

Disminución del riesgo electoral mediante un algoritmo híbrido

Eric Alfredo Rincón García*

Luis Fernando Magno Rico**

Fecha de recepción: 13 de abril de 2012

Fecha de aceptación: 7 de diciembre de 2012

* Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.
División de Ciencias Básicas e Ingeniería.
Departamento de Sistemas
rigaeral@correo.azc.uam.mx

** Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco.
División de Ciencias Básicas e Ingeniería.
Departamento de Sistemas
cachito_uam@hotmail.com

Resumen

El diseño de zonas electorales es un problema difícil de resolver que ha sido estudiado tanto por su complejidad computacional como por su influencia en los resultados de los procesos electorales. Para promover procesos democráticos se han establecido diferentes criterios que deben satisfacerse como son el equilibrio poblacional, la conexidad y la compactidad geométrica. En este artículo se propone un algoritmo, basado en técnicas heurísticas, capaz de generar zonas electorales que cumplen con estos criterios. Esta propuesta fue aplicada en el Estado de México, y los resultados obtenidos muestran que el algoritmo favorece la creación de zonas de alta calidad.

Clasificación JEL: C15, C44 y C63.

Palabras clave: Simulated annealing, Gerrymandering, Multiple criteria districting problems.

Reduction of Electoral Risk by Means of a Hybrid Algorithm

Abstract

Redistricting is a complex problem in which democracy of the electoral processes is promoted by some constraints such as population balance, contiguity and compactness. In this paper we solve the problem by means of a novel hybrid algorithm based in two heuristics techniques. This algorithm was applied in a real example in Estado de Mexico. The results show that the new algorithm favors the creation of high quality districts.

JEL Classification: C15, C44, and C63.

Key words: *Multiple criteria districting problems, Gerrymandering, Simulated Annealing.*

1. Introducción

El diseño de zonas ocurre cuando se deben agrupar unidades geográficas (UG), generalmente unidades administrativas, en un número predeterminado de zonas. Está presente en diferentes tareas geográficas y requiere tomar en cuenta múltiples objetivos, los cuales pueden estar en competencia o conflicto unos con otros, por lo que encontrar una solución capaz de satisfacer de forma óptima cada uno de ellos puede resultar imposible.

El diseño de zonas aparece en diversas aplicaciones como son la creación de zonas escolares (DesJardins *et al*, 2006), territorios de ventas (Tavares-Pereira *et al*, 2007), áreas de servicios y mantenimiento (Shortt *et al*, 2005) y uso de tierras (Shirabe, 2005). Sin embargo, el caso más conocido es el diseño de zonas electorales también llamado distritación política (Gutiérrez y Rincón, 2009), que se ha analizado principalmente por su influencia en las elecciones políticas. Se han propuesto diferentes normas que regulan la construcción de las zonas y que buscan evitar la manipulación de las mismas a favor o en contra de algún partido, candidato o sector social. En México, en el 2004, el Instituto Federal Electoral (IFE) realizó un proceso de distritación para el ejercicio electoral llevado a cabo en el 2006. Durante esta etapa el IFE buscó consolidar la credibilidad que había logrado en los procesos de 1996. Para lo cual se contrataron a especialistas en distintas áreas como demografía, modelos matemáticos, sistemas de información geográfica, computación, y se promovió la participación directa de representantes de los diferentes partidos políticos. Uno de los resultados obtenidos fue la creación de un algoritmo basado en la técnica heurística recocido simulado (RS), que diseña las zonas electorales de forma automatizada considerando los criterios establecidos en el acuerdo del Consejo General del IFE CG-104-2004.

Sin embargo, la creación de nuevas técnicas heurísticas abre el camino para iniciar una investigación hacia la obtención de algoritmos capaces de mejorar la calidad de las zonas electorales obtenidas hasta el momento. Lamentablemente la información necesaria para realizar un análisis profundo, incluso en sólo un estado, requeriría de un largo proceso, por lo cual fue nece-

sario acotar el área de estudio. En este trabajo se propone el uso combinado de dos técnicas heurísticas para obtener diferentes planes de distritación con zonas de buena calidad, tomando en cuenta tres de los criterios considerados por el IFE: conexidad, compacidad geométrica y equilibrio poblacional, considerados como imprescindibles en todo proceso político democrático.

