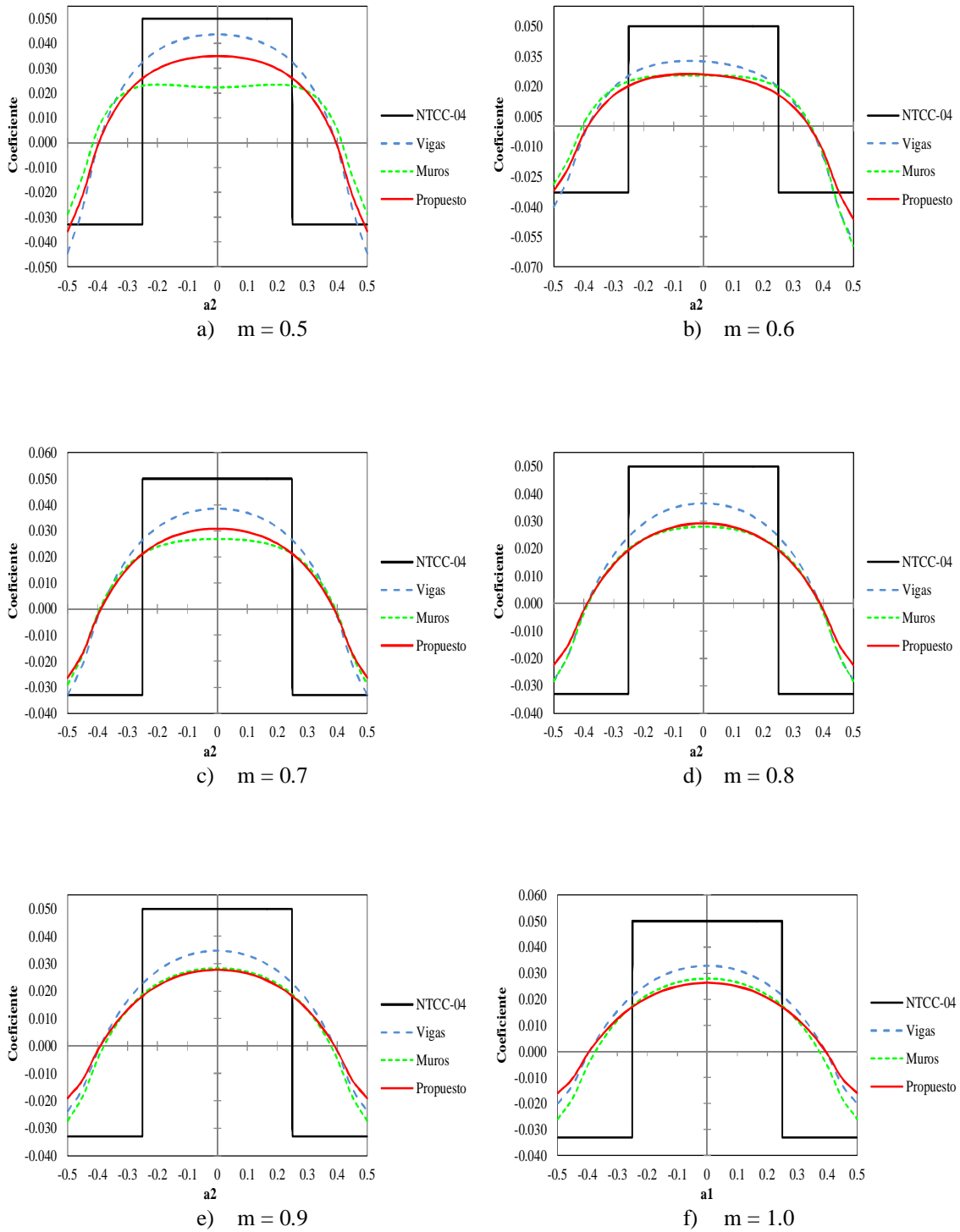


Figura B. 26. Coeficientes en dirección del claro largo del panel aislado tipo I.

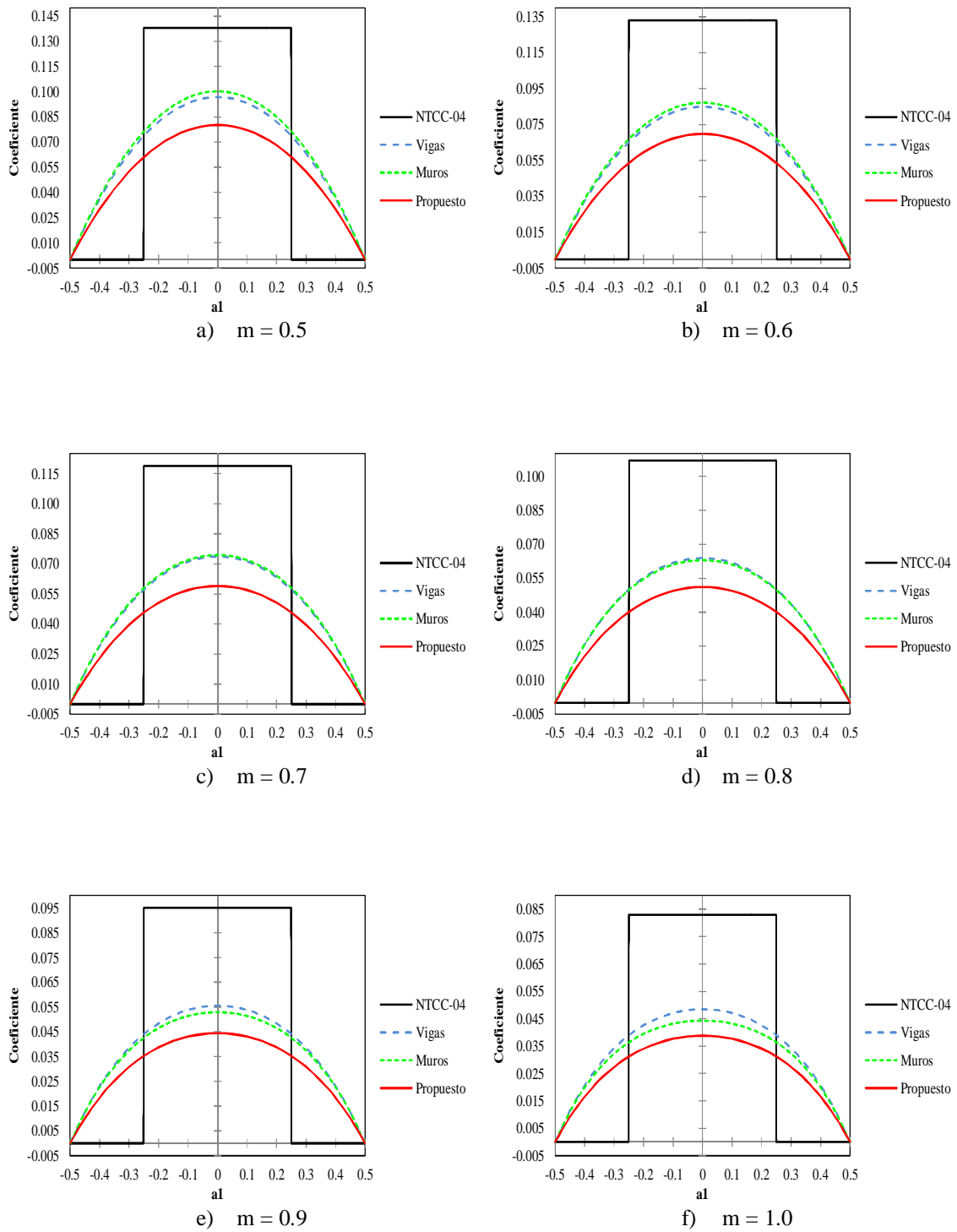


Figura B. 27. Coeficientes en dirección del claro corto del panel I aislado tipo II.

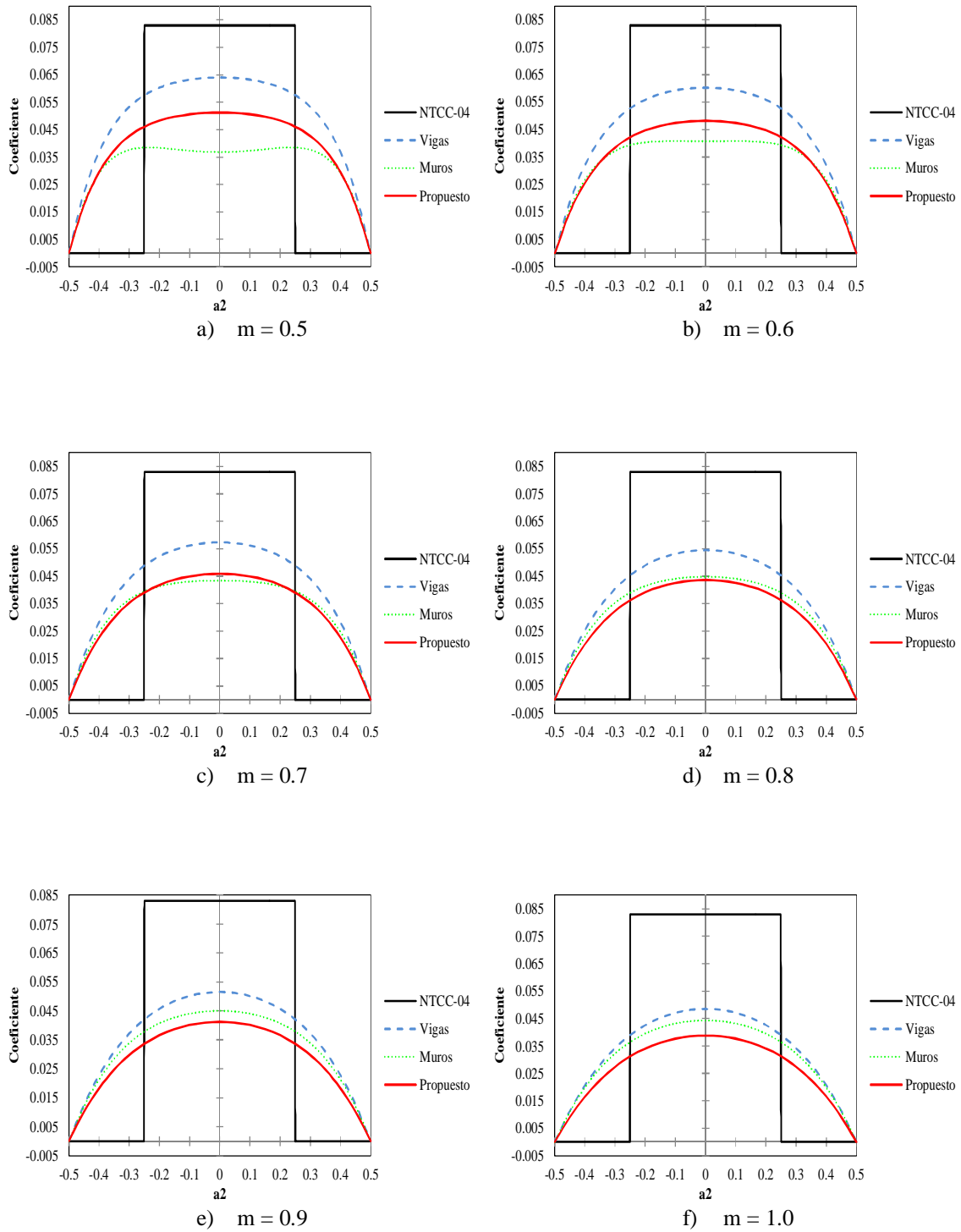


Figura B. 28. Coeficientes en dirección del claro largo del panel aislado tipo II.

Apéndice C

Diseño de una losa con las NTCC-04, el ACI318-11 y el IStructE-06

Introducción

Con el objetivo de identificar las diferencias que se obtienen en el diseño de una losa con los distintos reglamentos, se diseñaron cuatro paneles del edificio mostrado en la Figura 2.10, el cual se diseñó para oficinas con la distribución mostrada en la Figura 2.11. En los diseños se comparó principalmente la separación mínima del acero refuerzo para momento positivo y negativo y el peralte de la losa.

El edificio consta de cuatro sistemas de piso formados por losas macizas apoyadas sobre vigas perimetrales y en cada nivel existe un hueco en el centro para escaleras y para permitir la entrada de luz. Los paneles diseñados fueron: un panel de esquina (I), un panel de borde con un lado largo discontinuo (II), un panel de borde con un lado corto discontinuo (III) y un panel interior (IV), los cuales se muestran en la Figura 2.12. Los diseños se muestran en los apéndices:

- C.1. Diseño con las NTCC-04 con $CV=250 \text{ kgf/cm}^2$
- C.2. Diseño con las NTCC-04 con $CV=450 \text{ kgf/cm}^2$
- C.3. Diseño con las NTCC-04 empleando los coeficientes propuestos con $CV=250 \text{ kgf/cm}^2$
- C.4. Diseño con las NTCC-04 empleando los coeficientes propuestos con $CV= 450 \text{ kgf/cm}^2$
- C.5. Diseño con el IStructE-06 con $CV=250 \text{ kgf/cm}^2$
- C.6. Diseño con el IStructE-06 con $CV=450 \text{ kgf/cm}^2$
- C.7. Diseño con el método directo del ACI318-11 con $CV=250 \text{ kgf/cm}^2$
- C.8. Diseño con el método directo del ACI318-11 con $CV=450 \text{ kgf/cm}^2$

En la Tabla C.1 se muestra el peralte calculado con cada reglamento y se puede ver que el peralte calculado con las NTCC-04 es mayor a los determinados con los otros reglamentos.

Tabla C.1. Peralte mínimo.

Reglamento	Peralte	Reglamento	Peralte
α_{NTCC} y CV=250kgf/m ²	0.17	IStructE-06 y CV=250kgf/m ²	0.12
α_{NTCC} y CV=450kgf/m ²	0.18	IStructE-06 y CV=450kgf/m ²	0.12
$\alpha_{Núm.}$ y CV=250kgf/m ²	0.17	ACI y CV=250kgf/m ²	0.14
$\alpha_{Núm.}$ y CV=450kgf/m ²	0.18	ACI y CV=450kgf/m ²	0.14

La Tabla C.2 muestra los resultados de los diseños C.1 y C.3, donde se puede ver que con los coeficientes calculados en este trabajo se requiere hasta un 18% más de acero para la carga de 250kgf/m² y para la carga de 450kgf/m² se necesita hasta un 38% más, como se ve en la Tabla C.3, para los diseños C.2 y C4, con carga viva de 450kgf/m². La máxima reducción en la separación de las barras en la Tabla C.2 es de 0.03m.

La mayor diferencia en la cantidad de barras se ve en la Tabla C.3, donde requiere dos barras más por metro de ancho en la losa cuando se emplean los coeficientes numéricos en el diseño y por la tanto la separación de las barras se ve reducida 0.05m. Los detalles de los diseños se encuentran en los apéndices C.1, C.2, C.3 y C.4.

Tabla C.2.Comparación de los resultados de C.1 y C.3 (CV=250kgf/m²).

Panel	Momento	Claro	S, m		Barras/metro de ancho		%
			α_{NTCC}	$\alpha_{PROPUESTO}$	α_{NTCC}	$\alpha_{PROPUESTO}$	
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.23	0.20	4.29	5.04	1.17
		Largo	0.24	0.21	4.21	4.73	1.12
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.27	0.24	3.66	4.23	1.16
		Largo	0.27	0.27	3.66	3.66	1.00
	Positivo	Corto	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
		Largo	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	0.25	0.22	3.97	4.59	1.16
		Largo	0.24	0.21	4.12	4.69	1.14
	Negativo en bordes discontinuos	corto	0.27	0.24	3.66	4.10	1.12
		Largo	----	----	---	---	---
	Positivo	corto	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
		Largo	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	0.23	0.19	4.30	5.14	1.19
		Largo	0.25	0.23	3.98	4.43	1.11
	Negativo en bordes discontinuos	corto	---	---	---	---	---
		Largo	0.27	0.25	3.66	4.00	1.09
	Positivo	corto	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
		Largo	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.25	0.21	3.97	4.70	1.18
		Largo	0.26	0.23	3.92	4.40	1.12
	Positivo	corto	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00
		Largo	0.24	0.24	4.23	4.23	1.00

Tabla C.3. Comparación de los resultados de C.2 y C.4 (CV=450kgf/m²).

Panel	Momento	Claro	S, m		Barras/metro de ancho		%
			α_{NTCC}	$\alpha_{PROPUESTO}$	α_{NTCC}	$\alpha_{PROPUESTO}$	
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.20	0.15	4.92	6.71	1.36
		Largo	0.21	0.16	4.82	6.27	1.30
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	0.25	0.18	3.94	5.62	1.43
		Largo	0.25	0.25	3.94	3.94	1.00
	Positivo	Corto	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
		Largo	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	0.22	0.16	4.54	6.12	1.35
		Largo	0.21	0.16	4.72	6.25	1.32
	Negativo en bordes discontinuos	corto	0.25	0.18	3.94	5.45	1.38
		Largo	----	----	---	---	---
	Positivo	corto	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
		Largo	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	0.20	0.15	4.93	6.81	1.38
		Largo	0.22	0.17	4.56	5.88	1.29
	Negativo en bordes discontinuos	corto	---	---	---	---	---
		Largo	0.25	0.19	3.94	5.31	1.35
	Positivo	corto	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
		Largo	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	0.22	0.16	4.55	6.22	1.37
		Largo	0.22	0.17	4.49	5.85	1.30
	Positivo	corto	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00
		Largo	0.22	0.22	4.51	4.51	1.00

C.1. Diseño con las NTCC-04 con CV=250kgf/cm²

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f'c := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f'c = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Módulo de elasticidad	$E := 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 221359.436 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$E = 21707945.151 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 411879.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	---

Determinación de la carga de diseño

Determinación del espesor de la losa

Perímetro $P := 1.25 \cdot 6\text{m} + 1.25 \cdot 5.75\text{m} + 6\text{m} + 5.75\text{m} = 26.438\text{m}$

El espesor para aproximar el peso de la losa se toma como: $t := \frac{P}{250} = 0.11\text{m}$

Definición de las cargas

Peso propio	$PP := \gamma \cdot t = 253.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PP = 2.489 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga de acabados e instalaciones	$PA := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PA = 2.942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga muerta total	$CM := PP + PA = 553.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CM = 5.431 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga viva máxima	$CV := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CV = 2.452 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Combinación de cargas	$W := 1.5CM + 1.5 \cdot CV = 1205.7 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$W = 11.824 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Revisión de las limitaciones para determinar el peralte

El peralte debe ser corregido ya que la carga es mayor a $380 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$ $3.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

además se considera que el acero utilizado trabaja a un 60% del esfuerzo de fluencia:

$$f_s := 0.6 \cdot f_y = 2520 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

el factor de corrección del peralte es: $0.032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot W}$

$$11 \cdot 0.032 \cdot \sqrt[4]{2520 \cdot 1205.7} = 14.69 \text{ cm}$$

entonces el peralte efectivo de la losa es de: $t := 0.15\text{m}$

aumentado 0.015cm mas medio diámetro de la abarra de refuerzo, se obtiene el espesor de la losa

$$h := t + 0.02\text{m} = 0.17\text{m}$$

y la carga de diseño se incrementa debido al aumento del peso propio de la losa es:

$$W_U := 1437 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$W_U = 14.092 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Cálculo de los momentos de diseño

Tablero I, de esquina

Dimensiones del panel

Claro corto $a_{I1} := 5.5\text{m}$

Claro largo $a_{I2} := 5.75\text{m}$

Cálculo de los momentos actuantes

Relación de lados $m_I := \frac{a_{I1}}{a_{I2}} = 0.957$

Este valor de m no se encuentra directamente en la tabla de coeficientes, por lo que se realiza una interpolación para encontrar el valor de α .

Momento positivo

Valores conocidos de m y α para el claro corto

$$m_{0.9} := 0.9 \quad \alpha_{0.9} := 176$$

$$m_{1.0} := 1.0 \quad \alpha_{1.0} := 137$$

El valor del coeficiente para la relación m de la losa es:

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0.9} - \alpha_{1.0}) \cdot (m_{1.0} - m_I)}{(m_{1.0} - m_{0.9})} + \alpha_{1.0} = 153.957$$

$$M_{pIa1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 669.237 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIa1} = 6.563 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 138$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 137$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_{1,0}) \cdot (m_{1,0} - m_1)}{(m_{1,0} - m_{0,9})} + \alpha_{1,0} = 137.435$$

$$Mp_{Ia2} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 597.419 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{Ia2} = 5.859 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 371$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 324$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 344.435$$

$$Mni_{Ia1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1497.232 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mni_{Ia1} = 14.683 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 360$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 324$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 339.652$$

$$Mni_{Ia2} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1476.443 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mni_{Ia2} = 14.479 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes discontinuos

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 219$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 202.609$$

$$Mnd_{Ia1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 880.725 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mnd_{Ia1} = 8.637 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 206$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 196.957$$

$$Mnd_{Ia2} := W_U \cdot a_{II}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 856.155 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mnd_{Ia2} = 8.396 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero II, de borde con un lado largo discontinuo

$$\begin{aligned} \text{Lados} \quad a_{II1} &:= 5.5\text{m} \\ a_{II2} &:= 5.75\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{II} := \frac{a_{II1}}{a_{II2}} = 0.957$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 164$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 129$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 144.217$$

$$Mp_{IIa1} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 626.902 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{IIa1} = 6.148 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 134$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 133$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 133.435$$

$$Mp_{IIa2} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 580.031 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{IIa2} = 5.688 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 346$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 297$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 318.304$$

$$Mni_{IIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1383.645 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mni_{IIa1} = 13.569 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 347$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 315$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 328.913$$

$$M_{niIIa2} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1429.76 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIIa2} = 14.021 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 219$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 202.609$$

$$M_{ndIIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 880.725 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ndIIa1} = 8.637 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero III, de borde con un lado corto discontinuo

$$a_{III1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{III2} := 5.75\text{m}$$

Relación de lados $m_{III} := \frac{a_{III1}}{a_{III2}} = 0.974$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 167$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 133$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 147.783$$

$$M_{pIIIa1} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 665.972 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIIIa1} = 6.531 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 129$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 129$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 129$$

$$M_{p_{IIIa2}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 581.33 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{p_{IIIa2}} = 5.701 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 357$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 315$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 333.261$$

$$M_{ni_{IIIa1}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1501.817 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIIa1}} = 14.728 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 326$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 297$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 309.609$$

$$M_{ni_{IIIa2}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1395.231 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIIa2}} = 13.683 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 206$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 196.957$$

$$M_{nd_{IIIa}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 887.571 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{nd_{IIIa}} = 8.704 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero IV, interior

$$a_{IV1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{IV2} := 5.75\text{m}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{IV} := \frac{a_{IV1}}{a_{IV2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 158$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 126$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 139.913$$

$$M_{pIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 630.509 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa1} = 6.183 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 127$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 126$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 126.435$$

$$M_{pIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 569.77 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa2} = 5.588 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 333$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 288$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 307.565$$

$$M_{niIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1386.022 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa1} = 13.592 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 320$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 288$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 301.913$$

$$M_{niIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1360.551 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa2} = 13.342 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

La Tabla C.1.1. muestra el resumen momentos obtenidos, sin embargo en los bordes comunes de paneles adyacentes, la diferencia de los momentos debe distribuirse.

