**Universidad
Autónoma
Metropolitana**

Casa abierta al tiempo **Azcapotzalco**

Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética

Análisis computacional de circuitos
eléctricos y geometrías de bobinas para
sistemas de estimulación magnética
transcraneal

Tesis que presenta:
Ángel David Ramírez Galindo

Para obtener el grado de:
Maestro en Ciencias

Director de tesis:
Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Co-Director de tesis:
Dr. César Simón López Monsalvo

Declaratoria

- Yo, Dr. Juan Carlos Olivares Galván, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

Firma _____

- Yo, Dr. César Simón López Monsalvo, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

Firma _____

- Yo, Ing. Ángel David Ramírez Galindo, doy mi autorización a la Coordinación de Servicios de Información de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, para publicar el presente documento en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

Firma _____

Fecha: 28 de octubre de 2021

Jurado asignado:

Presidente: Dr. Enrique Melgoza Vázquez

Secretario: Dr. Víctor Manuel Jiménez Mondragón

Vocal 1: Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Vocal 2: Dr. Felipe de Jesús González Montañez

Ciudad de México, México.

Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Departamento de Energía, UAM-A

Director de la idónea comunicación de
resultados

Dr. César Simón López Monsalvo

Investigador por México, UAM-A

Co-director de la idónea comunicación de
resultados

Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00006

Matrícula: 2193803068

Análisis computacional de circuitos eléctricos y geometrías de bobinas para sistemas de estimulación magnética transcraneal

ANGEL DAVID RAMIREZ GALINDO
ALUMNO

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

En la Ciudad de México, se presentaron virtualmente a las 16:00 horas del día 28 del mes de octubre del año 2021, los suscritos miembros del jurado:

DR. ENRIQUE MELGOZA VAZQUEZ
DR. JUAN CARLOS OLIVARES GALVAN
DR. FELIPE DE JESUS GONZALEZ MONTAÑEZ
DR. VICTOR MANUEL JIMENEZ MONDRAGON

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTROMAGNETICA

DE: ANGEL DAVID RAMIREZ GALINDO

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

Aprobar

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

DIRECTORA DE LA DIVISION DE CBI

DRA. TERESA MERCHAND HERNANDEZ

PRESIDENTE

DR. ENRIQUE MELGOZA VAZQUEZ

VOCAL

DR. JUAN CARLOS OLIVARES GALVAN

VOCAL

DR. FELIPE DE JESUS GONZALEZ MONTAÑEZ

SECRETARIO

DR. VICTOR MANUEL JIMENEZ MONDRAGON

El presente documento cuenta con la firma –autógrafa, escaneada o digital, según corresponda- del funcionario universitario competente, que certifica que las firmas que aparecen en esta acta – Temporal, digital o dictamen- son auténticas y las mismas que usan los c.c. profesores mencionados en ella

Agradecimientos

A mis padres, por su apoyo incondicional en todo momento, por confiar en mí y por sus palabras de aliento.

A mis asesores, el Dr. Juan Carlos Olivares Galván y el Dr. César Simón López Monsalvo, quienes con su experiencia y amplio conocimiento hicieron posible el cumplimiento de los objetivos de este trabajo.

A mis compañeros y profesores de la maestría, quienes me recibieron con los brazos abiertos y recibí su apoyo incondicional en todo momento.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico brindado durante la realización de la Idónea Comunicación de Resultados.

Resumen

Los sistemas de estimulación magnética transcraneal han tenido un apogeo en las últimas dos décadas, tanto en desarrollo y comercialización de equipos, como en áreas de aplicación en la medicina y la investigación, lo que los ha vuelto herramientas de diagnóstico y tratamiento de padecimientos importantes del sistema nervioso. La mayoría de los análisis del funcionamiento general siguen limitándose al estudio por separado de los elementos del sistema.

En el presente trabajo se realiza el análisis mediante simulaciones del circuito eléctrico de excitación utilizando la herramienta Matlab®/Simulink® y Micro-Cap, así mismo, se analizan tres geometrías de bobinas de sistemas de estimulación magnética transcraneal mediante el uso del método de elementos finitos en el software COMSOL Multiphysics®.

El análisis computacional radica en estudiar la arquitectura básica del circuito eléctrico de excitación, que está conformado por un circuito RLC con elementos de conmutación y electrónica de potencia, encargado de generar pulsos de corriente de alta magnitud (entre 1 y 3 kA) y corta duración (entre 0.5 y 1250 ms). Se analiza la magnitud de la corriente y la forma de la señal en los elementos de la etapa RLC, realizando un cálculo de la potencia disipada. Esta primera etapa se complementa con el análisis mediante el método de elementos finitos de la densidad de flujo magnético y temperatura máxima de operación de tres geometrías de bobinas comúnmente utilizadas para las terapias.

Del análisis computacional se origina una propuesta de un sistema que disminuye la temperatura máxima de operación de la geometría de bobina en hasta un 20 %, manteniendo la magnitud máxima de la densidad de flujo magnético, que consiste en el diseño de una geometría de bobina de solenoide simple con embobinados concéntricos, que desde el punto de vista eléctrico, son inductores en paralelo.

Abstract

Transcranial magnetic stimulation systems have had a heyday in the last two decades, both in the development and commercialization of equipment, as well as in areas of application in medicine and research, which has made them tools for the diagnosis and treatment of important diseases of the nervous system. Most of the analyzes of the general operation are still limited to the separate study of the elements of the system.

In this present work, the analysis is carried out through simulations of the electrical excitation circuit using the Matlab®/Simulink® and Micro-Cap tools, likewise, three coil geometries of transcranial magnetic stimulation systems are analyzed by using the finite element method in COMSOL Multiphysics® software.

The computational analysis lies in studying the basic architecture of the electrical excitation circuit, which is made up of an RLC circuit with switching elements and power electronics, in charge of generating high-magnitude current pulses (between 1 and 3 kA) and short duration. (between 0.5 and 1250 ms). The magnitude of the current and the shape of the signal in the elements of the RLC stage are analyzed, performing a calculation of the power dissipated. This first stage is complemented with the analysis by means of the finite element method of the magnetic flux density and maximum operating temperature of three coil geometries commonly used for therapies.

The computational analysis gives rise to a proposal for a system that reduces the maximum operating temperature of coil geometry by up to 20 %, maintaining the maximum magnitude of the magnetic flux density, which consists of the design of a single solenoid coil geometry with windings. concentric, which from the electrical point of view, are inductors in parallel.

Contenido

Resumen	v
Abstract	vi
Contenido	vii
Índice de Figuras	ix
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	2
1.2. Planteamiento del problema y Justificación	5
1.2.1. Planteamiento del problema	5
1.2.2. Justificación	5
1.3. Objetivos	6
1.3.1. Objetivo general	6
1.3.2. Objetivos específicos	6
2. Estimulación Magnética Transcraneal	7
2.1. Bases fisiológicas	7
2.1.1. Membrana neuronal	7
2.1.2. Potencial de membrana	8
2.1.3. Circuito equivalente de membrana	10
2.2. Principio de funcionamiento	12
2.2.1. Campos electromagnéticos	12
2.2.2. Interacción del campo magnético con tejido biológico	20
2.2.3. Protocolos de aplicación	21
2.3. Equipo de estimulación	22
2.3.1. Componentes del equipo de estimulación	22
2.3.2. Marcas comerciales	24
3. Circuito de Eléctrico de Excitación	26
3.1. Análisis y determinación de parámetros de la arquitectura del circuito	26
3.1.1. Etapa de rectificación	26
3.1.2. Etapa de conmutación	27
3.1.3. Etapa de carga - descarga del circuito RLC	27
3.2. Simulaciones del circuito de excitación	28
3.2.1. Simulación en Matlab®Simulink®	28
3.2.2. Simulación en Micro-cap	30
3.2.3. Propuesta para reducción de potencia disipada	31

4. Geometrías de la Bobina de Estimulación	33
4.1. Geometría de bobinas	33
4.1.1. Bobina de solenoide simple	33
4.1.2. Bobina en forma de ocho	33
4.1.3. Bobina de doble cono	33
4.1.4. Entorno y condiciones de simulación	34
5. Simulación de Campos Magnéticos	35
5.1. Método de elementos finitos	35
5.2. Formulación del dominio del problema	37
5.2.1. Representación física de los dominios en 3D	38
5.2.2. Ecuaciones en el dominio de la frecuencia	41
5.2.3. Variables de excitación	44
5.3. Discretización del dominio	47
5.4. Condiciones de frontera y condiciones iniciales	50
5.5. Post-procesamiento	51
5.5.1. Geometría de bobina de solenoide simple	51
5.5.2. Geometría de bobina en forma de ocho	53
5.5.3. Geometría de bobina de doble cono	56
6. Simulación Multi-Física	63
6.1. Formulación del dominio del problema	63
6.1.1. Representación física de los dominios en 3D	63
6.1.2. Ecuaciones en el dominio de la frecuencia y el tiempo	66
6.1.3. Variables de excitación	67
6.2. Condiciones de frontera y Condiciones iniciales	67
6.3. Distribución espacial de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de estimulación	68
7. Análisis y Evaluación de Resultados	76
8. Conclusiones y Trabajo Futuro	79
A. Glosario	82
B. Artículos Publicados	83
C. Referencias	84

Índice de Figuras

2.1. Bicapa fosfolipídica [1].	8
2.2. Canal iónico de membrana [1].	9
2.3. Potencial de reposo debido a la acumulación de cargas [2].	9
2.4. Movimiento de cargas a través de canales iónicos [2].	10
2.5. Potencial de membrana [1].	11
2.6. Circuito eléctrico equivalente de membrana [1].	12
2.7. Condiciones de interfaces entre dos medios [3].	18
2.8. Potencial de acción evocado por la inyección de un pulso de corriente [4].	21
2.9. Esquema iconográfico de las modalidades de aplicación de la EMT [5].	22
2.10. Módulo simple de control Magstim® Super <i>Rapid</i> ² [6].	23
2.11. Módulo de control Magstim® Super <i>Rapid</i> ² con interfaz [6].	23
2.12. Geometrías de bobinas típicamente utilizadas [7].	24
3.1. Circuito eléctrico de EMT.	28
3.2. Circuito eléctrico en el entorno Simulink®	29
3.3. Señales de interés obtenidas mediante simulación en el entorno de Simulink®	30
3.4. Circuito eléctrico en el simulador Micro-cap	31
3.5. Señales de interés obtenidas mediante simulación en el entorno de Micro-cap	31
3.6. Circuito eléctrico del sistema de EMT dividido en ramas en paralelo.	32
3.7. Respuesta del circuito eléctrico considerando división en ramas de inductores en paralelo.	32
4.1. Geometría de bobina de solenoide simple [7].	33
4.2. Geometría de bobina en forma de ocho [7].	34
4.3. Geometría de bobina en forma de doble cono [7].	34
5.1. Modelo de bobina de solenoide simple multi-vueltas homogéneo.	38
5.2. Modelo de bobina de solenoide simple con conductores.	39
5.3. Modelo de bobina de solenoide simple con conductores en geometría abierta.	40
5.4. Modelo de bobina en forma de ocho con posición de empalme inicial.	40
5.5. Modelo de bobina en forma de ocho con posición de empalme final.	41
5.6. Modelo de bobina de doble cono con ángulo de apertura inicial.	42
5.7. Modelo de bobina de doble cono con ángulo de apertura final.	42
5.8. Bordes indicando la dirección del flujo de corriente para el modelo de bobina de solenoide simple.	44
5.9. Bordes indicando la dirección del flujo de corriente para el modelo de bobina en forma de ocho.	45
5.10. Bordes indicando la dirección del flujo de corriente para el modelo de bobina de doble cono.	45
5.11. Bordes indicando la dirección del flujo de corriente en conductores sólidos.	46
5.12. Terminales abiertas con potenciales y dirección del flujo de corriente.	46
5.13. Mallado del modelo de bobina multi-vueltas homogéneo.	47
5.14. Mallado del modelo de bobina con conductores simples.	48

5.15. Mallado del modelo de bobina con conductores simples en geometría abierta.	49
5.16. Mallado del modelo de bobina en forma de ocho.	49
5.17. Mallado del modelo de bobina en forma de cono.	50
5.18. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ.	51
5.19. Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ.	52
5.20. Densidad de flujo magnético sobre el eje Z.	52
5.21. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para bobina con conductores.	53
5.22. Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ para bobina con conductores.	54
5.23. Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para bobina con conductores.	54
5.24. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para bobina con conductores en geometría abierta.	55
5.25. Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ para bobina con conductores en geometría abierta.	55
5.26. Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para bobina con conductores en geometría abierta.	56
5.27. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ para la geometría de bobina en forma de ocho con posición de empalme inicial.	57
5.28. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ para la geometría de bobina en forma de ocho con posición de empalme intermedio.	57
5.29. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ para la geometría de bobina en forma de ocho con posición de empalme final.	58
5.30. Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XY para bobina en forma de ocho en un plano adyacente.	58
5.31. Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XY para bobina en forma de ocho en un plano a 20 mm.	59
5.32. Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para el barrido paramétrico de la geometría de bobina en forma de ocho.	59
5.33. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para la geometría de bobina en forma de doble cono con posición inicial.	60
5.34. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para la geometría de bobina en forma de doble cono con posición intermedia.	61
5.35. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para la geometría de bobina en forma de doble cono con posición final.	61
5.36. Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ para bobina en forma de doble cono.	62
5.37. Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para el barrido paramétrico de la geometría de bobina en forma de doble cono.	62
6.1. Modelo de bobina multi-vueltas homogéneo en simulación multi-física.	64
6.2. Modelo de bobina concéntrica de conductores simples en simulación multi-física.	64
6.3. Modelo de bobina en forma de ocho para análisis térmico.	65
6.4. Modelo de bobina de doble cono para análisis térmico.	65
6.5. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ en simulación multi-física para modelo homogéneo.	68
6.6. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ en simulación multi-física para modelo de conductores simples.	69

6.7. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina multi-vuelta homogénea en tiempo de 1 s.	70
6.8. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina multi-vuelta homogénea en tiempo de 2 s.	70
6.9. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de conductores simples en tiempo de 1 s.	71
6.10. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de conductores simples en tiempo de 2 s.	71
6.11. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ en simulación multi-física para modelo de bobina en forma de ocho.	72
6.12. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en forma de ocho en tiempo de 1 s.	72
6.13. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en forma de ocho en tiempo de 2 s.	73
6.14. Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ en simulación multi-física para modelo de bobina de doble cono.	73
6.15. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de doble cono en tiempo de 1 s.	74
6.16. Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de doble cono en tiempo de 2 s.	75

1. Introducción

El sistema nervioso es el sistema más importante en los seres humanos y gran parte de los seres vivos, ya que su función es controlar las actividades y funciones generales de todos los demás sistemas que componen al organismo. Por esta misma razón, una falla en el funcionamiento de una parte o de la totalidad del sistema puede provocar padecimientos que van a depender de la región afectada. Algunos de estos padecimientos son ampliamente estudiados por la rama de la neurología, entre ellos se puede mencionar el Alzheimer, enfermedad de Parkinson y afecciones de la corteza motora o sensorial; otros padecimientos se estudian desde la perspectiva psicológica, como la depresión, ansiedad o estrés.

Además de ser el sistema más importante del organismo, también es el sistema más complejo, debido a que se compone de interconexión multidireccional de células nerviosas (neuronas), que dependiendo de la región en la que se localizan, cumplen diferentes funciones de percepción o acción. Por esto se dice que el sistema nervioso cumple una función de relación, ya que activa o desactiva funciones con respecto a estímulos percibidos.

Debido a la importancia del sistema nervioso y de sus padecimientos, se han buscado constantemente tratamientos efectivos para estos problemas, ya sea mediante medicamentos, intervenciones quirúrgicas o tratamientos alternativos como la estimulación cerebral. Dentro de las técnicas estudiadas de estimulación cerebral se ha analizado el efecto de la terapia electroconvulsiva, la estimulación eléctrica periférica y profunda y más recientemente, la estimulación magnética transcraneal. Además de significar tratamientos efectivos para algunos de los padecimientos mencionados, estas técnicas de estimulación han permitido estudiar el funcionamiento en general del sistema nervioso, abriendo nuevas posibilidades de investigación.

Ya que estas técnicas son complejas en su implementación, significa también que los equipos utilizados son altamente especializados. En particular, los equipos de estimulación magnética transcraneal han representado una alternativa viable al estimular de manera no invasiva y logrando efectos positivos en el estudio de los padecimientos mencionados, pero con equipos que requieren de elementos variados para su funcionamiento; es decir, electrónica de potencia para el control de altas intensidades de corriente, electrónica de programación que genera los pulsos asociados a los protocolos de aplicación dependiendo del efecto deseado y la geometría de bobina de estimulación. Sin embargo, estos equipos son susceptibles a constantes fallas por problemas de diseño o de uso equivocado, lo que limita considerablemente las condiciones de funcionamiento o la posibilidad de implementación de protocolos más complejos. Una de estas fallas es el sobrecalentamiento de las geometrías de bobinas, debido a la alta corriente que fluye a través de ellas y que requiere de la existencia de sistemas de protección automática para evitar problemas importantes que pongan en riesgo la integridad del paciente o del operador. La propuesta de alternativas de solución para esta problemática en particular puede permitir el uso de estos equipos con nuevos protocolos de aplicación de la terapia.

En el presente trabajo se aborda el análisis mediante simulaciones del circuito eléctrico de excitación, así como de las geometrías de bobinas típicamente utilizadas en las terapias clínicas. Con este análisis se propone una alternativa viable de disminución de la temperatura máxima alcanzada.

1.1. Estado del arte

Los estudios de estimulación cerebral comienzan con la propuesta de la terapia de estimulación transcutánea, esta técnica consiste en la aplicación de altas tensiones (entre 1000 V y 2000 V) a través del cuero cabelludo mediante electrodos. En 1982 Merton y Morton proponen una guía de aplicación de esta terapia para regiones de la corteza motora [8]. Sin embargo, esta técnica presentaba inconvenientes graves y se volvía un procedimiento peligroso para el paciente. Entre los inconvenientes, se puede mencionar, que la aplicación de los potenciales provocaba dolor intenso en el cuero cabelludo y que las intensidades de corriente y regiones de estimulación se determinaban de manera empírica.

A mediados de la década de los 90 Rossini, Barker y Berardelli proponen un estudio más completo sobre los principios básicos de aplicación de estimulación eléctrica no invasiva [9]. Además de analizar la estimulación eléctrica, también sentaron bases para la estimulación magnética basándose en el principio de corrientes inducidas debido a campos magnéticos. La principal aportación radica en el estudio de las bobinas de estimulación, su posicionamiento y geometría. Tres años después, Hess, Mills y Murray [10] desarrollaron un nuevo trabajo de investigación, esta vez enfocándose en la respuesta de los músculos pequeños de la mano ante estimulación magnética en el cerebro humano. En este artículo se llegan a varias conclusiones, entre ellas se encuentran: El campo magnético generado por una breve corriente en una bobina circular plana de 9 cm de diámetro varía rápidamente con el tiempo, y cuando se aplica sobre el cuero cabelludo humano es capaz de excitar las estructuras motoras que soportan los músculos pequeños de las manos, sin embargo, no se habla de las magnitudes necesarias para producir dicho efecto.