En la siguiente sección se describen algunos de los riesgos inherentes a todo proceso de distritación. En la sección 2 se indican las características más importantes que dificultan el diseño de zonas electorales. En la sección 3 se presentan el modelo y el algoritmo propuestos en este trabajo para promover la construcción de zonas con las características mencionadas en el párrafo anterior. En la sección 4 se describe la aplicación realizada y se analizan los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

2. Riesgos en el proceso de distritación

Los riesgos de un proceso de distritación suelen asociarse a la falta de representación de los ciudadanos, al violar el principio de un hombre un voto, y a la manipulación conocida como *gerrymandering*, que consiste en la alteración de los distritos para favorecer a un partido o candidato, dando como resultado zonas con formas retorcidas. Sin embargo, las posibilidades de alteraciones de este tipo fueron minimizadas mediante la participación de grupos multidisciplinares y de los partidos políticos, en el proceso de creación de los 300 distritos electorales que fueron empleados en los ejercicios políticos del 2006 y 2012. Los distritos obtenidos cumplían con las restricciones establecidas por el IFE, con lo cual se establecieron las bases para realizar un proceso democrático. Sin embargo, los efectos de un mal diseño van más allá de los resultados electorales, y en ese sentido aún queda mucho trabajo por realizar. Uno de los puntos que sobresale en la actual distritación es la formación de zonas que incluyen diferentes etnias sin tomar en cuenta su identidad cultural y relaciones históricas, como ocurre en el estado de Chiapas (López, 2006).

En estos casos resulta razonable suponer que el representante político de dicha zona no se identificará con todos los sectores sociales que la constituyen, y por lo tanto no concentrará su atención y energía de manera uniforme entre las diferentes áreas que forman su distrito electoral. Así, podría canalizar los recursos de manera parcial perjudicando a algunas regiones. Es claro que una historia semejante puede presentarse en todo el país, aunque con matices más sutiles, donde las diferencias pueden provenir no sólo de factores culturales sino partidistas, económicos, religiosos, etc.

De hecho, el “Diagnóstico sobre la vulnerabilidad político electoral de los programas sociales federales” realizado por el Proyecto de Protección de los Programas Sociales Federales (2006) reconoce que, entre las variables clave para la asignación del gasto gubernamental, se encuentra la geografía electoral. Los políticos en el poder distribuyen el gasto público dando mayor importancia a las coaliciones políticas existentes, y a ganar la preferencia de aquellos electores que no deciden aún su voto que a las necesidades reales de la población. Este comportamiento se retroalimenta cuando el electorado vota en respuesta al desempeño gubernamental, premiando o castigando al gobierno, o partido al que representa, por buenos o malos resultados. Esto significa que el gobierno, o representante político de una zona, se convierte en un jugador indirecto de las elecciones, que busca ser premiado por los electores. Nuevamente, la asignación política o partidista de los recursos puede poner en grave riesgo áreas de marginación elevada o con altos índices de pobreza.

Por lo anterior es necesario establecer modelos capaces de evitar, o al menos minimizar, la presencia de distritos con diferencias que puedan promover la marginación de algunos grupos sociales. Un acercamiento hacia la construcción de distritos socialmente equívocos consistió en la división entre zonas urbanas y rurales tomada en cuenta por el IFE, pero los resultados aún requieren mejoras que implicarán agregar objetivos y restricciones al modelo del problema, con lo cual aumentará su complejidad computacional. Por lo tanto, eventualmente será necesario contar con herramientas capaces de construir zonas de mejor calidad. En este sentido, se toma como punto de partida el modelo propuesto por el IFE en el último proceso de distritación y se construye un algoritmo que genera mejores distritos que los obtenidos mediante la técnica de recocido simulado tradicional.