Tabla C.1.1. Momentos en los paneles.

Panel	Momento	Claro	M(kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	14.683
		Largo	14.479
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	8.637
		Largo	8.396
	Positivo	Corto	6.563
		Largo	5.859
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	13.569
		Largo	14.021
	Negativo en bordes discontinuos	corto	8.637
		Largo	----
	Positivo	corto	6.148
		Largo	5.688
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	14.728
		Largo	13.683
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	8.704
	Positivo	corto	6.531
		Largo	5.701
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	13.592
		Largo	13.343
	Positivo	corto	6.183
		Largo	5.588

Distribución de la diferencia de los momentos en bordes comunes

Borde común de los tableros I y III

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa1}} - M_{ni_{Ia1}} = 4.585 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.045 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.03 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1501.053 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{Ia1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1497.996 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros II y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IVa1}} - M_{ni_{IIa1}} = 2.377 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.023 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.02 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IVa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1385.626 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1384.041 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros I y II

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{Ia2}} - M_{ni_{IIa2}} = 46.682 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad \Delta M = 0.458 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.31 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{Ia2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1468.662 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1437.541 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros III y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa2}} - M_{ni_{IVa2}} = 34.68 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad \Delta M = 0.34 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 23.12 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1389.451 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IVa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1366.331 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Los momentos de los tableros después de realizar la distribución de momentos se presentan en la Tabla C.1.2, y con éstos se realizó el diseño de los tableros.

Tabla C.1.2. Momentos de diseño de los paneles.

Panel	Momento	Claro	M (kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	14.690
		Largo	14.403
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	8.637
		Largo	8.396
	Positivo	Corto	6.563
		Largo	5.859
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	13.573
		Largo	14.098
	Negativo en bordes discontinuos	corto	8.637
		Largo	----
	Positivo	corto	6.148
		Largo	5.688
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	14.720
		Largo	13.626
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	8.704
	Positivo	corto	6.531
		Largo	5.701
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	13.588
		Largo	13.399
	Positivo	corto	6.183
		Largo	5.588

Cálculo del acero de refuerzo

Refuerzo positivo

Factor de reducción $F_R := 0.9$

Ancho unitario de losa $b := 1\text{m}$

Espesor de la losa $t = 0.15\text{m}$

Resistencia de diseño del concreto $f'_c := 170 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

Momento positivo $M_p := F_R \cdot b \cdot t^2 \cdot f'_c = 34425 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_p = 337.594 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Refuerzo negativo

Se establece en las NTCC-04 que para calcular el acero en el lecho superior en losas con peraltes menores a 0.2m, se debe reducir éste en 0.02m, cuando no se tienen precauciones especiales en la construcción para evitar la reducción de dicho peralte.

Peralte efectivo $d := t - 0.02\text{m} = 0.13\text{m}$

Momento negativo $M_n := F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f'_c = 25857 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_n = 253.571 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Separación máxima de las barras $S_{\text{máx}} := \min(50\text{cm}, 3.5d) = 0.455 \cdot m$

Separación de las barras

Se propone usar barras del #3 cuya área es: $A_b := \left(\frac{3}{8}\text{in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.000071 \cdot m^2$

Cuantía mínima $\rho_{\text{mín}} := 0.002$

La distribución del acero calculada por cada metro de ancho de la losa se muestra en la Tabla C.1.3 de forma tabulada, donde:

s es la separación de las barras

ρ es la cuantía de acero

A_s es el área de acero por ancho unitario de losa

$$Q := \frac{M_i}{F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} \quad \rho := \frac{\omega \cdot f''c}{f_y} \quad A_s := \rho \cdot b \cdot t \quad S := \frac{A_b}{A_s}$$

Los valores de las cuantías menores a la cuantía mínima se omitieron y para calcular el área de acero por ancho unitario se utilizó en valor mínimo de 0.002.

Tabla C.1.3. Resultados del diseño.

Panel	Momento	Claro	M (kNm/m)	Q	ω	ρ	A_s (m ² /m)	s (m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	14.690	0.058	0.058	0.00234	0.00030	0.23
		Largo	14.403	0.057	0.057	0.00230	0.00030	0.24
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	8.637	0.034	0.034	0.00138	0.00026	0.27
		Largo	8.396	0.033	0.033	0.00134	0.00026	0.27
	Positivo	Corto	6.563	0.019	0.019	0.00079	0.00030	0.24
		Largo	5.859	0.017	0.017	0.00070	0.00030	0.24
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	13.573	0.054	0.054	0.00217	0.00028	0.25
		Largo	14.098	0.056	0.056	0.00225	0.00029	0.24
	Negativo en bordes discontinuos	corto	8.637	0.034	0.034	0.00138	0.00026	0.27
		Largo	----	----	----	----	----	----
	Positivo	corto	6.148	0.018	0.018	0.00074	0.00030	0.24
		Largo	5.688	0.017	0.017	0.00068	0.00030	0.24
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	14.720	0.058	0.058	0.00235	0.00031	0.23
		Largo	13.626	0.054	0.054	0.00218	0.00028	0.25
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----	---	---	---	---	---
		Largo	8.704	0.034	0.034	0.00139	0.00026	0.27
	Positivo	corto	6.531	0.019	0.019	0.00078	0.00030	0.24
		Largo	5.701	0.017	0.017	0.00068	0.00030	0.24
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	13.588	0.054	0.054	0.00217	0.00028	0.25
		Largo	13.399	0.053	0.053	0.00214	0.00028	0.26
	Positivo	corto	6.183	0.018	0.018	0.00074	0.00030	0.24
		Largo	5.588	0.017	0.017	0.00067	0.00030	0.24

Revisión del cortante por ancho unitario de losa

Cálculo del cortante último

Debido a que existen bordes continuos y discontinuos se debe incrementar 15% el cortante.

$$V_U := \left(\frac{a_{I1}}{2} - d \right) \cdot W_U \cdot \left(0.95 - 0.5 \cdot \frac{a_{I1}}{a_{I2}} \right) \cdot 1.15 = 2042.48 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_U = 20.03 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Factor de resistencia $F_{Rc} := 0.8$

Resistencia a corte de la losa $V_R := 0.5 \cdot F_{Rc} \cdot d \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{200} = 7353.911 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_R = 72.117 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$V_R > V_U$ La resistencia es adecuada

C.2. Diseño con las NTCC-04 con CV=450kgf/cm²

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f'_c := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f'_c = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Módulo de elasticidad	$E := 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 221359.436 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$E = 21707945.151 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 411879.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	---

Determinación de la carga de diseño

Determinación del espesor de la losa

Perímetro $P := 1.25 \cdot 6\text{m} + 1.25 \cdot 5.75\text{m} + 6\text{m} + 5.75\text{m} = 26.438\text{m}$

El espesor para aproximar el peso de la losa se toma como: $t := \frac{P}{250} = 0.11\text{m}$

Definición de las cargas

Peso propio	$PP := \gamma \cdot t = 253.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PP = 2.489 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga de acabados e instalaciones	$PA := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PA = 2.942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga muerta total	$CM := PP + PA = 553.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CM = 5.431 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Considerando la carga viva máxima para estadios y lugares de reunión sin asientos:		
Carga viva máxima	$CV := 450 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CV = 4.413 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Combinación de cargas	$W := 1.5CM + 1.5 \cdot CV = 1505.7 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$W = 14.766 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Revisión de las limitaciones para determinar el peralte

El peralte debe ser corregido ya que la carga es mayor a $380 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$ $3.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

además se considera que el acero utilizado trabaja a un 60% del esfuerzo de fluencia:

$$f_s := 0.6 \cdot f_y = 2520 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

el factor de corrección del peralte es: $0.032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot W}$

$$11 \cdot 0.032 \cdot \sqrt[4]{2520 \cdot 1505.7} = 15.53 \text{ cm}$$

entonces el peralte efectivo de la losa es de: $t := 0.16\text{m}$

aumentado 0.015cm mas medio diámetro de la abarra de refuerzo, se obtiene el espesor de la losa

$$h := t + 0.02\text{m} = 0.18\text{m}$$

y la carga de diseño se incrementa debido al aumento del peso propio de la losa es:

$$W_U := 1773 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$W_U = 17.387 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Cálculo de los momentos de diseño

Tablero I, de esquina

Dimensiones del panel

Claro corto $a_{I1} := 5.5\text{m}$

Claro largo $a_{I2} := 5.75\text{m}$

Cálculo de los momentos actuantes

Relación de lados $m_I := \frac{a_{I1}}{a_{I2}} = 0.957$

Este valor de m no se encuentra directamente en la tabla de coeficientes, por lo que se realiza una interpolación para encontrar el valor de α .

Momento positivo

Valores conocidos de m y α para el claro corto

$$m_{0.9} := 0.9 \quad \alpha_{0.9} := 176$$

$$m_{1.0} := 1.0 \quad \alpha_{1.0} := 137$$

El valor del coeficiente para la relación m de la losa es:

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0.9} - \alpha_{1.0}) \cdot (m_{1.0} - m_I)}{(m_{1.0} - m_{0.9})} + \alpha_{1.0} = 153.957$$

$$M_{pIa1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 825.719 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIa1} = 8.098 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$\begin{aligned}m_{0,9} &:= 0.9 & \alpha_{0,9} &:= 138 \\m_1 &:= 1 & \alpha_1 &:= 137 \\ \alpha &:= \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_{1,0}) \cdot (m_{1,0} - m_I)}{(m_{1,0} - m_{0,9})} + \alpha_{1,0} = 137.435 \\ M_{pIa2} &:= W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 737.107 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}\end{aligned}$$

$$M_{pIa2} = 7.229 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$\begin{aligned}m_{0,9} &:= 0.9 & \alpha_{0,9} &:= 371 \\m_1 &:= 1 & \alpha_1 &:= 324 \\ \alpha &:= \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 344.435 \\ M_{niIa1} &:= W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1847.316 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}\end{aligned}$$

$$M_{niIa1} = 18.116 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$\begin{aligned}m_{0,9} &:= 0.9 & \alpha_{0,9} &:= 360 \\m_1 &:= 1 & \alpha_1 &:= 324 \\ \alpha &:= \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 339.652 \\ M_{niIa2} &:= W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1821.665 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}\end{aligned}$$

$$M_{niIa2} = 17.864 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes discontinuos

Para el claro corto

$$\begin{aligned}m_{0,9} &:= 0.9 & \alpha_{0,9} &:= 219 \\m_1 &:= 1 & \alpha_1 &:= 190 \\ \alpha &:= \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 202.609 \\ M_{ndIa1} &:= W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1086.656 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}\end{aligned}$$

$$M_{ndIa1} = 10.656 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 206$$

$$m_I := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 196.957$$

$$Mnd_{Ia2} := W_U \cdot a_{II}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1056.342 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mnd_{Ia2} = 10.359 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero II, de borde con un lado largo discontinuo

$$\begin{aligned} \text{Lados} \quad a_{II1} &:= 5.5\text{m} \\ a_{II2} &:= 5.75\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{II} := \frac{a_{II1}}{a_{II2}} = 0.957$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 164$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 129$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 144.217$$

$$Mp_{IIa1} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 773.485 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{IIa1} = 7.585 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 134$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 133$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 133.435$$

$$Mp_{IIa2} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 715.654 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{IIa2} = 7.018 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 346$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 297$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 318.304$$

$$Mni_{IIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1707.17 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mni_{IIa1} = 16.742 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 347$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 315$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 328.913$$

$$M_{ni_{IIa2}} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1764.068 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa2}} = 17.3 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 219$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 202.609$$

$$M_{nd_{IIa1}} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1086.656 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{nd_{IIa1}} = 10.656 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero III, de borde con un lado corto discontinuo

$$a_{III1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{III2} := 5.75\text{m}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{III} := \frac{a_{III1}}{a_{III2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 167$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 133$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 147.783$$

$$M_{p_{IIIa1}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 821.69 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{p_{IIIa1}} = 8.058 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 129$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 129$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 129$$

$$M_{pIIIa2} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 717.257 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIIIa2} = 7.034 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 357$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 315$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 333.261$$

$$M_{niIIIa1} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1852.973 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIIIa1} = 18.171 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 326$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 297$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 309.609$$

$$M_{niIIIa2} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1721.464 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIIIa2} = 16.882 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 206$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 196.957$$

$$M_{ndIIIa} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1095.103 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ndIIIa} = 10.739 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero IV, interior

$$a_{IV1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{IV2} := 5.75\text{m}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{IV} := \frac{a_{IV1}}{a_{IV2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 158$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 126$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 139.913$$

$$M_{pIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 777.934 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa1} = 7.629 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 127$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 126$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 126.435$$

$$M_{pIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 702.994 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa2} = 6.894 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 333$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 288$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 307.565$$

$$M_{niIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1710.102 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa1} = 16.77 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 320$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 288$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 301.913$$

$$M_{niIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1678.675 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa2} = 16.462 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

La Tabla C.2.1. muestra el resumen momentos obtenidos, sin embargo en los bordes comunes de paneles adyacentes, la diferencia de los momentos debe distribuirse.

Tabla C.2.1. Momentos en los paneles.

Panel	Momento	Claro	M (kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	18.116
		Largo	17.865
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	10.657
		Largo	10.359
	Positivo	Corto	8.098
		Largo	7.229
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	16.742
		Largo	17.300
	Negativo en bordes discontinuos	corto	10.657
		Largo	----
	Positivo	corto	7.585
		Largo	7.018
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	18.172
		Largo	16.882
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	10.739
	Positivo	corto	8.058
		Largo	7.034
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	16.770
		Largo	16.462
	Positivo	corto	7.629
		Largo	6.894

Distribución de la diferencia de los momentos en bordes comunes

Borde común de los tableros I y III

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa1}} - M_{ni_{Ia1}} = 5.657 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.055 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de disequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.037 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1852.03 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{Ia1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1848.259 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros II y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IVa1}} - M_{ni_{IIa1}} = 2.932 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.029 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.02 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IVa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1709.613 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1707.658 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros I y II

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{Ia2}} - M_{ni_{IIa2}} = 57.597 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad \Delta M = 0.565 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.38 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{Ia2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1812.065 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1773.667 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros III y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa2}} - M_{ni_{IVa2}} = 42.789 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad \Delta M = 0.42 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 28.53 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1714.333 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IVa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1685.807 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Los momentos de los tableros después de realizar la distribución de momentos se presentan en la Tabla C.2.2, y con éstos se realizó el diseño de los tableros.

Tabla C.2.2. Momentos de diseño de los paneles.

Panel	Momento	Claro	M (kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	18.125
		Largo	17.770
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	10.657
		Largo	10.359
	Positivo	Corto	8.098
		Largo	7.229
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	16.746
		Largo	17.394
	Negativo en bordes discontinuos	corto	10.657
		Largo	----
	Positivo	corto	7.585
		Largo	7.018
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	18.162
		Largo	16.812
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	10.739
	Positivo	corto	8.058
		Largo	7.034
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	16.766
		Largo	16.532
	Positivo	corto	7.629
		Largo	6.894

Cálculo del acero de refuerzo

Refuerzo positivo

Factor de reducción $F_R := 0.9$

Ancho unitario de losa $b := 1\text{m}$

Espesor de la losa $t = 0.16\text{m}$

Resistencia de diseño del concreto $f'_c := 170 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

Momento positivo $M_p := F_R \cdot b \cdot t^2 \cdot f'_c = 39168 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_p = 384.107 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Refuerzo negativo

Se establece en las NTCC-04 que para calcular el acero en el lecho superior en losas con peraltes menores a 0.2m, se debe reducir éste en 0.02m, cuando no se tienen precauciones especiales en la construcción para evitar la reducción de dicho peralte.

Peralte efectivo $d := t - 0.02\text{m} = 0.14\text{m}$

Momento negativo $M_n := F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f'_c = 29988 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_n = 294.082 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Separación máxima de las barras $S_{\text{máx}} := \min(50\text{cm}, 3.5d) = 0.49 \cdot \text{m}$

Separación de las barras

Se propone usar barras del #3 cuya área es: $A_b := \left(\frac{3}{8}\text{in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.000071 \cdot \text{m}^2$

Cuantía mínima $\rho_{\text{mín}} := 0.002$

La distribución del acero calculada por cada metro de ancho de la losa se muestra en la Tabla C.2.3 de forma tabulada, donde:

s es la separación de las barras

ρ es la cuantía de acero

A_s es el área de acero por ancho unitario de losa

$$Q := \frac{M_i}{F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} \quad \rho := \frac{\omega \cdot f''c}{f_y} \quad A_s := \rho \cdot b \cdot t \quad S := \frac{A_b}{A_s}$$

Los valores de las cuantías menores a la cuantía mínima se omitieron y para calcular el área de acero por ancho unitario se utilizó en valor mínimo de 0.002.

Tabla C.2.3. Resultados del diseño.

Panel	Momento	Claro	M (kNm/m)	Q	ω	ρ	A_s (m ² /m)	s (m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	18.125	0.062	0.062	0.00249	0.00035	0.20
		Largo	17.770	0.060	0.060	0.00245	0.00034	0.21
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	10.657	0.036	0.036	0.00147	0.00028	0.25
		Largo	10.359	0.035	0.035	0.00143	0.00028	0.25
	Positivo	Corto	8.098	0.021	0.021	0.00085	0.00032	0.22
		Largo	7.229	0.019	0.019	0.00076	0.00032	0.22
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	16.746	0.057	0.057	0.00230	0.00032	0.22
		Largo	17.394	0.059	0.059	0.00239	0.00034	0.21
	Negativo en bordes discontinuos	corto	10.657	0.036	0.036	0.00147	0.00028	0.25
		Largo	----	----	----	----	----	----
	Positivo	corto	7.585	0.020	0.020	0.00080	0.00032	0.22
		Largo	7.018	0.018	0.018	0.00074	0.00032	0.22
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	18.162	0.062	0.062	0.00250	0.00035	0.20
		Largo	16.812	0.057	0.057	0.00231	0.00032	0.22
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----	---	---	---	---	---
		Largo	10.739	0.037	0.037	0.00148	0.00028	0.25
	Positivo	corto	8.058	0.021	0.021	0.00085	0.00032	0.22
		Largo	7.034	0.018	0.018	0.00074	0.00032	0.22
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	16.766	0.057	0.057	0.00231	0.00032	0.22
		Largo	16.532	0.056	0.056	0.00228	0.00032	0.22
	Positivo	corto	7.629	0.020	0.020	0.00080	0.00032	0.22
		Largo	6.894	0.018	0.018	0.00073	0.00032	0.22

Revisión del cortante por ancho unitario de losa

Cálculo del cortante último

Debido a que existen bordes continuos y discontinuos se debe incrementar 15% el cortante.

$$V_U := \left(\frac{a_{I1}}{2} - d \right) \cdot W_U \cdot \left(0.95 - 0.5 \cdot \frac{a_{I1}}{a_{I2}} \right) \cdot 1.15 = 2510.435 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_U = 24.619 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Factor de resistencia $F_{Rc} := 0.8$

Resistencia a corte de la losa $V_R := 0.5 \cdot F_{Rc} \cdot d \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{200} = 7919.596 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_R = 77.665 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$V_R > V_U$ La resistencia es adecuada

C.3. Diseño con las NTCC-04 empleando coeficientes propuestos con CV=250kgf/cm²

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f'_c := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f'_c = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Módulo de elasticidad	$E := 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 221359.436 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$E = 21707945.151 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 411879.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	---

Determinación de la carga de diseño

Determinación del espesor de la losa

Perímetro $P := 1.25 \cdot 6\text{m} + 1.25 \cdot 5.75\text{m} + 6\text{m} + 5.75\text{m} = 26.438\text{ m}$

El espesor para aproximar el peso de la losa se toma como: $t := \frac{P}{250} = 0.11\text{ m}$

Definición de las cargas

Peso propio	$PP := \gamma \cdot t = 253.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PP = 2.489 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga de acabados e instalaciones	$PA := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PA = 2.942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga muerta total	$CM := PP + PA = 553.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CM = 5.431 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga viva máxima	$CV := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CV = 2.452 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Combinación de cargas	$W := 1.5CM + 1.5 \cdot CV = 1205.7 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$W = 11.824 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Revisión de las limitaciones para determinar el peralte

El peralte debe ser corregido ya que la carga es mayor a $380 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$ $3.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

además se considera que el acero utilizado trabaja a un 60% del esfuerzo de fluencia:

$$f_s := 0.6 \cdot f_y = 2520 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

el factor de corrección del peralte es: $0.032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot W}$

$$11 \cdot 0.032 \cdot \sqrt[4]{2520 \cdot 1205.7} = 14.69 \text{ cm}$$

entonces el peralte efectivo de la losa es de: $t := 0.15\text{m}$

aumentado 0.015cm mas medio diámetro de la abarra de refuerzo, se obtiene el espesor de la losa

$$h := t + 0.02\text{m} = 0.17\text{m}$$

y la carga de diseño se incrementa debido al aumento del peso propio de la losa es:

$$W_U := 1437 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$W_U = 14.092 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Cálculo de los momentos de diseño

Tablero I, de esquina

Dimensiones del panel

Claro corto $a_{I1} := 5.5\text{m}$

Claro largo $a_{I2} := 5.75\text{m}$

Cálculo de los momentos actuantes

Relación de lados $m_I := \frac{a_{I1}}{a_{I2}} = 0.957$

Este valor de m no se encuentra directamente en la tabla de coeficientes, por lo que se realiza una interpolación para encontrar el valor de α .