A finales del año 2000, Hallett [11] realizó un análisis más general sobre la estimulación magnética transcraneal, haciendo énfasis en la interrupción de la función cerebral. Las principales conclusiones que obtiene son acerca del uso de la TMS (transcranial magnetic stimulation, por su abreviación en inglés) para usos terapéuticos y desórdenes neuronales. Como prospecto a futuro, menciona que el uso de TMS de un solo pulso es fácil de emplear porque es no invasivo, no doloroso y seguro. Puede probar la función de muchas partes diferentes de la corteza cerebral, excitar, inhibir y evaluar aspectos de la excitabilidad. Su uso probablemente se ampliará, ya que complementa claramente otras herramientas que se utilizan para examinar la fisiología humana, como la neuroimagenología funcional. También concluye, como en muchos trabajos, que la TMS repetitiva (rTMS) de alta frecuencia puede tener efectos adversos significativos, pero cuando ésta se usa de manera segura, puede tener también utilidad específica. Como dispositivo terapéutico hay muchas posibilidades, incluyendo algunas que no se habían explorado todavía.

Tomando como base los estudios anteriores, se realizaron investigaciones tratando de hacer más específica la estimulación, para atacar problemas más puntuales, uno de estos trabajos fue realizado en la escuela de medicina de Harvard en 2008 [12]. En este artículo se realiza un recuento de las aplicaciones terapéuticas realizadas hasta el 2008, las cuales incluyen: trastornos afectivos, depresión resistente al tratamiento médico, depresión posparto, trastorno bipolar, trastorno obsesivo compulsivo, trastorno postraumático, esquizofrenia y psicosis, dolor visceral, dolor facial atípico, neuralgia del trigémino, dolor de un miembro fantasma, dolor en lesión medular, migraña (tratamiento abortivo y preventivo), trastornos del movimiento, enfermedad de Parkinson, distonía focal, epilepsia, efecto anticonvulsionante, tartamudez, autismo, trastorno de atención, neuro rehabilitación, entre otros.

Una posibilidad que sigue presente, es la de la utilización de sistemas de estimulación transcraneal como tratamiento para la depresión; F. Albert J., S. Paul y S. Sudhakar de la Universidad de Texas [13] desarrollaron en 2016 una investigación en la cual mencionan que la resistencia a los tratamientos es una seria condición que afecta a casi el 30 % de los pacientes con depresión en todo el mundo. El estudio se realizó con 4 personas con antecedentes clínicos de depresión, en las cuales después de 52 semanas de aplicación de estimulación profunda mediante corriente directa y campos magnéticos se observó mejoría en las conductas sociales, además de constatarlo con imágenes de resonancia magnética en la cual la actividad neuronal de áreas específicas se vio mejorada por este tratamiento. A manera de metodologías similares, se buscó el efecto de la estimulación transcraneal mediante campos magnéticos, ahora ante estados de estrés, el estudio realizado en ese mismo año por M.M. Victor, P. J Christopher y B. Adrián en el Instituto Nacional de Psiquiatría Ramón de la Fuente Muñiz en México [14] muestra metodologías de provocación de estados de estrés a 6 ratas mediante distintos medios. Después de los estados de estrés, son sometidas a estimulación eléctrica y magnética en el núcleo de la formación reticular, encontrando que al realizar la estimulación se disminuyen los efectos secundarios del estado de estrés.

Investigaciones más recientes apuntan hacia nuevos horizontes, explorando el efecto de la estimulación magnética transcraneal en la reparación neuronal. El estudio realizado en 2019 por Dufor y su grupo de colaboración [15], muestran resultados de estimulación repetitiva de baja intensidad en la extensión de axones neuronales para la creación de nuevos enlaces (sinaptogénesis), demostrando con ello los efectos positivos de esta práctica. También, demostraron la presencia de proteínas magnetoreceptoras, conocidas como criptocromos y el papel fundamental que representan en la señalización intracelular.

A la par del desarrollo de estudios clínicos, también se ha realizado constante trabajo en el estudio de la generación del campo magnético por las diferentes geometrías de bobinas. Usualmente el análisis del dispositivo se realiza mediante el método de elementos finitos [16] estudiando el efecto del campo eléctrico inducido en distintos medios, obteniendo como resultado una distribución espacial del campo. Así también, se analiza el efecto en diferentes modelos de medios homogéneos [17], utilizando modelos animales, variando el tamaño y orientación de las bobinas, observando nuevamente la distribución espacial e intensidad del campo inducido. Sin embargo, este estudio considera que el modelo del animal tiene solo un medio homogéneo e isotrópico.

Un efecto que se ha podido estudiar utilizando modelado y simulaciones, es la relación que existe entre la profundidad de penetración del campo y la focalización del mismo. Deng y su grupo de colaboración [18] realizaron en 2013 un análisis de 50 geometrías de bobinas diferentes analizando la relación antes mencionada, concluyendo que se trata de una relación inversa. Es decir, si se desea una mayor profundidad de penetración, las bobinas generan un campo no focalizado. Si se desea un campo focalizado, este solo se podrá generar de manera superficial. Este estudio originó consideraciones generales para el diseño de bobinas de estimulación profunda, propuestas por el mismo grupo de investigación [19]. Los estudios [18] - [19] se realizan en un modelo esférico que representa la cabeza humana, lo cual está alejado de la realidad en cuanto a dimensiones y forma. De igual manera se considera un medio homogéneo e isotrópico.

Estudios más recientes se realizan análisis de elemento finito considerando modelos anatómicos humanos obtenidos mediante resonancia magnética [20]. Estos modelos son más exactos en cuanto a la forma geométrica.

Por ejemplo, el realizado en 2020 en la universidad Duke [21], en el que se analiza el efecto de la estimulación en modelos realistas de neuronas (morfológicamente hablando), calculando los campos eléctricos inducidos utilizando el método de elementos finitos. Este análisis tiene fundamentos biofísicos basados en la anatomía y fisiología de las neuronas, lo que permite tener más precisión en el efecto de la estimulación y de esta manera representa un método novedoso para determinar parámetros de la estimulación. El modelo anatómico de la cabeza fue obtenido mediante resonancias magnéticas y dentro de este modelo se consideran los volúmenes y propiedades de 6 diferentes tejidos. Sin embargo, los estudios del efecto de la estimulación se realizan separando el efecto espacial y el temporal, lo que provoca la existencia de un error en la estimación del efecto.

Dentro de los trabajos de investigación en el ámbito del diseño de equipos, el realizado en 2020 en el Centro Nacional de Campo Magnético de Alta Intensidad en Wuhan [22], se enfoca en el análisis y propuesta de geometrías de bobinas de estimulación con una relación eficiente entre los efectos de la estimulación y la energía disipada en forma de calor mediante el uso de núcleos delgados en forma de “C”; este trabajo resulta en un incremento de la focalización del campo en hasta un 31 % de la geometría de bobina en forma de ocho con núcleo de aire, el calentamiento de la bobina se reduce en hasta un 80 % comparada con geometrías con núcleos magnéticos. La problemática presente radica en los fenómenos propios de los materiales magnéticos, como la histéresis.

En esta misma línea de desarrollo, el trabajo realizado ese mismo año en la Universidad de Oviedo [23], complementan el diseño de un equipo de estimulación en forma de medio puente, que incluye el control mediante un microcontrolador, con el análisis de los efectos metabólicos producidos por los pulsos generados en la actividad cortical de ratas. Los resultados demostraron que luego de un día de estimulación con el protocolo propuesto, modifica la actividad metabólica de la corteza cerebral, mientras que luego de tres días es posible modificar la actividad de zonas subcorticales. En consecuencia, se considera que la cantidad y la forma de los pulsos proporcionados es un parámetro importante, ya que el efecto fisiológico conseguido desaparecía luego de extender la aplicación en más de 7 días. Este trabajo de investigación deja abierta la posibilidad de desarrollo multi-disciplinario, ya que se concluye que es necesario tener retroalimentación de los efectos fisiológicos para el diseño eficiente de los equipos y de los protocolos de aplicación.

Los trabajos de investigación y desarrollo cada vez se vuelven más complejos, por ello se ha buscado implementar nuevas herramientas computacionales que hagan las tareas de cálculos, diseño y pruebas más sencillas. Una de estas herramientas, ya mencionada anteriormente, es el método de elementos finitos. Sin embargo, este método requiere de recursos computacionales amplios para implementar modelos realistas y funcionales, esto representa a su vez, altos costos invertidos en equipos de cómputo. Una alternativa probada en la Universidad de Iowa State es la implementación de sistemas de redes neuronales que predigan el efecto del campo eléctrico inducido mediante esta técnica [24]. En este método se entrenaron redes neuronales convolucionales profundas con la información de 50 modelos de cabeza obtenidos por resonancia magnética y de 16 geometrías de bobinas. Este sistema de predicción en dos dimensiones resultó efectivo comparado con simulaciones simples en 3D a un costo computacional muy bajo. Sin embargo, al entrenar a las redes de neuronas con información en dos dimensiones, existe pérdida de exactitud en la predicción del efecto de la aplicación de un pulso externo en la actividad eléctrica de la neurona.

1.2. Planteamiento del problema y Justificación

1.2.1. Planteamiento del problema

Los sistemas de estimulación magnética transcraneal se caracterizan por generar una densidad de flujo magnético $\mathbf{B}$ con una magnitud, dirección y sentido característico para producir un efecto sobre un volumen de tejido cerebral, mediante la inducción de un campo eléctrico. Sin embargo, para generar la magnitud de ese campo (que se encuentra entre 1 y 2 Teslas), es necesario hacer circular por la bobina de estimulación una alta intensidad de corriente (alrededor de 1 kA); esto provoca que las propiedades eléctricas del conductor (en particular la conductividad) se modifiquen en función del aumento de la temperatura debido a la relación existente entre la conductividad como función de la temperatura y el campo eléctrico $\mathbf{E}$ en la expresión de la forma puntual de la ley de Ohm aplicada para conductores. Esta temperatura debe tener un límite máximo antes de que el conductor se dañe irreversiblemente; la protección del material en los diseños existentes se ataca incluyendo sistemas de enfriamiento externo, que no garantiza la disminución de la temperatura de manera homogénea, por lo que se debe abordar este problema desde el diseño del circuito eléctrico. En cuanto a la dirección y sentido del campo, se logran los parámetros deseados mediante las variantes en la geometría de la bobina de estimulación.

1.2.2. Justificación

Actualmente la estimulación magnética transcraneal representa una terapia auxiliar de gran importancia en tratamientos convencionales de diversas enfermedades relacionadas al sistema nervioso. Así también, ha sido utilizada como herramienta de diagnóstico en el área de neurocirugía. Por esto es importante generar el vector de la densidad de flujo magnético que produzca el efecto de inducción deseado. Sin embargo, la generación de este campo suele traducirse en el diseño de circuitos eléctricos con un grado de complejidad elevado al utilizar elementos de potencia y electrónica de control (microcontroladores, transistores, etc.), así como geometrías de bobinas específicas. En las últimas dos décadas, los escasos trabajos existentes relacionados con el diseño de este tipo de sistemas se centran en problemas como la reducción del tamaño del equipo con la intención de comercializar, pero los problemas importantes, como el calentamiento, no se abordan y siguen presentes.

De igual manera, la mayoría de los trabajos de diseño se centran en las bobinas y no en el sistema de generación de pulsos. Sin embargo, es importante tratar de solucionar los problemas en cada uno de los elementos del sistema, ya que algunas de estas problemáticas limitan el uso del equipo y se tienen que adecuar los protocolos de terapias a los tiempos de uso disponibles. El presente trabajo pretende abordar parte de esta problemática, mediante la simulación de la generación de una densidad de flujo magnético según los parámetros de funcionamiento de los equipos comerciales, acotando el parámetro de la temperatura de operación a valores permisibles. Así también, se propone analizar mediante simulaciones el efecto del uso de bobinas concéntricas para la disminución del flujo de corriente por un solo elemento. Se espera que estas propuestas propicien el diseño de un equipo más eficiente y disminuyan directamente uno de los problemas más importantes: el calentamiento.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Determinar mediante simulaciones la densidad de flujo magnético en el espacio circundante a la bobina de un equipo de estimulación magnética transcraneal, reduciendo la temperatura de operación de la bobina.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar los parámetros eléctricos del circuito de estimulación, evitando que opere en condiciones de resonancia, utilizando software comercial de simulación de circuitos.
- Calcular el campo magnético asociado a las bobinas de estimulación típicamente usadas, utilizando el método de elemento finito.
- Analizar la respuesta térmica de las configuraciones típicamente usadas de bobina de estimulación utilizando el método de elemento finito.

2. Estimulación Magnética Transcraneal

2.1. Bases fisiológicas

La estimulación magnética transcraneal es una técnica de tratamiento/diagnóstico de padecimientos del sistema nervioso central. Su principio de funcionamiento se basa en la inducción de manera no invasiva de corrientes dentro del tejido cerebral mediante bobinas generadoras de campo magnético. Sin embargo, para utilizar esta técnica de manera segura, es necesario conocer el funcionamiento eléctrico del sistema nervioso y comprender la manera en que los campos electromagnéticos interactúan con el tejido cerebral.

El entendimiento del sistema nervioso es un área de estudio con alto grado de especialización, sin embargo, para los fines del entendimiento del comportamiento de este sistema en lo relativo a los efectos de la EMT (estimulación magnética transcraneal), se puede reducir los temas de interés a la estructura de la membrana celular y su efecto en la actividad eléctrica de las células neuronales.

2.1.1. Membrana neuronal

La membrana celular es una estructura conformada por diversas moléculas y proteínas, y actúa como una barrera entre el medio interno de la célula (conocido como citosol o matriz citoplasmática) y el externo [1]. Entre otras, la principal función de esta barrera es regular el intercambio de sustancias entre los dos medios. Debido a su estructura, tiene una naturaleza hidrofílica en ambas paredes, esto se debe a que el principal bloque estructural son fosfolípidos dispuestos en una doble capa mostrado en la figura 2.1. Este arreglo llamado bicapa fosfolípida aísla de manera efectiva el citosol de la célula, del medio extracelular.

Los fosfolípidos son una molécula compuesta por largas cadenas no polares de entrelazamientos de átomos de carbono e hidrógeno y un grupo polar fosfato enlazado a uno de los extremos de la molécula; por esta razón se dice que los fosfolípidos tienen una “cola” hidrofóbica y una “cabeza” hidrofílica [1].

La naturaleza hidrofílica o hidrofóbica de una molécula depende de las cargas parciales presentes debido a los enlaces de átomos. Las sustancias que tienen cargas parciales desiguales se disuelven en el agua, debido a que la molécula del agua tiene polaridad y deshace a la molécula presente en ella; por el contrario, aquellos compuestos en los cuales sus átomos se encuentran rodeados de enlaces covalentes (los dos átomos no metálicos comparten uno o más electrones, es decir, se unen a través de sus electrones en el último orbital) no polares, no tienen interacción química con el agua y no se disuelven en ella. Como se mencionó, la membrana celular también está formada por distintas proteínas, sin embargo, el tipo y distribución de estas en la membrana, distingue a las neuronas de otro tipo de células. Entre algunos tipos de estas proteínas con relación a su función se puede mencionar a las enzimas que catalizan las reacciones químicas, el citoesqueleto que da a la neurona su forma característica y los receptores sensibles a neurotransmisores. Estas proteínas también proporcionan rutas para los iones a través de la membrana, conocidos como canales iónicos.

Figura 2.1: Bicapa fosfolipídica [1].

Canales iónicos

Los canales iónicos son una clase de proteínas integrales de membrana, mostrado en la figura 2.2, cuya actividad es mediadora del potencial eléctrico de membrana. Durante el denominado potencial de acción dicho potencial se ve afectado por el flujo bidireccional de iones a través de estos canales a una tasa alta (alrededor de 100 millones de iones por segundo para un solo canal) y a su vez este cambio de potencial eléctrico propicia la propagación de una señal a nivel neuronal [2]. De manera general tienen tres propiedades importantes:

- Conducen iones hacia dentro y fuera de la membrana
- Reconocen y seleccionan iones específicos
- Se abren y cierran ante respuesta de señales eléctricas, mecánicas o químicas específicas

De manera estructural, estos canales están distribuidos de manera heterogénea a lo largo de toda la membrana; fisiológicamente hablando, esto significa que distintos tipos de canales que se encuentran ubicados en diferentes partes del sistema nervioso responden ante señalizaciones para diferentes tareas. Por esta razón también, algún malfuncionamiento de estos canales en estructuras musculares o nerviosas produce una gama amplia de padecimientos. Es por esto por lo que los canales iónicos tienen un papel fundamental en el entendimiento de la fisiología y fisiopatología del sistema nervioso [2].

2.1.2. Potencial de membrana

La manera en que la información es llevada de una neurona a otra es por medio de señales eléctricas y químicas, de estas dos, las señalizaciones eléctricas dependientes del tiempo son importantes para llevar información a largas distancias en un corto intervalo.

Figura 2.2: Canal iónico de membrana [1].

Figura 2.3: Potencial de reposo debido a la acumulación de cargas [2].

Estas señales eléctricas transitorias son producidas debido al flujo de corriente (movimiento de iones a través de los canales) a través de la membrana y que modifica el potencial de reposo a lo largo de la célula.

Se pueden identificar dos tipos de canales iónicos, los de reposo, que están siempre abiertos y que son los encargados de mantener el potencial de reposo y los canales que están normalmente cerrados, encargados de modificar el potencial de membrana abriendo y cerrando el flujo de iones.

Cada célula del sistema nervioso tiene una separación de cargas a lo largo de su membrana, que consiste en una acumulación delgada de iones positivos (cationes) y negativos (aniones), distribuidos sobre la superficie interna y externa, tal como se muestra en la figura 2.3. En reposo, una célula nerviosa tiene un exceso de cargas positivas en el exterior y un exceso de cargas negativas en su interior. Esta separación ocasiona una diferencia de potencial eléctrico o voltaje a lo largo de la membrana, denominado potencial de membrana. Este potencial tiene un valor de entre -60 mV y -70 mV [2].

Figura 2.4: Movimiento de cargas a través de canales iónicos [2].

Cuando se produce un movimiento de iones, la dirección del flujo de dicha corriente se define por convención como la dirección del movimiento neto de cargas positivas. En la figura 2.4A se muestra que en una célula permeable solo a los iones de potasio K^+ , el potencial de reposo se genera por la salida de K^+ debido a la diferencia de concentración. El flujo continuo de iones K^+ acumula un exceso de carga positiva en el interior de la célula y deja un exceso negativo en el exterior. Esta acumulación produce una diferencia de potencial a través de la membrana que impide la salida adicional de K^+ , de modo que se alcanza un equilibrio. Este potencial mueve iones K^+ hacia adentro de la célula para regresar al potencial de reposo. La dinámica del movimiento de cargas se muestra en la figura 2.4B.

Cuando existe un flujo neto de cationes o aniones hacia dentro o hacia afuera de la célula, la separación de cargas a lo largo de la membrana en reposo se modifica, cambiando la polarización de la membrana. Una reducción de la separación de cargas produce un potencial de membrana menos negativo, llamado despolarización. Un incremento en la separación produce un potencial más negativo, llamado hiperpolarización, la forma de este potencial en el tiempo se muestra en la figura 2.5. En 2.5a se muestra la forma del potencial con respecto del tiempo, en 2.5b se muestra las partes que componen al potencial, de acuerdo con su valor en milivolts. La hiperpolarización es casi siempre pasiva (se produce sin necesidad de algún estímulo). Cuando ésta se aproxima a un nivel crítico denominado “umbral”, la célula responde de manera activa abriendo los canales iónicos, lo que produce el denominado potencial de acción [2].