3. Complejidad

La búsqueda de zonas que contengan el mismo número de habitantes permite que los electores tengan un voto con el mismo peso o igualdad en la elección. Las zonas electorales que tienen una gran variación en su población (condición referida como mala distribución) violan el principio “un hombre, un voto” central en toda democracia.

Por lo tanto, las zonas electorales deben ser rediseñadas periódicamente, debido a los cambios constantes en la población o en los límites administra-

tivos. Por ejemplo, puede ser necesario rediseñar un área de votación si la población del área se ha expandido mucho y no es posible mantener un solo recinto de votación o, el área de votación ha perdido población y ya no es práctico seguir teniendo en función esa zona.

Sin embargo, rediseñar las zonas electorales es un problema especialmente difícil, debido al tamaño del espacio de soluciones. La dimensión de los problemas reales generalmente hace irrealizable cualquier tentativa de enumerar explícitamente todas las posibles soluciones. El número total de soluciones para dividir n unidades geográficas en k zonas está dado por el número de *Stirling* del segundo tipo:

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{i=1}^k (-1)^i \binom{k}{k-i} (k-i)^n \quad (3.1)$$

Para mostrar el crecimiento del espacio de soluciones en este caso, en la Tabla 1 se muestra el número posible de planes de zonificación que podrían usarse para dividir un estado hipotético en dos zonas, así como el número de años que necesitaría una computadora capaz de realizar 2.5×10^{15} operaciones por segundo para revisar todos los planes de zonificación en cada caso.

Tabla 1. Número posible de planes de zonificación.

Total de unidades	10	50	80	150	250
Numero de planes	511	5.6×10^{14}	6.04×10^{23}	7.13×10^{44}	9×10^{74}
Años requeridos	6.48×10^{-21}	7.10×10^{-9}	7.66	9.04×10^{21}	1.14×10^{52}

Aunado a lo anterior, se ha demostrado que el diseño de zonas es un problema NP-Duro (Gilbert *et al*, 1985). Por lo anterior, se ha recurrido a la implementación de algoritmos heurísticos que son considerados la mejor opción para producir soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo razonable, y aunque no garantizan encontrar la solución óptima, normalmente se obtiene una respuesta suficientemente buena.

4. Diseño de zonas electorales

Como se mencionó anteriormente, en este trabajo se propone el diseño de zonas electorales tomando en cuenta los principios de equilibrio poblacional,

conexidad y compacidad geométrica. En esta sección se presenta un modelo que toma en cuenta estos principios para resolver el diseño de zonas como un problema de optimización, donde la función objetivo mide la calidad de las zonas generadas, en términos del equilibrio poblacional y la compacidad geométrica, mientras que la conexidad es garantizada por medio de restricciones.

4.1. Función objetivo

La función objetivo será utilizada para evaluar la calidad de las soluciones en términos del equilibrio poblacional y la compacidad geométrica, para lo cual se utilizarán las siguientes medidas.

El equilibrio poblacional es un criterio, que busca garantizar el principio de “un hombre, un voto”, y es considerado el más importante del proceso de redistribución. Mediante el cumplimiento de este criterio se busca que los distritos electorales sean habitados por el mismo número de personas, para evitar la subrepresentación y la sobrerrepresentación. Ya que en la práctica es imposible que todos los distritos tengan el mismo número de habitantes en general se acepta cierto porcentaje de desviación con respecto al valor ideal. En este trabajo el equilibrio poblacional será medido con la fórmula usada por el Instituto Federal Electoral de México (IFE) en la redistribución que actualmente está vigente.

$$C_1(P) = \sum_{s \in S} \left(\frac{100P_T}{d_a(P_N/300)} \right)^2 \left(\frac{P_s}{P_T} - \frac{1}{n} \right)^2 \quad (4.1)$$

Donde $P = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_n\}$, es un plan de zonificación, P_N es la población nacional, P_T es la población de la entidad y P_S es la población del distrito S , d_a es el porcentaje de desviación poblacional máxima aceptable para la entidad, y $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ es el número de distritos electorales que se deben generar en la entidad. El número total de distritos electorales que se deben generar en el país es 300.