Momento positivo

Valores conocidos de m y α para el claro corto

$m_{0.9} := 0.9$ $\alpha_{0.9} := 244$

$m_{1.0} := 1.0$ $\alpha_{1.0} := 237$

El valor del coeficiente para la relación m de la losa es:

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0.9} - \alpha_{1.0}) \cdot (m_{1.0} - m_I)}{(m_{1.0} - m_{0.9})} + \alpha_{1.0} = 240.043$$

$$M_{pIa1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1043.451 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIa1} = 10.233 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 219$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 231$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_{1,0}) \cdot (m_{1,0} - m_I)}{(m_{1,0} - m_{0,9})} + \alpha_{1,0} = 229.174$$

$$M_{P_{Ia2}} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 996.202 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{P_{Ia2}} = 9.769 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 446$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 372$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 404.174$$

$$M_{ni_{Ia1}} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1756.914 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{Ia1}} = 17.229 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 389$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 372$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 379.391$$

$$M_{ni_{Ia2}} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1649.186 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{Ia2}} = 16.173 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes discontinuos

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 360$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 324$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 339.652$$

$$M_{nd_{Ia1}} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1476.443 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{nd_{Ia1}} = 14.479 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 206$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 196.957$$

$$Mnd_{Ia2} := W_U \cdot a_{II}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 856.155 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mnd_{Ia2} = 8.396 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero II, de borde con un lado largo discontinuo

$$\begin{aligned} \text{Lados} \quad a_{II1} &:= 5.5\text{m} \\ a_{II2} &:= 5.75\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{II} := \frac{a_{II1}}{a_{II2}} = 0.957$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 234$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 229$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 231.174$$

$$Mp_{IIa1} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1004.896 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{IIa1} = 9.855 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 194$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 191$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 192.304$$

$$Mp_{IIa2} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 835.933 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mp_{IIa2} = 8.198 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 410$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 336$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 368.174$$

$$Mni_{IIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1600.424 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mni_{IIa1} = 15.695 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 387$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 369$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 376.826$$

$$M_{niIIa2} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1638.035 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIIa2} = 16.064 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 347$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 315$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 328.913$$

$$M_{ndIIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1429.76 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ndIIa1} = 14.021 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero III, de borde con un lado corto discontinuo

$$a_{III1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{III2} := 5.75\text{m}$$

Relación de lados

$$m_{III} := \frac{a_{III1}}{a_{III2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 221$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 203.478$$

$$M_{pIIIa1} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 916.961 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIIIa1} = 8.992 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 210$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 229$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 220.739$$

$$M_{p_{IIIa2}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 994.746 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{p_{IIIa2}} = 9.755 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 437$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 368$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 398$$

$$M_{ni_{IIIa1}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1793.56 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIIa1}} = 17.589 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 352$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 336$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 342.957$$

$$M_{ni_{IIIa2}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1545.51 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIIa2}} = 15.156 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 326$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 297$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 309.609$$

$$M_{nd_{IIIa}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1395.231 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{nd_{IIIa}} = 13.683 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero IV, interior

$$a_{IV1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{IV2} := 5.75\text{m}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{IV} := \frac{a_{IV1}}{a_{IV2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 205$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 167$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 183.522$$

$$M_{pIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 827.028 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa1} = 8.11 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 173$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 167$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 169.609$$

$$M_{pIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 764.33 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa2} = 7.496 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 402$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 334$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 363.565$$

$$M_{niIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1638.382 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa1} = 16.067 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 349$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 334$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 340.522$$

$$M_{niIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1534.538 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa2} = 15.049 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

La Tabla C.3.1. muestra el resumen momentos obtenidos, sin embargo en los bordes comunes de paneles adyacentes, la diferencia de los momentos debe distribuirse.

Tabla C.3.1. Momentos en los paneles.

Panel	Momento	Claro	M (kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	17.230
		Largo	16.173
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	14.479
		Largo	8.396
	Positivo	Corto	10.233
		Largo	9.769
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	15.695
		Largo	16.064
	Negativo en bordes discontinuos	corto	14.021
		Largo	----
	Positivo	corto	9.855
		Largo	8.198
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	17.589
		Largo	15.156
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	13.683
	Positivo	corto	8.992
		Largo	9.755
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	16.067
		Largo	15.049
	Positivo	corto	8.110
		Largo	7.496

Distribución de la diferencia de los momentos en bordes comunes

Borde común de los tableros I y III

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa1}} - M_{ni_{Ia1}} = 36.646 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.359 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.24 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1787.452 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{Ia1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1763.021 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros II y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IVa1}} - M_{ni_{IIa1}} = 37.958 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.372 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.25 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IVa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1632.056 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1606.751 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros I y II

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{Ia2}} - M_{ni_{IIa2}} = 11.151 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.109 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.07 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{Ia2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1647.327 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1639.893 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros III y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa2}} - M_{ni_{IVa2}} = 10.972 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.108 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 7.31 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1543.682 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IVa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1536.367 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Los momentos de los tableros después de realizar la distribución de momentos se presentan en la Tabla C.3.2, y con éstos se realizó el diseño de los tableros.

Tabla C.3.2. Momentos de diseño de los paneles.

Panel	Momento	Claro	M (kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	17.289
		Largo	16.155
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	14.479
		Largo	8.396
	Positivo	Corto	10.233
		Largo	9.769
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	15.757
		Largo	16.082
	Negativo en bordes discontinuos	corto	14.021
		Largo	----
	Positivo	corto	9.855
		Largo	8.198
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	17.529
		Largo	15.138
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	13.683
	Positivo	corto	8.992
		Largo	9.755
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	16.005
		Largo	15.067
	Positivo	corto	8.110
		Largo	7.496

Cálculo del acero de refuerzo

Refuerzo positivo

Factor de reducción $F_R := 0.9$

Ancho unitario de losa $b := 1\text{m}$

Espesor de la losa $t = 0.15\text{ m}$

Resistencia de diseño del concreto $f''c := 170 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

Momento positivo $M_p := F_R \cdot b \cdot t^2 \cdot f''c = 34425 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_p = 337.594 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Refuerzo negativo

Se establece en las NTCC-04 que para calcular el acero en el lecho superior en losas con peraltes menores a 0.2m, se debe reducir éste en 0.02m, cuando no se tienen precauciones especiales en la construcción para evitar la reducción de dicho peralte.

Peralte efectivo $d := t - 0.02\text{m} = 0.13 \cdot \text{m}$

Momento negativo $M_n := F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c = 25857 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_n = 253.571 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Separación máxima de las barras $S_{\text{máx}} := \min(50\text{cm}, 3.5d) = 0.455 \cdot \text{m}$

Separación de las barras

Se propone usar barras del #3 cuya área es: $A_b := \left(\frac{3}{8}\text{in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.000071 \cdot \text{m}^2$
 Cuantía mínima $\rho_{\text{mín}} := 0.002$

La distribución del acero calculada por cada metro de ancho de la losa se muestra en la Tabla C.3.3 de forma tabulada, donde:

s es la separación de las barras
 ρ es la cuantía de acero
 A_s es el área de acero por ancho unitario de losa

$$Q := \frac{M_i}{F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f'_c} \quad \rho := \frac{\omega \cdot f'_c}{f_y} \quad A_s := \rho \cdot b \cdot t \quad S := \frac{A_b}{A_s}$$

Los valores de las cuantías menores a la cuantía mínima se omitieron y para calcular el área de acero por ancho unitario se utilizó en valor mínimo de 0.002.

Tabla C.3.3. Resultados del diseño.

Panel	Momento	Claro	M (kNm/m)	Q	ω	ρ	A_s (m ² /m)	s (m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	17.230	0.068	0.068	0.00275	0.00036	0.20
		Largo	16.173	0.064	0.064	0.00258	0.00034	0.21
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	14.479	0.057	0.057	0.00231	0.00030	0.24
		Largo	8.396	0.033	0.033	0.00134	0.00026	0.27
	Positivo	Corto	10.233	0.030	0.030	0.00123	0.00030	0.24
		Largo	9.769	0.029	0.029	0.00117	0.00030	0.24
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	15.695	0.062	0.062	0.00251	0.00033	0.22
		Largo	16.064	0.063	0.063	0.00256	0.00033	0.21
	Negativo en bordes discontinuos	corto	14.021	0.055	0.055	0.00224	0.00029	0.24
		Largo	----	----	----	----	----	----
	Positivo	corto	9.855	0.029	0.029	0.00118	0.00030	0.24
		Largo	8.198	0.024	0.024	0.00098	0.00030	0.24
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	17.589	0.069	0.069	0.00281	0.00036	0.19
		Largo	15.156	0.060	0.060	0.00242	0.00031	0.23
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----	---	---	---	---	---
		Largo	13.683	0.054	0.054	0.00218	0.00028	0.25
	Positivo	corto	8.992	0.027	0.027	0.00108	0.00030	0.24
		Largo	9.755	0.029	0.029	0.00117	0.00030	0.24
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	16.067	0.063	0.063	0.00256	0.00033	0.21
		Largo	15.049	0.059	0.059	0.00240	0.00031	0.23
	Positivo	corto	8.110	0.024	0.024	0.00097	0.00030	0.24
		Largo	7.496	0.022	0.022	0.00090	0.00030	0.24

Revisión del cortante por ancho unitario de losa

Cálculo del cortante último

Debido a que existen bordes continuos y discontinuos se debe incrementar 15% el cortante.

$$V_U := \left(\frac{a_{I1}}{2} - d \right) \cdot W_U \cdot \left(0.95 - 0.5 \cdot \frac{a_{I1}}{a_{I2}} \right) \cdot 1.15 = 2042.48 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_U = 20.03 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Factor de resistencia $F_{Rc} := 0.8$

Resistencia a corte de la losa $V_R := 0.5 \cdot F_{Rc} \cdot d \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{200} = 7353.911 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_R = 72.117 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$V_R > V_U$ La resistencia es adecuada

C.4. Diseño con las NTCC-04 empleando los coeficientes propuestos con CV= 450kgf/cm²

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f'_c := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f'_c = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Módulo de elasticidad	$E := 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 221359.436 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$E = 21707945.151 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 411879.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	---

Determinación de la carga de diseño

Determinación del espesor de la losa

Perímetro $P := 1.25 \cdot 6\text{m} + 1.25 \cdot 5.75\text{m} + 6\text{m} + 5.75\text{m} = 26.438\text{ m}$

El espesor para aproximar el peso de la losa se toma como: $t := \frac{P}{250} = 0.11\text{ m}$

Definición de las cargas

Peso propio	$PP := \gamma \cdot t = 253.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PP = 2.489 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga de acabados e instalaciones	$PA := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PA = 2.942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga muerta total	$CM := PP + PA = 553.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CM = 5.431 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga viva máxima	$CV := 450 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CV = 4.413 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Combinación de cargas	$W := 1.5CM + 1.5 \cdot CV = 1505.7 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$W = 14.766 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Revisión de las limitaciones para determinar el peralte

El peralte debe ser corregido ya que la carga es mayor a $380 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$ $3.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

además se considera que el acero utilizado trabaja a un 60% del esfuerzo de fluencia:

$$f_s := 0.6 \cdot f_y = 2520 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

el factor de corrección del peralte es: $0.032 \cdot \sqrt[4]{f_s \cdot W}$

$$11 \cdot 0.032 \cdot \sqrt[4]{2520 \cdot 1505.7} = 15.53 \text{ cm}$$

entonces el peralte efectivo de la losa es de: $t := 0.16\text{m}$

aumentado 0.015cm mas medio diámetro de la abarra de refuerzo, se obtiene el espesor de la losa

$$h := t + 0.02\text{m} = 0.18\text{m}$$

y la carga de diseño se incrementa debido al aumento del peso propio de la losa es:

$$W_U := 1773 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$W_U = 17.387 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Cálculo de los momentos de diseño

Tablero I, de esquina

Dimensiones del panel

Claro corto $a_{I1} := 5.5\text{m}$

Claro largo $a_{I2} := 5.75\text{m}$

Cálculo de los momentos actuantes

Relación de lados $m_I := \frac{a_{I1}}{a_{I2}} = 0.957$

Este valor de m no se encuentra directamente en la tabla de coeficientes, por lo que se realiza una interpolación para encontrar el valor de α .

Momento positivo

Valores conocidos de m y α para el claro corto

$m_{0.9} := 0.9$ $\alpha_{0.9} := 244$

$m_{1.0} := 1.0$ $\alpha_{1.0} := 237$

El valor del coeficiente para la relación m de la losa es:

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0.9} - \alpha_{1.0}) \cdot (m_{1.0} - m_I)}{(m_{1.0} - m_{0.9})} + \alpha_{1.0} = 240.043$$

$$M_{pIa1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1287.431 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIa1} = 12.625 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 219$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 231$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_{1,0}) \cdot (m_{1,0} - m_1)}{(m_{1,0} - m_{0,9})} + \alpha_{1,0} = 229.174$$

$$M_{pIa2} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1229.134 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIa2} = 12.054 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 446$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 372$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 404.174$$

$$M_{niIa1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 2167.716 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIa1} = 21.258 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 389$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 372$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 379.391$$

$$M_{niIa2} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 2034.799 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIa2} = 19.955 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes discontinuos

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 360$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 324$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 339.652$$

$$M_{ndIa1} := W_U \cdot a_{I1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1821.665 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ndIa1} = 17.864 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 206$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 196.957$$

$$Mnd_{Ia2} := W_U \cdot a_{II}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1056.342 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$Mnd_{Ia2} = 10.359 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero II, de borde con un lado largo discontinuo

$$\begin{aligned} \text{Lados} \quad a_{II1} &:= 5.5\text{m} \\ a_{II2} &:= 5.75\text{m} \end{aligned}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{II} := \frac{a_{II1}}{a_{II2}} = 0.957$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 234$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 229$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 231.174$$

$$M_{pIIa1} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1239.861 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIIa1} = 12.159 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 194$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 191$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 192.304$$

$$M_{pIIa2} := W_U \cdot a_{III}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1031.391 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIIa2} = 10.114 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 410$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 336$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 368.174$$

$$M_{niIIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1974.636 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIIa1} = 19.365 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 387$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 369$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 376.826$$

$$M_{niIIa2} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 2021.041 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIIa2} = 19.82 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 347$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 315$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 328.913$$

$$M_{ndIIa1} := W_U \cdot a_{II1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1764.068 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ndIIa1} = 17.3 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero III, de borde con un lado corto discontinuo

$$a_{III1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{III2} := 5.75\text{m}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{III} := \frac{a_{III1}}{a_{III2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 221$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 190$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 203.478$$

$$M_{pIIIa1} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1131.365 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIIIa1} = 11.095 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 210$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 229$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 220.739$$

$$M_{p_{IIIa2}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1227.338 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{p_{IIIa2}} = 12.036 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 437$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 368$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 398$$

$$M_{ni_{IIIa1}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 2212.931 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIIa1}} = 21.701 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 352$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 336$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 342.957$$

$$M_{ni_{IIIa2}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1906.882 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIIa2}} = 18.7 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en borde discontinuo

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 326$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 297$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_1)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 309.609$$

$$M_{nd_{IIIa}} := W_U \cdot a_{III1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1721.464 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{nd_{IIIa}} = 16.882 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero IV, interior

$$a_{IV1} := 5.6\text{m}$$

$$a_{IV2} := 5.75\text{m}$$

$$\text{Relación de lados} \quad m_{IV} := \frac{a_{IV1}}{a_{IV2}} = 0.974$$

Momento positivo

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 205$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 167$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 183.522$$

$$M_{pIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1020.404 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa1} = 10.007 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 173$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 167$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 169.609$$

$$M_{pIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 943.046 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{pIVa2} = 9.248 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento negativo en bordes interiores

Para el claro corto

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 402$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 334$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 363.565$$

$$M_{niIVa1} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 2021.469 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa1} = 19.824 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el claro largo

$$m_{0,9} := 0.9 \quad \alpha_{0,9} := 349$$

$$m_1 := 1 \quad \alpha_1 := 334$$

$$\alpha := \frac{(\alpha_{0,9} - \alpha_1) \cdot (m_1 - m_I)}{(m_1 - m_{0,9})} + \alpha_1 = 340.522$$

$$M_{niIVa2} := W_U \cdot a_{IV1}^2 \cdot \alpha \cdot 10^{-4} = 1893.344 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{niIVa2} = 18.567 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

La Tabla C.4.1. muestra el resumen momentos obtenidos, sin embargo en los bordes comunes de paneles adyacentes, la diferencia de los momentos debe distribuirse.

Tabla C.4.1. Momentos en los paneles.

Panel	Momento	Claro	M (kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	21.258
		Largo	19.955
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	17.865
		Largo	10.359
	Positivo	Corto	12.625
		Largo	12.054
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	19.365
		Largo	19.820
	Negativo en bordes discontinuos	corto	17.300
		Largo	----
	Positivo	corto	12.159
		Largo	10.115
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	21.701
		Largo	18.700
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	16.882
	Positivo	corto	11.095
		Largo	12.036
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	19.824
		Largo	18.567
	Positivo	corto	10.007
		Largo	9.248

Distribución de la diferencia de los momentos en bordes comunes

Borde común de los tableros I y III

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa1}} - M_{ni_{Ia1}} = 45.215 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.443 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de disequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.296 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 2205.395 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{Ia1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 2175.252 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros II y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado corto

$$\Delta M := M_{ni_{IVa1}} - M_{ni_{IIa1}} = 46.833 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad \Delta M = 0.459 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.31 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IVa1}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 2013.664 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa1}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1982.442 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros I y II

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{Ia2}} - M_{ni_{IIa2}} = 13.758 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad \Delta M = 0.135 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 0.09 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{Ia2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 2032.506 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IIa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 2023.334 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Borde común de los tableros III y IV

Diferencia de momentos en dirección del lado largo

$$\Delta M := M_{ni_{IIIa2}} - M_{ni_{IVa2}} = 13.538 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad \Delta M = 0.133 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Distribución del momento de desequilibrio

$$\frac{2}{3} \cdot \Delta M = 9.03 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento de diseño

$$M_{ni_{IIIa2}} - \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1904.626 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$M_{ni_{IVa2}} + \frac{1}{6} \cdot \Delta M = 1895.601 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Los momentos de los tableros después de realizar la distribución de momentos se presentan en la Tabla C.4.2, y con éstos se realizó el diseño de los tableros.

Tabla C.4.2. Momentos de diseño de los paneles.

Panel	Momento	Claro	M(kN m / m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	21.332
		Largo	19.932
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	17.865
		Largo	10.359
	Positivo	Corto	12.625
		Largo	12.054
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	19.441
		Largo	19.842
	Negativo en bordes discontinuos	corto	17.300
		Largo	----
	Positivo	corto	12.159
		Largo	10.115
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	21.628
		Largo	18.678
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----
		Largo	16.882
	Positivo	corto	11.095
		Largo	12.036
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	19.747
		Largo	18.590
	Positivo	corto	10.007
		Largo	9.248

Cálculo del acero de refuerzo

Refuerzo positivo

Factor de reducción $F_R := 0.9$

Ancho unitario de losa $b := 1\text{m}$

Espesor de la losa $t = 0.16\text{m}$

Resistencia de diseño del concreto $f'_c := 170 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$

Momento positivo $M_p := F_R \cdot b \cdot t^2 \cdot f'_c = 39168 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_p = 384.107 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Refuerzo negativo

Se establece en las NTCC-04 que para calcular el acero en el lecho superior en losas con peraltes menores a 0.2m, se debe reducir éste en 0.02m, cuando no se tienen precauciones especiales en la construcción para evitar la reducción de dicho peralte.

Peralte efectivo $d := t - 0.02\text{m} = 0.14\text{m}$

Momento negativo $M_n := F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f'_c = 29988 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $M_n = 294.082 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Separación máxima de las barras $S_{\text{máx}} := \min(50\text{cm}, 3.5d) = 0.49 \cdot \text{m}$

Separación de las barras

Se propone usar barras del #3 cuya área es: $A_b := \left(\frac{3}{8}\text{in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.000071 \cdot \text{m}^2$

Cuantía mínima $\rho_{\text{mín}} := 0.002$

La distribución del acero calculada por cada metro de ancho de la losa se muestra en la Tabla C.4.3 de forma tabulada, donde:

s es la separación de las barras

ρ es la cuantía de acero

As es el área de acero por ancho unitario de losa

$$Q := \frac{M_i}{F_R \cdot b \cdot d^2 \cdot f''c} \quad \rho := \frac{\omega \cdot f''c}{f_y} \quad A_s := \rho \cdot b \cdot t \quad S := \frac{A_b}{A_s}$$

Los valores de las cuantías menores a la cuantía mínima se omitieron y para calcular el área de acero por ancho unitario se utilizó en valor mínimo de 0.002.

Tabla C.4.3. Resultados del diseño.