2.1.3. Circuito equivalente de membrana

Se puede estudiar las características eléctricas de una célula neuronal tratándola de una forma en que no puedan generar potenciales de acción, por medio de bloqueadores de canales y la inyección de corriente mediante un microelectrodo. Esta técnica produce una respuesta en el voltaje que se puede medir en la membrana de la célula [4].

La inyección de corriente se realiza mediante un pulso cuadrado; la respuesta del potencial de membrana es un cambio pulsado, de inicio y fin suavizados.

Figura 2.5: Potencial de membrana [1].

Esta forma es similar en el área de la ingeniería a la respuesta de un circuito eléctrico RC y por esto, se considera que un circuito eléctrico de esta naturaleza puede representar la respuesta eléctrica de la membrana de manera fiel.

El circuito eléctrico de membrana considera los elementos mencionados, pero cuyo valor depende de características físicas de la célula, es decir, R_m representa la resistencia y puede ser representada en términos del ancho de la membrana Δ , y la conductividad de la membrana σ_m como:

$$R_m = \frac{\Delta}{\sigma_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l} \quad (2.1)$$

C_m es la capacitancia de la membrana y se expresa en función de su permitividad ε por una unidad de longitud axial l , con radio r y ancho Δ como:

$$C_m = \frac{\varepsilon \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l}{\Delta} \quad (2.2)$$

Y E_m la batería encargada de generar el potencial en DC de reposo de la célula. El circuito de membrana se muestra en la figura 2.6.

Es importante no solo conocer el circuito equivalente, sino su respuesta en el tiempo y para ello se puede realizar un análisis del circuito eléctrico ante la inyección de un pulso de corriente $I_m(t)$, en la parte interna de la membrana esta corriente va a dividirse en una componente resistiva (o iónica) I_i y una componente capacitiva I_c [25]. Esto significa:

$$I_m(t) = I_i + I_c \quad (2.3)$$

Realizando sustituciones para expresar en términos del potencial:

$$I_m(t) = \frac{1}{R_m} \cdot (E - E_r) + C_m \frac{dE}{dt} \quad (2.4)$$

Si se considera como condición inicial $I(0)=0$, se puede tener una solución a la ecuación (2.4) y tener una expresión correspondiente a la evolución temporal del potencial de membrana:

Figura 2.6: Circuito eléctrico equivalente de membrana [1].

$$E_m(t) = E_r + I \cdot R_m \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.5)$$

De la expresión anterior, se puede hacer énfasis en la constante de tiempo τ que está definida por:

$$\tau = R_m \cdot C_m \quad (2.6)$$

Este parámetro determinará la rapidez con la que la célula va a reaccionar a la inyección del pulso de corriente. En la figura 2.8 se puede observar la forma del potencial de membrana ante la inyección de un pulso de corriente de diferente magnitud, así como un esquema del sistema de inyección de corriente y medición del voltaje [2].

2.2. Principio de funcionamiento

El principio de funcionamiento de estos equipos se basa en la generación de un campo magnético con magnitud y distribución espacial características, de tal manera que este induzca un campo eléctrico en el tejido cerebral. La generación de campo magnético obedece a las leyes de Maxwell, especialmente la ley de Ampère-Maxwell. Es de interés también analizar la interacción de dicho campo generado con el tejido biológico y el efecto que provoca, esto será indicador para el diseño de los equipos.

2.2.1. Campos electromagnéticos

Un campo es una entidad física, tal que cada punto en el espacio es un grado de libertad [26]. Entonces, si se conoce el comportamiento en el tiempo de una cantidad medible asociada al contexto físico en cada punto, se puede definir en su totalidad al campo.

De manera general, se pueden clasificar a los campos de acuerdo con el número de parámetros que se necesitan para describirlos y por el tipo de transformación de las cantidades que los describen, bajo cambios de coordenadas. Por esto se puede decir que, un campo tensorial de orden “n”, requiere que se especifiquen d^n componentes, donde d es la dimensionalidad del espacio en donde está definido el campo. Por ejemplo, un campo escalar es un campo tensorial de rango cero, un campo vectorial es un campo tensorial de orden uno y así sucesivamente.

El campo eléctrico es un campo vectorial en tres dimensiones, es decir, se requiere definir su comportamiento en tres componentes. Tomando esto en consideración debe saberse también que, para que cualquier campo vectorial tridimensional este totalmente definido, sus densidades de circulación (rotacional) y las fuentes de sus densidades (divergencia) son funciones dadas de las coordenadas en todos los puntos del espacio y además, si todas sus fuentes y sus densidades son cero en infinito [26].

Potenciales escalar y vectorial

Los campos estáticos, es decir que no varían con respecto del tiempo, son irrotacionales. Por esta razón, se deben expresar como el gradiente de una función escalar.

Se define entonces un potencial electrostático Φ mediante la ecuación:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi \quad (2.7)$$

En coordenadas cartesianas las componentes del campo paralelas a los ejes x_α respectivamente están dadas por:

$$E_\alpha = -\frac{\partial\Phi}{\partial x_\alpha} \quad (2.8)$$

Aplicando el teorema de Stokes:

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = \oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (2.9)$$

Donde $d\mathbf{l}$ es la longitud infinitesimal del vector tangente a la trayectoria cerrada de integración, lo que origina:

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (2.10)$$

Ya que el rotacional de $\mathbf{E}$ es cero en cualquier punto, muestra que el campo electrostático es un campo conservativo, es decir, no se realiza trabajo sobre una carga de prueba si se mueve a lo largo de una trayectoria cerrada en el campo. El potencial en cualquier punto del campo se definirá entonces como el trabajo necesario para traer una carga unitaria desde una distancia infinita a ese punto, ya que el trabajo en mover una carga es independiente de la trayectoria [26]. El problema fundamental de la electrostática es determinar la solución de la ecuación de Poisson apropiada a las condiciones propuestas bajo consideraciones particulares.

$$\nabla^2\Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.11)$$

Donde:

ρ : densidad de carga

ϵ_0 : permitividad eléctrica del vacío

Intensidad de campo magnético

Si se define a $\mathbf{c}$ como la corriente total, las ecuaciones que definen al campo vectorial $\mathbf{B}$ son:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.12)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{c} = \mu_0 (j + \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \quad (2.13)$$

Es conveniente separar del campo total, la parte cuya densidad de circulación se origina de corrientes de magnetización atómicas. Entonces se puede escribir la ecuación (2.13) de la siguiente manera:

$$\nabla \times (\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{M}) = \mu_0 (j + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \quad (2.14)$$

Definiendo un nuevo campo $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{M}) = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (2.15)$$

Y reescribiendo la expresión (2.14)

$$\nabla \times \mathbf{H} = j + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.16)$$

Esta expresión, conocida como la ley de Ampère, define que la densidad de circulación de $\mathbf{H}$ se origina de la corriente real más la corriente total de desplazamiento. Bajo condiciones estacionarias o cuasi-estacionarias, los efectos magnéticos de la corriente de desplazamiento se pueden despreciar.

Uso del potencial vectorial en la solución de problemas

La ecuación diferencial para $\mathbf{A}$ (potencial vectorial magnético) debe ser derivada de las ecuaciones de campo mediante el uso de la identidad vectorial del doble rotacional. Esto es:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 j \quad (2.17)$$

El hecho del uso de la $\nabla \cdot \mathbf{A}$ se ha dejado arbitrario hasta ahora, ya que $\mathbf{A}$ se define solo en términos de la ecuación $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Es conveniente considerar

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.18)$$

Esta expresión no considera la contribución de corrientes no estacionarias, sin embargo, esta simplificación permite proponer la ecuación diferencial para $\mathbf{A}$:

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 j \quad (2.19)$$

Que es la forma vectorial de la ecuación de Poisson, en la que la integral particular es:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{j}{r} dv \quad (2.20)$$

Ecuaciones de Maxwell

Como se ha mencionado, en estado estático el campo eléctrico es conservativo, es decir, el rotacional de $\mathbf{E}$ es cero. Se ha encontrado de manera experimental que un campo eléctrico no conservativo está acompañado por campos magnéticos variantes en el tiempo. La ley de inducción de Faraday describe este fenómeno de la siguiente manera, considerando un circuito de resistencia R , que lleva una corriente J y que contiene una fuerza electromotriz ε , los encadenamientos de flujo magnético están definidos por:

$$\Phi_m = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.21)$$

Donde la superficie de integración está delimitada por el circuito. Si este flujo cambia con el tiempo, de manera experimental se demuestra que:

$$JR - \varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad (2.22)$$

Esto significa que la corriente en el circuito es diferente a la que se calcula mediante la ley de ohm y se puede atribuir a una fuerza electromotriz adicional, igual al negativo de la tasa de cambio en el tiempo del flujo a través del circuito. Se puede decir que la ley de Faraday no es consistente con la ley de conservación de energía aplicada al balance energético total de las corrientes en campos magnéticos. La expresión (2.22) se formula en términos del flujo total que pasa a través del circuito dado, este flujo puede cambiar por diferentes razones:

- Debido a la variación con respecto del tiempo del campo externo.
- Debido al movimiento del circuito o partes del circuito.
- Una combinación de las razones antes mencionadas.

Descrito por la expresión 2.22. La ecuación se puede escribir en una forma equivalente:

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = JR - \varepsilon \quad (2.23)$$

Que indica que debe existir un campo eléctrico a lo largo del conductor que es no electrostático. La expresión (2.23) es válida también en la región inmediatamente adyacente al conductor. Algo importante a notar de la expresión (2.23) es el hecho de que características del conductor como su resistencia o su fuerza electromotriz no están contenidas, incluso parece que esta expresión es independiente de la presencia de un conductor de corriente eléctrica. Por esto, se puede tomar como una ley física general que relaciona a un campo eléctrico en el vacío con un campo magnético variable con el tiempo [26]. Dado esto, la derivada total del flujo en la expresión (2.23) se puede escribir como una integral de la derivada parcial del campo magnético, es decir:

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = -\int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.24)$$

Y mediante el teorema de Stokes:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.25)$$

Esta ecuación expresa la modificación del campo electrostático irrotacional, que es una consecuencia necesaria de la ley de inducción de Faraday.

Ecuaciones de Maxwell para medios estacionarios

Las expresiones para las densidades de las fuentes (divergencia) y circulación de densidades (rotacional) de los dos campos vectoriales básicos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ son:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \epsilon_0^{-1} \rho \quad (2.26)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.27)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.28)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(j + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{M} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \quad (2.29)$$

Las ecuaciones anteriores son las ecuaciones de campos electrodinámicos de Maxwell, también válidas para medios en reposo y están escritas en términos de cargas equivalentes en el vacío o corrientes que generan a los campos. Si se introducen de manera adicional los campos vectoriales $\mathbf{D}$ y $\mathbf{H}$ definidos de la siguiente manera:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \quad (2.31)$$

Donde:

$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ [F/m] (permitividad del espacio libre)

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m] (permeabilidad del espacio libre)

$\mathbf{P}$ = polarización, [T]

$\mathbf{M}$ = magnetización, [A/m]

Las ecuaciones de campo de Maxwell se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.32)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.33)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.34)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.35)$$

La solución de estas ecuaciones es posible solo si se establecen relaciones constitutivas que conecten $\mathbf{D}$ con $\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$ con $\mathbf{E}$ y $\mathbf{H}$ con $\mathbf{B}$, tales como:

$$\mathbf{D} = k\epsilon_0 \mathbf{E} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \quad (2.38)$$

Considerando S una superficie con frontera y V un volumen en $\mathbb{R}^3$. La forma integral de las ecuaciones de Maxwell es:

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.39)$$

$$\int_{S'} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.40)$$

$$\oint_{L'} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{d}{dt} \int_{S'} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \int_{S'} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.41)$$

$$\int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV \quad (2.42)$$

Donde:

$\mathbf{E}$ = intensidad de campo eléctrico

$\mathbf{B}$ = densidad de flujo de campo magnético

$\mathbf{H}$ = intensidad de campo magnético

$\mathbf{D}$ = densidad de flujo de campo eléctrico

Y la corriente y fuentes de carga están descritas por:

$\mathbf{J}$ = densidad de flujo de corriente eléctrica

ρ = densidad de carga eléctrica

Si ahora se considera $S' = S$ en la ley de Ampère, entonces el vector de campo se puede eliminar entre la ley de Ampère y la ley de Gauss para revelar una expresión de la conservación de la carga:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_V \rho dV + \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.43)$$

Esto muestra que la conservación de la carga está implícita en las ecuaciones de Maxwell.

Cuando las superficies S, S' son estacionarias con respecto al marco de referencia inercial de los campos vectoriales, se pueden usar teoremas de cálculo vectorial para reescribir las ecuaciones de Maxwell como las expresiones (2.32) - (2.35).

La forma más común de las ecuaciones de Maxwell es la forma integral, esto por que la forma diferencial es menos general por los siguientes motivos [3]:

- Se necesitan modificar para su uso en problemas que involucran marcos de referencia no inercial. La forma diferencial son en esencia herramientas para esta modificación.
- La forma diferencial no contiene información topológica global, que puede ser deducida de la forma integral.
- La forma diferencial asume diferenciabilidad de los campos vectoriales con respecto a coordenadas espaciales y tiempo. Sin embargo, pueden existir discontinuidades en los campos a través de las interfaces de los medios, entonces no es posible deducir la condición apropiada para cada interfaz desde la forma diferencial.

Para evitar las discontinuidades, se debe derivar las condiciones de interfaz a partir de las formas integrales. Estas condiciones son:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^a - \mathbf{E}^b) = 0 \quad (2.44)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}^a - \mathbf{B}^b) = 0 \quad (2.45)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}^a - \mathbf{H}^b) = \mathbf{K} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}^a - \mathbf{D}^b) = \sigma_s \quad (2.47)$$

Donde los superíndices refieren a los valores límites del campo en un lado y el otro de la interfaz como se muestra en la figura 2.7.

Figura 2.7: Condiciones de interfaces entre dos medios [3].

Relaciones constitutivas

De manera general, las ecuaciones de Maxwell son insuficientes para determinar los campos electromagnéticos, ya que son seis ecuaciones independientes, con 12 incógnitas. Para reducir esta brecha se introducen leyes constitutivas; para medios estacionarios éstas toman la forma de las expresiones (2.30) y (2.31). Sin embargo, para medios lineales estas relaciones son más simples:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.50)$$

Los potenciales estándar permiten la solución de la expresión correspondiente a la ley de inducción de Faraday y la ley de Gauss para campos magnéticos de manera explícita, de tal manera que al final se tienen solo 4 ecuaciones con 4 incógnitas.

Ya que la expresión (2.33) es válida para $\mathbb{R}^3$, se tiene que:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.51)$$

Para algún potencial vectorial $\mathbf{A}$, de tal manera que las expresiones (2.34) y (2.51) se pueden combinar:

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.52)$$

Usando el hecho de que esta ecuación es válida solo a lo largo de $\mathbb{R}^3$, se puede concluir que para un potencial escalar Φ

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \Phi \quad (2.53)$$

Las ecuaciones (2.51) y (2.53) expresan las seis componentes vectoriales de $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en términos de cuatro componentes de $\mathbf{A}$ y Φ .

Estas definiciones satisfacen las dos ecuaciones homogéneas de Maxwell [27]. El comportamiento dinámico de $\mathbf{A}$ y Φ va a determinar las dos ecuaciones inhomogéneas del conjunto de las 4 ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones inhomogéneas se pueden escribir en términos de potenciales como:

$$\nabla^2 \Phi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) = -4\pi\rho \quad (2.54)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t}) = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (2.55)$$

Ahora, se reduce el conjunto de cuatro ecuaciones a dos, pero aún están acopladas. Ya que $\mathbf{B}$ está definido en términos de $\mathbf{A}$, el potencial vectorial es arbitrario en la medida en que el gradiente de alguna función escalar Λ se pueda agregar. Entonces $\mathbf{B}$ se deja sin cambios por la transformación:

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \Lambda \quad (2.56)$$

Para que el campo eléctrico también cambie, el potencial escalar debe ser transformado simultáneamente.

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \Lambda}{\partial t} \quad (2.57)$$

La libertad que implican las expresiones (2.56) y (2.57) es que se puede elegir un conjunto de potenciales $(\mathbf{A}, \Phi)$ tal que:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (2.58)$$

Esto va a desacoplar el conjunto de ecuaciones (2.54) y (2.55), dejando dos ecuaciones de onda inhomogéneas, una para Φ y otra para $\mathbf{A}$.

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -4\pi\rho \quad (2.59)$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{J} \quad (2.60)$$

Las ecuaciones (2.58), (2.59) y (2.60) forman un conjunto de ecuaciones equivalentes en todos los sentidos a todas las ecuaciones de Maxwell [27].

Aproximaciones cuasi-estáticas

Es importante interpretar las ecuaciones en el contexto cuasi-estático, esto se da en dos casos diferentes, cuando μ y ϵ tienden a cero; estos casos se conocen como límites electro cuasi-estático y magneto cuasi-estático respectivamente [3].

Electro cuasi-estático: Se considera que $\mu = 0$. Esto resulta en las siguientes ecuaciones para los potenciales:

$$\nabla \cdot (\nabla \Phi) = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.61)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \mathbf{A}_i) = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.62)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.63)$$

Por lo tanto, ya que una función armónica tendiendo a infinito es cero, el potencial $\mathbf{A}$ se desvanece.

El campo eléctrico es descrito por el gradiente de un potencial escalar que puede ser variante en el tiempo. La ventaja de la aproximación electro cuasi-estática (EQS por su abreviación en inglés) es que permite trabajar con potenciales escalares mientras se ignora el campo magnético y posteriormente determinar el campo magnético como una perturbación dejando el valor de μ como un parámetro muy pequeño.

Magneto cuasi-estático: MQS por su abreviación en inglés. Si ahora se considera $\epsilon = 0$, se observa que la parte irrotacional del campo eléctrico está indefinido, entonces:

$$\nabla \cdot (\nabla \mathbf{A}_i) = -\mu \mathbf{J}_i \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.64)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.65)$$

Aquí entonces el campo magnético se puede calcular a partir del potencial vectorial. La parte solenoidal del campo eléctrico es también deducible del potencial vectorial incluso con la parte irrotacional no definida. Para modelar el campo eléctrico de manera más precisa, se puede considerar una permitividad pequeña y especificar una distribución de carga ρ .

2.2.2. Interacción del campo magnético con tejido biológico

Físicamente la estimulación (densidad de flujo magnético variante en el tiempo y atravesando una superficie) genera un movimiento de cargas a través de la membrana neuronal, este movimiento unidireccional genera a su vez la acumulación de las cargas en un solo lado de la membrana, similar a la carga de un capacitor; el umbral de voltaje se define como el voltaje (acumulación de cargas) máximo alcanzado para producir un potencial de acción, es decir, la acumulación de cargas llega a un límite en el cual no se puede mantener más la diferencia de potencial y se produce la despolarización. La energía necesaria para alcanzar este umbral de estimulación se describe como una función de la densidad de flujo magnético $\mathbf{B}$ y el tiempo, esto se explica matemáticamente mediante el modelo de Hodgkin y Huxley [4].