De esta forma, mientras menor sea el valor obtenido en la ecuación (3.1), por una solución, mayor será el equilibrio poblacional entre las zonas. De hecho, se espera que cada una de las zonas propuestas como solución final tengan un valor en el intervalo $[0,1]$, ya que valores mayores indicarían un desequilibrio muy alto.

La compacidad favorece la imagen estética de los planes de zonificación propuestos y la claridad en la delimitación de los distritos, pero en general no se considera que sea suficiente para evitar la manipulación conocida como *gerrymandering*. Sin embargo, al incorporarla dentro del proceso de distritación se aumenta la confianza en la realización de un trabajo sin sesgo. Se trata de un criterio que puede contribuir a minimizar la discusión y discrepancias entre los partidos políticos. Por lo tanto es una característica deseable pero su aporte radica principalmente en la imagen, por lo cual debe evitarse que interfiera en contra de otros criterios. Para medir la compacidad geométrica de cada zona existen muchas propuestas, pero ninguna de ellas es considerada perfecta. Por este motivo, para la realización de este trabajo se buscó una medida de compacidad geométrica que requiriera de pocas operaciones algebraicas. Después de algunas pruebas se escogió una medida que compara el perímetro de cada zona con el perímetro de un cuadrado que contiene la misma área.

$$C_2(P) = \sum_{s \in S} \left(\frac{PC_s}{4(AC_s)^{1/2}} - 1 \right) \quad (4.2)$$

Donde PC_s y AC_s son el perímetro y el área, respectivamente, de la zona s . Por lo tanto, un distrito geoméricamente compacto será semejante a un cuadrado y tendrá un costo cercano a cero.

Finalmente, la función objetivo a minimizar es:

$$f(P) = \alpha_1 C_1(P) + \alpha_2 C_2(P) \quad (4.3)$$

Donde α_1 , α_2 son factores que miden la importancia relativa del equilibrio poblacional y la compacidad geométrica. De esta forma, la función objetivo guiará la búsqueda hacia planes de zonificación que promuevan el mayor balance entre equilibrio poblacional y compacidad geométrica. Además, la minimización estará sujeta a restricciones que garanticen (i) la conexidad de las zonas construidas, (ii) que el número de zonas sea n y (iii) que cada unidad geográfica pertenezca a exactamente una zona.

Es importante insistir en que este modelo incluye tres de las características más frecuentes e importantes en el diseño de zonas electorales. Sin em-

bargo, el número de criterios considerados puede variar dependiendo de las leyes que regulen los procesos electorales, por ejemplo, en las elecciones federales del 2006, el modelo utilizado por el IFE incluía una lista mucho mayor de criterios, tan solo en la función objetivo se pueden observar dos componentes más que las consideradas en este trabajo, (IFE, 2004):

1. Equilibrio demográfico en la determinación de los distritos partiendo de la premisa de que la diferencia de población de cada distrito, en relación con la media poblacional estatal sería lo más cercano a cero.
2. Delimitación de los distritos procurando obtener la mayor compacidad, de tal forma que el perímetro de los distritos tenga una forma geométrica lo más cercana a un polígono regular.
3. Los distritos se constituían preferentemente con municipios completos.
4. Se procuraría optimizar los tiempos de traslado entre los recorridos al interior de los distritos, considerando su tamaño, su extensión y la distribución geográfica de sus localidades.

En este punto es importante destacar, que los resultados obtenidos en este trabajo no serán comparables con la distritación propuesta por el IFE para las elecciones del 2006, ya que las funciones objetivo son distintas y por lo tanto, las soluciones propuestas buscarán el equilibrio entre criterios diferentes. Más aún, el objetivo de este trabajo no es competir con los distritos diseñados por el IFE, sino proponer una nueva técnica, eficiente y capaz de generar zonas de alta calidad.