Panel	Momento	Claro	M (kNm/m)	Q	ω	ρ	As (m ² /m)	s (m)
De esquina (I)	Negativo en bordes interiores	Corto	21.332	0.084	0.084	0.00341	0.00048	0.15
		Largo	19.932	0.079	0.079	0.00318	0.00045	0.16
	Negativo en bordes discontinuos	Corto	17.865	0.070	0.070	0.00285	0.00040	0.18
		Largo	10.359	0.041	0.041	0.00165	0.00028	0.25
	Positivo	Corto	12.625	0.037	0.037	0.00151	0.00032	0.22
		Largo	12.054	0.036	0.036	0.00145	0.00032	0.22
De borde con un lado largo discontinuo (II)	Negativo en bordes interiores	corto	19.441	0.077	0.077	0.00310	0.00043	0.16
		Largo	19.842	0.078	0.078	0.00317	0.00044	0.16
	Negativo en bordes discontinuos	corto	17.300	0.068	0.068	0.00276	0.00039	0.18
		Largo	----	----	----	----	----	----
	Positivo	corto	12.159	0.036	0.036	0.00146	0.00032	0.22
		Largo	10.115	0.030	0.030	0.00121	0.00032	0.22
De borde con un lado corto discontinuo (III)	Negativo en bordes interiores	corto	21.628	0.085	0.085	0.00345	0.00048	0.15
		Largo	18.678	0.074	0.074	0.00298	0.00042	0.17
	Negativo en bordes discontinuos	corto	----	---	---	---	---	---
		Largo	16.882	0.067	0.067	0.00269	0.00038	0.19
	Positivo	corto	11.095	0.033	0.033	0.00133	0.00032	0.22
		Largo	12.036	0.036	0.036	0.00144	0.00032	0.22
Interior (IV)	Negativo en bordes interiores	Corto	19.747	0.078	0.078	0.00315	0.00044	0.16
		Largo	18.590	0.073	0.073	0.00297	0.00042	0.17
	Positivo	corto	10.007	0.030	0.030	0.00120	0.00032	0.22
		Largo	9.248	0.027	0.027	0.00111	0.00032	0.22

Revisión del cortante por ancho unitario de losa

Cálculo del cortante último

Debido a que existen bordes continuos y discontinuos se debe incrementar 15% el cortante.

$$V_U := \left(\frac{a_{I1}}{2} - d \right) \cdot W_U \cdot \left(0.95 - 0.5 \cdot \frac{a_{I1}}{a_{I2}} \right) \cdot 1.15 = 2510.435 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_U = 24.619 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Factor de resistencia $F_{Rc} := 0.8$

Resistencia a corte de la losa $V_R := 0.5 \cdot F_{Rc} \cdot d \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{200} = 7919.596 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}} \quad V_R = 77.665 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

$V_R > V_U$ La resistencia es adecuada

C.5. Diseño con el IStructE-06 con $CV=250\text{kgf/cm}^2$

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f_{ck} := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_{ck} = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 411879.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	---

Determinación del peralte de la losa

Dimensiones del panel de esquina

Claro corto	$l_y := 6\text{m}$
Claro largo	$l_x := 5.75\text{m}$

El peralte de la losa se puede determinar en función de la resistencia al fuego y la relación m.

$$\text{La relación de lados es: } m := \frac{l_y}{l_x} = 1.043 < 1.5$$

Sí se considera que la resistencia al fuego es REI 120 el peralte de la losa queda de:

$$h_s := 0.12\text{m}$$

Definición de las cargas

Peso propio	$PP := \gamma \cdot h_s = 288 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PP = 2.824 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga de acabados e instalaciones	$PA := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PA = 2.942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga muerta total	$CM := PP + PA = 588 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CM = 5.766 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga viva		
Carga viva máxima	$CV := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CV = 2.452 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Combinación de cargas	$W_U := 1.35CM + 1.5 \cdot CV = 1168.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$W_U = 11.462 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Tablero I, de esquina

Momento actuando en dirección del claro corto

Determinación de los coeficientes β para calcular los momentos.

$$\begin{aligned} \text{Lado largo} & \quad l_y := 6\text{m} \\ \text{Lado corto} & \quad l_x := 5.75\text{m} \\ \text{Relación de lados} & \quad m := \frac{l_y}{l_x} = 1.043 \end{aligned}$$

Valores conocidos de coeficientes para el momento negativo en el borde interior.

$$\begin{aligned} m_1 & := 1 & \beta_1 & := 0.047 \\ m_{1.25} & := 1.25 & \beta_{1.25} & := 0.066 \end{aligned}$$

El valor del coeficiente para la relación m de la losa es:

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.0503$$

El momento en los bordes se calcula como:

$$Mn_{Ix} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1944 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mn_{Ix} = 19.063 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo en el centro del claro

$$\begin{aligned} m_1 & := 1 & \beta_1 & := 0.036 \\ m_{1.25} & := 1.25 & \beta_{1.25} & := 0.049 \\ \beta_s & := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.03826 \end{aligned}$$

El momento positivo en el claro corto es:

$$Mp_{Ix} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1479 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mp_{Ix} = 14.499 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\begin{aligned} \beta_s & := 0.045 \\ Mn_{Iy} & := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1739 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mn_{Iy} = 17.053 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Momento positivo

$$\begin{aligned} \beta_s & := 0.034 \\ Mp_{Iy} & := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1314 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mp_{Iy} = 12.885 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Tablero II, de borde con un lado largo discontinuo

Momento actuando en dirección del claro corto

$$\begin{aligned} \text{Lado largo} & l_y := 6\text{m} \\ \text{Lado corto} & l_x := 5.75\text{m} \\ \text{Relación de lados} & m := \frac{l_y}{l_x} = 1.043 \\ & m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.039 \\ & m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.059 \\ & \beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.04248 \end{aligned}$$

Momento negativo en los bordes

$$Mn_{IIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1642 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIx} = 16.098 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo

$$\begin{aligned} & m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.030 \\ & m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.045 \\ & \beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.03261 \end{aligned}$$

Momento positivo en el claro corto

$$Mp_{IIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1260 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIx} = 12.357 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\begin{aligned} & \beta_s := 0.037 \\ & Mn_{IIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1430 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIy} = 14.022 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Momento positivo

$$\begin{aligned} & \beta_s := 0.028 \\ & Mp_{IIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1082 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIy} = 10.611 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Tablero III, de borde con un lado corto discontinuo

Momento actuando en dirección del claro corto

Lado largo $l_y := 6\text{m}$
 Lado corto $l_x := 5.85\text{m}$
 Relación de lados $m := \frac{l_y}{l_x} = 1.026$
 $m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.039$
 $m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.050$
 $\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.04013$

Momento negativo en los bordes

$$Mn_{IIIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1605 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIIx} = 15.741 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo

$$m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.029$$

$$m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.038$$

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.02992$$

Momento positivo en el claro corto

$$Mp_{IIIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1197 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIIx} = 11.738 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\beta_s := 0.037$$

$$Mn_{IIIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1480 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIIy} = 14.514 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento positivo

$$\beta_s := 0.028$$

$$Mp_{IIIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1120 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIIy} = 10.983 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero IV, interior

Momento actuando en dirección del claro corto

Lado largo $l_y := 6\text{m}$
 Lado corto $l_x := 5.85\text{m}$
 Relación de lados $m := \frac{l_y}{l_x} = 1.026$

$$m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.031$$

$$m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.044$$

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.03233$$

Momento negativo en los bordes

$$Mn_{IVx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1293 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IVx} = 12.683 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo

$$m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.024$$

$$m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.034$$

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.02503$$

Momento positivo en el claro corto

$$Mp_{IVx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1001 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IVx} = 9.817 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\beta_s := 0.032$$

$$Mn_{IVy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1280 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IVy} = 12.552 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento positivo

$$\beta_s := 0.024$$

$$Mp_{IVy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 960 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IVy} = 9.414 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

La Tabla C.5.1. muestra los momentos calculados para cada panel.

Tabla C.5.1. Momentos de diseño.

Panel		Momento actuando en dirección del claro corto (kN m/m)	Momento actuando en dirección del claro largo (kN m/m)
I	Negativo	19.063	17.053
	Positivo	14.499	12.885
II	Negativo	16.098	14.022
	Positivo	12.357	10.611
III	Negativo	15.741	14.514
	Positivo	11.738	10.983
IV	Negativo	12.683	12.552
	Positivo	9.817	9.414

Cálculo de la separación de las barras

Ancho unitario de losa	$b := 1\text{ m}$	
Peralte efectivo	$d := h_s - 0.02\text{ m} = 0.1\text{ m}$	
Resistencia a compresión del concreto	$f_{ck} := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_{ck} = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Resistencia a tensión del concreto	$f_{ctm} := 0.1 \cdot f_{ck} = 250000 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$f_{ctm} = 2451.662 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Esfuerzo de fluencia de diseño	$f_{yd} := 0.87 \cdot f_y = 36540000 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$f_{yd} = 358334.991 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Momento resistente	$M_R := b \cdot d^2 \cdot f_{ck} = 25000 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$	$M_R = 245.166 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
	$k := \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot f_{ck}}$	
Considerando que	$\delta := 1$	
	$k' := 0.60\delta - 0.18 \cdot \delta^2 - 0.21 = 0.21$	
	$k' = 0.21$	
Brazo de palanca	$Z := \frac{d}{2} \cdot (1 + \sqrt{1 - 3.53k}) \leq 0.95 \cdot d$	
Área de acero por metro	$A_s := \frac{M}{0.87f_y \cdot Z}$	
Área de acero mínima	$A_{s_{\min}} := \frac{0.26 \cdot f_{ctm} \cdot b \cdot d}{f_y} = 0.000155 \text{ m}^2$	
Área de acero máxima	$A_{s_{\max}} := 0.04 \cdot b \cdot h_s = 0.0048 \text{ m}^2$	
Se propone usar barras del #3 cuya área es:	$A_b := \left(\frac{3}{8} \text{ in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.000071 \cdot \text{m}^2$	
Separación del refuerzo:	$S := \frac{A_b}{A_s}$	

La Tabla C.5.2 presenta los resultados del diseño de forma tabular.

Tabla C.5.2. Resultados del diseño.

Panel		Momento actuando en dirección del claro corto (kN m/m)	k	k'	Z	A _s (m ² /m)	# de barra	S (m)
I	Negativo	19.063	0.078	0.210	0.093	0.00057	3	0.12
	Positivo	14.499	0.059	0.210	0.094	0.00043	3	0.17
II	Negativo	16.098	0.066	0.210	0.094	0.00048	3	0.15
	Positivo	12.357	0.050	0.210	0.095	0.00036	3	0.20
III	Negativo	15.741	0.064	0.210	0.094	0.00047	3	0.15
	Positivo	11.738	0.048	0.210	0.095	0.00034	3	0.21
IV	Negativo	12.683	0.052	0.210	0.095	0.00037	3	0.19
	Positivo	9.817	0.040	0.210	0.095	0.00029	3	0.25
Panel		Momento actuando en dirección del claro largo (kN m/m)	k	k'	Z	A _s (m ² /m)	# de barra	S (m)
I	Negativo	17.053	0.070	0.210	0.093	0.00051	3	0.14
	Positivo	12.885	0.053	0.210	0.095	0.00038	3	0.19
II	Negativo	14.022	0.057	0.210	0.095	0.00041	3	0.17
	Positivo	10.611	0.043	0.210	0.095	0.00031	3	0.23
III	Negativo	14.514	0.059	0.210	0.094	0.00043	3	0.17
	Positivo	10.983	0.045	0.210	0.095	0.00032	3	0.22
IV	Negativo	12.552	0.051	0.210	0.095	0.00037	3	0.19
	Positivo	9.414	0.038	0.210	0.095	0.00028	3	0.26

C.6. Diseño con el IStructE-06 con CV=450kgf/cm²

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f_{ck} := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_{ck} = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 411879.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	---

Determinación del peralte de la losa

Dimensiones del panel de esquina

Claro corto	$l_y := 6\text{m}$
Claro largo	$l_x := 5.75\text{m}$

El peralte de la losa se puede determinar en función de la resistencia al fuego y la relación m.

$$\text{La relación de lados es: } m := \frac{l_y}{l_x} = 1.043 < 1.5$$

Sí se considera que la resistencia al fuego es REI 120 el peralte de la losa queda de:

$$h_s := 0.12\text{m}$$

Definición de las cargas

Peso propio	$PP := \gamma \cdot h_s = 288 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PP = 2.824 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga de acabados e instalaciones	$PA := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$PA = 2.942 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga muerta total	$CM := PP + PA = 588 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CM = 5.766 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga viva		
Carga viva máxima	$CV := 450 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$CV = 4.413 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Combinación de cargas	$W_U := 1.35CM + 1.5 \cdot CV = 1468.8 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$W_U = 14.404 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Tablero I, de esquina

Momento actuando en dirección del claro corto

Determinación de los coeficientes β para calcular los momentos.

$$\begin{aligned}\text{Lado largo} & l_y := 6\text{m} \\ \text{Lado corto} & l_x := 5.75\text{m} \\ \text{Relación de lados} & m := \frac{l_y}{l_x} = 1.043\end{aligned}$$

Valores conocidos de coeficientes para el momento negativo en el borde interior.

$$\begin{aligned}m_1 & := 1 & \beta_1 & := 0.047 \\ m_{1.25} & := 1.25 & \beta_{1.25} & := 0.066\end{aligned}$$

El valor del coeficiente para la relación m de la losa es:

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.0503$$

El momento en los bordes se calcula como:

$$Mn_{Ix} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 2443 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mn_{Ix} = 23.957 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo en el centro del claro

$$\begin{aligned}m_1 & := 1 & \beta_1 & := 0.036 \\ m_{1.25} & := 1.25 & \beta_{1.25} & := 0.049 \\ \beta_s & := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.03826\end{aligned}$$

El momento positivo en el claro corto es:

$$Mp_{Ix} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1858 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mp_{Ix} = 18.221 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\begin{aligned}\beta_s & := 0.045 \\ Mn_{Iy} & := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 2185 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mn_{Iy} = 21.43 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}\end{aligned}$$

Momento positivo

$$\begin{aligned}\beta_s & := 0.034 \\ Mp_{Iy} & := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1651 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \qquad Mp_{Iy} = 16.192 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}\end{aligned}$$

Tablero II, de borde con un lado largo discontinuo

Momento actuando en dirección del claro corto

$$\begin{aligned} \text{Lado largo} & \quad l_y := 6\text{m} \\ \text{Lado corto} & \quad l_x := 5.75\text{m} \\ \text{Relación de lados} & \quad m := \frac{l_y}{l_x} = 1.043 \\ & \quad m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.039 \\ & \quad m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.059 \\ & \quad \beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.04248 \end{aligned}$$

Momento negativo en los bordes

$$Mn_{IIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 2063 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIx} = 20.23 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo

$$\begin{aligned} & \quad m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.030 \\ & \quad m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.045 \\ & \quad \beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.03261 \end{aligned}$$

Momento positivo en el claro corto

$$Mp_{IIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1584 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIx} = 15.529 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\begin{aligned} & \quad \beta_s := 0.037 \\ & \quad Mn_{IIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1797 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIy} = 17.621 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Momento positivo

$$\begin{aligned} & \quad \beta_s := 0.028 \\ & \quad Mp_{IIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1360 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIy} = 13.335 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Tablero III, de borde con un lado corto discontinuo

Momento actuando en dirección del claro corto

Lado largo $l_y := 6\text{m}$
Lado corto $l_x := 5.85\text{m}$
Relación de lados $m := \frac{l_y}{l_x} = 1.026$
 $m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.039$
 $m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.050$
 $\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.04013$

Momento negativo en los bordes

$$Mn_{IIIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 2017 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIIx} = 19.781 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo

$$m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.029$$

$$m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.038$$

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.02992$$

Momento positivo en el claro corto

$$Mp_{IIIx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1504 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIIx} = 14.75 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\beta_s := 0.037$$

$$Mn_{IIIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1860 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IIIy} = 18.239 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento positivo

$$\beta_s := 0.028$$

$$Mp_{IIIy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1407 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IIIy} = 13.802 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Tablero IV, interior

Momento actuando en dirección del claro corto

Lado largo $l_y := 6\text{m}$
Lado corto $l_x := 5.85\text{m}$
Relación de lados $m := \frac{l_y}{l_x} = 1.026$

$$m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.031$$

$$m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.044$$

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.03233$$

Momento negativo en los bordes

$$Mn_{IVx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1625 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IVx} = 15.938 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Para el momento positivo

$$m_1 := 1 \quad \beta_1 := 0.024$$

$$m_{1.25} := 1.25 \quad \beta_{1.25} := 0.034$$

$$\beta_s := \frac{(\beta_1 - \beta_{1.25}) \cdot (m_1 - m)}{(m_{1.25} - m_1)} + \beta_1 = 0.02503$$

Momento positivo en el claro corto

$$Mp_{IVx} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1258 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IVx} = 12.336 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento actuando en dirección del claro largo

Momento negativo

$$\beta_s := 0.032$$

$$Mn_{IVy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1609 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mn_{IVy} = 15.774 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

Momento positivo

$$\beta_s := 0.024$$

$$Mp_{IVy} := \beta_s \cdot W_U \cdot l_x^2 = 1206 \cdot \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{m}} \quad Mp_{IVy} = 11.831 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

La Tabla C.6.1. muestra los momentos calculados para cada panel.

Tabla C.6.1. Momentos de diseño.

Panel		Momento actuando en dirección del claro corto (kN m/m)	Momento actuando en dirección del claro largo (kN m/m)
I	Negativo	23.957	21.43
	Positivo	15.519	16.192
II	Negativo	20.23	17.621
	Positivo	15.529	13.335
III	Negativo	19.781	18.239
	Positivo	14.75	13.802
IV	Negativo	15.938	15.774
	Positivo	12.336	11.831

Cálculo de la separación de las barras

Ancho unitario de losa	$b := 1\text{ m}$	
Peralte efectivo	$d := h_s - 0.02\text{ m} = 0.1\text{ m}$	
Resistencia a compresión del concreto	$f_{ck} := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_{ck} = 24516.625 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Resistencia a tensión del concreto	$f_{ctm} := 0.1 \cdot f_{ck} = 250000 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$f_{ctm} = 2451.662 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Esfuerzo de fluencia de diseño	$f_{yd} := 0.87 \cdot f_y = 36540000 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$	$f_{yd} = 358334.991 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Momento resistente	$M_R := b \cdot d^2 \cdot f_{ck} = 25000 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$	$M_R = 245.166 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
	$k := \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot f_{ck}}$	
Considerando que	$\delta := 1$	
	$k' := 0.60\delta - 0.18 \cdot \delta^2 - 0.21 = 0.21$	
	$k' = 0.21$	
Brazo de palanca	$Z := \frac{d}{2} \cdot (1 + \sqrt{1 - 3.53k}) \leq 0.95 \cdot d$	
Área de acero por metro	$A_s := \frac{M}{0.87 f_y \cdot Z}$	
Área de acero mínima	$A_{s_{\min}} := \frac{0.26 \cdot f_{ctm} \cdot b \cdot d}{f_y} = 0.000155 \text{ m}^2$	
Área de acero máxima	$A_{s_{\max}} := 0.04 \cdot b \cdot h_s = 0.0048 \text{ m}^2$	
Se propone usar barras del #3 cuya área es:	$A_b := \left(\frac{3}{8} \text{ in}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 0.000071 \cdot \text{m}^2$	
Separación del refuerzo:	$S := \frac{A_b}{A_s}$	

Tabla C.6.2. Resultados del diseño.

Panel		Momento actuando en dirección del claro corto (kN m/m)	k	k'	Z	A _s (m ² /m)	# de barra	S (m)
I	Negativo	23.957	0.098	0.210	0.090	0.00074	3	0.10
	Positivo	15.519	0.063	0.210	0.094	0.00046	3	0.15
II	Negativo	20.23	0.083	0.210	0.092	0.00061	3	0.12
	Positivo	15.529	0.063	0.210	0.094	0.00046	3	0.15
III	Negativo	19.781	0.081	0.210	0.092	0.00060	3	0.12
	Positivo	14.75	0.060	0.210	0.094	0.00044	3	0.16
IV	Negativo	15.938	0.065	0.210	0.094	0.00047	3	0.15
	Positivo	12.336	0.050	0.210	0.095	0.00036	3	0.20
Panel		Momento actuando en dirección del claro largo (kN m/m)	k	k'	Z	A _s (m ² /m)	# de barra	S (m)
I	Negativo	21.43	0.087	0.210	0.092	0.00065	3	0.11
	Positivo	16.192	0.066	0.210	0.094	0.00048	3	0.15
II	Negativo	17.621	0.072	0.210	0.093	0.00053	3	0.14
	Positivo	13.335	0.054	0.210	0.095	0.00039	3	0.18
III	Negativo	18.239	0.074	0.210	0.093	0.00055	3	0.13
	Positivo	13.802	0.056	0.210	0.095	0.00041	3	0.18
IV	Negativo	15.774	0.064	0.210	0.094	0.00047	3	0.15
	Positivo	11.831	0.048	0.210	0.095	0.00035	3	0.21

C.7. Diseño con el método directo del ACI318-11 con $CV=250\text{kgf/cm}^2$

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f'_c := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f'_c = 2.452 \times 10^4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Módulo de elasticidad	$E := 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 221359.436 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$E = 2.171 \times 10^7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma_c := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma_c = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 4.119 \times 10^5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	--

Cargas

Carga muerta adicional	$W_{SD} := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$
Carga viva	$W_L := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$

Dimensiones de las vigas en los ejes 1-6

Peralte	$h_1 := 0.5\text{m}$	
Ancho	$b_1 := 0.25\text{m}$	Inercia $I_1 := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = 2.604 \times 10^{-3} \text{m}^4$

Dimensiones de las vigas en los ejes A-H

Peralte	$h_A := 0.5\text{m}$	
Ancho	$b_A := 0.25\text{m}$	Inercia $I_A := \frac{b_A \cdot h_A^3}{12} = 0.003 \text{m}^4$

Longitud de las vigas

Del eje 1-2	$L_{12} := 5.75\text{m}$	Del eje A-B	$L_{AB} := 6\text{m}$
Del eje 2-3	$L_{23} := 5.85\text{m}$	Del eje B-C	$L_{BC} := 6\text{m}$

Dimensiones de las columnas

Peralte	$h_c := 0.5\text{m}$	
Ancho	$b_c := 0.5\text{m}$	Inercia $I_c := \frac{b_c \cdot h_c^3}{12} = 0.005 \text{m}^4$

Alturas de entrepiso

Planta baja $H_{PB} := 3.5\text{m}$

Nivel 1 y 2 $H_1 := 3.5\text{m}$

Determinación del peralte de la losa

Panel III

Claro A-B $a_{AB} := L_{AB} - b_A = 5.75\text{ m}$

Claro 2-3 $a_{23} := L_{23} - b_1 = 5.6\text{ m}$

Relación de claros $\beta_{III} := \frac{a_{23}}{a_{AB}} = 0.974$

Ancho unitario $b_u := 1\text{m}$

Factor de resistencia $\phi := 0.75$

Cortante último $V_U := 1.15 \cdot \frac{(1.6W_L + 1.2W_{SD}) \cdot a_{23}}{2} \cdot b_u = 2447.2 \cdot \text{kgf}$ $V_U = 23.999 \cdot \text{kN}$

Cortante resistente $V_C = \phi \cdot b_u \cdot t \cdot 0.5 \cdot \sqrt{f'_c}$

$$V_C \geq V_U$$

Peralte $t_{III} := \frac{V_U}{\phi \cdot b_u \cdot 0.5 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250}} = 0.041 \cdot \text{m}$

Tablero IV

Claro B-C $a_{BC} := L_{BC} - b_A = 5.75\text{ m}$

Claro 2-3 $a_{23} := L_{23} - b_1 = 5.6\text{ m}$

Relación de claros $\beta_{IV} := \frac{a_{BC}}{a_{23}} = 1.027$

Cortante último $V_U := 1.15 \cdot \frac{(1.6W_L + 1.2W_{SD}) \cdot a_{BC}}{2} \cdot b_u = 2512.75 \cdot \text{kgf}$ $V_U = 24.642 \cdot \text{kN}$

Cortante resistente $V_C = \phi \cdot b_u \cdot t \cdot 0.5 \cdot \sqrt{f'_c}$

$$V_C \geq V_U$$

Peralte
$$t_{IV} := \frac{V_U}{\phi \cdot b_u \cdot 0.5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{250}} = 0.042 \cdot \text{m}$$

Peralte máximo

Claro libre
$$l_n := a_{23} = 5.6 \text{ m}$$

Espesor máximo de la losa
$$t_{\text{máx}} := \frac{l_n \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36} = 0.171 \text{ m}$$

Peralte de la losa

Puesto que el mayor peralte calculado con base en la resistencia a corte es de 0.05m y el peralte máximo que especifica el ACI318-11 de 0.18m, se propone un valor intermedio t, con el que se determina el peso propio de la losa y se revisa nuevamente la resistencia a corte de la losa por ancho unitario.