Es importante considerar el tiempo mínimo necesario de aplicación de un estímulo externo para producir activación de fibras neuronales (proceso de despolarización y posthiperpolarización), de tal manera que se permita el cambio de potencial y posterior regreso al estado basal. El tiempo de regreso a un estado de reposo se conoce como periodo refractario, que es el intervalo de tiempo en el cual una célula excitable no puede volver a despolarizarse ni transmitir un nuevo potencial de acción a la siguiente célula. El periodo refractario debe respetarse en la medida de lo posible para no provocar fatiga en las células y con esto una muerte prematura de estas unidades; sin embargo, la facilitación de la actividad neuronal requerida para el tratamiento de algunos padecimientos requiere que este periodo refractario sea más corto de lo normal.

En la figura 2.8 se observa el potencial de acción provocado por la inyección de un pulso cuadrado de corriente en el soma (cuerpo celular) de una neurona. El rectángulo negro representa el inicio de la aplicación del estímulo pulsado. Se observa que la inyección de corriente debe durar lo suficiente para provocar la despolarización, posteriormente debe quitarse por completo la inyección de corriente (o inyectar una corriente con magnitud negativa) para propiciar el periodo de posthiperpolarización. La constante de tiempo que determina esto se conoce como τ_m y está definida por el producto de la resistencia por la capacitancia del circuito equivalente. Esta constante es un parámetro importante para el diseño de equipos de estimulación eléctrica o magnética y sus respectivos protocolos de terapia.

Figura 2.8: Potencial de acción evocado por la inyección de un pulso de corriente [4].

2.2.3. Protocolos de aplicación

La estimulación magnética transcraneal (EMT) se puede aplicar no solo en el ámbito del tratamiento de padecimientos relacionados al sistema nervioso central, también ha sido herramienta de otros métodos neurocientíficos en el estudio de vías motoras y sensoriales, excitabilidad cortical y mapeo de funciones cerebrales. La aplicación va a determinar las características del campo generado y cómo va a interactuar con las regiones cerebrales; es decir, la magnitud, las propiedades de los pulsos de campo, la dirección y el sentido. Hablando de la magnitud, diversos organismos internacionales de regulación como la FDA (Food and Drug Administration, por sus siglas en inglés) recomiendan rangos de seguridad en los cuales no se provoca algún daño a los usuarios, considerando un promedio máximo de densidad de flujo magnético de hasta 2.5 T.

Sin embargo, esta intensidad se podría considerar como “personalizada”, ya que se toma en cuenta el umbral de estimulación de cada usuario, fijando la intensidad máxima de la terapia en la que se alcanza dicho umbral. La generación del campo magnético por la bobina depende de la intensidad de corriente que fluye por este elemento, es decir, existe una relación entre la magnitud del campo magnético generado con la corriente que lo provoca, esto significa que, para generar la magnitud deseada, se requiere hacer fluir por la bobina una intensidad de corriente que se encuentra en el orden de los kiloamperes.

Un parámetro importante para determinar el efecto que se busca es la forma que tienen los pulsos generados. Esta técnica se puede aplicar como pulsos simples con un tiempo de descanso (un estímulo cada tres o más segundos), como pulsos apareados (un par de pulsos separados por un intervalo de algunos milisegundos) o como un tren de pulsos de frecuencia variable (EMTr) [12]. Las frecuencias de los pulsos apareados o de los trenes de pulsos debe ser suficiente para permitir la despolarización neuronal y el periodo refractario posterior. La EMT de pulsos apareados puede consistir en dos pulsos de magnitud idéntica o distinta aplicados por la misma bobina o utilizando dos bobinas diferentes. La figura 2.9 muestra algunos ejemplos de tipos especiales de EMT. Esta imagen muestra en el lado izquierdo la aplicación de pulsos únicos repetidos regularmente. Desde la parte superior: ejemplos de 10 s a 1 Hz y a 5 Hz; 1 s a 10 Hz y ejemplo típico de aplicación a 20 Hz para fines terapéuticos.

Figura 2.9: Esquema iconográfico de las modalidades de aplicación de la EMT [5].

El lado derecho muestra la aplicación repetitiva de ráfagas cortas a una frecuencia interna alta intercalada por breves pausas sin estimulación. Desde la parte superior: 20 s de ERTc (estimulación de ráfagas theta continua), ERTi (estimulación de ráfagas theta intermitente), ERTim (estimulación de ráfagas intermedia). El cuarto trazado representa protocolos de ECP (estimulación de cuádruple pulso) [5]. Se puede observar que el intervalo inter-estímulo (IEE) más pequeño en este cuarto trazado es de aproximadamente 1.5 ms, lo que representa una frecuencia de pulsos superior a 600 Hz. Por esto se debe considerar que la frecuencia de resonancia del circuito RLC sea a una frecuencia superior a esta.

2.3. Equipo de estimulación

En la actualidad estos equipos son comercializados para diversos fines dentro del área clínica o de investigación. Sin embargo, aún no son accesibles a todo público, ya que su costo de adquisición es elevado y por ende no están disponibles en clínicas públicas. El alto costo se debe a la complejidad de fabricación de los componentes de los equipos, dado su grado de especificidad.

2.3.1. Componentes del equipo de estimulación

Los equipos de estimulación comerciales tienen dos componentes principales: los módulos de control y las bobinas de estimulación. La configuración de ambos componentes va a depender del fabricante y el uso que se le desea dar al equipo.

Módulos de control

Estos módulos consisten en gabinetes en donde se encuentra físicamente el circuito eléctrico de control con las interfaces de configuración y visualización como el mostrado en la figura 2.10.

Figura 2.10: Módulo simple de control Magstim® Super Rapid² [6].

Figura 2.11: Módulo de control Magstim® Super Rapid² con interfaz [6].

En ellos se puede configurar (dependiendo del modelo y el fabricante) la intensidad de estimulación, así como las características de los protocolos tales como, frecuencia, número de pulsos, duración total, etc. Algunos de estos módulos permiten observar mediante una interfaz gráfica la forma de la onda de corriente de salida hacia la bobina de estimulación como el mostrado en la figura 2.11. La mayoría de las geometrías de bobinas diseñadas por los mismos fabricantes son compatibles con estos equipos.

Como se hizo mención, dentro de estos módulos se encuentran las placas de los circuitos de control de corriente. El circuito eléctrico consiste en un conjunto de elementos de electrónica de potencia que genera pulsos de corriente de corta duración y alta magnitud. Así también, existen elementos de protección para las placas de circuitos y para las geometrías de bobinas.

Geometrías de bobinas

El punto central de los equipos de estimulación es la generación de un campo magnético con una geometría determinada según los requerimientos de estimulación. Para esto se utilizan embobinados de alambre conductor con geometrías variadas. Algunas de las geometrías más comúnmente utilizadas se muestran en la figura 2.12.

Estas geometrías han sido también objeto de estudio en el área de la investigación, para determinar condiciones óptimas de generación de campo para el tratamiento de padecimientos específicos.

Figura 2.12: Geometrías de bobinas típicamente utilizadas [7].

Estos estudios consisten principalmente en analizar la distribución espacial del campo magnético generado por las diferentes geometrías de bobinas, ya sea mediante métodos analíticos o con softwares de simulación que utilizan el método de elementos finitos. El diseño de estas geometrías está estrechamente relacionado con el diseño del circuito eléctrico de control, ya que, en su sentido más básico, el circuito completo de un sistema de estimulación es un circuito eléctrico RLC, donde la parte inductiva y resistiva está determinada por la geometría de bobina y la parte capacitiva por el grupo de capacitores del circuito eléctrico.

2.3.2. Marcas comerciales

Existen muchas marcas comerciales que son fabricantes, distribuidores y/o proveedores de servicios. Entre los que cuentan con mayor prestigio en el mercado internacional, se puede mencionar los siguientes:

- **Magstim®**, país: Estados Unidos /Reino Unido, actividad: fabricante y proveedor de servicios
- **Mag & More**, país: Alemania, actividad: fabricante
- **EB NEURO®**, país: Italia, actividad: fabricante, investigación
- **Neurosoft**, país: Rusia, actividad: fabricante y proveedor de servicios
- **Brainsway®**, país: Estados Unidos, actividad: fabricante
- **MagVenture**, país: Dinamarca, actividad: fabricante
- **Neuronetics®**, país: Estados Unidos, actividad: fabricante

Las compañías mencionadas fabrican y distribuyen los equipos de estimulación, así como servicios de instalación y capacitación. Algunas de ellas cuentan con centros de investigación en el que además se llevan a cabo protocolos de aplicación para evaluar el desempeño del equipo.

En el área de la investigación, los equipos de la empresa **Magstim®** son los más utilizados en la prueba de nuevos protocolos; así también, son referente para el estudio de la generación del campo magnético y la propuesta de nuevas geometrías de bobinas.

3. Circuito de Eléctrico de Excitación

El análisis del circuito de excitación se realiza con el objetivo de comprender de manera general su funcionamiento etapa por etapa, teniendo especial atención en la etapa del circuito RLC, compuesto por un capacitor y un elemento generador de campo magnético. Desde el punto de vista eléctrico, este elemento es un inductor en serie con un resistor; en la realidad, este elemento será la geometría de la bobina de estimulación.

3.1. Análisis y determinación de parámetros de la arquitectura del circuito

El circuito eléctrico puede dividirse en tres etapas principales [28]:

- Rectificación
- Conmutación
- Carga-descarga de circuito RLC

3.1.1. Etapa de rectificación

La primera etapa del circuito es la asociada a la alimentación, en la mayoría de los artículos simplifican el circuito eléctrico considerando una fuente de CD, sin embargo, en un análisis más completo, se considera una etapa de rectificación de corriente alterna, posiblemente considerando un transformador elevador para conseguir la tensión adecuada.

La etapa de rectificación de onda completa consta de un puente de diodos y un capacitor como filtro. Ambos componentes deben ser capaces de soportar la tensión de la fuente de potencia. Se propone el uso de diodos matrícula S1Y/-Q, cuyo uso se recomienda para rectificación de tensiones de potencia con 60 Hz de frecuencia (alrededor de 2000 V). El valor del capacitor se calcula considerando el tiempo de carga y descarga, para ello se considera la frecuencia de la fuente de CA, este valor es de 60 Hz (periodo de 16.6 ms). Se utiliza la siguiente fórmula:

$$C = \frac{It}{V} \quad (3.1)$$

Donde t es el tiempo de carga del capacitor (medio ciclo de la onda de 60 Hz, es decir, 8.3 ms). Considerando un voltaje promedio de 2000 V y una corriente de 3000 A.

$$C = \frac{(3000)(8.3 \times 10^{-3})}{2000} = 12,500 \mu F \quad (3.2)$$

Esta primera etapa proporciona un valor constante de voltaje de aproximadamente 1700 V.

3.1.2. Etapa de conmutación

La segunda etapa es la que realiza la conmutación y consiste en un transistor, en este caso se analiza el efecto de un MOSFET canal N (voltaje Drain-Source positivo y voltaje Gate-Source positivo). Este elemento funciona como un switch colocando un voltaje en la terminal Gate para activar o desactivar la tensión entre las terminales Drain-Source. Se elige el MOSFET como elemento de conmutación ya que el control de apertura y cerradura se hace por tensión y no por corriente a diferencia de un BJT o IGBT, detiene las dispersiones térmicas de manera natural, cuenta con un diodo interno para evitar flujo inverso de corriente y se recomienda ampliamente su uso en sistemas de conmutación de potencia.

El voltaje de apertura y cerradura es controlado por un sistema externo y debe generar los pulsos asociados a los protocolos de estimulación, usualmente suelen utilizarse microcontroladores o interfaces con algún equipo de cómputo. Debe tomarse en cuenta el tiempo mínimo de conmutación permitido por el dispositivo, los parámetros de elementos comerciales rondan en las decenas de kilohertz. Así también se puede considerar un arreglo de dos controladores en arquitectura de medio puente para la generación de un pulso bipolar [23], esta arquitectura puede disminuir el voltaje que debe controlar un solo elemento, ya que solo considera la mitad de la magnitud.

3.1.3. Etapa de carga - descarga del circuito RLC

La tercera etapa, es la de carga y descarga del circuito LC. El cálculo de los elementos L y C depende de los requerimientos, sin embargo, debe caer en límites permisibles según la construcción de los elementos [29]:

- Inductor: entre 10 y 25 μH
- Capacitor: entre 50 y 1500 μF

El valor del inductor va a depender también de la geometría utilizada, por lo que se puede considerar como un parámetro fijo determinado por la información proporcionada por los fabricantes. Un parámetro importante es la frecuencia de resonancia, éste fenómeno en un circuito RLC serie provoca que los efectos inductivo y capacitivo se anulen, volviendo el circuito en uno puramente resistivo con un flujo de corriente máxima, esto físicamente representa una posible destrucción de los elementos [30]. La determinación de la frecuencia de resonancia será con base en el tiempo necesario que debe aplicarse un pulso electromagnético al tejido cerebral para producir un efecto fisiológico. Para esto se considera el circuito equivalente de membrana, cuyo tiempo de descarga τ_m se estima que tiene valor de [25]:

- $\tau_m = 123 \pm 23$ ms para estimulación directa de los nervios de las extremidades
- $\tau_m = 152 \pm 26$ ms para estimulación de neuronas en la corteza cerebral

El diseño de un circuito RLC debe considerar un rango de operación por debajo de la frecuencia de resonancia, por esto se aspira a tener una resonancia a valores cercanos a 10 kHz, ya que los protocolos ya aprobados requieren pulsos con frecuencias de hasta 1 kHz. Para realizar los cálculos se considera de inicio que el circuito será un intercambio bidireccional de energía entre el capacitor y el inductor, es decir, la energía capacitiva se convierte en energía inductiva en un ciclo y viceversa. Por esto, se toma la siguiente igualdad:

$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \quad (3.3)$$

Figura 3.1: Circuito eléctrico de EMT.

La frecuencia de resonancia de un circuito RLC se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{2\pi}{T} \quad (3.4)$$

Realizando una sustitución de la expresión (3.3) en (3.4), se obtienen las ecuaciones que determinan los valores inductivo y capacitivo necesarios para cumplir con la frecuencia de resonancia deseada.

$$L = \frac{V}{I \cdot \omega} \quad (3.5)$$

$$C = \frac{I}{V \cdot \omega} \quad (3.6)$$

Sin embargo, como se mencionó anteriormente, el valor inductivo va a depender de las geometrías de bobinas deseadas, por lo que, si se considera una geometría fija, este valor también debe ser fijo.

En este caso no se va a diseñar la bobina y se tomarán valores fijos de inductancia que oscilan entre los 15 μH y los 23 μH según la empresa **Magstim®** para las geometrías más utilizadas (anillo simple, doble anillo con y sin sistema de refrigeración y doble cono). Considerando un valor capacitivo cercano a 47.75 μF y un rango de valores inductivos, se consigue una frecuencia de resonancia superior a los 5 kHz. Es posible hacer arreglos serie-paralelo ya que es importante mantener los valores exactos de capacitancia.

3.2. Simulaciones del circuito de excitación

3.2.1. Simulación en Matlab®Simulink®

Las simulaciones se realizan en el entorno **Simulink®** en la paquetería **Simscape™** de **Matlab®** y en el software de simulación de circuitos **Micro-cap**; el circuito propuesto se basa en los diseños básicos abordados en los trabajos de investigación consultados [23], [25], [28], [29]. En la figura 3.1 se muestra el esquemático del circuito eléctrico utilizado, diferenciando la etapa de rectificación de alimentación, conmutación y carga-descarga LC. **Simscape™** permite analizar la respuesta de modelos de sistemas físicos dentro del entorno de **Simulink®**.

Se pueden crear modelos de componentes con conexiones físicas e integrarlos directamente con bloques del entorno de **Simulink®**.

Figura 3.2: Circuito eléctrico en el entorno **Simulink®**.

La arquitectura del circuito eléctrico es simple, pues en su mayoría consta de elementos pasivos, sin embargo, se debe cuidar que la respuesta de cada una de las secciones del circuito sea como la deseada. Por esto, se analiza el comportamiento del circuito en los puntos de conexión entre las diferentes etapas.

En la figura 3.2 se muestra el diagrama esquemático del circuito eléctrico en el entorno de **Simulink®**.

En esta simulación se realizan mediciones del voltaje de línea (bloques de medición V_s e i_s colocados en la fuente de CA), se propone de 2000 V y 60 Hz para ser consistente con los cálculos realizados, y posteriormente del valor rectificado, que es de aproximadamente 1'700 V (bloque de medición V_s colocado en paralelo al capacitor de filtrado). Se utiliza un tren de pulsos para la etapa de conmutación con una frecuencia continua de 20 Hz y amplitud de 5 V (generado por el bloque **Señal de control**) conectado a la terminal Gate del bloque asociado al MOSFET. Por último, se considera la forma y la amplitud del voltaje en el capacitor (V_o) y la corriente en el inductor (i_L). Todos los bloques de medición se conectan a un Scope que permite analizar la forma de la señal. Los resultados de la simulación se muestran en la figura 3.3. En verde se observa el voltaje de línea, en naranja el voltaje rectificado, en morado los pulsos cuadrados de la etapa de conmutación, en azul la forma de la señal de carga y descarga del capacitor y finalmente en rojo la corriente que fluye por el inductor.

Se puede observar que la corriente que fluye por el inductor es de aproximadamente 3 kA, magnitud que es físicamente inalcanzable de manera natural con elementos convencionales. En el entorno de **Simulink®** se observa la respuesta de un modelo representado por bloques que no tiene limitantes de las variables físicas, por lo cual obtener valores con esa magnitud no representa fielmente el sentido físico de un circuito eléctrico, aunque la forma de la respuesta que se esperaba es la obtenida al llevar a cabo la simulación. Por esto, es necesario llevar a cabo simulaciones en un software especializado en circuitos eléctricos que permita limitar las variables de voltaje y corriente mediante el uso de elementos con matrículas determinadas.

Figura 3.3: Señales de interés obtenidas mediante simulación en el entorno de **Simulink®**.

3.2.2. Simulación en Micro-cap

Este software de licencia libre es un simulador de circuitos analógicos/digitales compatible con **SPICE** con un editor de diagramas esquemáticos integrado. En este simulador se pueden indicar las matrículas de los elementos del circuito, considerando las especificaciones determinadas en sus hojas de datos, esto proporciona una simulación con más sentido físico, pues las matrículas consideran limitantes en las variables de voltaje y corriente. Se realiza la simulación del mismo circuito considerado en el entorno de **Simulink®**, el diagrama esquemático se muestra en la figura 3.4. En esta simulación se propone el uso de los siguientes elementos:

- Fuente de CA de 2000 V y 60 Hz. Elemento **V3**.
- Diodos rectificadores matrícula S1Y/-Q. Elementos **D3-D6**.
- Capacitor de filtrado de 12,500 μF . Elemento **C2**.
- MOSFET Canal N IRFP054. Elemento **M1**. La familia de MOSFET incluida en la paquetería del software solo incluye elementos con valores máximos de operación de 14 A y 400 V, sin embargo será un acercamiento a la operación con elementos reales. La generación de los pulsos se representa con una fuente de voltaje de forma de trenes de pulso. Elemento **V2**.
- Los valores del bloque RLC calculados en la sección anterior. Elementos **R8**, **L4**, **C1**.
- Rama de descarga y disipación: Resistencia de potencia de 0.2 Ω (elemento **R5**) y un diodo de potencia en serie matrícula S1Y/-Q (elemento **D2**).