4.2 Recocido simulado

Para el proceso electoral realizado en México en el año 2006, el IFE realizó una distritación empleando un algoritmo basado en recocido simulado (RS). Este método es reconocido por producir soluciones de buena calidad, y por su capacidad para generar resultados que no dependen de la solución donde se inicie el proceso de búsqueda. Por lo tanto, se consideró una herramienta adecuada para garantizar imparcialidad en esta etapa del proceso electoral (D'Amico *et al*, 2002).

RS es una de las heurísticas más conocidas, que por su simplicidad y buenos resultados en numerosos problemas, se ha convertido en una herramienta muy popular, con aplicaciones en diferentes áreas de optimización. El concepto fue introducido en el campo de la optimización combinatoria a

inicios de la década de los 80 por Kirkpatrick (Kirkpatrick *et al*, 1983). Esta heurística, comienza con una solución, P_A , y un factor llamado temperatura T . En cada iteración se genera de manera aleatoria una solución vecina, P_B , si la nueva solución mejora el costo de la función objetivo con respecto a la solución actual, $f(P_B) < f(P_A)$, P_A es reemplazada. Cuando la nueva solución no mejora el valor de la función objetivo, se puede aceptar el cambio de la solución actual con cierta probabilidad dada por:

$$\rho = \exp\left(\frac{f(P_A) - f(P_B)}{T}\right) \quad (4.4)$$

Conforme el algoritmo avanza, el valor de la temperatura disminuye mediante un coeficiente de enfriamiento, $0 < \alpha < 1$, pero cada valor es mantenido estable durante E iteraciones, para permitir que el algoritmo explore distintas soluciones con la misma probabilidad de aceptación. Es importante destacar que la elección de los valores para α y E son de crucial importancia para la obtención de buenos resultados. Si al factor α se le asigna un valor muy pequeño el algoritmo convergerá muy rápido y puede quedar atrapado en óptimos locales, si se le asigna un valor muy alto, el tiempo de cómputo será excesivo. Algo semejante ocurre con el número de iteraciones E , si son muy pocas el algoritmo no tendrá la oportunidad de explorar el espacio de soluciones de forma adecuada y difícilmente obtendrá soluciones de buena calidad, si son demasiadas el tiempo de cómputo será excesivo.

4.3 Reencadenamiento de trayectorias

La búsqueda continua de mejores soluciones en distintas área de investigación ha llevado a la creación de nuevos y más eficientes métodos heurísticos. En particular, existen propuestas, llamadas híbridas, las cuales se basan en la combinación de varias técnicas heurísticas que al trabajar en conjunto son capaces de producir mejores resultados que de manera independiente. Por lo anterior, se decidió mejorar las soluciones producidas por RS, mediante el reencadenamiento de trayectorias (RT).

RT surgió como un proceso de integración de estrategias de intensificación y de diversificación en la búsqueda de soluciones de mejor calidad (Glover *et al*, 2000). Este proceso genera caminos entre soluciones, que han sido previamente visitadas, durante un proceso de búsqueda. Se basa en el hecho

de que entre dos soluciones se puede trazar un camino que las una, de modo que las soluciones en dicho camino contengan atributos de las soluciones originales. Para generar los caminos es necesario seleccionar movimientos que cumplan los siguientes objetivos: empezando por una solución inicial, P_A , los movimientos deben introducir progresivamente los atributos de la solución guía, P_B , reduciendo la diferencia entre las dos soluciones. De esta forma, se crea una sucesión de soluciones que forman un camino desde P_A hasta P_B , $P_A = x(1), x(2), \dots, x(r) = P_B$. Los papeles de ambas soluciones son intercambiables, y cada solución puede moverse hacia la otra para generar diferentes caminos. Finalmente, se pueden evaluar los costos asociados a cada una de las soluciones que forman el camino, y si alguna de ellas mejora el costo asociado a la solución inicial, esta última es reemplazada.