Espesor propuesto
$$t := 0.14 \text{ m}$$

Peso propio de la losa
$$W_D := t \cdot \gamma_c = 336 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \quad W_D = 3.295 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Carga viva
$$W_L = 250 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \quad W_L = 2.452 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Peso total
$$W_U := 1.6W_L + 1.2(W_D + W_{SD}) = 1163.2 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \quad W_U = 11.407 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Cortante último
$$V_U := 1.15 \cdot \frac{W_U \cdot a_{BC}}{2} \cdot b_u = 3845.83 \cdot \text{kgf} \quad V_U = 24.642 \cdot \text{kN}$$

Cortante resistente
$$V_C := \phi \cdot b_u \cdot t \cdot 0.5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 8300.979 \cdot \text{kgf} \quad V_C = 81.405 \cdot \text{kN}$$

$$V_C \geq V_U \quad \text{ok}$$

Determinación de la relación de rigideces α , de las vigas y la losa

Vigas de borde (eje 1)

Las vigas de los bordes forman parte de las franjas de borde y están compuestas por las vigas de apoyo y una parte de la losa como se muestra en la Figura C.7.1.

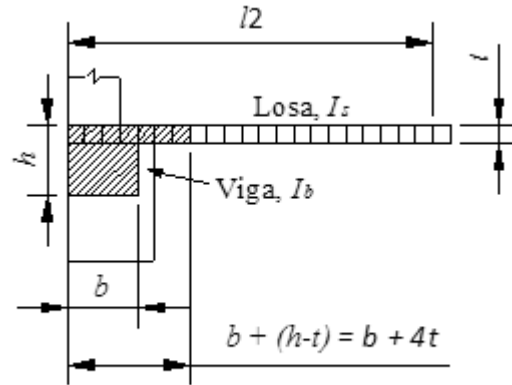


Figura C.7.1. Viga de borde (ACI318-11).

$$l_{21} := 3\text{ m} \quad b_1 = 0.25\text{ m} \quad h_1 = 0.5\text{ m} \quad h := h_1 + t = 0.64\text{ m} \quad b_1 + (h - t) = 0.75\text{ m} \quad b_1 + 4 \cdot t = 0.81\text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_1 := \min[b_1 + (h - t), b_1 + 4t] = 0.75\text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_b := \frac{b_1 \cdot h_1 \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right) + bf_1 \cdot t \cdot \left(h_1 + \frac{t}{2}\right)}{b_1 \cdot h_1 + bf_1 \cdot t} = 0.396\text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b1} := \frac{1}{12} b_1 \cdot h_1^3 + b_1 \cdot h_1 \cdot \left(Y'_b - \frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_1 \cdot t^3 + bf_1 \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_1 - Y'_b)\right]^2 = 861914.493 \cdot \text{cm}^4$$

Inercia de la losa $I_{s1} := \frac{1}{12} l_{21} \cdot t^3 = 68600 \cdot \text{cm}^4$

Relación de rigideces $\alpha_1 := \frac{I_{b1}}{I_{s1}} = 12.564$

Vigas interiores (ejes 2 y 3)

Las vigas interiores están formadas por una parte de la losa de la franja interior de columnas y por las vigas de apoyo como se muestra en la Figura C.7.2.

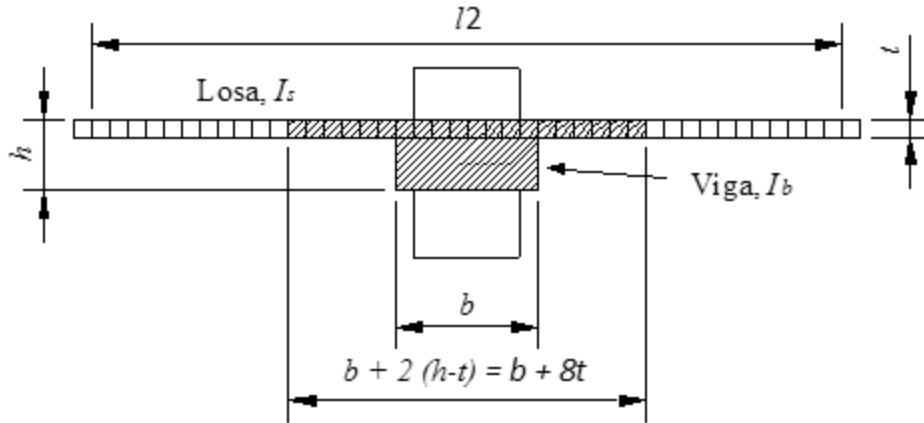


Figura C.7.2. Viga interior (ACI38-11).

$$l_{22} := 5.93\text{m} \quad b_1 = 0.25\text{ m} \quad h_1 = 0.5\text{ m} \quad h := t + h_1 = 0.64\text{ m} \quad b_1 + 2 \cdot (h - t) = 1.25\text{ m} \quad b_1 + 8 \cdot t = 1.37\text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_2 := \min[b_1 + 2 \cdot (h - t), b_1 + 8 \cdot t] = 1.25\text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_i := \frac{b_1 \cdot h_1 \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right) + bf_2 \cdot t \cdot \left(h_1 + \frac{t}{2}\right)}{b_1 \cdot h_1 + bf_2 \cdot t} = 0.437\text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b2} := \frac{1}{12} b_1 \cdot h_1^3 + b_1 \cdot h_1 \cdot \left(Y'_i - \frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_2 \cdot t^3 + bf_2 \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_1 - Y'_i)\right]^2 = 1035666.667 \cdot \text{cm}^4$$

Inercia de la losa $Is_2 := \frac{1}{12} l_{22} \cdot t^3 = 135599.3333 \cdot \text{cm}^4$

Relación de rigideces $\alpha_2 := \frac{I_{b2}}{Is_2} = 7.638$

Vigas de borde (eje A)

Con base en la Figura C.7.1 se definen las vigas en los bordes de los paneles del eje A.

$$l_{2A} := 3.125\text{m} \quad b_A = 0.25\text{ m} \quad h_A = 0.5\text{ m} \quad h := h_A + t = 0.64\text{ m} \quad b_A + (h - t) = 0.75\text{ m} \\ b_A + 4t = 0.81\text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_A := \min[b_A + (h - t), b_A + 4t] = 0.75 \text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_b := \frac{b_A \cdot h_A \cdot \left(\frac{h_A}{2}\right) + bf_A \cdot t \cdot \left(h_A + \frac{t}{2}\right)}{b_A \cdot h_A + bf_A \cdot t} = 0.396 \text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b_A} := \frac{1}{12} b_A \cdot h_A^3 + b_A \cdot h_A \cdot \left(Y'_b - \frac{h_A}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_A \cdot t^3 + bf_A \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_A - Y'_b)\right]^2 = 0.009 \text{ m}^4$$

Inercia de la losa $I_{s_A} := \frac{1}{12} l_{2A} \cdot t^3 = 0.00071 \text{ m}^4$

Relación de rigideces $\alpha_A := \frac{I_{b_A}}{I_{s_A}} = 12.062$

Vigas interiores (eje B)

Con base en la Figura C.7.2 se definen las vigas interiores del eje B.

$$l_{2B} := 6 \text{ m} \quad b_A = 0.25 \text{ m} \quad h_A = 0.5 \text{ m} \quad h := t + h_A = 0.64 \text{ m}$$

$$b_A + 2 \cdot (h - t) = 1.25 \text{ m} \quad b_A + 8 \cdot t = 1.37 \text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_B := \min[b_A + 2 \cdot (h - t), b_A + 8 \cdot t] = 1.25 \text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_i := \frac{b_A \cdot h_A \cdot \left(\frac{h_A}{2}\right) + bf_B \cdot t \cdot \left(h_A + \frac{t}{2}\right)}{b_A \cdot h_A + bf_B \cdot t} = 0.437 \text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b_B} := \frac{1}{12} b_A \cdot h_A^3 + b_A \cdot h_A \cdot \left(Y'_i - \frac{h_A}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_B \cdot t^3 + bf_B \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_A - Y'_i)\right]^2 = 0.01 \text{ m}^4$$

Inercia de la losa $I_{s_B} := \frac{1}{12} l_{2B} \cdot t^3 = 0.001 \text{ m}^4$

Relación de rigideces $\alpha_B := \frac{I_{b_B}}{I_{s_B}} = 7.549$

Vigas interiores (eje C)

Con base en la Figura C.7.2 se definen las vigas interiores del eje C.

$$l_{2C} := 6\text{ m} \quad b_A = 0.25\text{ m} \quad h_A = 0.5\text{ m} \quad h := t + h_A = 0.64\text{ m}$$

$$b_A + 2 \cdot (h - t) = 1.25\text{ m} \quad b_A + 8 \cdot t = 1.37\text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_C := \min[b_A + 2 \cdot (h - t), b_A + 8 \cdot t] = 1.25\text{ m}$

$$\text{Eje neutro de la viga se encuentra en } Y'_i := \frac{b_A \cdot h_A \cdot \left(\frac{h_A}{2}\right) + bf_C \cdot t \cdot \left(h_A + \frac{t}{2}\right)}{b_A \cdot h_A + bf_C \cdot t} = 0.437\text{ m}$$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{bC} := \frac{1}{12} b_A \cdot h_A^3 + b_A \cdot h_A \cdot \left(Y'_i - \frac{h_A}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_C \cdot t^3 + bf_C \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_A - Y'_i)\right]^2 = 0.01 \cdot \text{m}^4$$

$$\text{Inercia de la losa} \quad I_{sC} := \frac{1}{12} l_{2C} \cdot t^3 = 0.001 \cdot \text{m}^4$$

$$\text{Relación de rigideces} \quad \alpha_C := \frac{I_{bC}}{I_{sC}} = 7.549$$

Verificación de la relación de rigidez entre la losa y las vigas

Para el tablero I

En dirección horizontal

$$l_{1Ih} := L_{AB} = 6\text{ m}$$

$$l_{2Ih} := L_{12} = 5.75\text{ m}$$

$$\alpha_{1Ih} := \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202$$

$$\alpha_{2Ih} := \alpha_A + \alpha_B = 19.61$$

$$\frac{\alpha_{1Ih} \cdot l_{2Ih}^2}{\alpha_{2Ih} \cdot l_{1Ih}^2} = 0.946 \quad \text{ok}$$

En dirección vertical

$$l_{1Iv} := L_{12} = 5.75\text{ m}$$

$$l_{2Iv} := L_{AB} = 6\text{ m}$$

$$\alpha_{1Iv} := \alpha_A + \alpha_B = 19.61$$

$$\alpha_{2Iv} := \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202$$

$$\frac{\alpha_{1Iv} \cdot l_{2Iv}^2}{\alpha_{2Iv} \cdot l_{1Iv}^2} = 1.057 \quad \text{ok}$$

Para el tablero II

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1IIh} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\l_{2IIh} &:= L_{12} = 5.75 \text{ m} \\ \alpha_{1IIh} &:= \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202 \\ \alpha_{2IIh} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \frac{\alpha_{1IIh} \cdot l_{2IIh}^2}{\alpha_{2IIh} \cdot l_{1IIh}^2} &= 1.229 \text{ ok}\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1IIv} &:= L_{12} = 5.75 \text{ m} \\l_{2IIv} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1IIv} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \alpha_{2IIv} &:= \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202 \\ \frac{\alpha_{1IIv} \cdot l_{2IIv}^2}{\alpha_{2IIv} \cdot l_{1IIv}^2} &= 0.814 \text{ ok}\end{aligned}$$

Para el tablero III

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1IIIh} &:= L_{AB} = 6 \text{ m} \\l_{2IIIh} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\ \alpha_{1IIIh} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \alpha_{2IIIh} &:= \alpha_A + \alpha_B = 19.61 \\ \frac{\alpha_{1IIIh} \cdot l_{2IIIh}^2}{\alpha_{2IIIh} \cdot l_{1IIIh}^2} &= 0.74 \text{ ok}\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1IIIv} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\l_{2IIIv} &:= L_{AB} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1IIIv} &:= \alpha_A + \alpha_B = 19.61 \\ \alpha_{2IIIv} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \frac{\alpha_{1IIIv} \cdot l_{2IIIv}^2}{\alpha_{2IIIv} \cdot l_{1IIIv}^2} &= 1.35 \text{ ok}\end{aligned}$$

Para el tablero IV

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1IVh} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\l_{2IVh} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\ \alpha_{1IVh} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \alpha_{2IVh} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \frac{\alpha_{1IVh} \cdot l_{2IVh}^2}{\alpha_{2IVh} \cdot l_{1IVh}^2} &= 0.962 \text{ ok}\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1IVv} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\l_{2IVv} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1IVv} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \alpha_{2IVv} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \frac{\alpha_{1IVv} \cdot l_{2IVv}^2}{\alpha_{2IVv} \cdot l_{1IVv}^2} &= 1.04 \text{ ok}\end{aligned}$$

En todos los tableros las relaciones de rigidez se encuentran entre 0.2 y 5.

Revisión del peralte mínimo

Tablero III

$$\alpha_{mIII} := \frac{2 \cdot \alpha_2 + \alpha_A + \alpha_B}{4} = 8.721$$

$$\ln_{III} := L_{AB} - b_A = 5.75 \text{ m}$$

$$\beta_{III} = 0.974$$

$$\text{Peralte mínimo} \quad \frac{\ln_{III} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 5\beta_{III} \left[\alpha_{mIII} - 0.12 \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta_{III}}\right) \right]} = 0.082 \text{ m}$$

$$\frac{\ln_{III} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 9\beta_{III}} = 0.141 \text{ m}$$

$$\text{Peralte máximo} \quad \frac{\ln_{III} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36} = 0.176 \text{ m}$$

Tablero IV

$$\alpha_{mIV} := \frac{2 \cdot \alpha_2 + \alpha_B + \alpha_C}{4} = 7.593$$

$$\ln_{IV} := L_{BC} - b_A = 5.75 \text{ m}$$

$$\beta_{IV} = 1.027$$

$$\text{Peralte mínimo} \quad \frac{\ln_{IV} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 5\beta_{IV} \left[\alpha_{mIV} - 0.12 \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta_{IV}}\right) \right]} = 0.086 \text{ m}$$

$$\frac{\ln_{IV} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 9\beta_{IV}} = 0.14 \text{ m}$$

$$\text{Peralte máximo} \quad \frac{\ln_{IV} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36} = 0.176 \text{ m}$$

El espesor propuesto es adecuado $t = 0.14 \text{ m}$

Verificación de las limitaciones del método directo

- En cada dirección se tienen al menos tres paneles continuos.
- La relación entre claro largo y corto es menor a 2.

$$\frac{L_{BC}}{L_{12}} = 1.043$$

- Las columnas no están desalineadas.
- Los claros en cada dirección no difieren en más de la tercera parte del mayor de ellos.
- Las cargas están uniformemente distribuidas.
- La relación entre carga viva y carga muerta es menor a 3.

$$\frac{W_L}{(W_D + W_{SD})} = 0.393$$

- Verificación de la rigidez

En todos los tableros se cumple con: $0.2 < \frac{\alpha_1 \cdot l_2^2}{\alpha_2 \cdot l_1^2} < 5$

Revisión de los efectos desfavorables de cargas

Carga muerta $W_D + W_{SD} = 636 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$

Carga viva $W_L = 250 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$

Relación de cargas $\beta_a := \frac{W_D + W_{SD}}{W_L} = 2.544 < 2$

Inercia de las columnas $I_c = 0.005 \text{ m}^4$

$$k_c := \frac{I_c}{H_1} = 1.488 \times 10^{-3} \cdot \text{m}^3$$

Eje A, columna 1

Dirección horizontal $\alpha_{cA1h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{l_{b1} + l_{s1}}{L_{AB}}} = 1.919$

$$\frac{l_{21}}{L_{AB}} = 0.5 \quad \alpha_1 = 12.564$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cA1v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{bA} + I_{sA}}{L_{12}}} = 1.833$$

$$\frac{I_{2A}}{L_{12}} = 0.543 \quad \alpha_A = 12.062$$

Eje B, columna 1

Dirección horizontal

$$\alpha_{cB1h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b1} + I_{s1}}{L_{AB}} + \frac{I_{b1} + I_{s1}}{L_{BC}}} = 0.96$$

$$\frac{I_{21}}{L_{BC}} = 0.5 \quad \alpha_1 = 12.564$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cB1v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{bB} + I_{sB}}{L_{12}}} = 1.459$$

$$\frac{I_{2B}}{L_{12}} = 1.043 \quad \alpha_B = 7.549$$

Eje C, columna 1

Dirección horizontal

$$\alpha_{cC1h} := \frac{2 \cdot k_c}{2 \frac{I_{b1} + I_{s1}}{L_{BC}}} = 0.96$$

$$\alpha_1 = 12.564$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cC1v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{bC} + I_{sC}}{L_{12}}} = 1.459$$

$$\alpha_C = 7.549$$

Eje A, columna 2

Dirección horizontal

$$\alpha_{cA2h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b2} + I_{s2}}{L_{AB}}} = 1.525$$

$$\frac{I_{22}}{L_{AB}} = 0.988 \quad \alpha_2 = 7.638$$

Dirección vertical

$$\alpha_{A2v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_A} + I_{s_A}}{L_{12}} + \frac{I_{b_A} + I_{s_A}}{L_{23}}} = 0.925$$

$$\frac{I_{2A}}{L_{23}} = 0.534 \quad \alpha_A = 12.062$$

Eje B, columna 2

Dirección horizontal

$$\alpha_{B2h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{AB}} + \frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{BC}}} = 0.762$$

$$\frac{I_{22}}{L_{AB}} = 0.988 \quad \alpha_2 = 7.638$$

Dirección vertical

$$\alpha_{B2v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_B} + I_{s_B}}{L_{12}} + \frac{I_{b_B} + I_{s_B}}{L_{23}}} = 0.736$$

$$\frac{I_{2B}}{L_{23}} = 1.026 \quad \alpha_B = 7.549$$

Eje C, columna 2

Dirección horizontal

$$\alpha_{C2h} := \frac{2 \cdot k_c}{2 \frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{BC}}} = 0.762$$

$$\alpha_2 = 7.638$$

Dirección vertical

$$\alpha_{C2v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_C} + I_{s_C}}{L_{12}} + \frac{I_{b_C} + I_{s_C}}{L_{23}}} = 0.736$$

$$\alpha_C = 7.549$$

Puesto que todos los valores de α son mayores a 4 no es necesario aumentar los momentos positivos:

$$\alpha_{\min} := 0$$

Momento estático total

Momento en las vigas de los ejes 1-3

Eje 1, claros A-B

$$l_{n1AB} := L_{AB} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{1A} := \frac{W_U \cdot l_{21} \cdot l_{n1AB}^2}{8} = 13195.05 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{1A} = 129.399 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje 1, claros B-C

$$l_{n1BC} := L_{BC} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{1B} := \frac{W_U \cdot l_{21} \cdot l_{n1BC}^2}{8} = 13195.05 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{1B} = 129.399 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje 2, claros A-B

$$l_{n2AB} := L_{AB} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{2A} := \frac{W_U \cdot l_{22} \cdot l_{n2AB}^2}{8} = 26082.215 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{2A} = 255.779 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje 2, claros B-C

$$l_{n2BC} := L_{BC} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{2B} := \frac{W_U \cdot l_{22} \cdot l_{n2BC}^2}{8} = 26082.215 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{2A} = 255.779 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento en las vigas de los ejes A-C

Eje A, claros 1-2

$$l_{nA12} := L_{12} - b_c = 5.25 \text{ m}$$

$$Mo_{A1} := \frac{W_U \cdot l_{2A} \cdot l_{nA12}^2}{8} = 12523.711 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{A1} = 122.816 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje A, claro 2-3

$$l_{nA23} := L_{23} - b_c = 5.35 \text{ m}$$

$$Mo_{A2} := \frac{W_U \cdot l_{2A} \cdot l_{nA23}^2}{8} = 13005.348 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{A2} = 127.539 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje B, claros 1-2

$$l_{nB12} := L_{12} - b_c = 5.25 \text{ m}$$

$$M_{oB1} := \frac{W_U \cdot l_{2B} \cdot l_{nB12}^2}{8} = 24045.525 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oB1} = 235.806 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje B, claro 2-3

$$l_{nB23} := L_{23} - b_c = 5.35 \text{ m}$$

$$M_{oB2} := \frac{W_U \cdot l_{2B} \cdot l_{nB23}^2}{8} = 24970.269 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oB2} = 244.875 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje C, claros 1-2

$$l_{nC12} := L_{12} - b_c = 5.25 \text{ m}$$

$$M_{oC1} := \frac{W_U \cdot l_{2C} \cdot l_{nC12}^2}{8} = 24045.525 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oC1} = 235.806 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

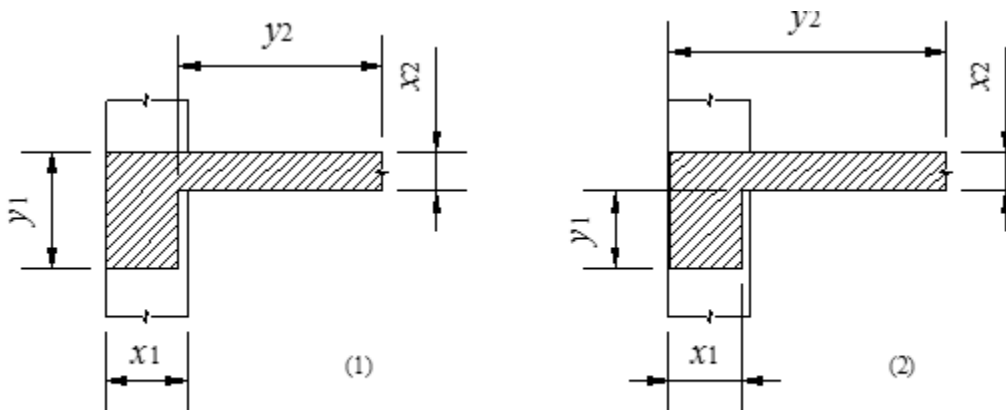
Eje C, claro 2-3

$$l_{nC23} := L_{23} - b_c = 5.35 \text{ m}$$

$$M_{oC2} := \frac{W_U \cdot l_{2C} \cdot l_{nC23}^2}{8} = 24970.269 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oC2} = 244.875 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Distribución de los momentos longitudinales en las franjas

Para determinar la constante de torsión las vigas de borde e interiores se pueden dividir en secciones como se muestra en la Figura C.7.3.