Los resultados de la simulación se observan en la figura 3.5. En esta figura se observan las mismas señales que en la figura 3.3, estas señales son: El voltaje de entrada (señal senoidal en azul), el voltaje rectificado (señal en rojo), los pulsos de la señal de control de la conmutación (pulsos en morado), el voltaje del capacitor (señal en verde) y la corriente del inductor (señal en negro).

Figura 3.4: Circuito eléctrico en el simulador **Micro-cap**.

Figura 3.5: Señales de interés obtenidas mediante simulación en el entorno de **Micro-cap**.

Se observa que la forma de la respuesta es consistente con los resultados obtenidos en el entorno de **Simulink®**, sin embargo, los valores de corriente y voltaje si tienen sentido físico de acuerdo a las limitantes propias de las matrículas indicadas para los elementos del circuito.

3.2.3. Propuesta para reducción de potencia disipada

Uno de los principales problemas de los sistemas de estimulación magnética transcraneal es el calentamiento de la bobina, provocado por la disipación de potencia asociada al flujo de una alta intensidad de corriente por este elemento. Desde el punto de vista eléctrico, la potencia disipada se puede reducir disminuyendo la intensidad de corriente que fluye por el elemento inductor, sin embargo, como se mencionó anteriormente la magnitud del campo magnético generado está determinada por la corriente en la bobina; por lo que, reducir la corriente, disminuye automáticamente la magnitud del campo.

Se propone considerar el valor inductivo equivalente de dos o más ramas de inductores en paralelo para disminuir la intensidad de corriente que fluye por cada unidad, pero que el consumo de todo el bloque en conjunto sea el mismo que en un solo elemento.

Tomando esta consideración se toma el valor del inductor de $23 \mu\text{H}$ y su resistencia asociada de 0.005Ω . Se toma el caso de la simulación realizada en el software **Micro-cap**, en esta se observa que fluye una corriente máxima de 70 A por el inductor, lo que representa una potencia disipada de **245 W**. Calculando el calor que desprende el conductor mediante la expresión de la ley de Joule.

En un sentido físico, los tres inductores pueden colocarse de manera concéntrica considerando una geometría de solenoide simple, de tal manera que los campos magnéticos generados por las bobinas individuales se sumen y sean cercanos en magnitud a la geometría que corresponde a un solo inductor.

4. Geometrías de la Bobina de Estimulación

Para comenzar el análisis es necesario identificar las características físicas de las geometrías de bobinas que son utilizadas con mayor frecuencia según los fabricantes y lo reportado en la literatura. Se identifica que estas geometrías son: bobina de solenoide simple, bobina en forma de ocho y bobina de doble cono.

4.1. Geometría de bobinas

4.1.1. Bobina de solenoide simple

Es una estructura en forma de anillo con el embobinado tipo solenoide, mostrada en la figura 4.1, con un diámetro exterior de 90 mm, diámetro interior de 31.75 mm y ancho de 3.67 mm. Está conformada por 8 vueltas concéntricas de alambre de cobre calibre 7 AWG.

4.1.2. Bobina en forma de ocho

Consta de un arreglo de dos bobinas idénticas tipo solenoide con las mismas dimensiones que las mencionadas en el punto anterior colocadas en forma de ocho. Se muestra en la figura 4.2.

4.1.3. Bobina de doble cono

Esta geometría mostrada en la figura 4.3, es usada principalmente en estimulación de estructuras profundas, es similar a la bobina en forma de ocho, a diferencia de que el ángulo existente entre ambas bobinas es menor a 180° (usualmente es de 95°), las bobinas tienen un diámetro superior de 90 mm, un diámetro inferior de 130 mm con 6 vueltas de alambre de cobre calibre 7 AWG. Para lograr una forma cónica, las vueltas más internas se desplazaron 25 mm hacia arriba desde el centro de la parte inferior de la bobina y se distribuyen de manera equidistante los bucles restantes.

Figura 4.1: Geometría de bobina de solenoide simple [7].

Figura 4.2: Geometría de bobina en forma de ocho [7].

Figura 4.3: Geometría de bobina en forma de doble cono [7].

4.1.4. Entorno y condiciones de simulación

Para llevar a cabo las simulaciones se utilizó el software **COMSOL Multiphysics®**, éste cuenta con una interfaz de representación de la geometría tipo CAD (Computer Aided Design), por lo que la construcción de los modelos será mediante geometrías con formas básicas (cubos, cilindros, prismas, líneas, etc.) y operaciones booleanas (uniones, intersecciones y diferencias). De esta manera se buscará crear un modelo que represente la forma de las bobinas dentro del entorno del software.

Para las condiciones de alimentación se tomarán como base los cálculos realizados para el análisis del circuito de excitación, en el que se determinó que la corriente de excitación es de aproximadamente 3000 A con un voltaje de 2000 V, sin embargo, se tomará en cuenta también la información reportada en trabajos de investigación. Así mismo se busca que el cálculo de la inductancia mediante el método de elementos finitos sea consistente con la información proporcionada por el fabricante en el que se requiere que las geometrías analizadas tengan una inductancia entre 10 y 25 μH [29].

5. Simulación de Campos Magnéticos

El análisis de la generación de una densidad de flujo magnético en el espacio circundante a la geometría de bobina de estimulación tiene como objetivo estudiar la relación de la geometría de bobina con la forma y magnitud del campo magnético generado.

Conociendo las características físicas de las geometrías de bobina, así como las condiciones de excitación se utiliza el método de elementos finitos para llevar a cabo el análisis.

5.1. Método de elementos finitos

Este método es una herramienta ampliamente usada para resolver numéricamente ecuaciones diferenciales [31]. Puede formularse usando dos enfoques dependiendo del método utilizado para resolver la ecuación diferencial que gobierna la física del problema.

- Método variacional: la ecuación diferencial parcial se formula mediante una expresión que tiene relación con la energía, denominada funcional. La solución a la ecuación se encuentra minimizando la expresión de la energía.
- Método de Galerkin: el método requiere que la ecuación diferencial gobernante de la física se multiplique por un conjunto de pesos predeterminados y el producto resultante se integre en el espacio; luego esta integral debe hacerse cero. Técnicamente, el método de Galerkin es un subconjunto del procedimiento general del método de residuos ponderados, ya que se pueden utilizar varios tipos de pesos; en el caso del método de Galerkin, las ponderaciones se eligen para que sean las mismas que las funciones utilizadas para definir las variables desconocidas.

Para resolver ecuaciones diferenciales es posible utilizar cualquiera de estos dos métodos. Sin embargo, se puede hacer una comparativa al usar estos métodos y el método de elemento finito, ya que, para este último, se divide el problema en subdominios y se propone una solución para cada uno de ellos, mientras que, con cualquiera de los dos métodos mencionados, se plantea la solución para todo el dominio de la física.

Para entender la manera en que se obtiene una solución por medio del método de elemento finito, es necesario entender el método de Galerkin en su formulación de la matriz de ponderación [32].

Este método se aplica para encontrar la solución de ecuaciones diferenciales en todo el dominio de un problema, sujeto a ciertas condiciones de frontera representadas como:

$$\lambda - D = 0 \quad \text{en } \Gamma \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial n} - N = 0 \quad \text{en } \Gamma \quad (5.2)$$

Donde λ es la variable de campo y Γ es la frontera. Se plantea entonces una aproximación de la solución de la forma:

$$\bar{\lambda} \approx \lambda \quad (5.3)$$

De manera que al aplicar el operador diferencial a esa solución $\bar{\lambda}$ en todo el dominio, da como resultado un valor R diferente de cero. Se debe entonces multiplicar ese residuo por una función de ponderación W integrando sobre todo el dominio, es decir:

$$\int_{\Omega} WRd\Omega = 0 \quad (5.4)$$

Se requiere que esta integral sea cero, ya que representa el residuo al calcular la derivada de un valor aproximado en todo el dominio. Como se mencionó, las ponderaciones se eligen para que sean las mismas que las funciones utilizadas para definir las variables desconocidas (funciones de aproximación). Dado esto, las funciones de aproximación que más frecuentemente se utilizan son de tipo polinomial, lo que convierte la ecuación diferencial en una ecuación integral y posteriormente en un sistema de ecuaciones algebraicas, en donde los coeficientes de las funciones de aproximación son las incógnitas de dicho sistema de ecuaciones que tiene la forma.

$$[K][a] = [f] \quad (5.5)$$

Donde:

K: es la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones, conocida como matriz de rigidez.

a: es el vector de incógnitas, las cuales son los valores nodales del campo para este método.

f: es el vector de fuerza, que contiene los términos independientes del sistema de ecuaciones.

Teniendo el antecedente del método de Galerkin, se puede analizar el proceso general para la resolución de un problema físico mediante el método de elemento finito. De manera general, el proceso se puede dividir en tres etapas:

- Preprocesamiento: configuración de modelos
- Procesamiento: solución del sistema de ecuaciones
- Postprocesamiento: evaluación de resultados numéricos mediante gráficas o imágenes

Preprocesamiento

Dentro de la etapa de preprocesamiento se definen pasos claros a seguir para configurar el proceso de resolución del problema.

- Definición del dominio del problema. El análisis de la física se realiza mediante el estudio de geometrías que representen a la física de manera explícita. Esta geometría se construye utilizando herramientas de software de diseño (CAD). Cuando se tiene representada la física se asignan los materiales de construcción del dispositivo, mediante sus propiedades físicas. También se asignan las regiones en donde existe una fuente de excitación de campo.
- Discretización del dominio. Es la esencia del método de elementos finitos, ya que consiste en dividir el dominio en elementos más pequeños acomodados en forma de malla. El tamaño de estos elementos determina el nivel de aproximación de la solución. La solución se encuentra en puntos existentes en el borde de los elementos y que son uniones entre ellos denominados nodos.

- Funciones de aproximación. La mayoría de los softwares de simulación realizan esta asignación de manera automática. Se utiliza la asignación de funciones bajo el enfoque del método de Galerkin.
- Indicar las condiciones de frontera. Se pueden indicar tres principales condiciones para las fronteras de los dominios:
 - Dirichlet: se conoce el valor de la variable de campo en la frontera indicada, el valor de los nodos en esa frontera deja de ser una incógnita.
 - Neumann: se conoce el valor de la derivada normal de la variable de campo en la frontera indicada.
 - Periodicidad: esta condición indica que el modelo tiene simetría y es repetitiva, por lo que se calcula solo una fracción del dominio total.

En algunos sistemas se puede utilizar una condición diferente conocida como “infinite box” o dominio de elementos infinitos.

Procesamiento

Consiste en el ensamble y resolución del sistema de ecuaciones, evaluando las integrales de residuos para obtener la matriz de ponderación. Esta etapa es realizada de manera automática por el software de simulación. El tiempo que tarda en realizarse depende de la complejidad del modelo por sí solo, las condiciones de excitación y frontera y de los recursos computacionales disponibles para realizar el cálculo.

Postprocesamiento

Una vez obtenida una solución aproximada, se pueden obtener valores de variables secundarias que dependan de la solución principal mediante ecuaciones. Además, se pueden visualizar estas soluciones mediante imágenes o gráficas para tener herramientas visuales de evaluación. La calidad de las imágenes obtenidas dependerá también del tamaño propuesto para los elementos en los que se dividió el dominio.

5.2. Formulación del dominio del problema

Para realizar el análisis primero es necesario plantear el modelo de las bobinas a estudiar. En la literatura se proponen alternativas para la construcción de los modelos, dependiendo de los requerimientos de la simulación y los recursos computacionales disponibles; dentro de estas opciones primero se pueden considerar dos alternativas primarias, realizar un estudio 2D axi-simétrico [33] o un estudio 3D. Para el caso de la bobina de solenoide simple puede realizarse cualquiera de las dos alternativas, ya que la geometría si tiene un eje de simetría, sin embargo, para las geometrías restantes solo es posible realizar los estudios en un análisis 3D, por lo que se realiza este tipo de estudio para las tres geometrías. Además, la simulación 3D permite tener una mejor visualización espacial del campo magnético generado por las diferentes geometrías de bobinas.

Dadas las características del software en el módulo AC/DC, existen dos alternativas en cuanto a la construcción del dominio correspondiente a la bobina (modelo de bobina multi-vuelta homogénea [34], [35], [36], [22] y modelo de conductor (filamentario o sólido) simple [37], [38], [39], [40] y tres en cuanto a la manera de alimentar el dominio correspondiente a la bobina.

Figura 5.1: Modelo de bobina de solenoide simple multi-vueltas homogéneo.

Por este motivo se realizó primero una comparación entre las diferentes alternativas, con la intención de determinar cuál modelo es más eficiente en una relación costo computacional-información obtenida en el post procesamiento.

5.2.1. Representación física de los dominios en 3D

Bobina de solenoide simple

Se comienza el estudio con la geometría más simple, la correspondiente a la bobina de solenoide sencillo, para ello se propone la construcción de un modelo que representa una bobina multi-vuelta homogénea. Esto quiere decir que, el sólido que describe la bobina considera que las vueltas están distribuidas de manera homogénea por toda la geometría, sin necesidad de indicarlo físicamente; esto significa también que la densidad de corriente es uniforme a través de la sección transversal del sólido. Este tipo de modelo simplifica el análisis al ser una geometría sencilla, pero se espera que no refleje fielmente el efecto de la frecuencia de la corriente sobre los conductores al no estar representados físicamente. Esta construcción se realiza dentro del módulo “Magnetic Fields (mf)” del software, con una representación 3D.

En la figura 5.1 la geometría en forma de anillo representa la bobina multi-vuelta. Para este tipo de análisis es necesario modelar un dominio de aire alrededor de la bobina. El cascarón exterior representa el dominio de elementos infinitos a modo de condición de frontera; la distancia de interés es una esfera cuyo radio es igual al diámetro de la bobina analizada.

Para la asignación de materiales se consideran las siguientes distribuciones:

- Bobina: Cobre
- Elementos infinitos y espacio circundante a la bobina: Aire

Los materiales están pre-establecidos en las librerías de **COMSOL Multiphysics®**. Para el caso del aire se considera el uso de una conductividad eléctrica pequeña (no cero, como está por default), esto es requerido para evitar crear una matriz de rigidez singular.

La segunda alternativa de modelo, mostrado en la figura 5.2, consiste en tomar en cuenta físicamente los conductores concéntricos, esto se considera mediante la construcción de toroides que representan el conductor, cuyo diámetro menor corresponde al diámetro de la sección transversal del conductor calibre 7 AWG (3.67 mm de diámetro de sección transversal).

Figura 5.2: Modelo de bobina de solenoide simple con conductores.

Todos los toroides son concéntricos y coplanares. De igual manera se incluye la esfera correspondiente al dominio del aire y los elementos infinitos como condición de frontera.

La asignación de materiales se considera de manera idéntica que el modelo anterior. Los dos modelos descritos anteriormente se consideran para la simulación de campo magnético y posterior acoplamiento con la física de transferencia de calor.

El tercer modelo propuesto consiste en considerar nuevamente los conductores simples, pero esta vez la geometría considera bobinas concéntricas con bordes abiertos. Esta nueva propuesta permite comparar la magnitud de la distribución de flujo magnético generada cuando se tiene bobinas concéntricas por las cuales fluye un cuarto de la corriente total, además, puede dar pauta al uso de simulaciones acopladas con un circuito eléctrico. Esta propuesta se muestra en la figura 5.3.

En este caso, los bordes abiertos necesitan ser conectados a una frontera del dominio de aire circundante a la bobina, por ello este dominio se modela con un cubo. Las bobinas concéntricas consisten en un solenoide de 2 vueltas de alambre calibre 7 AWG.

Bobina en forma de ocho

Para el caso de esta geometría, únicamente se utiliza el modelo de multi-vueltas homogéneo, ya que las alternativas de modelado se estudian con el modelo más simple. En este modelo existe discrepancia en la literatura en el acomodo físico de las dos bobinas, ya que puede existir empalme de ambas geometrías, o estar adyacentes una con la otra. Por esta razón, se realiza un barrido paramétrico de la posición de ambas bobinas. En la figura 5.4 se muestra la posición inicial, en la cual el empalme es máximo y en la figura 5.5 se muestra la posición final del barrido.

Ambas bobinas tienen las mismas dimensiones que la geometría de solenoide simple, sin embargo, en la realidad ambas bobinas no son idénticas debido a que están conectadas en serie una con la otra y comparten una vuelta del embobinado. Al ser un modelo multi-vueltas homogéneo solo se va a analizar la posición de las bobinas y la dirección del embobinado, que será la dirección del flujo de la corriente se va a indicar por medio de los bordes en direcciones opuestas.

Figura 5.3: Modelo de bobina de solenoide simple con conductores en geometría abierta.

Figura 5.4: Modelo de bobina en forma de ocho con posición de empalme inicial.

Figura 5.5: Modelo de bobina en forma de ocho con posición de empalme final.

Los materiales configurados para este modelo también son los utilizados para el modelo de bobina de solenoide simple, es decir: cobre para los dominios de las dos bobinas y aire para el dominio de elementos infinitos y el espacio circundante a las geometrías de bobinas.

Bobina de doble cono

En el caso de esta geometría, al igual que la geometría en forma de ocho, se utiliza el modelo de multi-vueltas homogéneo, realizando un barrido paramétrico del ángulo existente entre ambas bobinas con respecto a un eje vertical, en artículos de investigación [36] se hacen estudios variando este ángulo siendo el valor mínimo 100° , mostrado en la figura 5.6 y el ángulo mayor 180° , mostrado en la figura 5.7. La construcción de estas geometrías requiere conocer más variables que en el caso de las otras dos geometrías, estas son: diámetro inferior, diámetro superior, altura y el ancho del embobinado. Con estas variables se construyen dos conos truncados que dan forma a la geometría cónica.

Al igual que en la geometría de la bobina en forma de ocho, se toma en cuenta la conexión física entre ambas bobinas, pero solo indicado mediante la dirección del flujo de corriente. Los materiales de los dominios se mantienen igual que en las otras dos geometrías.

Cabe mencionar que, el ángulo de apertura inicial (180°), mostrado en la figura 5.6 no tiene sentido físico, pues lo que se busca con esta geometría es una mayor profundidad de penetración, por lo que las geometrías tienen ángulos menores a este valor.

5.2.2. Ecuaciones en el dominio de la frecuencia

Para la configuración de la simulación se debe considerar que la base teórica de la estimulación magnética transcraneal es la inducción de un campo eléctrico en el tejido cerebral, mediante un campo magnético variable en el tiempo, por lo que se requiere conocer las características de los campos en el dominio de la frecuencia. Para esto se utiliza una aproximación conocida como cuasi-estática [33], [38], [41].

Figura 5.6: Modelo de bobina de doble cono con ángulo de apertura inicial.

Figura 5.7: Modelo de bobina de doble cono con ángulo de apertura final.