4.4 Algoritmo híbrido RS-RT

En este trabajo, se propone el uso de un algoritmo que utiliza RS para producir soluciones de buena calidad, y RT para combinar las mejores características de las soluciones obtenidas. Sin embargo, para mejorar la eficiencia del algoritmo es importante encontrar valores adecuados para α y E , parámetros necesarios en RS, y un número adecuado, de preferencia pequeño, de soluciones para realizar el reencadenamiento de trayectorias, de tal forma que se garantice la calidad de las soluciones sin emplear tiempos de cómputo excesivos.

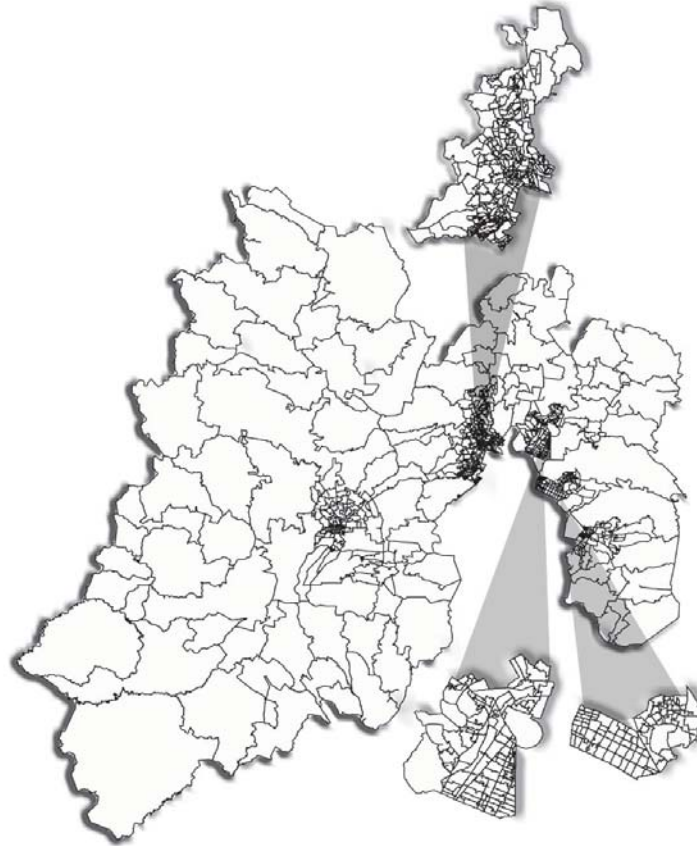
Después de varias pruebas preliminares se determinó que en cada ejecución el algoritmo híbrido RS-RT debe producir 10 soluciones mediante RS, utilizando los valores $\alpha = 0.99$ y $E = 500$. Dichas soluciones son posteriormente mejoradas utilizando la estrategia RT. Es importante mencionar que durante estos experimentos se observó que RS fue capaz de producir mejores soluciones al considerar los parámetros $\alpha = 0.99$ y $E = 1500$. Sin embargo, el tiempo de cómputo necesario para combinarlo con RT fue considerado excesivo.

5. Aplicación

El algoritmo propuesto fue aplicado al Estado de México, utilizando la información disponible en el 2006. El estado está formado por 835 unidades geográficas que deben ser utilizadas para formar 40 zonas (Fig. 1). Se utilizó un porcentaje de desviación poblacional máximo $d_s = 15\%$ de acuerdo con

lo estipulado por el IFE. Por último, se consideró una población estatal de 2,487,367 habitantes, y una población nacional de 97,483,412.

Figura 1. Unidades geográficas del Estado de México.



Fuente: Dirección de cartografía electoral. IFE.