Usar el valor mas grande de C obtenido de (1) o (2)

Figura C.7.3. Secciones para determinar la constante C.

Constante de torsión C

Vigas del eje 1, caso (1)

$$C_{1c1} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_1}{h_1 + t}\right) \cdot \frac{b_1^3 \cdot (h_1 + t)}{3} + \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t}{(bf_1 - b_1)}\right] \cdot \frac{t^3 \cdot (bf_1 - b_1)}{3} = 0.003 \text{ m}^4$$

Vigas del eje 1, caso (2)

$$C_{1c2} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_1}{h_1}\right) \cdot \frac{b_1^3 \cdot h_1}{3} + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{t}{bf_1}\right) \cdot \frac{t^3 \cdot bf_1}{3} = 0.002 \text{ m}^4$$

$$C_1 := \max(C_{1c1}, C_{1c2}) = 2.89 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Vigas del eje A, caso (1)

$$C_{Ac1} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_A}{h_A + t}\right) \cdot \frac{b_A^3 \cdot (h_A + t)}{3} + \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t}{(bf_A - b_A)}\right] \cdot \frac{t^3 \cdot (bf_A - b_A)}{3} = 0.003 \text{ m}^4$$

Vigas del eje A, caso (2)

$$C_{Ac2} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_A}{h_A}\right) \cdot \frac{b_A^3 \cdot h_A}{3} + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{t}{bf_A}\right) \cdot \frac{t^3 \cdot bf_A}{3} = 0.002 \text{ m}^4$$

$$C_A := \max(C_{Ac1}, C_{Ac2}) = 0.003 \text{ m}^4$$

Para la franja 1

$$\begin{aligned} \text{Inercia de la losa} \quad I_{S1} &:= \frac{L_{12} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4 \\ \beta t_1 &:= \frac{C_1}{2I_{S1}} = 1.099 \end{aligned}$$

Para las franjas 2 y 3

$$\begin{aligned} \text{Inercia de la losa} \quad I_{S2} &:= \frac{\frac{(L_{12} + L_{23})}{2} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4 \\ \beta t_2 &:= \frac{C_1}{2I_{S2}} = 1.089 \end{aligned}$$

Para la franja A

$$\begin{aligned} \text{Inercia de la losa} \quad I_{SA} &:= \frac{L_{AB} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4 \\ \beta_{tA} &:= \frac{C_A}{2I_{SA}} = 1.053 \end{aligned}$$

Para la franja B

$$\begin{aligned} \text{Inercia de la losa} \quad I_{SB} &:= \frac{(L_{AB} + L_{BC}) \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4 \\ \beta_{tB} &:= \frac{C_A}{2I_{SB}} = 1.053 \end{aligned}$$

Para la franja C

$$\begin{aligned} \text{Inercia de la losa} \quad I_{SC} &:= \frac{(L_{BC} + L_{BC}) \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4 \\ \beta_{tC} &:= \frac{C_A}{2I_{SC}} = 1.053 \end{aligned}$$

Porcentajes de momento en las franjas

$$\text{Momento negativo en apoyo exterior} \quad 100 - 10\beta_{tC} + 12\beta_t \cdot \left(\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (\%)$$

Si $b_t > 2.5$ usar 2.5

$$\text{Momento positivo} \quad 60 + 30 \cdot \left(\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1.5 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (\%)$$

$$\text{Momento negativo en apoyo interior} \quad 75 + 30 \cdot \left(\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (\%)$$

Si $\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} > 1$ usar 1 en las 3 ecuaciones anteriores

Distribución de momentos

La distribución de los momentos se encuentra en la Tabla C.7a.

Acero de refuerzo

Factor de resistencia a flexión $\phi := 0.9$

Espesor efectivo de la losa	$d := t - 2\text{cm} = 0.12 \text{ m}$
Área de una barra de 3/8	$A_b := 0.71\text{cm}^2 = 7.1 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
Cuantía mínima	$\rho_{\min} := 0.0018$
Cuantía de acero balanceado	$\rho_b := \frac{0.85 \cdot f'_c}{f_y} \cdot \frac{6000}{6000 + 4200} = 0.03$
Cuantía máxima	$\rho_{\max} := 0.75 \cdot \rho_b = 0.022$
Cuantía	$\rho := \frac{\omega \cdot f'_c}{f_y}$
Separación máxima	$S_{\text{maax}} := 2 \cdot t = 0.28 \text{ m}$

Eje 1

Losa en franja de columnas

Franja de columna	$b_{F1c} := bf_1 = 0.75 \text{ m}$
Resistencia a flexión	$R_{F1c} := \phi \cdot b_{F1c} \cdot d^2 \cdot f'_c = 24300 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F1c} = 238.302 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min F1c}} := \rho_{\min} \cdot b_{F1c} \cdot d = 1.62 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Separación de las barras	$s_{F1c} := \frac{b_{F1c} \cdot A_b}{A_{s_{\min F1c}}} = 0.329 \text{ m}$

Losa en franja central

Franja de columna	$b_{F1} := l_{21} - bf_1 = 2.25 \text{ m}$
Resistencia a flexión	$R_{F1} := \phi \cdot b_{F1} \cdot d^2 \cdot f'_c = 72900 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F1} = 714.905 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min F1}} := \rho_{\min} \cdot b_{F1} \cdot d = 4.86 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Separación de las barras	$s_{F1} := \frac{b_{F1} \cdot A_b}{A_{s_{\min F1}}} = 0.329 \text{ m}$

Eje 2 y 3

Losa en franja de columnas

Franja de columna	$b_{F2c} := bf_2 = 1.25 \text{ m}$
Resistencia a flexión	$R_{F2c} := \phi \cdot b_{F2c} \cdot d^2 \cdot f'_c = 40500 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F2c} = 397.169 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min F2c}} := \rho_{\min} \cdot b_{F2c} \cdot d = 2.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{F2c} := \frac{b_{F2c} \cdot A_b}{A_{s_{minF2c}}} = 0.329 \text{ m}$

Losa en franja central

Franja de columna $b_{F2} := l_{22} - bf_2 = 4.68 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{F2} := \phi \cdot b_{F2} \cdot d^2 \cdot f'c = 151632 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $R_{F2} = 1.487 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{minF2}} := \rho_{min} \cdot b_{F2} \cdot d = 1.011 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{F2} := \frac{b_{F2} \cdot A_b}{A_{s_{minF2}}} = 0.329 \text{ m}$

Eje A

Losa en franja de columnas

Franja de columna $b_{FAc} := bf_A = 0.75 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{FAc} := \phi \cdot b_{FAc} \cdot d^2 \cdot f'c = 24300 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $R_{FAc} = 238.302 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{minFAc}} := \rho_{min} \cdot b_{FAc} \cdot d = 1.62 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{FAc} := \frac{b_{FAc} \cdot A_b}{A_{s_{minFAc}}} = 0.329 \text{ m}$

Losa en franja central

Franja de columna $b_{FA} := l_{2A} - bf_A = 2.375 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{FA} := \phi \cdot b_{FA} \cdot d^2 \cdot f'c = 76950 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $R_{FA} = 754.622 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{minFA}} := \rho_{min} \cdot b_{FA} \cdot d = 5.13 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{FA} := \frac{b_{FA} \cdot A_b}{A_{s_{minFA}}} = 0.329 \text{ m}$

Eje B y C

Losa en franja de columnas

Franja de columna $b_{FBc} := bf_B = 1.25 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{FBc} := \phi \cdot b_{FBc} \cdot d^2 \cdot f'c = 40500 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$ $R_{FBc} = 397.169 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{minFBc}} := \rho_{min} \cdot b_{FBc} \cdot d = 2.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras

$$s_{\text{FBc}} := \frac{b_{\text{FBc}} \cdot A_b}{A_{s_{\text{minFBc}}}} = 0.329 \text{ m}$$

Losa en franja central

Franja de columna

$$b_{\text{FB}} := l_{2\text{B}} - b_{\text{fB}} = 4.75 \text{ m}$$

Resistencia a flexión

$$R_{\text{FB}} := \phi \cdot b_{\text{FB}} \cdot d^2 \cdot f'_c = 153900 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$R_{\text{FB}} = 1509.243 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Área de acero mínima

$$A_{s_{\text{minFB}}} := \rho_{\text{min}} \cdot b_{\text{FB}} \cdot d = 1.026 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

Separación de las barras

$$s_{\text{FB}} := \frac{b_{\text{FB}} \cdot A_b}{A_{s_{\text{minFB}}}} = 0.329 \text{ m}$$

Los resultados del diseño se encuentran tabulados en la Tabla C.7b.

Tabla C.7a. Diseño con el método directo.

Elemento	Factor de distribución	Momento (kN m)	l_2/l_1	α	$\alpha(l_2/l_1)$	β_t	Momento en la franja de columna		Momento en la viga	Momento en losa fr. Col.	Momento en la franja central	R	
			De las franjas de losa	I_b/I_s	%	(kN m)	(kN m)	(kN m)	(kN m)	(kN m)	(kN m)	F. columna	F. central
Eje 1	Mo=	129.399											
M A-B (-)	0.16	20.704	0.50	12.56	1.00	1.10	95.60	19.79	16.82	2.97	0.91	238	715
M A-B (+)	0.57	73.758					90.00	66.38	56.42	9.96	7.38	238	715
M B-A (-)	0.70	90.579					90.00	81.52	69.29	12.23	9.06	238	715
Eje 1	Mo=	129.399											
M B-C (-)	0.65	84.110	0.50	12.56	1.00	1.10	90.00	75.70	64.34	11.35	8.41	238	715
M B-C (+)	0.35	45.290					90.00	40.76	34.65	6.11	4.53	238	715
M C-B (-)	0.65	84.110					90.00	75.70	64.34	11.35	8.41	238	715
Eje 2 y 3	Mo=	255.778											
M A-B (-)	0.16	40.925	0.99	7.64	1.00	1.09	89.27	36.53	31.05	5.48	4.39	397	1487
M A-B (+)	0.57	145.794					75.36	109.87	93.39	16.48	35.92	397	1487
M B-A (-)	0.70	179.045					75.36	134.93	114.69	20.24	44.12	397	1487
Eje 2 y 3	Mo=	255.778											
M B-C (-)	0.65	166.256	0.99	7.64	1.00	1.09	75.36	125.29	106.50	18.79	40.97	397	1487
M B-C (+)	0.35	89.522					75.36	67.46	57.34	10.12	22.06	397	1487
M C-B (-)	0.65	166.256					75.36	125.29	106.50	18.79	40.97	397	1487
Eje A	Mo=	122.816											
M 1-2 (-)	0.16	19.651	0.54	12.06	1.00	1.05	95.24	18.72	15.91	2.81	0.93	238	755
M 1-2 (+)	0.57	70.005					88.71	62.10	52.79	9.32	7.90	238	755
M 2-1 (-)	0.70	85.971					88.71	76.26	64.83	11.44	9.71	238	755
Eje A	Mo=	127.539											
M 2-3 (-)	0.65	82.900	0.54	12.06	1.00	1.05	88.71	73.54	62.51	11.03	9.36	238	755
M 2-3 (+)	0.35	44.639					88.71	39.60	33.66	5.94	5.04	238	755
M 3-2 (-)	0.65	82.900					88.71	73.54	62.51	11.03	9.36	238	755
Eje B	Mo=	235.806											
M 1-2 (-)	0.16	37.729	1.04	7.55	1.00	1.05	88.93	33.55	28.52	5.03	4.18	397	1509
M 1-2 (+)	0.57	134.409					73.71	99.07	84.21	14.86	35.34	397	1509
M 2-1 (-)	0.70	165.064					73.71	121.67	103.42	18.25	43.40	397	1509
Eje B	Mo=	244.875											
M 2-3 (-)	0.65	159.169	1.02	7.55	1.00	1.05	74.28	118.23	100.50	17.73	40.94	397	1509
M 2-3 (+)	0.35	85.706					74.28	63.66	54.11	9.55	22.04	397	1509
M 3-2 (-)	0.65	159.169					74.28	118.23	100.50	17.73	40.94	397	1509
Eje C	Mo=	235.806											
M 1-2 (-)	0.16	37.729	1.04	7.55	1.00	1.05	88.93	33.55	28.52	5.03	4.18	397	1509
M 1-2 (+)	0.57	134.409					73.71	99.07	84.21	14.86	35.34	397	1509
M 2-1 (-)	0.70	165.064					73.71	121.67	103.42	18.25	43.40	397	1509
Eje C	Mo=	244.875											
M 2-3 (-)	0.65	159.169	1.03	7.55	1.00	1.05	74.22	118.13	100.41	17.72	41.03	397	1509
M 2-3 (+)	0.35	85.706					74.22	63.61	54.07	9.54	22.10	397	1509
M 3-2 (-)	0.65	159.169					74.22	118.13	100.41	17.72	41.03	397	1509

Tabla C.7b. Diseño con el método directo.

Elemento	M/R	M/R	ω		ρ		b		As m ²		# Barra	Ab	S	
	Franja de columnas	Franja central	Apendice A		Franja de columnas	Franja central	Franja de	Franja central	Franja de col.	Franja central		m ²	Franja de col.	Franja central
			Franja de columnas	Franja central										
Eje 1														
M A-B (-)	0.0125	0.0013	0.0125	0.0013	0.00180	0.00180	0.75	2.25	0.00016	0.00049	3	0.00007	0.28	0.28
M A-B (+)	0.0418	0.0103	0.0418	0.0103	0.00249	0.00180	0.75	2.25	0.00022	0.00049	3	0.00007	0.24	0.28
M B-A (-)	0.0513	0.0127	0.0513	0.0127	0.00305	0.00180	0.75	2.25	0.00027	0.00049	3	0.00007	0.20	0.28
Eje 1														
M B-C (-)	0.0476	0.0118	0.0476	0.0118	0.00284	0.00180	0.75	2.25	0.00026	0.00049	3	0.00007	0.21	0.28
M B-C (+)	0.0257	0.0063	0.0257	0.0063	0.00180	0.00180	0.75	2.25	0.00016	0.00049	3	0.00007	0.28	0.28
M C-B (-)	0.0476	0.0118	0.0476	0.0118	0.00284	0.00180	0.75	2.25	0.00026	0.00049	3	0.00007	0.21	0.28
Eje 2 y 3														
M A-B (-)	0.0138	0.0030	0.0138	0.0030	0.00180	0.00180	1.25	4.68	0.00027	0.00101	3	0.00007	0.28	0.28
M A-B (+)	0.0415	0.0242	0.0415	0.0242	0.00247	0.00180	1.25	4.68	0.00037	0.00101	3	0.00007	0.24	0.28
M B-A (-)	0.0510	0.0297	0.0510	0.0297	0.00303	0.00180	1.25	4.68	0.00045	0.00101	3	0.00007	0.20	0.28
Eje 2 y 3														
M B-C (-)	0.0473	0.0275	0.0473	0.0275	0.00282	0.00180	1.25	4.68	0.00042	0.00101	3	0.00007	0.21	0.28
M B-C (+)	0.0255	0.0148	0.0255	0.0148	0.00180	0.00180	1.25	4.68	0.00027	0.00101	3	0.00007	0.28	0.28
M C-B (-)	0.0473	0.0275	0.0473	0.0275	0.00282	0.00180	1.25	4.68	0.00042	0.00101	3	0.00007	0.21	0.28
Eje A														
M 1-2 (-)	0.0118	0.0012	0.0118	0.0012	0.00180	0.00180	0.75	2.38	0.00016	0.00051	3	0.00007	0.28	0.28
M 1-2 (+)	0.0391	0.0105	0.0391	0.0105	0.00233	0.00180	0.75	2.38	0.00021	0.00051	3	0.00007	0.26	0.28
M 2-1 (-)	0.0480	0.0129	0.0480	0.0129	0.00286	0.00180	0.75	2.38	0.00026	0.00051	3	0.00007	0.21	0.28
Eje A														
M 2-3 (-)	0.0463	0.0124	0.0463	0.0124	0.00276	0.00180	0.75	2.38	0.00025	0.00051	3	0.00007	0.22	0.28
M 2-3 (+)	0.0249	0.0067	0.0249	0.0067	0.00180	0.00180	0.75	2.38	0.00016	0.00051	3	0.00007	0.28	0.28
M 3-2 (-)	0.0463	0.0124	0.0463	0.0124	0.00276	0.00180	0.75	2.38	0.00025	0.00051	3	0.00007	0.22	0.28
Eje B														
M 1-2 (-)	0.0127	0.0028	0.0127	0.0028	0.00180	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 1-2 (+)	0.0374	0.0234	0.0374	0.0234	0.00223	0.00180	1.25	4.75	0.00033	0.00103	3	0.00007	0.27	0.28
M 2-1 (-)	0.0459	0.0288	0.0459	0.0288	0.00274	0.00180	1.25	4.75	0.00041	0.00103	3	0.00007	0.22	0.28
Eje B														
M 2-3 (-)	0.0447	0.0271	0.0447	0.0271	0.00266	0.00180	1.25	4.75	0.00040	0.00103	3	0.00007	0.22	0.28
M 2-3 (+)	0.0240	0.0146	0.0240	0.0146	0.00180	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 3-2 (-)	0.0447	0.0271	0.0447	0.0271	0.00266	0.00180	1.25	4.75	0.00040	0.00103	3	0.00007	0.22	0.28
Eje C														
M 1-2 (-)	0.0127	0.0028	0.0127	0.0028	0.00180	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 1-2 (+)	0.0374	0.0234	0.0374	0.0234	0.00223	0.00180	1.25	4.75	0.00033	0.00103	3	0.00007	0.27	0.28
M 2-1 (-)	0.0459	0.0288	0.0459	0.0288	0.00274	0.00180	1.25	4.75	0.00041	0.00103	3	0.00007	0.22	0.28
Eje C														
M 2-3 (-)	0.0446	0.0272	0.0446	0.0272	0.00266	0.00180	1.25	4.75	0.00040	0.00103	3	0.00007	0.22	0.28
M 2-3 (+)	0.0240	0.0146	0.0240	0.0146	0.00180	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 3-2 (-)	0.0446	0.0272	0.0446	0.0272	0.00266	0.00180	1.25	4.75	0.00040	0.00103	3	0.00007	0.22	0.28

C.8. Diseño con el método directo del ACI318-11 con $CV=450\text{kgf/cm}^2$

Propiedades de los materiales

Propiedades del concreto

Resistencia a compresión	$f'_c := 250 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f'_c = 2.452 \times 10^4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Módulo de elasticidad	$E := 14000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 221359.436 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$E = 2.171 \times 10^7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Peso	$\gamma_c := 2400 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$	$\gamma_c = 23.536 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Acero de refuerzo

Esfuerzo de fluencia	$f_y := 4200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$	$f_y = 4.119 \times 10^5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
----------------------	--	--

Cargas

Carga muerta adicional	$W_{SD} := 300 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$
Carga viva	$W_L := 450 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$

Dimensiones de las vigas en los ejes 1-6

Peralte	$h_1 := 0.5\text{m}$	Inercia	$I_1 := \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} = 2.604 \times 10^{-3} \text{m}^4$
Ancho	$b_1 := 0.25\text{m}$		

Dimensiones de las vigas en los ejes A-H

Peralte	$h_A := 0.5\text{m}$	Inercia	$I_A := \frac{b_A \cdot h_A^3}{12} = 0.003 \text{m}^4$
Ancho	$b_A := 0.25\text{m}$		

Longitud de las vigas

Del eje 1-2	$L_{12} := 5.75\text{m}$	Del eje A-B	$L_{AB} := 6\text{m}$
Del eje 2-3	$L_{23} := 5.85\text{m}$	Del eje B-C	$L_{BC} := 6\text{m}$

Dimensiones de las columnas

Peralte	$h_c := 0.5\text{m}$	Inercia	$I_c := \frac{b_c \cdot h_c^3}{12} = 0.005 \text{m}^4$
Ancho	$b_c := 0.5\text{m}$		