Esta aproximación consiste en considerar que en cada instante de tiempo el campo satisface la ecuación de Laplace y que las condiciones de frontera son las mismas que se consideran si las fuentes estuvieran en condiciones estacionarias [42]. Para ello **COMSOL Multiphysics®** hace uso de las siguientes expresiones:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (5.6)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \mathbf{D} + J_e \quad (5.8)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} \quad (5.9)$$

La ecuación (5.6) corresponde a la ley de Ampère-Maxwell en forma diferencial que describe que las densidades de corriente (descritas en la ecuación (5.8)) son las fuentes vectoriales del campo magnético. La ecuación (5.7) describe a la densidad de flujo magnético en función del potencial magnético vectorial.

La expresión (5.8) describe la densidad de corriente eléctrica total, esta es directamente proporcional al campo eléctrico en el interior del conductor, incluye el término de la corriente de desplazamiento y J_e que representa la densidad de corriente generada de manera externa. La expresión (5.9) relaciona el potencial magnético vectorial con el campo eléctrico en el dominio de la frecuencia, esta expresión describe la parte no conservativa del campo eléctrico.

Así también, se consideran las siguientes relaciones constitutivas:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (5.10)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (5.11)$$

Dentro de este módulo se debe indicar cuales dominios funcionarán como aislante magnético, por default se asocia al dominio de los elementos infinitos. Así también se pueden cambiar las condiciones iniciales de la variable de interés dentro del estudio, en este caso, el potencial magnético vectorial. Es importante ahora derivar la ecuación diferencial que gobierna la física en función del potencial magnético vectorial a partir de las expresiones antes mencionadas. Primero obteniendo una expresión para la intensidad de campo magnético $\mathbf{H}$ en términos de $\mathbf{A}$, utilizando la expresión (5.7).

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (5.12)$$

Y sustituyendo las ecuaciones (5.8), (5.9) y (5.12) en (5.6).

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + (j\omega\sigma - \omega^2\epsilon) \mathbf{A} - J_e = 0 \quad (5.13)$$

Con las condiciones de frontera descritas en las expresiones (5.1) y (5.2) para $\lambda = \mathbf{A}$. La expresión (5.13) es una formulación de potencial reducido, en términos del potencial magnético vectorial, para sistemas cuasi-estáticos armónicos en el tiempo. Esta es la ecuación de campo que describe la física de campos magnéticos y se resuelve para cada nodo de la discretización, considerando las condiciones iniciales y de frontera.

Figura 5.8: Bordes indicando la dirección del flujo de corriente para el modelo de bobina de solenoide simple.

5.2.3. Variables de excitación

Dentro del módulo de Magnetic fields se indica el dominio que va a describir a la bobina. Para simular bobinas en 3D existen 3 alternativas para considerar la excitación de dicho elemento:

- Indicar la dirección del flujo de corriente por bordes cerrados (para bobinas multi-vuelta homogéneas).
- Considerar una cara interna dentro del conductor cerrado, por cuya sección transversal atraviesa el flujo de corriente.
- Construir una geometría abierta con dos caras terminales en donde se indican potenciales (alimentación y tierra).

Las tres alternativas se probaron para analizar cual tenía mejores resultados. Dado que en los tres modelos de geometrías de bobinas se considera la alternativa de bobina multi-vuelta homogénea, se configura de inicio la excitación mediante la selección de bordes que indican el sentido del flujo de corriente.

En la figura 5.8 se muestra la selección de bordes para el modelo de bobina de solenoide simple; para el caso de los modelos correspondientes a la geometría en forma de ocho y de doble cono, esta selección tiene que realizarse con base en la dirección del embobinado y que tiene un efecto en la dirección del campo generado. En el caso de la geometría en forma de ocho, la dirección de la corriente debe tener sentidos diferentes (horario y anti-horario) en las dos bobinas, una con respecto a la otra, ya que uno de los embobinados comienza cuando finaliza el otro y en sentido opuesto. En la geometría de doble cono ambas deben tener el mismo sentido.

La figura 5.9 muestra el sentido de la selección de los bordes para la geometría de bobina en forma de ocho, el inciso A muestra el sentido horario para una bobina y el inciso B el sentido antihorario para la otra. Para la geometría en forma de doble cono, esta selección se muestra en la figura 5.10, como se mencionó, en esta geometría el sentido de la corriente y del embobinado es el mismo para ambas bobinas.

En el caso del modelo de la geometría de solenoide simple en el cual se representan físicamente los conductores, se consideran dos alternativas de alimentación, indicando los bordes

Figura 5.9: Bordes indicando la dirección del flujo de corriente para el modelo de bobina en forma de ocho.

Figura 5.10: Bordes indicando la dirección del flujo de corriente para el modelo de bobina de doble cono.

Figura 5.11: Bordes indicando la dirección del flujo de corriente en conductores sólidos.

Figura 5.12: Terminales abiertas con potenciales y dirección del flujo de corriente.

tal como se muestra en la figura 5.11 para cada conductor independiente y considerando un potencial en un borde interno, sin embargo, esta última alternativa no representa diferencia con el otro método y la geometría debe considerar bordes internos, por lo que la complejidad del modelo aumenta de manera innecesaria. Para el modelo de esta misma geometría, pero considerando terminales abiertas, se considera la alternativa de alimentación en donde se tiene dos superficies a diferentes potenciales. En la figura 5.12 se muestran las superficies de entrada de corriente indicados por el recuadro amarillo y la dirección de dicha corriente (flecha roja), así como las superficies correspondientes a la tierra indicados por el recuadro verde.

Como se ha mencionado anteriormente, se realiza un estudio en el dominio de la frecuencia con un rango de valores entre 2 kHz y 5 kHz (pulsos con duración del orden de milisegundos), con amplitud de señal de corriente entre 1 kA y 3 kA o voltaje cercano a 2 kV, al considerarse la aproximación cuasi-estática con una señal periódica. Estos rangos de valores reportados en artículos de investigación [22], [34], [36], [38], [40], [43], [44], son consistentes con los parámetros manejados durante el análisis y diseño del circuito eléctrico para obtener la magnitud de la densidad de flujo magnético necesaria (aproximadamente 1 Tesla) [39].

Figura 5.13: Mallado del modelo de bobina multi-vueltas homogéneo.

5.3. Discretización del dominio

Como se hizo mención, la discretización consiste en dividir el dominio completo en pequeños elementos, para los cuales se encontrará una solución aproximada y posteriormente se realiza un ensamble de dichas soluciones para encontrar solución para el dominio completo. Esta etapa va a afectar directamente a la etapa de procesamiento, que corresponde propiamente al software, en el tiempo que tarda en llevarse a cabo el proceso de simulación, dependiendo directamente de los recursos computacionales disponibles en el equipo de cómputo. En este caso se cuenta con un procesador Intel Core i5 de 10^a generación, con 12 Gb de RAM.

Para el caso de los dominios utilizados, serán de interés la siguiente información de cada uno de los elementos creados:

- Forma del elemento
- Número de elementos
- Tamaño de lado máximo y mínimo
- Número de grados de libertad
- Tiempo de simulación

La discretización se realiza con base en las características físicas de los dominios, así como considerando las regiones bajo estudio en dónde será de mayor interés obtener información del problema. En este caso, se requiere conocer la distribución espacial de la densidad de flujo magnético generado por las geometrías de bobinas, por lo que las regiones cercanas a dicha geometría tendrán elementos más pequeños y estos aumentarán su tamaño conforme se alejen del dominio correspondiente a la geometría de bobina.

El mallado para el modelo de la geometría de bobina de solenoide simple representado como una bobina multi-vueltas homogénea consiste en 60,235 elementos tetraédricos de dominio, 7,064 elementos de frontera y 526 elementos de bordes con un tamaño mínimo de lado de 0.64 mm y un máximo de 8.8 mm. Este modelo consta de 48,535 grados de libertad, con un tiempo de simulación de 2 minutos y 20 segundos. El mallado se muestra en la figura 5.13.

Figura 5.14: Mallado del modelo de bobina con conductores simples.

Para el caso del mallado del modelo de bobina de solenoide simple que incluye físicamente a los conductores, se debe considerar elementos más pequeños, debido al espacio de aire que existe entre los conductores; para este modelo consiste en 455,471 elementos tetraédricos de dominio, 73,082 elementos de frontera y 9,276 elementos de bordes con un tamaño mínimo de lado de 0.04 mm y un máximo de 150 mm. Este modelo consta de 3,320,677 grados de libertad, con un tiempo de simulación de 29 minutos y 54 segundos. El mallado se muestra en la figura 5.14.

El mallado del tercer modelo para la geometría de bobina de solenoide simple con terminales abiertas, considera de igual manera el espacio físico entre los conductores; este modelo consiste en 1,047,680 elementos tetraédricos de dominio, 98,200 elementos de frontera y 10,943 elementos de bordes con un tamaño mínimo de lado de 0.2 mm y un máximo de 11 mm. Este modelo consta de 526,971 grados de libertad, con un tiempo de simulación de 22 minutos y 41 segundos. El mallado se muestra en la figura 5.15.

Para el caso de las geometrías de bobina en forma de ocho y de doble cono, se utiliza un solo modelo para cada una y por ende una sola discretización de los dominios.

Para la primera geometría (bobina en forma de ocho) el modelo consta de 121,456 elementos tetraédricos de dominio, 14,902 elementos de frontera y 848 elementos de bordes con un tamaño mínimo de lado de 1.2 mm y un máximo de 16.5 mm. Este modelo varía los grados de libertad para cada variación del parámetro de posición de las bobinas, para el primer caso consta de 918,210 grados de libertad, para el segundo 834,830, para el tercero 753,942, para el cuarto 685,840, para el quinto 642,722 y finalmente para el sexto 596,604, con un tiempo total de simulación de 10 minutos y 42 segundos. El mallado se muestra en la figura 5.16.

Para la geometría correspondiente a la bobina de doble cono, el modelo consta de 87,030 elementos tetraédricos de dominio, 8,856 elementos de frontera y 973 elementos de bordes con un tamaño mínimo de lado de 3.6 mm y un máximo de 28.8 mm. Este modelo varía los grados de libertad para cada variación del parámetro de posición de las bobinas y ángulo de separación con respecto al eje vertical, para el primer caso consta de 572,135 grados de libertad, para el segundo 575,538, para el tercero 529,477, para el cuarto 540,599, y finalmente para el quinto 597,677, con un tiempo total de simulación de 3 minutos y 41 segundos.

Figura 5.15: Mallado del modelo de bobina con conductores simples en geometría abierta.

Figura 5.16: Mallado del modelo de bobina en forma de ocho.

Figura 5.17: Mallado del modelo de bobina en forma de cono.

El mallado se muestra en la figura 5.17.

5.4. Condiciones de frontera y condiciones iniciales

En el caso del modelado de bobinas 2D, **COMSOL Multiphysics®** considera dos diferentes condiciones de frontera, el aislamiento magnético y la condición de conductor magnético perfecto. La condición de aislamiento magnético se puede interpretar físicamente como un límite a un dominio que tiene conductividad eléctrica infinita. Es decir, la condición de aislamiento magnético implica que la bobina está encerrada dentro de una esfera de muy alta conductividad. Las corrientes pueden fluir y ser inducidas en un límite de aislamiento magnético. Matemáticamente hablando, el aislamiento magnético fija la variable de campo que se está resolviendo para que sea cero en el límite; es una condición de frontera de Dirichlet homogénea. Por otro lado, la condición de conductor magnético perfecto se puede considerar como la condición de límite opuesta. Matemáticamente, aplica la condición de Neumann homogénea, lo que significa que la derivada del campo solución en la dirección normal al límite es cero. Ninguna corriente puede fluir ni ser inducida por un límite de conductor magnético perfecto.

Para el caso de estudios en 3D, se puede evitar la cuestión de cual condición de frontera usar, truncando el dominio de modelado con una condición de dominio conocida como elementos infinitos. El dominio de elementos infinitos requiere que se agregue un dominio adicional como una capa alrededor del exterior del dominio de modelado. Luego, el software realiza internamente un estiramiento de coordenadas dentro de este dominio de modo que el dominio sea infinitamente grande. Por lo tanto, la solución de un modelo con dominios de elementos infinitos será la misma que cuando se aumenta el radio del dominio hacia infinito.

La ventaja del dominio de elementos infinitos es que evita la cuestión de elegir entre condiciones de frontera, así como la cuestión del tamaño del dominio. El dominio de elementos infinitos se puede colocar muy cerca de la bobina, incluso podría tocarse. El único trabajo adicional que introduce el elemento infinito está en el modelo y la configuración del mallado. En todas las figuras del presente capítulo se puede observar el dominio correspondiente a esta condición.

Figura 5.18: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ.

La variable de interés para este estudio es el potencial magnético vectorial $\mathbf{A}$ y al ser un análisis en tres dimensiones, se tiene una componente de este vector en cada una de ellas. Sin embargo, se considera como condición inicial que todas las componentes sean igual a 0.

5.5. Post-procesamiento

Esta etapa finalmente permite observar mediante imágenes y gráficas, las variables de interés. En este caso será de especial interés el análisis de las siguientes variables:

- Distribución espacial de la densidad de flujo magnético B en el espacio circundante a la geometría de bobina.
- Distribución espacial de la intensidad de campo eléctrico E en el espacio circundante a la geometría de bobina.
- Gráfica de la densidad de flujo magnético B sobre el eje Z

Se muestran a continuación las imágenes correspondientes a este análisis para las tres geometrías de bobinas estudiadas.

5.5.1. Geometría de bobina de solenoide simple

Modelo de bobina multi-vueltas homogéneo

La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de flujo magnético se muestra en la figura 5.18.

Se observa que el tamaño de mallado y las condiciones del modelo son suficiente para que las gráficas de distribución de campos proporcionen información precisa con un costo computacional bajo.

En este modelo no puede analizarse la contribución de los conductores individuales, lo cual es un factor para el análisis térmico y del efecto de la frecuencia alta en dichos elementos. La inductancia calculada en el software para este modelo es de $22.7 \mu\text{H}$. La distribución de la magnitud del campo eléctrico para este modelo se muestra en la figura 5.19.

En la figura 5.20 se muestra una gráfica de la densidad de flujo magnético sobre el eje Z .

Figura 5.19: Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ.

Figura 5.20: Densidad de flujo magnético sobre el eje Z.

Figura 5.21: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para bobina con conductores.

Modelo de bobina con conductores simples (geometría cerrada)

La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de flujo magnético se muestra en la figura 5.21.

Este modelo muestra resultados similares al modelo homogéneo, sin embargo, se puede conocer más información acerca del efecto de los conductores individuales en la generación del campo magnético. En este caso el mallado debe realizarse tomando en cuenta los espacios existentes entre los conductores, lo que eleva el nivel de complejidad en la discretización del dominio y aumenta el tiempo de resolución. La inductancia calculada en el software para este modelo es de $23.3 \mu\text{H}$. La distribución de la magnitud del campo eléctrico se muestra en la figura 5.22. En la figura 5.23 se muestra una gráfica de la densidad de flujo magnético sobre el eje Z.

Modelo de bobina con conductores simples (geometría abierta)

La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de campo magnético se muestra en la figura 5.24. La inductancia calculada en el software para cada embobinado es de $68.6 \mu\text{H}$. La distribución de la magnitud del campo eléctrico se muestra en la figura 5.25. En la figura 5.26 se muestra una gráfica de la densidad de flujo magnético sobre el eje Z.

Al realizar una comparación de los resultados obtenidos, se puede considerar que de los modelos de multi-vuelta homogéneo y de conductores simples con geometría cerrada se obtienen gráficas similares en cuanto a la distribución espacial de la densidad de flujo magnético, así como en la magnitud máxima alcanzada. El caso de la bobina con terminales abiertas, ofrece información relevante en cuanto a la magnitud del campo cuando se tienen bobinas concéntricas por las cuales fluye una fracción de la corriente total, pero la distribución se ve afectada por la posición de las terminales.

5.5.2. Geometría de bobina en forma de ocho

A diferencia de la geometría de solenoide simple, en esta geometría solo se realizó el análisis en solo un modelo. Sin embargo, el barrido paramétrico de la posición de ambas bobinas permite analizar la forma del campo magnético generado y en qué posición se puede considerar óptimo, dado que la característica de esta geometría es que mejora la focalización del campo magnético.

Figura 5.22: Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ para bobina con conductores.

Figura 5.23: Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para bobina con conductores.

Figura 5.24: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para bobina con conductores en geometría abierta.

Figura 5.25: Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ para bobina con conductores en geometría abierta.

Figura 5.26: Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para bobina con conductores en geometría abierta.

La distribución espacial en el plano YZ de la densidad de flujo magnético para la posición de empalme inicial se muestra en la figura 5.27.

La distribución espacial en el plano YZ de la densidad de flujo magnético para la posición de empalme intermedio se muestra en la figura 5.28.

La distribución espacial en el plano YZ de la densidad de flujo magnético para la posición de empalme final se muestra en la figura 5.29.

Para el caso de la intensidad de campo eléctrico, es necesario analizarlo en el plano XY, para ello se construye un plano dinámico, es decir, la distancia del plano analizado con respecto al origen puede modificarse y de esta manera ver el efecto de la focalización durante el empalme inicial.

La distribución espacial en el plano XY de la intensidad de campo eléctrico para la posición del plano adyacente a las bobinas se muestra en la figura 5.30. La distribución espacial en el plano XY de la intensidad de campo eléctrico para la posición del plano a 20 mm a las bobinas se muestra en la figura 5.31.

Como se hizo mención, se realiza un barrido paramétrico de la posición de las bobinas, lo que genera una gráfica de la densidad de flujo magnético sobre el eje Z para cada posición. En la figura 5.32 se muestran las gráficas correspondientes a este barrido paramétrico.

5.5.3. Geometría de bobina de doble cono

En esta geometría también se realizó el análisis de solo un modelo. El barrido paramétrico de la posición de ambas bobinas y el ángulo con respecto al eje vertical, permite analizar la forma del campo magnético generado, considerando que la característica de esta geometría es que mejora la profundidad de penetración del campo magnético.

Figura 5.27: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ para la geometría de bobina en forma de ocho con posición de empalme inicial.

Figura 5.28: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ para la geometría de bobina en forma de ocho con posición de empalme intermedio.

Figura 5.29: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ para la geometría de bobina en forma de ocho con posición de empalme final.

Figura 5.30: Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XY para bobina en forma de ocho en un plano adyacente.

Figura 5.31: Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XY para bobina en forma de ocho en un plano a 20 mm.

Figura 5.32: Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para el barrido paramétrico de la geometría de bobina en forma de ocho.

Figura 5.33: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para la geometría de bobina en forma de doble cono con posición inicial.

La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de flujo magnético para la posición inicial se muestra en la figura 5.33. La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de flujo magnético para la posición intermedia se muestra en la figura 5.34. La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de flujo magnético para la posición final se muestra en la figura 5.35.

Para el caso de la intensidad de campo eléctrico, es necesario observarlo en el plano XZ, ya que en este caso se analiza la profundidad de penetración mediante la distancia de generación del campo. La distribución espacial en el plano XZ de la intensidad de campo eléctrico para la geometría de bobina de doble cono se muestra en la figura 5.36.

Como se hizo mención, se realiza un barrido paramétrico de la posición de las bobinas, lo que genera una gráfica de la densidad de flujo magnético sobre el eje Z para cada posición. En la figura 5.37 se muestran las gráficas correspondientes a este barrido paramétrico.

Figura 5.34: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para la geometría de bobina en forma de doble cono con posición intermedia.

Figura 5.35: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ para la geometría de bobina en forma de doble cono con posición final.