5.1 Experimentos computacionales

Para determinar la eficiencia del algoritmo propuesto RS-RT se definió un conjunto L de factores de ponderación de tal forma que $\alpha_1 = \{0.9, 0.8, \dots, 0.2\}$, mientras que $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$. El valor $\alpha_1 = 0.1$ no es reportado ya que los planes de zonificación encontrados por los algoritmos presentan zonas con una desviación poblacional mayor al 15% permitido, lo cual los convierte en soluciones inaceptables. Asimismo, para evitar que las pruebas se vieran afectadas por variabilidad de las soluciones finales, obtenidas dependiendo de los números pseudoaleatorios generados durante el desempeño del algoritmo, inherente a todo método heurístico se realizaron 10 corridas de RS y RS-RT para cada factor de ponderación.

En la Tabla 2 se presentan los valores máximo, mínimo, promedio y desviación estándar, considerando la ecuación 3.3, obtenidos por el algoritmo híbrido en cada una de sus etapas para cada factor de ponderación. En todos los casos se observa que el valor promedio mejora después de aplicar la técnica RT.

Tabla 2. Resultados obtenidos por RS y RS-RT, usando $E=500$.

Factor α_i	RS ($\alpha = 0.99, E = 500$)				RS-RT			
	Máximo	Mínimo	Promedio	Desv. Estd.	Máximo	Mínimo	Promedio	Desv. Estd.
0.9	94.45	89.82	91.91	1.86	87.00	81.35	84.76	1.96
0.8	90.78	84.97	87.81	1.86	85.24	79.26	82.03	1.82
0.7	85.96	81.00	83.96	1.56	82.48	78.19	80.06	1.76
0.6	85.87	80.45	82.87	1.60	80.76	77.28	78.94	1.15
0.5	83.81	78.24	80.91	1.75	79.96	76.94	78.27	1.12
0.4	84.75	79.26	80.63	1.85	81.41	76.88	78.58	1.37
0.3	81.75	78.87	80.06	0.934	78.86	75.29	77.29	1.14
0.2	82.82	78.56	80.78	1.68	82.82	75.96	78.72	2.25

Como se mencionó anteriormente, SA fue capaz de producir soluciones de muy buena calidad al utilizar los parámetros $\alpha = 0.99$ y $E = 1500$, sin necesidad de emplear RT. Por este motivo se decidió realizar 10 corridas para cada factor de ponderación, y comparar los resultados con el híbrido propuesto. En la Tabla 3 se presentan los valores máximo, mínimo, promedio y desviación estándar obtenidos por RS con estos parámetros y se comparan con los resultados producidos por RS-RT, nuevamente los valores reportados son considerando la ecuación 3.3. En este caso no se modificaron los parámetros del algoritmo híbrido RS-RT, por lo cual se reportan los mismos valores que en la Tabla 2.

Se aprecian que las soluciones generadas por RS-RT son de mejor calidad, lo cual muestra las ventajas al combinar de forma adecuada dos técnicas heurísticas.

Tabla 3. Resultados obtenidos por RS y RS-RT, usando $E=1,500$.

Factor α_i	RS ($\alpha = 0.99, E = 1500$)				RS-RT			
	Máx.	Mín.	Promedio	Desv. Estd.	Máx.	Mín.	Promedio	Desv. Estd.
0.9	95.50	87.62	90.56	2.02	87.00	81.35	84.76	1.96
0.8	88.77	85.68	86.98	1.20	85.24	79.26	82.03	1.82
0.7	84.29	80.93	82.67	1.22	82.48	78.19	80.06	1.76
0.6	84.64	77.15	80.54	2.53	80.76	77.28	78.94	1.15
0.5	82.16	77.00	79.99	1.59	79.96	76.94	78.27	1.12
0.4	81.22	77.46	79.68	1.07	81.41	76.88	78.58	1.37
0.3	81.93	77.14	79.13	1.65	78.86	75.29	77.29	1.14
0.2	82.02	78.26	79.55	0.99	82.82	75.96	78.72	2.25

Es importante mencionar que el tiempo de cómputo requerido por RS-RT fue en promedio de 16 minutos para cada corrida, mientras que SA, con $\alpha = 0.99$ y $E = 1500$, sólo requirió de 4 minutos por ejecución. Sin embargo, se considera que el tiempo requerido es aceptable si se toma en cuenta que una distritación debe realizarse con meses de anticipación al proceso electoral.