Alturas de entrapiso

Planta baja	$H_{PB} := 3.5\text{m}$
Nivel 1 y 2	$H_1 := 3.5\text{m}$

Determinación del peralte de la losa

Panel III

Claro A-B $a_{AB} := L_{AB} - b_A = 5.75 \text{ m}$

Claro 2-3 $a_{23} := L_{23} - b_1 = 5.6 \text{ m}$

Relación de claros $\beta_{III} := \frac{a_{23}}{a_{AB}} = 0.974$

Ancho unitario $b_u := 1 \text{ m}$

Factor de resistencia $\phi := 0.75$

Cortante último $V_U := 1.15 \cdot \frac{(1.6W_L + 1.2W_{SD}) \cdot a_{23}}{2} \cdot b_u = 3477.6 \cdot \text{kgf}$ $V_U = 34.104 \cdot \text{kN}$

Cortante resistente $V_C = \phi \cdot b_u \cdot t \cdot 0.5 \cdot \sqrt{f_c}$

$$V_C \geq V_U$$

Peralte $t_{III} := \frac{V_U}{\phi \cdot b_u \cdot 0.5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{250}} = 0.059 \cdot \text{m}$

Tablero IV

Claro B-C $a_{BC} := L_{BC} - b_A = 5.75 \text{ m}$

Claro 2-3 $a_{23} := L_{23} - b_1 = 5.6 \text{ m}$

Relación de claros $\beta_{IV} := \frac{a_{BC}}{a_{23}} = 1.027$

Cortante último $V_U := 1.15 \cdot \frac{(1.6W_L + 1.2W_{SD}) \cdot a_{BC}}{2} \cdot b_u = 3570.75 \cdot \text{kgf}$ $V_U = 35.017 \cdot \text{kN}$

Cortante resistente $V_C = \phi \cdot b_u \cdot t \cdot 0.5 \cdot \sqrt{f_c}$

$$V_C \geq V_U$$

Peralte $t_{IV} := \frac{V_U}{\phi \cdot b_u \cdot 0.5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \sqrt{250}} = 0.06 \cdot \text{m}$

Peralte máximo

Claro libre

$$l_n := a_{23} = 5.6 \text{ m}$$

$$\text{Espesor máximo de la losa } t_{\text{máx}} := \frac{l_n \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36} = 0.171 \text{ m}$$

Peralte de la losa

Puesto que el mayor peralte calculado con base en la resistencia a corte es de 0.06m y el peralte máximo que especifica el ACI318-11 de 0.18m, se propone un valor intermedio t , con el que se determina el peso propio de la losa y se revisa nuevamente la resistencia a corte de la losa por ancho unitario.

$$\text{Espesor propuesto } t := 0.14 \text{ m}$$

$$\text{Peso propio de la losa } W_D := t \cdot \gamma_c = 336 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \quad W_D = 3.295 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Carga viva } W_L = 450 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \quad W_L = 4.413 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Peso total } W_U := 1.6W_L + 1.2(W_D + W_{SD}) = 1483.2 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \quad W_U = 14.545 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Cortante último } V_U := 1.15 \cdot \frac{W_U \cdot a_{BC}}{2} \cdot b_u = 4903.83 \cdot \text{kgf} \quad V_U = 35.017 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Cortante resistente } V_C := \phi \cdot b_u \cdot t \cdot 0.5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \cdot \sqrt{250} = 8300.979 \cdot \text{kgf} \quad V_C = 81.405 \cdot \text{kN}$$

$$V_C \geq V_U \quad \text{ok}$$

Determinación de la relación de rigideces α , de las vigas y la losa

Vigas de borde (eje 1)

Las vigas de los bordes forman parte de las franjas de borde y es están compuestas por las vigas de apoyo y una parte de la losa como se muestra en la Figura C.8.1.

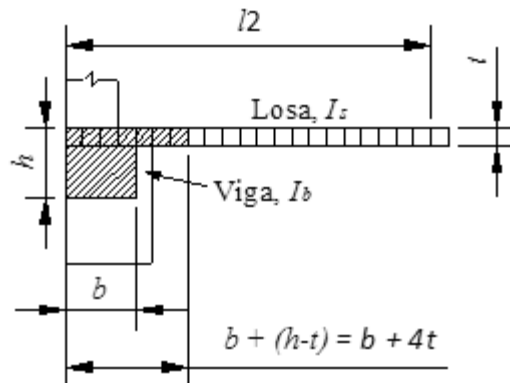


Figura C.8.1. Viga de borde (ACI318-11).

$$l_{21} := 3\text{ m} \quad b_1 = 0.25\text{ m} \quad h_1 = 0.5\text{ m} \quad h := h_1 + t = 0.64\text{ m} \quad b_1 + (h - t) = 0.75\text{ m} \quad b_1 + 4 \cdot t = 0.81\text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_1 := \min[b_1 + (h - t), b_1 + 4t] = 0.75\text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_b := \frac{b_1 \cdot h_1 \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right) + bf_1 \cdot t \cdot \left(h_1 + \frac{t}{2}\right)}{b_1 \cdot h_1 + bf_1 \cdot t} = 0.396\text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b1} := \frac{1}{12} b_1 \cdot h_1^3 + b_1 \cdot h_1 \cdot \left(Y'_b - \frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_1 \cdot t^3 + bf_1 \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_1 - Y'_b)\right]^2 = 861914.493 \cdot \text{cm}^4$$

Inercia de la losa $I_{s1} := \frac{1}{12} l_{21} \cdot t^3 = 68600 \cdot \text{cm}^4$

Relación de rigideces $\alpha_1 := \frac{I_{b1}}{I_{s1}} = 12.564$

Vigas interiores (ejes 2 y 3)

Las vigas interiores están formadas por una parte de la losa de la franja interior de columnas y por las vigas de apoyo como se muestra en la Figura C.8.2.

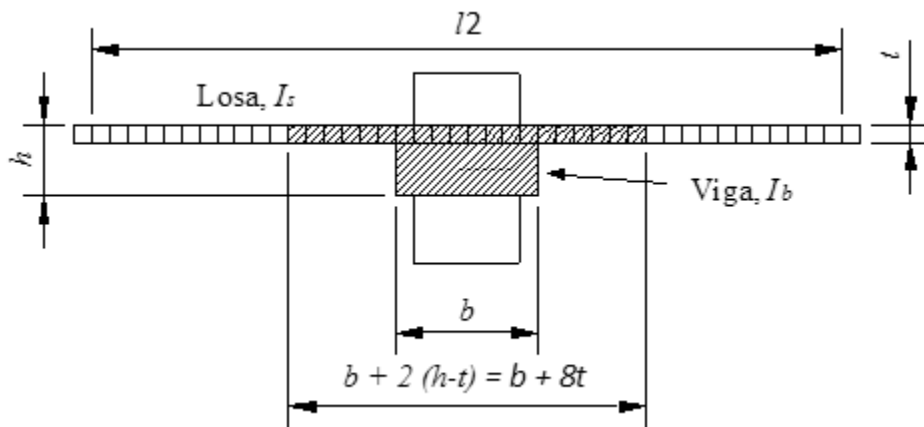


Figura C.8.2. Viga interior (ACI38-11).

$$l_{22} := 5.93\text{ m} \quad b_1 = 0.25\text{ m} \quad h_1 = 0.5\text{ m} \quad h := t + h_1 = 0.64\text{ m} \quad b_1 + 2 \cdot (h - t) = 1.25\text{ m} \quad b_1 + 8 \cdot t = 1.37\text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_2 := \min[b_1 + 2 \cdot (h - t), b_1 + 8 \cdot t] = 1.25\text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en
$$Y'_i := \frac{b_1 \cdot h_1 \cdot \left(\frac{h_1}{2}\right) + bf_2 \cdot t \cdot \left(h_1 + \frac{t}{2}\right)}{b_1 \cdot h_1 + bf_2 \cdot t} = 0.437 \text{ m}$$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b_2} := \frac{1}{12} b_1 \cdot h_1^3 + b_1 \cdot h_1 \cdot \left(Y'_i - \frac{h_1}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_2 \cdot t^3 + bf_2 \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_1 - Y'_i)\right]^2 = 1035666.667 \cdot \text{cm}^4$$

Inercia de la losa
$$I_{s_2} := \frac{1}{12} l_{22} \cdot t^3 = 135599.3333 \cdot \text{cm}^4$$

Relación de rigideces
$$\alpha_2 := \frac{I_{b_2}}{I_{s_2}} = 7.638$$

Vigas de borde (eje A)

Con base en la Figura C.8.1 se definen las vigas en los bordes de los paneles del eje A.

$$l_{2A} := 3.125 \pi \cdot b_A = 0.25 \text{ m} \quad h_A = 0.5 \text{ m} \quad h := h_A + t = 0.64 \text{ m} \quad b_A + (h - t) = 0.75 \text{ m} \\ b_A + 4t = 0.81 \text{ m}$$

Ancho de la viga interior
$$bf_A := \min[b_A + (h - t), b_A + 4t] = 0.75 \text{ m}$$

Eje neutro de la viga se encuentra en
$$Y'_b := \frac{b_A \cdot h_A \cdot \left(\frac{h_A}{2}\right) + bf_A \cdot t \cdot \left(h_A + \frac{t}{2}\right)}{b_A \cdot h_A + bf_A \cdot t} = 0.396 \text{ m}$$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{b_A} := \frac{1}{12} b_A \cdot h_A^3 + b_A \cdot h_A \cdot \left(Y'_b - \frac{h_A}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_A \cdot t^3 + bf_A \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_A - Y'_b)\right]^2 = 0.009 \text{ m}^4$$

Inercia de la losa
$$I_{s_A} := \frac{1}{12} l_{2A} \cdot t^3 = 0.00071 \text{ m}^4$$

Relación de rigideces
$$\alpha_A := \frac{I_{b_A}}{I_{s_A}} = 12.062$$

Vigas interiores (eje B)

Con base en la Figura C.8.2 se definen las vigas interiores del eje B.

$$l_{2B} := 6 \text{ m} \quad b_A = 0.25 \text{ m} \quad h_A = 0.5 \text{ m} \quad h := t + h_A = 0.64 \text{ m}$$

$$b_A + 2 \cdot (h - t) = 1.25 \text{ m}$$

$$b_A + 8 \cdot t = 1.37 \text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_B := \min[b_A + 2 \cdot (h - t), b_A + 8 \cdot t] = 1.25 \text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_i := \frac{b_A \cdot h_A \cdot \left(\frac{h_A}{2}\right) + bf_B \cdot t \cdot \left(h_A + \frac{t}{2}\right)}{b_A \cdot h_A + bf_B \cdot t} = 0.437 \text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{bB} := \frac{1}{12} b_A \cdot h_A^3 + b_A \cdot h_A \cdot \left(Y'_i - \frac{h_A}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_B \cdot t^3 + bf_B \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_A - Y'_i)\right]^2 = 0.01 \text{ m}^4$$

Inercia de la losa $I_{sB} := \frac{1}{12} l_{2B} \cdot t^3 = 0.001 \text{ m}^4$

Relación de rigideces $\alpha_B := \frac{I_{bB}}{I_{sB}} = 7.549$

Vigas interiores (eje C)

Con base en la Figura C.8.2 se definen las vigas interiores del eje C.

$$l_{2C} := 6 \text{ m} \quad b_A = 0.25 \text{ m} \quad h_A = 0.5 \text{ m} \quad h := t + h_A = 0.64 \text{ m}$$

$$b_A + 2 \cdot (h - t) = 1.25 \text{ m}$$

$$b_A + 8 \cdot t = 1.37 \text{ m}$$

Ancho de la viga interior $bf_C := \min[b_A + 2 \cdot (h - t), b_A + 8 \cdot t] = 1.25 \text{ m}$

Eje neutro de la viga se encuentra en $Y'_i := \frac{b_A \cdot h_A \cdot \left(\frac{h_A}{2}\right) + bf_C \cdot t \cdot \left(h_A + \frac{t}{2}\right)}{b_A \cdot h_A + bf_C \cdot t} = 0.437 \text{ m}$

Momento de inercia respecto al eje neutro

$$I_{bC} := \frac{1}{12} b_A \cdot h_A^3 + b_A \cdot h_A \cdot \left(Y'_i - \frac{h_A}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} bf_C \cdot t^3 + bf_C \cdot t \cdot \left[\frac{t}{2} + (h_A - Y'_i)\right]^2 = 0.01 \cdot \text{m}^4$$

Inercia de la losa $I_{sC} := \frac{1}{12} l_{2C} \cdot t^3 = 0.001 \cdot \text{m}^4$

Relación de rigideces $\alpha_C := \frac{I_{bC}}{I_{sC}} = 7.549$

Verificación de la relación de rigidez entre la losa y las vigas

Para el tablero I

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1Ih} &:= L_{AB} = 6 \text{ m} \\l_{2Ih} &:= L_{12} = 5.75 \text{ m} \\ \alpha_{1Ih} &:= \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202 \\ \alpha_{2Ih} &:= \alpha_A + \alpha_B = 19.61 \\ \frac{\alpha_{1Ih} \cdot l_{2Ih}^2}{\alpha_{2Ih} \cdot l_{1Ih}^2} &= 0.946 \quad \text{ok}\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1Iv} &:= L_{12} = 5.75 \text{ m} \\l_{2Iv} &:= L_{AB} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1Iv} &:= \alpha_A + \alpha_B = 19.61 \\ \alpha_{2Iv} &:= \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202 \\ \frac{\alpha_{1Iv} \cdot l_{2Iv}^2}{\alpha_{2Iv} \cdot l_{1Iv}^2} &= 1.057 \quad \text{ok}\end{aligned}$$

Para el tablero II

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1IIh} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\l_{2IIh} &:= L_{12} = 5.75 \text{ m} \\ \alpha_{1IIh} &:= \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202 \\ \alpha_{2IIh} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \frac{\alpha_{1IIh} \cdot l_{2IIh}^2}{\alpha_{2IIh} \cdot l_{1IIh}^2} &= 1.229 \quad \text{ok}\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1IIv} &:= L_{12} = 5.75 \text{ m} \\l_{2IIv} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1IIv} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \alpha_{2IIv} &:= \alpha_1 + \alpha_2 = 20.202 \\ \frac{\alpha_{1IIv} \cdot l_{2IIv}^2}{\alpha_{2IIv} \cdot l_{1IIv}^2} &= 0.814 \quad \text{ok}\end{aligned}$$

Para el tablero III

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1IIIh} &:= L_{AB} = 6 \text{ m} \\l_{2IIIh} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\ \alpha_{1IIIh} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \alpha_{2IIIh} &:= \alpha_A + \alpha_B = 19.61 \\ \frac{\alpha_{1IIIh} \cdot l_{2IIIh}^2}{\alpha_{2IIIh} \cdot l_{1IIIh}^2} &= 0.74 \quad \text{ok}\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1IIIv} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\l_{2IIIv} &:= L_{AB} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1IIIv} &:= \alpha_A + \alpha_B = 19.61 \\ \alpha_{2IIIv} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \frac{\alpha_{1IIIv} \cdot l_{2IIIv}^2}{\alpha_{2IIIv} \cdot l_{1IIIv}^2} &= 1.35 \quad \text{ok}\end{aligned}$$

Para el tablero IV

En dirección horizontal

$$\begin{aligned}l_{1IVh} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\l_{2IVh} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\ \alpha_{1IVh} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275 \\ \alpha_{2IVh} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097\end{aligned}$$

En dirección vertical

$$\begin{aligned}l_{1IVv} &:= L_{23} = 5.85 \text{ m} \\l_{2IVv} &:= L_{BC} = 6 \text{ m} \\ \alpha_{1IVv} &:= \alpha_B + \alpha_C = 15.097 \\ \alpha_{2IVv} &:= \alpha_2 + \alpha_2 = 15.275\end{aligned}$$

$$\frac{\alpha_{1IVh} \cdot l_{2IVh}^2}{\alpha_{2IVh} \cdot l_{1IVh}^2} = 0.962 \text{ ok}$$

$$\frac{\alpha_{1IVv} \cdot l_{2IVv}^2}{\alpha_{2IVv} \cdot l_{1IVv}^2} = 1.04 \text{ ok}$$

En todos los tableros las relaciones de rigidez se encuentran entre 0.2 y 5.

Revisión del peralte mínimo

Tablero III

$$\alpha_{mIII} := \frac{2 \cdot \alpha_2 + \alpha_A + \alpha_B}{4} = 8.721$$

$$l_{nIII} := L_{AB} - b_A = 5.75 \text{ m}$$

$$\beta_{III} = 0.974$$

Peralte mínimo

$$\frac{l_{nIII} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 5\beta_{III} \left[\alpha_{mIII} - 0.12 \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta_{III}}\right) \right]} = 0.082 \text{ m}$$

$$\frac{l_{nIII} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 9\beta_{III}} = 0.141 \text{ m}$$

Peralte máximo

$$\frac{l_{nIII} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36} = 0.176 \text{ m}$$

Tablero IV

$$\alpha_{mIV} := \frac{2 \cdot \alpha_2 + \alpha_B + \alpha_C}{4} = 7.593$$

$$l_{nIV} := L_{BC} - b_A = 5.75 \text{ m}$$

$$\beta_{IV} = 1.027$$

Peralte mínimo

$$\frac{l_{nIV} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 5\beta_{IV} \left[\alpha_{mIV} - 0.12 \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta_{IV}}\right) \right]} = 0.086 \text{ m}$$

$$\frac{l_{nIV} \cdot \left(0.8 + \frac{4200}{14000}\right)}{36 + 9\beta_{IV}} = 0.14 \text{ m}$$

$$\text{Peralte máximo} \quad \frac{\ln_{IV} \left(0.8 + \frac{4200}{14000} \right)}{36} = 0.176 \text{ m}$$

El espesor propuesto es adecuado $t = 0.14 \text{ m}$

Verificación de las limitaciones del método directo

- En cada dirección se tienen al menos tres paneles continuos.
- La relación entre claro largo y corto es menor a 2.

$$\frac{L_{BC}}{L_{12}} = 1.043$$

- Las columnas no están desalineadas.
- Los claros en cada dirección no difieren en más de la tercera parte del mayor de ellos.
- Las cargas están uniformemente distribuidas.
- La relación entre carga viva y carga muerta es menor a 3.

$$\frac{W_L}{(W_D + W_{SD})} = 0.708$$

- Verificación de la rigidez

$$\text{En todos los tableros se cumple con:} \quad 0.2 < \frac{\alpha_1 \cdot l_2^2}{\alpha_2 \cdot l_1^2} < 5$$

Revisión de los efectos desfavorables de las cargas

$$\text{Carga muerta} \quad W_D + W_{SD} = 636 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Carga viva} \quad W_L = 450 \cdot \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Relación de cargas} \quad \beta_a := \frac{W_D + W_{SD}}{W_L} = 1.413 < 2$$

$$\text{Inercia de las columnas} \quad I_c = 0.005 \text{ m}^4$$

$$k_c := \frac{I_c}{H_1} = 1.488 \times 10^{-3} \cdot \text{m}^3$$

Eje A, columna 1

$$\text{Dirección horizontal} \quad \alpha_{cA1h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b1} + I_{s1}}{L_{AB}}} = 1.919$$

$$\frac{l_{21}}{L_{AB}} = 0.5 \quad \alpha_1 = 12.564$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cA1v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_A} + I_{s_A}}{L_{12}}} = 1.833$$

$$\frac{l_{2A}}{L_{12}} = 0.543 \quad \alpha_A = 12.062$$

Eje B, columna 1

Dirección horizontal

$$\alpha_{cB1h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_1} + I_{s_1}}{L_{AB}} + \frac{I_{b_1} + I_{s_1}}{L_{BC}}} = 0.96$$

$$\frac{l_{21}}{L_{BC}} = 0.5 \quad \alpha_1 = 12.564$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cB1v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_B} + I_{s_B}}{L_{12}}} = 1.459$$

$$\frac{l_{2B}}{L_{12}} = 1.043 \quad \alpha_B = 7.549$$

Eje C, columna 1

Dirección horizontal

$$\alpha_{cC1h} := \frac{2 \cdot k_c}{2 \frac{I_{b_1} + I_{s_1}}{L_{BC}}} = 0.96$$

$$\alpha_1 = 12.564$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cC1v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_C} + I_{s_C}}{L_{12}}} = 1.459$$

$$\alpha_C = 7.549$$

Eje A, columna 2

Dirección horizontal

$$\alpha_{cA2h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{AB}}} = 1.525$$

$$\frac{l_{22}}{L_{AB}} = 0.988 \quad \alpha_2 = 7.638$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cA2v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_A} + I_{s_A}}{L_{12}} + \frac{I_{b_A} + I_{s_A}}{L_{23}}} = 0.925$$

$$\frac{l_{2A}}{L_{23}} = 0.534 \quad \alpha_A = 12.062$$

Eje B, columna 2

Dirección horizontal

$$\alpha_{cB2h} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{AB}} + \frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{BC}}} = 0.762$$

$$\frac{l_{22}}{L_{AB}} = 0.988 \quad \alpha_2 = 7.638$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cB2v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_B} + I_{s_B}}{L_{12}} + \frac{I_{b_B} + I_{s_B}}{L_{23}}} = 0.736$$

$$\frac{l_{2B}}{L_{23}} = 1.026 \quad \alpha_B = 7.549$$

Eje C, columna 2

Dirección horizontal

$$\alpha_{cC2h} := \frac{2 \cdot k_c}{2 \frac{I_{b_2} + I_{s_2}}{L_{BC}}} = 0.762$$

$$\alpha_2 = 7.638$$

Dirección vertical

$$\alpha_{cC2v} := \frac{2 \cdot k_c}{\frac{I_{b_C} + I_{s_C}}{L_{12}} + \frac{I_{b_C} + I_{s_C}}{L_{23}}} = 0.736$$

$$\alpha_C = 7.549$$

Puesto que todos los valores de α son mayores a 4 no es necesario aumentar los momentos positivos:

$$\alpha_{\min} := 0$$

Momento estático total

Momento en las vigas de los ejes 1-3

Eje 1, claros A-B

$$l_{n1AB} := L_{AB} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{1A} := \frac{W_U \cdot l_{21} \cdot l_{n1AB}^2}{8} = 16825.05 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{1A} = 164.997 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje 1, claros B-C

$$l_{n1BC} := L_{BC} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{1B} := \frac{W_U \cdot l_{21} \cdot l_{n1BC}^2}{8} = 16825.05 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{1B} = 164.997 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje 2, claros A-B

$$l_{n2AB} := L_{AB} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{2A} := \frac{W_U \cdot l_{22} \cdot l_{n2AB}^2}{8} = 33257.515 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{2A} = 326.145 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje 2, claros B-C

$$l_{n2BC} := L_{BC} - b_c = 5.5 \text{ m}$$

$$Mo_{2B} := \frac{W_U \cdot l_{22} \cdot l_{n2BC}^2}{8} = 33257.515 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{2A} = 326.145 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento en las vigas de los ejes A-C