Figura 5.36: Distribución de la magnitud del campo eléctrico en el plano XZ para bobina en forma de doble cono.

Figura 5.37: Densidad de flujo magnético sobre el eje Z para el barrido paramétrico de la geometría de bobina en forma de doble cono.

6. Simulación Multi-Física

El siguiente análisis llevado a cabo es sobre la respuesta térmica de las geometrías de bobinas. Para ello, el software **COMSOL Multiphysics®** permite hacer estudios multi-físicos, por lo que no se realiza una simulación por separado, sino se toma la información obtenida en la simulación de campos magnéticos como base para realizar el análisis térmico. Para este análisis se utiliza el módulo “Heat Transfer” en donde se puede hacer un estudio de calentamiento producido por fenómenos electromagnéticos.

6.1. Formulación del dominio del problema

Para el caso de la simulación multi-física, la configuración del modelo, es decir, la propuesta de los dominios del problema, excitación y asignación de materiales serán exactamente iguales a la simulación de campos magnéticos.

6.1.1. Representación física de los dominios en 3D

Bobina de solenoide simple

Al estar realizando una simulación multi-física y tomando la información obtenida en las simulaciones anteriores, se toman nuevamente los modelos propuestos para el análisis magnético, tanto el modelo multi-vueltas homogéneo, como el de conductores simples con geometría abierta, ya que fueron los modelos de los cuales se obtuvo información más relevante y relacionado a lo reportado en la literatura con un gasto computacional razonable. Los modelos se muestran en las figuras 6.1 y 6.2.

Se utilizan las mismas características en cuanto a materiales de los dominios, discretización, condiciones de frontera y alimentación para el módulo de campos magnéticos. Sin embargo, para el modelo de terminales abiertas se agrega una esfera de conductividad constante (0.33 [S/m]) a modo de un modelo básico de cabeza humana usado en artículos de investigación [45] para observar la temperatura alcanzada al estar cerca de la bobina.

Bobina en forma de ocho

Dados los resultados analizados en la física de campos magnéticos para este modelo, se confirma el hecho de que la geometría con empalme total es la más apropiada para lograr una focalización significativa del campo. Por esta razón, esa geometría será estudiada para obtener su respuesta térmica en el tiempo. Esta geometría se muestra en la figura 6.3.

Bobina en forma de doble cono

De igual manera para esta geometría de bobina, se observa que la profundidad de penetración por el campo es máxima entre un ángulo de 95° y 100°. Se realiza el análisis térmico de la geometría que tiene 100° de separación entre ambas bobinas. La geometría bajo estudio se muestra en la figura 6.4.

Figura 6.1: Modelo de bobina multi-vueltas homogéneo en simulación multi-física.

Figura 6.2: Modelo de bobina concéntrica de conductores simples en simulación multi-física.

Figura 6.3: Modelo de bobina en forma de ocho para análisis térmico.

Figura 6.4: Modelo de bobina de doble cono para análisis térmico.

6.1.2. Ecuaciones en el dominio de la frecuencia y el tiempo

Es importante mencionar que al ser un análisis multi-físico, debe existir un acoplamiento entre las ecuaciones que describen las físicas. Recordando que las ecuaciones correspondientes al estudio de campos magnéticos son:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (6.2)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \mathbf{D} + J_e \quad (6.3)$$

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (6.5)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (6.6)$$

Con la ecuación de campo en función del potencial magnético vectorial

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + (j\omega\sigma - \omega^2\epsilon) \mathbf{A} - J_e = 0 \quad (6.7)$$

Y considerando ahora las ecuaciones correspondientes al módulo de transferencia de calor:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) + \nabla \cdot \mathbf{q} = Q + Q_{ted} \quad (6.8)$$

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad (6.9)$$

En donde:

ρ : es la densidad [$\frac{kg}{m^3}$].

C_p : es la capacidad calorífica específica [$\frac{J}{(kg \cdot K)}$].

$\mathbf{u}$: es el vector de velocidad de movimiento traslacional [$\frac{m}{s}$].

T : es la temperatura absoluta [K].

$\mathbf{q}$: es el flujo de calor. Se debe considerar la suma de flujo por conducción y por radiación [$\frac{W}{m^2}$].

Q : representa las pérdidas electromagnéticas en forma de calor [$\frac{W}{m^3}$].

Q_{ted} : es el amortiguamiento termoelástico en sólidos. Está en función de la temperatura absoluta y el coeficiente de expansión térmica [$\frac{W}{m^3}$].

k : es la conductividad térmica del material [$\frac{W}{(m \cdot K)}$].

La cantidad de calor transferido por unidad de tiempo depende de mecanismos físicos que definen el tipo de transferencia. El primero de estos mecanismos es la conducción y ocurre como consecuencia de otros mecanismos en diversos medios. Por ejemplo, se propicia en los gases a través de la colisión de moléculas, en líquidos a través de oscilaciones de cada molécula en una región formada por las moléculas más cercanas, en metales por el calor llevado por electrones y en algunos otros sólidos por movimiento de moléculas.

La expresión (6.9) es la ley de Fourier de conducción de calor en un medio continuo. Esta expresión establece que el flujo de calor q es proporcional al gradiente de la temperatura mediante un coeficiente k denominado conductividad térmica. Este flujo toma valores positivos e indica que el calor fluye de regiones de temperatura alta a regiones de temperatura baja.

El segundo de los mecanismos que determinan a el flujo de calor es la convección de calor y se refiere al desplazamiento neto de un fluido que transporta el calor. Este término también se refiere a la disipación de calor de un sólido a un fluido. Finalmente, el tercer mecanismo es la transferencia de calor por radiación y se propicia mediante el transporte de fotones.

La expresión (6.8) es la ecuación de transferencia de calor en medios continuos y se deriva de la primera ley de la termodinámica, también conocida como el principio de conservación de energía.

De inicio los dos conjuntos de ecuaciones correspondientes a las dos físicas parecen estar desacoplados, sin embargo, mediante la siguiente expresión, se relaciona el campo eléctrico y la densidad de corriente, con las pérdidas electromagnéticas en forma de calor.

$$Q = Q_{rh} + Q_{ml} \quad (6.10)$$

Donde las pérdidas resistivas son:

$$Q_{rh} = \frac{1}{2} Re(J \cdot E) \quad (6.11)$$

Y las pérdidas magnéticas son:

$$Q_{ml} = \frac{1}{2} Re(i\omega B \cdot H) \quad (6.12)$$

De esta manera se realiza el acoplamiento multi-físico, en donde los cálculos realizados en el módulo de campo magnéticos sirven como base de nuevos cálculos relacionados a la disipación de energía térmica, provocados por las mismas fuentes que generan el campo magnético.

6.1.3. Variables de excitación

Dado que es una simulación de físicas acopladas, se considera que los recursos computacionales utilizados serán mayores que en la simulación de una sola física (campos magnéticos), dado esto, se considera la excitación de los dominios por el método más simple, es decir, seleccionar los bordes que indican la dirección del flujo de corriente. Para el caso del modelo de bobinas concéntricas de solenoide simple se considera la selección de dos caras de las terminales abiertas, para indicar el hecho de que están conectadas en paralelo. En este modelo se considera que cada dominio representa a un solenoide simple y por cada uno de ellos fluye una fracción de la corriente total.

Es importante mencionar que el tiempo de simulación se elevó considerablemente, para el modelo de bobina multi-vueltas homogéneo se tiene un tiempo de 14 minutos y para el modelo de bobina concéntrica con conductores simples de 53 minutos y 46 segundos. Para el caso de los otros dos modelos, los tiempos fueron cercanos a una hora.

6.2. Condiciones de frontera y Condiciones iniciales

Para el caso de las condiciones de frontera, se considera nuevamente el dominio de elementos infinitos para ambas físicas, además de incluir las siguientes condiciones para el caso de la transferencia de calor.

Figura 6.5: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ en simulación multi-física para modelo homogéneo.

$$T = T_0 \quad (6.13)$$

Para una temperatura específica en un dominio.

$$-n \cdot q = q_0 \quad (6.14)$$

Para un flujo de calor interno.

En este caso se considera el caso de aislamiento térmico con $q_0 = 0$; se considera una condición inicial de temperatura de 20°C . En este estudio multi-físico se realiza también un acoplamiento entre un estudio dependiente de la frecuencia con una aproximación cuasi-estática (campos magnéticos) y dependiente del tiempo (transferencia de calor).

6.3. Distribución espacial de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de estimulación

Bobina de solenoide simple

Se debe verificar primero que las gráficas correspondientes al módulo de campos magnéticos sean consistentes con las obtenidas en las simulaciones anteriores. La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de campo magnético para el modelo de multi-vueltas homogéneo se muestra en la figura 6.5.

Para el caso del modelo de conductores simples se muestra en la figura 6.6. Como puede observarse, estas gráficas son iguales a las obtenidas realizando únicamente estudio de campos magnéticos.

Para el caso de la transferencia de calor, se considera un tiempo de estudio de entre 0 y 2 segundos, ya que los protocolos de aplicación de la terapia consideran trenes de pulso de duración máxima de hasta 2 segundos, seguido de un tiempo de descanso de hasta 10 segundos para permitir el enfriamiento del equipo y que el campo inducido produzca el efecto deseado en el tejido cerebral. La figura 6.7 muestra una distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en 1 segundo y la figura 6.8 en 2 segundos.

Figura 6.6: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ en simulación multi-física para modelo de conductores simples.

Para la simulación multi-física del modelo de bobinas concéntricas de conductores simples se incluye una esfera de valores constantes de conductividad, permitividad y permeabilidad, para observar la interacción de la temperatura con otro material.

La figura 6.9 muestra una distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en 1 segundo y la figura 6.10 en 2 segundos.

Puede observarse que el aumento de la temperatura alcanza niveles que pueden ser peligrosos en cuanto a la integridad del equipo o las personas que estén en contacto con el equipo. Sin embargo, en los equipos reales se considera que las bobinas están dentro de una carcasa plástica, por lo que los conductores jamás están en contacto directo con el usuario.

En estas simulaciones se observa que la propuesta de las bobinas concéntricas logra disminuir la temperatura máxima alcanzada en hasta 20° con la misma magnitud de la densidad de flujo magnético.

Bobina en forma de ocho

La distribución espacial en el plano YZ de la densidad de campo magnético para el modelo de multi-vueltas homogéneo se muestra en la figura 6.11. Como puede observarse, estas gráficas son iguales a las obtenidas realizando únicamente estudio de campos magnéticos.

Como se mencionó, se realiza el análisis térmico de las geometrías de bobinas considerando un tiempo de excitación máximo de 2 segundos para ser consistentes con los protocolos de estimulación y parámetros de seguridad de operación del equipo. La figura 6.12 muestra una distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en 1 segundo y la figura 6.13 en 2 segundos.

Bobina en forma de doble cono

La distribución espacial en el plano XZ de la densidad de campo magnético para el modelo de multi-vueltas homogéneo se muestra en la figura 6.14.

Figura 6.7: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina multi-vuelta homogénea en tiempo de 1 s.

Figura 6.8: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina multi-vuelta homogénea en tiempo de 2 s.

Figura 6.9: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de conductores simples en tiempo de 1 s.

Figura 6.10: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de conductores simples en tiempo de 2 s.

Figura 6.11: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano YZ en simulación multi-física para modelo de bobina en forma de ocho.

Figura 6.12: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en forma de ocho en tiempo de 1 s.

Figura 6.13: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en forma de ocho en tiempo de 2 s.

Figura 6.14: Distribución de la densidad de flujo magnético en el plano XZ en simulación multi-física para modelo de bobina de doble cono.

Figura 6.15: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de doble cono en tiempo de 1 s.

Como puede observarse, estas gráficas son iguales a las obtenidas realizando únicamente estudio de campos magnéticos. La figura 6.15 muestra una distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina en 1 segundo y la figura 6.16 en 2 segundos.

Figura 6.16: Distribución de la temperatura en el espacio circundante a la bobina de doble cono en tiempo de 2 s.

7. Análisis y Evaluación de Resultados

Luego del trabajo de análisis, diseño y simulación realizado, se concluye que los objetivos planteados fueron cumplidos en su totalidad. A continuación, se resumen los resultados obtenidos.

- El análisis inicial del circuito eléctrico de manejo de corriente de excitación de la bobina mediante el software **Matlab®** permitió identificar áreas de oportunidad para mejorar el desempeño del circuito. Esto incluye el análisis del funcionamiento general del circuito y posteriormente de cada uno de los bloques que lo componen, así como los distintos elementos individuales.

Cada una de las etapas del circuito son importantes para el desempeño en general y por ello tienen características relacionadas con alguna variable de interés. En el caso de la etapa de rectificación, es de especial interés el uso de elementos de electrónica de potencia para el manejo de corrientes de magnitudes en el orden de kilo Amperes. Sin embargo, dado que las características generales del proyecto se centraron únicamente en simulaciones de los elementos del equipo de estimulación, no se detalla a profundidad las características de los elementos individuales del circuito y solo se analiza su respuesta con respecto del tiempo.

La etapa de conmutación tiene especial relevancia en la determinación de la frecuencia de operación del circuito eléctrico. El trabajo realizado permitió identificar limitantes físicas y teóricas para la propuesta del rango de frecuencias de trabajo con base en las limitantes de operación de los elementos de conmutación y la frecuencia de resonancia de la etapa RLC. Así también en esta etapa se analizó particularmente la diferencia en el desempeño de los elementos de conmutación, identificando ventajas y desventajas del uso de MOSFET, IGBT o BJT. Finalmente se determina que el uso de transistores tipo MOSFET ofrecen ventajas mayores considerando la frecuencia de operación y el coeficiente de disipación de temperatura con respecto a la corriente.

Por último, la etapa de carga y descarga RLC es la más importante del circuito eléctrico, pues las variables primarias de las otras dos etapas (magnitud y frecuencia de la corriente) son base para el principio físico de funcionamiento de los sistemas de estimulación magnética transcraneal, relacionados directamente con los parámetros del circuito RLC. Dada esta relevancia, los parámetros deben determinarse con respecto al efecto fisiológico que se desea provocar. Los parámetros elegidos para esta etapa son consistentes con los reportados en la literatura y la respuesta en el tiempo obtenida mediante simulaciones, tiene las mismas características que los protocolos propuestos en artículos de investigación. En esta etapa se propone una nueva alternativa de arquitectura, que consiste en la división en ramas en paralelo de inductores, lo que disminuye el flujo de corriente por un solo elemento y mediante un cálculo básico, representó una potencia disipada menor, esto es base para la propuesta de nuevas geometrías de bobinas que operen a una temperatura menor.

- La propuesta de diseño del circuito de excitación está directamente relacionada con las geometrías de bobinas, ya que, desde el punto de vista eléctrico, las bobinas de estimulación son un inductor en serie con una resistencia asociada al embobinado. Por

esta razón, se analizaron los valores inductivos y capacitivos de las geometrías de bobinas típicamente utilizadas. El valor inductivo se comprobó mediante el método de elementos finitos.

- Una vez estudiadas las geometrías de bobinas, era necesario proponer modelos para la simulación mediante el método de elementos finitos. Los modelos propuestos debían describir la física del sistema lo más cercano posible a la realidad. Para el caso de la geometría de bobina de solenoide simple se pudieron proponer tres modelos diferentes, con el objetivo de estudiar los fenómenos con distintos grados de complejidad en el modelo. El primer modelo, el de bobina multi-vuelta homogéneo, permitió analizar la generación de la densidad de flujo magnético mediante una geometría simple con un costo computacional bajo, obteniendo resultados realistas comparados con los reportados por los fabricantes y en los estudios de investigación, además se obtiene buena calidad en cuanto a las imágenes generadas. Este primer modelo sirvió como punto de comparación para los demás modelos. El siguiente modelo propuesto es más cercano a la realidad, pues se representan físicamente los conductores de la geometría de bobinas y pueden representarse de manera fiel algunos fenómenos debido a la frecuencia, como el efecto piel. Sin embargo, en cuanto a la generación de la densidad de flujo magnético, no representó diferencia significativa con respecto al primer modelo, pero aumentó significativamente el gasto computacional. El tercer modelo para esta geometría fue planteado con la intención de verificar la propuesta que se consideró en el diseño del circuito eléctrico, en la que se propone el uso de bobinas concéntricas. El modelo se construyó con cuatro bobinas concéntricas con terminales abiertas. De manera general los resultados de generación de densidad de flujo magnético son comparables con los otros dos modelos y el gasto computacional no se elevó a comparación del segundo modelo. Esto significa que la propuesta de división en ramas en paralelo es válida para disminuir el flujo de corriente por un solo elemento, sin sacrificar la magnitud del campo magnético generado.

Para las otras dos geometrías de bobinas restantes (bobina en forma de ocho y de doble cono) se realizó un barrido paramétrico, ya que existe discrepancia en cuanto a la posición de las dos bobinas. Se tomó como idea central el hecho de que la bobina en forma de ocho es utilizada si se desea obtener una focalización importante del campo magnético en un punto circundante a la bobina, a diferencia de la geometría de doble cono, en la que se busca que la profundidad de penetración sea mayor, aunque se sacrifique la focalización. En este barrido paramétrico se concluye que, en el caso de la geometría en forma de ocho, el modelo que representa un empalme total de las dos bobinas presenta una mayor focalización del campo, a diferencia de otros modelos en los que existe un desplazamiento. Para el caso de la geometría de doble cono, la profundidad de penetración máxima se logra cuando existe un ángulo de separación entre la bobina y el eje vertical de aproximadamente 100° .

- La principal aportación del presente trabajo se enfocó en la propuesta de modelos que redujeran la temperatura máxima de operación, sin modificar los valores de densidad de flujo magnético. Esto se verificó mediante simulaciones multi-físicas en el software **COMSOL Multiphysics®**, que estudian la disipación de temperatura en el espacio circundante a las geometrías de bobinas, tanto para los tres modelos de la geometría de bobina de solenoide simple, en la que la propuesta de las bobinas concéntricas tomó relevancia, ya que se logró disminuir la temperatura máxima en hasta 20°C , como en

las otras dos geometrías en las que los modelos analizados presentan un calentamiento igual que la primer geometría de bobina, por lo que la propuesta de bobinas concéntricas también puede aplicarse a estos modelos.

- Se considera que los modelos propuestos fueron eficientes, ya que los resultados obtenidos tanto para simulación del circuito eléctrico, la generación de campo magnético y la de disipación de temperatura son de buena calidad y el consumo de recursos computacionales no va más allá de los que dispone un equipo de computo comercial.

8. Conclusiones y Trabajo Futuro

Diversos artículos de investigación publicados en las últimas dos décadas han concluido en el hecho de que la terapia de estimulación magnética transcraneal es una técnica de alto impacto a nivel médico y tecnológico. Sin embargo, son pocos los trabajos de investigación que se encargan de llevar a cabo un análisis general o el desarrollo de nuevas tecnologías. En México esta técnica sigue siendo estudiada a un nivel básico, en el que solo se aplican algunos protocolos aprobados por organismos regulatorios internacionales para el tratamiento de depresión o ansiedad y no hay desarrollo de tecnología o propuesta de nuevos métodos de aplicación. Por esta razón, en el presente trabajo se realizó un análisis de la tecnología existente con el objetivo de identificar áreas de oportunidad y proponer nuevas alternativas de solución.