6. Conclusiones

En este trabajo se propone un algoritmo híbrido RS-RT para el diseño de zonas electorales, que combina las técnicas heurísticas RS y RT. Para poder evaluar la eficiencia del algoritmo propuesto se implementó en el Estado de México utilizando la información disponible hasta el 2006, año en que se diseñó la distritación electoral vigente en el país. Para evitar que la variabilidad de las soluciones finales afectara las conclusiones, se realizaron 10 corridas para diferentes factores de ponderación. Se observó que los resultados obtenidos por el algoritmo híbrido son de mejor calidad que los obtenidos cuando sólo se aplica RS, aún cuando RS fue ejecutado con parámetros que le permitían mejorar sus resultados. De esta forma se obtuvo un método que hereda las características de SA, por lo que las soluciones finales no dependen de las soluciones con las que se inicia el proceso de búsqueda, lo cual se traduce en el desarrollo de un proceso imparcial, pero capaz de producir resultados de mejor calidad. Lamentablemente, en este momento no se cuentan con las herramientas necesarias para determinar la influencia de mejores planes de zo-

nificación en la distribución adecuada de los recursos públicos y programas sociales, y establecer objetivos o restricciones que ayuden a promover este tipo de equidad se encuentra más allá de los objetivos de este trabajo, pero se considera que las soluciones obtenidas por el algoritmo propuesto seguirán superando a los resultados obtenidos por recocido simulado tradicional aunque la complejidad del problema sea mayor.

Bibliografía

Consejo General del IFE CG-104-2004. Disponible en:

<http://www.ife.org.mx/documentos/TRANSP/docs/consejo-general/acuerdos/2004/15JUL04/150704ap10.pdf>

D'Amico S.; Wang S.; Batta R.; Rump C. (2002). "A Simulated Annealing Approach to Police District Design", *Computers & Operations Research* 29, pp. 667-684.

DesJardins, M.; Bulka, B.; Carr, R.; Jordan E.; Rheingans, P. (2006). "Heuristic Search and Information Visualization Methods for School Redistricting", *AI Magazine* 28 (3), pp 59-72.

Glover F.; Laguna M.; Martí R. (2000). "Fundamentals of Scatter Search and Path Relinking". *Control and Cybernetics* 29 (3), pp. 653-684.

Gilbert K. C.; Holmes D. D.; Rosenthal R. E. (1985). "A Multiobjective Discrete Optimization Model for Land Allocation", *Management Science* 31(12), pp. 1509-1522.

Gutiérrez A. M. A., Rincón G. E. A. (2009), "Redistricting by Square Cells", *Lecture Notes on Artificial Intelligence* 5845, pp. 669-679.

Instituto Federal Electoral (2004) "Gaceta electoral", 18, pp. 119-134.

Kirkpatrick S.; Gellat C.D.; Vecchi M.P. (1983). "Optimization by Simulated Annealing", *Science* 220, pp. 671-680.

López T. L. (2006); "Redistribución electoral en México: logros pasados y retos futuros, Investigaciones Geográficas", *Boletín del Instituto de Geografía*, UNAM, 61, 99-113.

Proyecto de Protección de los Programas Sociales Federales (2006). Diagnóstico sobre la vulnerabilidad político electoral de los programas sociales federales. Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

Shirabe T. (2005). "A Model of Contiguity for Spatial Unit Allocation", *Geographical Analysis* 37, pp. 2-16.

- Shortt N. K.; Moore A.; Coombes M.; Wymer C. (2005). "Defining Regions for Locality Health Care Planning: A Multidimensional Approach", *Social Science & Medicine* 60, pp. 2715–2727.
- Tavares-Pereira F. Rui J. Mousseau V. Roy B. (2007). "Multiple Criteria Districting Problems: The Public Transportation Network Pricing System of the Paris Region", *Ann. Oper. Res.* 154, pp. 69–92.