Eje A, claros 1-2

$$l_{nA12} := L_{12} - b_c = 5.25 \text{ m}$$

$$Mo_{A1} := \frac{W_U \cdot l_{2A} \cdot l_{nA12}^2}{8} = 15969.023 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{A1} = 156.603 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje A, claro 2-3

$$l_{nA23} := L_{23} - b_c = 5.35 \text{ m}$$

$$Mo_{A2} := \frac{W_U \cdot l_{2A} \cdot l_{nA23}^2}{8} = 16583.161 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$$

$$Mo_{A2} = 162.625 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje B, claros 1-2

$$l_{nB12} := L_{12} - b_c = 5.25 \text{ m}$$

$$M_{oB1} := \frac{W_U \cdot l_{2B} \cdot l_{nB12}^2}{8} = 30660.525 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oB1} = 300.677 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje B, claro 2-3

$$l_{nB23} := L_{23} - b_c = 5.35 \text{ m}$$

$$M_{oB2} := \frac{W_U \cdot l_{2B} \cdot l_{nB23}^2}{8} = 31839.669 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oB2} = 312.24 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Eje C, claros 1-2

$$l_{nC12} := L_{12} - b_c = 5.25 \text{ m}$$

$$M_{oC1} := \frac{W_U \cdot l_{2C} \cdot l_{nC12}^2}{8} = 30660.525 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oC1} = 300.677 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

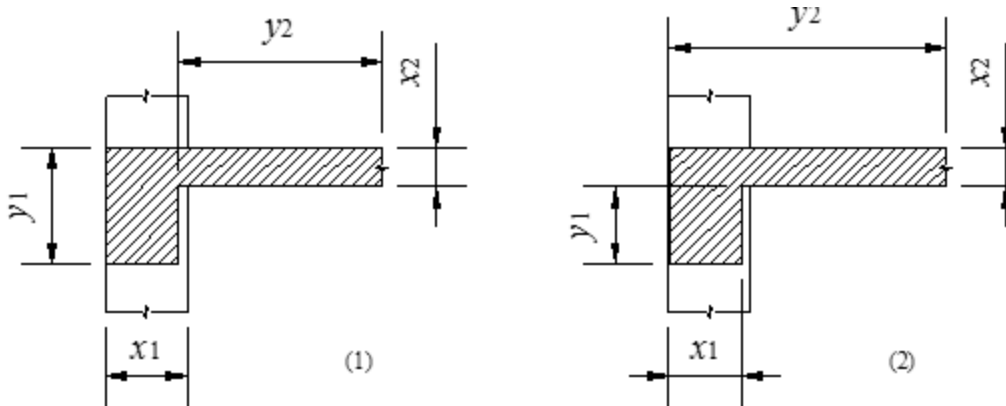
Eje C, claro 2-3

$$l_{nC23} := L_{23} - b_c = 5.35 \text{ m}$$

$$M_{oC2} := \frac{W_U \cdot l_{2C} \cdot l_{nC23}^2}{8} = 31839.669 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad M_{oC2} = 312.24 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Distribución de los momentos longitudinales en las franjas

Para determinar la constante de torsión las vigas de borde e interiores se pueden dividir en secciones como se muestra en la Figura C.8.3.



Usar el valor mas grande de C obtenido de (1) o (2)

Figura C.8.3. Secciones para determinar la constante C.

Constante de torsión C

Vigas del eje 1, caso (1)

$$C_{1c1} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_1}{h_1 + t} \right) \cdot \frac{b_1^3 \cdot (h_1 + t)}{3} + \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t}{(bf_1 - b_1)} \right] \cdot \frac{t^3 \cdot (bf_1 - b_1)}{3} = 0.003 \text{ m}^4$$

Vigas del eje 1, caso (2)

$$C_{1c2} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_1}{h_1}\right) \cdot \frac{b_1^3 \cdot h_1}{3} + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{t}{bf_1}\right) \cdot \frac{t^3 \cdot bf_1}{3} = 0.002 \text{ m}^4$$

$$C_1 := \max(C_{1c1}, C_{1c2}) = 2.89 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Vigas del eje A, caso (1)

$$C_{Ac1} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_A}{h_A + t}\right) \cdot \frac{b_A^3 \cdot (h_A + t)}{3} + \left[1 - 0.63 \cdot \frac{t}{(bf_A - b_A)}\right] \cdot \frac{t^3 \cdot (bf_A - b_A)}{3} = 0.003 \text{ m}^4$$

Vigas del eje A, caso (2)

$$C_{Ac2} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{b_A}{h_A}\right) \cdot \frac{b_A^3 \cdot h_A}{3} + \left(1 - 0.63 \cdot \frac{t}{bf_A}\right) \cdot \frac{t^3 \cdot bf_A}{3} = 0.002 \text{ m}^4$$

$$C_A := \max(C_{Ac1}, C_{Ac2}) = 0.003 \text{ m}^4$$

Para la franja 1

$$\text{Inercia de la losa} \quad I_{S1} := \frac{L_{12} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4$$

$$\beta_{t1} := \frac{C_1}{2I_{S1}} = 1.099$$

Para las franjas 2 y 3

$$\text{Inercia de la losa} \quad I_{S2} := \frac{(L_{12} + L_{23}) \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4$$

$$\beta_{t2} := \frac{C_1}{2I_{S2}} = 1.089$$

Para la franja A

$$\text{Inercia de la losa} \quad I_{SA} := \frac{L_{AB} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4$$

$$\beta_{tA} := \frac{C_A}{2I_{SA}} = 1.053$$

Para la franja B

$$I_{SB} := \frac{\frac{(L_{AB} + L_{BC})}{2} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4$$

$$\beta_{tB} := \frac{C_A}{2I_{SB}} = 1.053$$

Para la franja C

$$I_{SC} := \frac{\frac{(L_{BC} + L_{BC})}{2} \cdot t^3}{12} = 0.001 \text{ m}^4$$

$$\beta_{tC} := \frac{C_A}{2I_{SC}} = 1.053$$

Porcentajes de momento en las franjas

$$\text{Momento negativo en apoyo exterior} \quad 100 - 10\beta_{tC} + 12\beta_{tC} \cdot \left(\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (\%)$$

Si $b_t > 2.5$ usar 2.5

$$\text{Momento positivo} \quad 60 + 30 \cdot \left(\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1.5 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (\%)$$

$$\text{Momento negativo en apoyo interior} \quad 75 + 30 \cdot \left(\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} \right) \cdot \left(1 - \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (\%)$$

Si $\alpha \cdot \frac{l_2}{l_1} > 1$ usar 1 en las 3 ecuaciones anteriores

Distribución de momentos

La distribución de los momentos se encuentra en la Tabla C.8a.

Acero de refuerzo

Factor de resistencia a flexión $\phi := 0.9$

Espesor efectivo de la losa $d := t - 2\text{cm} = 0.12 \text{ m}$

Área de una barra de 3/8 $A_b := 0.71\text{cm}^2 = 7.1 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

Cuantía mínima $\rho_{\min} := 0.0018$

Cuantía de acero balanceado $\rho_b := \frac{0.85 \cdot f'_c}{f_y} \cdot \frac{6000}{6000 + 4200} = 0.03$

Cuantía máxima $\rho_{\max} := 0.75 \cdot \rho_b = 0.022$

Cuantía $\rho := \frac{\omega \cdot f'c}{f_y}$

Separación máxima $S_{\text{maax}} := 2 \cdot t = 0.28 \text{ m}$

Eje 1

Losa en franja de columnas

Franja de columna $b_{F1c} := bf_1 = 0.75 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{F1c} := \phi \cdot b_{F1c} \cdot d^2 \cdot f'c = 24300 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F1c} = 238.302 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{\text{minF1c}}} := \rho_{\text{min}} \cdot b_{F1c} \cdot d = 1.62 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{F1c} := \frac{b_{F1c} \cdot A_b}{A_{s_{\text{minF1c}}}} = 0.329 \text{ m}$

Losa en franja central

Franja de columna $b_{F1} := l_{21} - bf_1 = 2.25 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{F1} := \phi \cdot b_{F1} \cdot d^2 \cdot f'c = 72900 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F1} = 714.905 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{\text{minF1}}} := \rho_{\text{min}} \cdot b_{F1} \cdot d = 4.86 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{F1} := \frac{b_{F1} \cdot A_b}{A_{s_{\text{minF1}}}} = 0.329 \text{ m}$

Eje 2 y 3

Losa en franja de columnas

Franja de columna $b_{F2c} := bf_2 = 1.25 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{F2c} := \phi \cdot b_{F2c} \cdot d^2 \cdot f'c = 40500 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F2c} = 397.169 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{\text{minF2c}}} := \rho_{\text{min}} \cdot b_{F2c} \cdot d = 2.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{F2c} := \frac{b_{F2c} \cdot A_b}{A_{s_{\text{minF2c}}}} = 0.329 \text{ m}$

Losa en franja central

Franja de columna $b_{F2} := l_{22} - bf_2 = 4.68 \text{ m}$

Resistencia a flexión $R_{F2} := \phi \cdot b_{F2} \cdot d^2 \cdot f'c = 151632 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m} \quad R_{F2} = 1.487 \times 10^3 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Área de acero mínima $A_{s_{\text{minF2}}} := \rho_{\text{min}} \cdot b_{F2} \cdot d = 1.011 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Separación de las barras $s_{F2} := \frac{b_{F2} \cdot A_b}{A_{s_{\text{minF2}}}} = 0.329 \text{ m}$

Eje A

Losa en franja de columnas

Franja de columna	$b_{FAc} := bf_A = 0.75 \text{ m}$	
Resistencia a flexión	$R_{FAc} := \phi \cdot b_{FAc} \cdot d^2 \cdot f'_c = 24300 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$	$R_{FAc} = 238.302 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min FAc}} := \rho_{\min} \cdot b_{FAc} \cdot d = 1.62 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	
Separación de las barras	$s_{FAc} := \frac{b_{FAc} \cdot A_b}{A_{s_{\min FAc}}} = 0.329 \text{ m}$	

Losa en franja central

Franja de columna	$b_{FA} := l_{2A} - bf_A = 2.375 \text{ m}$	
Resistencia a flexión	$R_{FA} := \phi \cdot b_{FA} \cdot d^2 \cdot f'_c = 76950 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$	$R_{FA} = 754.622 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min FA}} := \rho_{\min} \cdot b_{FA} \cdot d = 5.13 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	
Separación de las barras	$s_{FA} := \frac{b_{FA} \cdot A_b}{A_{s_{\min FA}}} = 0.329 \text{ m}$	

Eje B y C

Losa en franja de columnas

Franja de columna	$b_{FBc} := bf_B = 1.25 \text{ m}$	
Resistencia a flexión	$R_{FBc} := \phi \cdot b_{FBc} \cdot d^2 \cdot f'_c = 40500 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$	$R_{FBc} = 397.169 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min FBc}} := \rho_{\min} \cdot b_{FBc} \cdot d = 2.7 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	
Separación de las barras	$s_{FBc} := \frac{b_{FBc} \cdot A_b}{A_{s_{\min FBc}}} = 0.329 \text{ m}$	

Losa en franja central

Franja de columna	$b_{FB} := l_{2B} - bf_B = 4.75 \text{ m}$	
Resistencia a flexión	$R_{FB} := \phi \cdot b_{FB} \cdot d^2 \cdot f'_c = 153900 \cdot \text{kgf} \cdot \text{m}$	$R_{FB} = 1509.243 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$
Área de acero mínima	$A_{s_{\min FB}} := \rho_{\min} \cdot b_{FB} \cdot d = 1.026 \times 10^{-3} \text{ m}^2$	
Separación de las barras	$s_{FB} := \frac{b_{FB} \cdot A_b}{A_{s_{\min FB}}} = 0.329 \text{ m}$	

Los resultados del diseño se encuentran tabulados en la Tabla C.8b.

Tabla C.8a. Diseño con el método directo.

Elemento	Factor de distribución	Momento (kN m)	l_2/l_1	α	$\alpha(l_2/l_1)$	β_t	Momento en la franja de columna		Momento en la viga	Momento en losa fr. Col.	Momento en la franja central	R	
			De las franjas de losa	I_b/I_s	%	(kN m)	(kN m)	(kN m)	(kN m)	(kN m)	F. columna	F. central	
Eje 1	Mo=	164.997											
M A-B (-)	0.16	26.400	0.50	12.56	1.00	1.10	95.60	25.24	21.45	3.79	1.16	238	715
M A-B (+)	0.57	94.049					90.00	84.64	71.95	12.70	9.40	238	715
M B-A (-)	0.70	115.498					90.00	103.95	88.36	15.59	11.55	238	715
Eje 1	Mo=	164.997											
M B-C (-)	0.65	107.248	0.50	12.56	1.00	1.10	90.00	96.52	82.04	14.48	10.72	238	715
M B-C (+)	0.35	57.749					90.00	51.97	44.18	7.80	5.77	238	715
M C-B (-)	0.65	107.248					90.00	96.52	82.04	14.48	10.72	238	715
Eje 2 y 3	Mo=	326.145											
M A-B (-)	0.16	52.183	0.99	7.64	1.00	1.09	89.27	46.58	39.59	6.99	5.60	397	1487
M A-B (+)	0.57	185.903					75.36	140.10	119.08	21.01	45.81	397	1487
M B-A (-)	0.70	228.301					75.36	172.05	146.24	25.81	56.25	397	1487
Eje 2 y 3	Mo=	326.145											
M B-C (-)	0.65	211.994	0.99	7.64	1.00	1.09	75.36	159.76	135.79	23.96	52.24	397	1487
M B-C (+)	0.35	114.151					75.36	86.02	73.12	12.90	28.13	397	1487
M C-B (-)	0.65	211.994					75.36	159.76	135.79	23.96	52.24	397	1487
Eje A	Mo=	156.603											
M 1-2 (-)	0.16	25.056	0.54	12.06	1.00	1.05	95.24	23.86	20.29	3.58	1.19	238	755
M 1-2 (+)	0.57	89.263					88.71	79.19	67.31	11.88	10.08	238	755
M 2-1 (-)	0.70	109.622					88.71	97.25	82.66	14.59	12.38	238	755
Eje A	Mo=	162.625											
M 2-3 (-)	0.65	105.706	0.54	12.06	1.00	1.05	88.71	93.77	79.71	14.07	11.93	238	755
M 2-3 (+)	0.35	56.919					88.71	50.49	42.92	7.57	6.43	238	755
M 3-2 (-)	0.65	105.706					88.71	93.77	79.71	14.07	11.93	238	755
Eje B	Mo=	300.677											
M 1-2 (-)	0.16	48.108	1.04	7.55	1.00	1.05	88.93	42.78	36.36	6.42	5.33	397	1509
M 1-2 (+)	0.57	171.386					73.71	126.33	107.38	18.95	45.06	397	1509
M 2-1 (-)	0.70	210.474					73.71	155.14	131.87	23.27	55.33	397	1509
Eje B	Mo=	312.240											
M 2-3 (-)	0.65	202.956	1.02	7.55	1.00	1.05	74.28	150.76	128.14	22.61	52.20	397	1509
M 2-3 (+)	0.35	109.284					74.28	81.18	69.00	12.18	28.11	397	1509
M 3-2 (-)	0.65	202.956					74.28	150.76	128.14	22.61	52.20	397	1509
Eje C	Mo=	300.677											
M 1-2 (-)	0.16	48.108	1.04	7.55	1.00	1.05	88.93	42.78	36.36	6.42	5.33	397	1509
M 1-2 (+)	0.57	171.386					73.71	126.33	107.38	18.95	45.06	397	1509
M 2-1 (-)	0.70	210.474					73.71	155.14	131.87	23.27	55.33	397	1509
Eje C	Mo=	312.240											
M 2-3 (-)	0.65	202.956	1.03	7.55	1.00	1.05	74.22	150.63	128.04	22.60	52.32	397	1509
M 2-3 (+)	0.35	109.284					74.22	81.11	68.94	12.17	28.17	397	1509
M 3-2 (-)	0.65	202.956					74.22	150.63	128.04	22.60	52.32	397	1509

Tabla C.8b. Diseño con el método directo.

Elemento	M/R	M/R	ω		ρ		b		As		# Barra	Ab	S	
	Franja de columnas	Franja central	Apendice A		Franja de columnas	Franja central	Franja de columnas	Franja central	m ²			m ²	m	
			Franja de columnas	Franja central					Franja de columnas	Franja central			Franja de col.	Franja central
Eje 1														
M A-B (-)	0.0159	0.0016	0.0159	0.0016	0.00180	0.00180	0.75	2.25	0.00016	0.00049	3	0.00007	0.28	0.28
M A-B (+)	0.0533	0.0132	0.0533	0.0132	0.00317	0.00180	0.75	2.25	0.00029	0.00049	3	0.00007	0.19	0.28
M B-A (-)	0.0654	0.0162	0.0654	0.0162	0.00389	0.00180	0.75	2.25	0.00035	0.00049	3	0.00007	0.20	0.28
Eje 1														
M B-C (-)	0.0608	0.0150	0.0608	0.0150	0.00362	0.00180	0.75	2.25	0.00033	0.00049	3	0.00007	0.16	0.28
M B-C (+)	0.0327	0.0081	0.0327	0.0081	0.00195	0.00180	0.75	2.25	0.00018	0.00049	3	0.00007	0.28	0.28
M C-B (-)	0.0608	0.0150	0.0608	0.0150	0.00362	0.00180	0.75	2.25	0.00033	0.00049	3	0.00007	0.16	0.28
Eje 2 y 3														
M A-B (-)	0.0176	0.0038	0.0176	0.0038	0.00180	0.00180	1.25	4.68	0.00027	0.00101	3	0.00007	0.28	0.28
M A-B (+)	0.0529	0.0308	0.0529	0.0308	0.00315	0.00183	1.25	4.68	0.00047	0.00103	3	0.00007	0.19	0.28
M B-A (-)	0.0650	0.0378	0.0650	0.0378	0.00387	0.00225	1.25	4.68	0.00058	0.00126	3	0.00007	0.15	0.26
Eje 2 y 3														
M B-C (-)	0.0603	0.0351	0.0603	0.0351	0.00359	0.00209	1.25	4.68	0.00054	0.00117	3	0.00007	0.17	0.28
M B-C (+)	0.0325	0.0189	0.0325	0.0189	0.00193	0.00180	1.25	4.68	0.00029	0.00101	3	0.00007	0.28	0.28
M C-B (-)	0.0603	0.0351	0.0603	0.0351	0.00359	0.00209	1.25	4.68	0.00054	0.00117	3	0.00007	0.17	0.28
Eje A														
M 1-2 (-)	0.0150	0.0016	0.0150	0.0016	0.00180	0.00180	0.75	2.38	0.00016	0.00051	3	0.00007	0.28	0.28
M 1-2 (+)	0.0498	0.0134	0.0498	0.0134	0.00297	0.00180	0.75	2.38	0.00027	0.00051	3	0.00007	0.20	0.28
M 2-1 (-)	0.0612	0.0164	0.0612	0.0164	0.00364	0.00180	0.75	2.38	0.00033	0.00051	3	0.00007	0.16	0.28
Eje A														
M 2-3 (-)	0.0590	0.0158	0.0590	0.0158	0.00351	0.00180	0.75	2.38	0.00032	0.00051	3	0.00007	0.17	0.28
M 2-3 (+)	0.0318	0.0085	0.0318	0.0085	0.00189	0.00180	0.75	2.38	0.00017	0.00051	3	0.00007	0.28	0.28
M 3-2 (-)	0.0590	0.0158	0.0590	0.0158	0.00351	0.00180	0.75	2.38	0.00032	0.00051	3	0.00007	0.17	0.28
Eje B														
M 1-2 (-)	0.0162	0.0035	0.0162	0.0035	0.00180	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 1-2 (+)	0.0477	0.0299	0.0477	0.0299	0.00284	0.00180	1.25	4.75	0.00043	0.00103	3	0.00007	0.21	0.28
M 2-1 (-)	0.0586	0.0367	0.0586	0.0367	0.00349	0.00218	1.25	4.75	0.00052	0.00124	3	0.00007	0.17	0.27
Eje B														
M 2-3 (-)	0.0569	0.0346	0.0569	0.0346	0.00339	0.00206	1.25	4.75	0.00051	0.00117	3	0.00007	0.18	0.28
M 2-3 (+)	0.0307	0.0186	0.0307	0.0186	0.00182	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 3-2 (-)	0.0569	0.0346	0.0569	0.0346	0.00339	0.00206	1.25	4.75	0.00051	0.00117	3	0.00007	0.18	0.28
Eje C														
M 1-2 (-)	0.0162	0.0035	0.0162	0.0035	0.00180	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 1-2 (+)	0.0477	0.0299	0.0477	0.0299	0.00284	0.00180	1.25	4.75	0.00043	0.00103	3	0.00007	0.21	0.28
M 2-1 (-)	0.0586	0.0367	0.0586	0.0367	0.00349	0.00218	1.25	4.75	0.00052	0.00124	3	0.00007	0.17	0.27
Eje C														
M 2-3 (-)	0.0569	0.0347	0.0569	0.0347	0.00339	0.00206	1.25	4.75	0.00051	0.00118	3	0.00007	0.18	0.28
M 2-3 (+)	0.0306	0.0187	0.0306	0.0187	0.00182	0.00180	1.25	4.75	0.00027	0.00103	3	0.00007	0.28	0.28
M 3-2 (-)	0.0569	0.0347	0.0569	0.0347	0.00339	0.00206	1.25	4.75	0.00051	0.00118	3	0.00007	0.18	0.28