El primer paso del análisis llevado a cabo consistió en la identificación de arquitectura del circuito eléctrico de estimulación y determinación de parámetros de los elementos que lo componen. En dicho análisis se encontraron diferencias significativas en cuanto a los elementos de electrónica de potencia que conforman el circuito, por esto fue necesario estudiar más a profundidad las características de cada elemento para poder decidir cual ofrece mayores ventajas, considerando el objetivo del circuito eléctrico. La utilización del MOSFET para la etapa de conmutación representa una mejor alternativa, dadas sus características de operación.

La determinación de parámetros para la etapa de carga y descarga RLC no se realizó solo con base en el funcionamiento eléctrico, sino considerando que el inductor será el generador de campo magnético y se desea que dicho campo provoque un efecto fisiológico característico. Por esta razón fue necesario realizar un estudio básico de la actividad eléctrica de células auto excitables, ya que con el campo magnético producido se modifica dicha actividad. Este estudio determina principalmente la frecuencia de excitación necesaria para producir el efecto deseado y con esto es posible determinar un rango seguro de operación del circuito, mismo que significa un rango de valor capacitivos e inductivos.

Lo siguiente a tomar en cuanto al diseño del circuito eléctrico, fue las limitantes físicas y teóricas para la determinación de parámetros de todas las etapas del circuito. Con esto se pudo obtener un diseño eficiente de circuito de excitación, cuyo rango seguro de operación produce la forma y magnitud de la señal de corriente que fluye por el inductor, verificado mediante simulaciones realizadas en el software **Matlab®**, que de manera teórica produce el efecto deseado en el sistema nervioso.

Como se mencionó, desde el punto de vista eléctrico, la bobina de estimulación es un elemento inductivo con una resistencia asociada, misma que se analizó en la determinación de parámetros del circuito eléctrico; sin embargo, es necesario llevar a cabo el estudio también desde el punto de vista de la generación del campo magnético. Este estudio realizado en el software **COMSOL Multiphysics®** permitió analizar el desempeño de los modelos propuestos con base a diferentes parámetros, tales como: fidelidad de representación física del dispositivo, variables de excitación y condiciones de frontera, consumo de recursos computacionales y calidad de la información obtenida en el post-procesamiento.

Por esto se puede concluir que, si el punto de importancia era solamente el estudio de la generación de la densidad de flujo magnético, el modelo de multi-vueltas homogéneo representó una alternativa viable, ya que los recursos consumidos son muy bajos en comparación con los de otros modelos, con la misma calidad de la información obtenida. Sin embargo, el modelo de conductores con terminales abiertas permitió comprobar la hipótesis propuesta, ya que se genera la misma magnitud de la densidad de flujo magnético con un consumo de corriente de solo una fracción del total.

En el caso del estudio de las otras dos geometrías de bobinas, el barrido paramétrico del software de simulación fue una herramienta útil para eliminar las discrepancias existentes en la teoría sobre el empalme de las bobinas en el caso de la geometría en forma de ocho y el ángulo de separación en el caso de la geometría de doble cono.

Finalmente, un punto importante del estudio de estos sistemas es validar las propuestas realizadas para la disminución de la temperatura. Esto se realizó también en el software **COMSOL Multiphysics®** llevando a cabo una simulación multi-física para respetar la física de generación de campo magnéticos. La información obtenida de estas simulaciones permite concluir que, la propuesta del uso de bobinas concéntricas disminuye la temperatura máxima de operación de las geometrías de bobinas en hasta un 20 %. Esta propuesta da pauta al desarrollo de nuevas tecnologías de los sistemas de estimulación.

Trabajo a futuro

El trabajo realizado permitió identificar actividades que benefician el desarrollo a futuro del proyecto, entre ellas se pueden mencionar:

- Se puede complementar la propuesta de diseño del circuito eléctrico, analizando a detalle las características particulares de cada uno de los elementos para considerar limitaciones físicas de manejo de corriente y voltaje. De esta manera se puede tener un circuito eléctrico con detalle de las matrículas de los componentes, tal que se pueda construir y realizar pruebas de laboratorio.
- El diseño del circuito eléctrico puede estudiarse desde la respuesta en el tiempo de la etapa RLC, ya que la forma de la señal de corriente y voltaje en el tiempo está determinada por los valores inductivo y capacitivo. Se puede analizar su respuesta en frecuencia y proponer valores que disminuyan los picos de corriente que pueden ser el origen de caídas de voltaje o destrucción de algunos elementos.
- El análisis de las geometrías de bobinas se puede realizar con más detalle en cuanto a los parámetros físicos que representan a la bobina (inductancia y resistencia asociada al embobinado), pues además de la geometría de bobina se debería considerar el cableado de conexión y estudiar el efecto de la longitud de éste, ya que esto puede representar diferencias significativas, sobre todo en el valor resistivo.
- Los modelos utilizados para la simulación de las geometrías de bobinas deben considerar entornos más realistas, es decir, se puede representar la carcasa plástica en la que están contenidas físicamente, ya que esto influye directamente en la distribución espacial de la temperatura, considerando las condiciones de frontera apropiadas.

- Es posible llevar a cabo un modelado matemático de las geometrías de bobinas, en las que se pueden reflejar fenómenos consecuencia de la alta frecuencia de excitación
- Las simulaciones utilizando el método de elemento finito en el dominio de la frecuencia se llevaron a cabo utilizando la aproximación cuasi-estática, sin embargo, los valores fueron tomados de la literatura. Se puede realizar un cálculo analítico de la frecuencia exacta de los pulsos para que las variables de excitación tengan las características más cercanas a la realidad.
- Los materiales de los dominios de las simulaciones fueron tomados de las librerías del software de simulación, sin embargo, se encontró que algunos de ellos requieren modificaciones en cuanto a los parámetros que los describen para mejorar el desempeño de la simulación. Estas modificaciones fueron realizadas sin un fundamento amplio, por lo que se recomienda profundizar en las características exactas de los materiales.
- Se propone finalmente la búsqueda de nuevas alternativas para la disminución de la temperatura, dentro de las cuales se puede considerar: el uso de materiales superconductores como material de construcción de las geometrías de bobinas y el modelado y simulación de sistemas de enfriamiento más eficientes, ya sea mediante líquido o flujo de aire.

A. Glosario

- Alzheimer: término que se aplica a la pérdida de memoria y otras habilidades cognitivas. Es la forma más común de demencia.
- Densidad de flujo magnético: describe la densidad y el sentido de las líneas de campo magnético que atraviesan una superficie. Se indica con la unidad tesla (T).
- Despolarización neuronal: disminución del valor absoluto del potencial de membrana en una neurona.
- Enfermedad de Parkinson: tipo de trastorno del movimiento. Algunos de los síntomas son: Temblor en las manos, los brazos, las piernas, la mandíbula y la cara, rigidez en los brazos, las piernas y el tronco, lentitud de los movimientos, problemas de equilibrio y coordinación.
- Estimulación magnética transcraneal: procedimiento no invasivo que utiliza campos magnéticos para estimular las células nerviosas en el cerebro.
- Frecuencia de resonancia: frecuencia característica de un cuerpo o un sistema que alcanza el grado máximo de oscilación.
- Grado de libertad: número mínimo de parámetros que se necesita especificar para determinar completamente el estado de un sistema.
- Método de elementos finitos: método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy complejas utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.
- Potencial de acción: cambio del potencial de membrana que se propaga a lo largo de la superficie de células excitables.
- Terapia electroconvulsiva: procedimiento que se lleva a cabo con anestesia general y que consiste en hacer fluir pequeñas corrientes eléctricas a través del cerebro, para desencadenar una convulsión breve de manera intencional.

B. Artículos Publicados

Los artículos derivados de esta tesis son:

1. *Transcranial Magnetic Stimulation: a review on development and simulation of devices.* Angel D. Ramírez-Galindo, Adrián Ramírez-Morales, Juan C. Olivares-Galvan, Rafael Escarela-Perez, Silvia Hidalgo Tobon, S. Maximov.
Artículo de congreso aceptado y presentado de manera virtual en el **19th Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation CEEFC 2020**, llevado a cabo del 16 al 18 de Noviembre de 2020.
2. *Transcranial Magnetic Stimulation Systems: Computational Design of the Excitation Circuit and Stimulation Coils.* Angel D. Ramirez-Galindo, Juan C. Olivares-Galvan, Manuel A. Corona-Sanchez, Rafael Escarela-Perez.
Artículo aceptado para su presentación en el **23rd International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields COMPUMAG 2021**, que se llevará a cabo de manera virtual del 16 al 20 de Enero de 2022.

C. Referencias

- [1] M. Bear, B. Connors, and M. A. Paradiso, *Neuroscience: Exploring the Brain, Enhanced Edition: Exploring the Brain*. Jones & Bartlett Learning, 2020.
- [2] E. R. Kandel, J. H. Schwartz, T. M. Jessell, S. Siegelbaum, A. J. Hudspeth, and S. Mack, *Principles of Neural Science*. McGraw-hill New York, 2000, vol. 4.
- [3] P. W. Gross, P. W. Gross, P. R. Kotiuga, and R. P. Kotiuga, *Electromagnetic theory and computation: a topological approach*. Cambridge University Press, 2004, no. 48.
- [4] J. Pastor, “Fundamentos biofísicos de la actividad neuronal,” *Rev neurol*, vol. 30, pp. 741–55, 2000.
- [5] M. L. Ruiz, M. Sospedra, S. A. Arce, J. Tejeiro-Martínez, and J. Benito-León, “Evidencias actuales sobre las potenciales aplicaciones terapéuticas de la estimulación magnética transcraneal en la esclerosis múltiple: Revisión sistemática de la literatura,” *Neurología*, 2018.
- [6] Transcranial Magnetic Stimulators. (10 de Agosto de 2021) <https://www.medicalexpo.com/medical-manufacturer.html>.
- [7] Magstim. (10 de Agosto de 2021) <https://www.magstim.com/row-en/product-category/coils/>.
- [8] P. Merton and H. Morton, “Stimulation of the cerebral cortex in the intact human subject,” *Nature*, vol. 285, no. 5762, pp. 227–227, 1980.
- [9] P. M. Rossini, A. Barker, A. Berardelli, M. Caramia, G. Caruso, R. Cracco, M. Dimitrijević, M. Hallett, Y. Katayama, and Lücking, “Non-invasive electrical and magnetic stimulation of the brain, spinal cord and roots: basic principles and procedures for routine clinical application. report of an ifcn committee,” *Electroencephalography and clinical neurophysiology*, vol. 91, no. 2, pp. 79–92, 1994.
- [10] C. W. Hess, K. Mills, and N. Murray, “Responses in small hand muscles from magnetic stimulation of the human brain.” *The Journal of physiology*, vol. 388, no. 1, pp. 397–419, 1987.
- [11] M. Hallett, “Transcranial magnetic stimulation and the human brain,” *Nature*, vol. 406, no. 6792, pp. 147–150, 2000.
- [12] A. Pascual-Leone and J. Tormos-Muñoz, “Estimulación magnética transcraneal: fundamentos y potencial de la modulación de redes neurales específicas,” *Revista de Neurología*, vol. 46, no. Supl 1, pp. S3–10, 2008.
- [13] A. J. Fenoy, P. Schulz, S. Selvaraj, C. Burrows, D. Spiker, B. Cao, G. Zunta-Soares, P. Gajwani, J. Quevedo, and J. Soares, “Deep brain stimulation of the medial forebrain bundle: distinctive responses in resistant depression,” *Journal of affective disorders*, vol. 203, pp. 143–151, 2016.

- [14] V. M. Magdaleno-Madrigal, C. R. Pantoja-Jiménez, A. Bazaldúa, R. Fernández-Mas, S. Almazán-Alvarado, F. Bolaños-Alejos, L. Ortiz-López, and G. B. Ramírez-Rodríguez, “Acute deep brain stimulation in the thalamic reticular nucleus protects against acute stress and modulates initial events of adult hippocampal neurogenesis,” *Behavioural brain research*, vol. 314, pp. 65–76, 2016.
- [15] T. Dufor, S. Grehl, A. Tang, M. Doulazmi, M. Traoré, N. Debray, C. Dubacq, Z.-D. Deng, J. Mariani, A. Lohof *et al.*, “Neural circuit repair by low-intensity magnetic stimulation requires cellular magnetoreceptors and specific stimulation patterns,” *Science advances*, vol. 5, no. 10, p. eaav9847, 2019.
- [16] P. C. Miranda, M. Hallett, and P. J. Basser, “The electric field induced in the brain by magnetic stimulation: a 3-d finite-element analysis of the effect of tissue heterogeneity and anisotropy,” *IEEE transactions on biomedical engineering*, vol. 50, no. 9, pp. 1074–1085, 2003.
- [17] R. Salvador and P. Miranda, “Transcranial magnetic stimulation of small animals: a modeling study of the influence of coil geometry, size and orientation,” in *2009 annual international conference of the IEEE engineering in medicine and biology society*. IEEE, 2009, pp. 674–677.
- [18] Z.-D. Deng, S. H. Lisanby, and A. V. Peterchev, “Electric field depth–focality tradeoff in transcranial magnetic stimulation: simulation comparison of 50 coil designs,” *Brain stimulation*, vol. 6, no. 1, pp. 1–13, 2013.
- [19] —, “Coil design considerations for deep transcranial magnetic stimulation,” *Clinical Neurophysiology*, vol. 125, no. 6, pp. 1202–1212, 2014.
- [20] M. Parazzini, S. Fiocchi, E. Chiaramello, Y. Roth, A. Zangen, and P. Ravazzani, “Electric field estimation of deep transcranial magnetic stimulation clinically used for the treatment of neuropsychiatric disorders in anatomical head models,” *Medical Engineering & Physics*, vol. 43, pp. 30–38, 2017.
- [21] A. S. Aberra, B. Wang, W. M. Grill, and A. V. Peterchev, “Simulation of transcranial magnetic stimulation in head model with morphologically-realistic cortical neurons,” *Brain stimulation*, vol. 13, no. 1, pp. 175–189, 2020.
- [22] C. Liu, H. Ding, X. Fang, and Z. Wang, “Optimal design of transcranial magnetic stimulation thin core coil with trade-off between stimulation effect and heat energy,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 30, no. 4, pp. 1–6, 2020.
- [23] A. M. Pernía, C. Zorzo, M. J. Prieto, J. A. Martínez, S. G. Higarza, M. Méndez, and J. L. Arias, “Equipment for repetitive transcranial magnetic stimulation,” *IEEE transactions on biomedical circuits and systems*, vol. 14, no. 3, pp. 525–534, 2020.
- [24] O. F. Afuwape, O. O. Olafasakin, and D. C. Jiles, “Neural network model for estimation of the induced electric field during transcranial magnetic stimulation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, 2021.
- [25] K. Davey and C. M. Epstein, “Magnetic stimulation coil and circuit design,” *IEEE transactions on biomedical engineering*, vol. 47, no. 11, pp. 1493–1499, 2000.

- [26] W. K. Panofsky and M. Phillips, *Classical electricity and magnetism*. Courier Corporation, 2005.
- [27] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*. American Association of Physics Teachers, 1999.
- [28] J. Selvaraj, P. Rastogi, N. P. Gaunkar, R. L. Hadimani, and M. Mina, “Transcranial magnetic stimulation: Design of a stimulator and a focused coil for the application of small animals,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 11, pp. 1–5, 2018.
- [29] E. Wassermann, C. Epstein, U. Ziemann, and V. Walsh, *Oxford handbook of transcranial stimulation*. Oxford University Press, 2008.
- [30] T. L. Floyd, R. N. Salas, L. M. O. González, and G. P. López, *Principios de circuitos eléctricos*. Pearson Educación, 2007.
- [31] T. R. Chandrupatla and A. D. Belegundu, *Introducción al estudio del elemento finito*. México: Editorial Pearson, 1999.
- [32] J. P. A. Bastos and N. Sadowski, *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press, 2003.
- [33] T.-W. Wang, Y.-L. Sung, and S.-F. Lin, “Cardiac influence of repetitive transcranial magnetic stimulation in small animals,” *IEEE Journal of Electromagnetics, RF and Microwaves in Medicine and Biology*, vol. 4, no. 4, pp. 279–285, 2019.
- [34] X. Fang, H. Ding, Y. Huang, J. Zhou, Q. Wang, and Z. Zhao, “Improved intracranial induced electrical field in transcranial magnetic stimulation with semiellipse coil pair,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 28, no. 3, pp. 1–6, 2018.
- [35] Q. Meng, M. Cherry, A. Refai, X. Du, H. Lu, E. Hong, Y. Yang, and F.-S. Choa, “Development of focused transcranial magnetic stimulation for rodents by copper-array shields,” *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 54, no. 5, pp. 1–4, 2018.
- [36] Y. Wu, H. Yu, and Z. Liu, “Numerical investigation of the magnetic and electric field distributions produced by biconical transcranial magnetic stimulation coil for optimal design,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 11, pp. 1–5, 2018.
- [37] M. K. Çan, I. Laakso, J. O. Nieminen, T. Murakami, and Y. Ugawa, “Coil model comparison for cerebellar transcranial magnetic stimulation,” *Biomedical Physics & Engineering Express*, vol. 5, no. 1, p. 015020, 2018.
- [38] P. I. Petrov, S. Mandija, I. E. Sommer, C. A. Van Den Berg, and S. F. Neggers, “How much detail is needed in modeling a transcranial magnetic stimulation figure-8 coil: Measurements and brain simulations,” *PloS one*, vol. 12, no. 6, p. e0178952, 2017.
- [39] A. Sabouni, M. Honrath, and M. Khamechi, “Thermal effects in the brain during transcranial magnetic stimulation,” *IEEE Magnetics Letters*, vol. 8, pp. 1–3, 2017.
- [40] A. T. Htet, G. B. Saturnino, E. H. Burnham, G. M. Noetscher, A. Nummenmaa, and S. N. Makarov, “Comparative performance of the finite element method and the boundary element fast multipole method for problems mimicking transcranial magnetic stimulation (tms),” *Journal of neural engineering*, vol. 16, no. 2, p. 024001, 2019.

- [41] C. A. Bossetti, M. J. Birdno, and W. M. Grill, “Analysis of the quasi-static approximation for calculating potentials generated by neural stimulation,” *Journal of neural engineering*, vol. 5, no. 1, p. 44, 2007.
- [42] R. Plonsey and D. B. Heppner, “Considerations of quasi-stationarity in electrophysiological systems,” *The Bulletin of mathematical biophysics*, vol. 29, no. 4, pp. 657–664, 1967.
- [43] M. Lu and S. Ueno, “Comparison of the induced fields using different coil configurations during deep transcranial magnetic stimulation,” *PloS one*, vol. 12, no. 6, p. e0178422, 2017.
- [44] B. Wang, M. R. Shen, Z.-D. Deng, J. E. Smith, J. J. Tharayil, C. J. Gurrey, L. J. Gomez, and A. V. Peterchev, “Redesigning existing transcranial magnetic stimulation coils to reduce energy: application to low field magnetic stimulation,” *Journal of neural engineering*, vol. 15, no. 3, p. 036022, 2018.
- [45] S. Chang, X. Wei, Z. Zhang, J. Wang, M. Lu, and G. Yi, “Twin coil design considerations for depth and focality in transcranial magnetic stimulation,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 54, no. 11, pp. 1–5, 2018.