**Universidad
Autónoma
Metropolitana**

Casa abierta al tiempo **Azcapotzalco**

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética

CÁLCULO DE LA IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO DEL
TRANSFORMADOR ZIG-ZAG TIPO NÚCLEO DE TRES
COLUMNAS UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS

Tesis que presenta:

Alejandro Castillo Pérez

Para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

Director:

Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Codirector:

Dr. José Luis Hernández Ávila

Ciudad de México, octubre de 2020

Declaratoria

- Yo, Dr. Juan Carlos Olivares Galván, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional de UAM Azcapotzalco.

Firma

- Yo, Dr. José Luis Hernández Ávila, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional de UAM Azcapotzalco.

Firma

- Yo, Ing. Alejandro Castillo Pérez, doy mi autorización a la Coordinación de Servicios de Información de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, para publicar el presente documento en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional de UAM Azcapotzalco.

Firma

Jurado Asignado

- PRESIDENTE: MTRO. RODRIGO OCON VALDES
- SECRETARIO: MTRO. EDUARDO CAMPERO LITTLEWOOD
- VOCAL: DR. VICTOR MANUEL JIMENEZ MONDRAGON
- VOCAL: DR. JUAN CARLOS OLIVARES GALVAN

Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

CONSTANCIA DE ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00001

Matrícula: 2183806833

Cálculo de la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag tipo núcleo de tres columnas utilizando el método de elementos finitos

ALEJANDRO CASTILLO PEREZ
ALUMNO

REVISÓ

MTRA. ROSALIA SERIANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

DIRECTORA DE LA DIVISION DE CBI

DRA. TERESA MERCHAND HERNANDEZ

PRESIDENTE

MTRO. RODRIGO OCON VALDES

VOCAL

DR. JUAN CARLOS OLIVARES GALVAN

VOCAL

DR. VICTOR MANUEL JIMENEZ MONDRAGON

SECRETARIO

MTRO. EDUARDO CAMPERO LITTLEWOOD

En la Ciudad de México, se presentaron virtualmente a las 19:30 horas del día 26 del mes de noviembre del año 2020, los suscritos miembros del jurado:

MTRO. RODRIGO OCON VALDES
DR. JUAN CARLOS OLIVARES GALVAN
DR. VICTOR MANUEL JIMENEZ MONDRAGON
MTRO. EDUARDO CAMPERO LITTLEWOOD

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTROMAGNETICA

DE: ALEJANDRO CASTILLO PEREZ

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

APROBAR

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

El presente documento cuenta con la firma -autógrafa, escaneada o digital, según corresponda- del funcionario universitario competente, que certifica que las firmas que aparecen en esta acta - Temporal, digital o dictamen- son auténticas y las mismas que usan los c.c. profesores mencionados en ella

A mis padres y hermano, por su comprensión, consejos, su ayuda en los momentos difíciles y por apoyarme de manera incondicional en todas las metas que me he propuesto.

A mi familia, por estar siempre presente y su apoyo incondicional a lo largo de mi vida, en especial a la memoria de **mi tío Guille** por el ejemplo que siempre me dio.

Alejandro Castillo Pérez,
Ciudad de México, 2020

Agradecimientos

A la Universidad Autónoma Metropolitana por permitirme ser un estudiante de esta gran institución. A mis Profesores del posgrado de Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética por compartir una parte de sus conocimientos, en especial a mis asesores el Dr. Juan Carlos Olivares Galván y el Dr. José Luis Hernández Ávila por su tiempo y amistad.

A mis amigos quienes con el pasar del tiempo en México no solo han demostrado ser incondicionales, sino también han demostrado ser familia.

A Jany, por su amor y cariño brindado en todo momento.

A mis compañeros de la Maestría, muchas gracias por su amistad y por las nuevas experiencias vividas.

Al Área de Ingeniería Energética y Electromagnética (IEE) por su gran apoyo, orientación, motivación y sobre todo su amistad.

Al M.en C. Rodrigo Ocón Valdes de Industria IEM, S.A. de C.V. por su apoyo y orientación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo brindado mediante la beca de maestría (septiembre 2019-agosto 2020).

Resumen

En el presente trabajo se calcula la impedancia de secuencia cero de un transformador Zig-Zag de puesta a tierra de 9.959 MVA para 60 segundos, 34.5 kV, tipo núcleo de tres columnas aplicando el método de elementos finitos. Se realiza un análisis magneto-dinámico para estudiar el transformador de puesta a tierra en el dominio de la frecuencia. Para ello se construyen modelos en 2D y 3D, que se resuelven a través de las formulaciones de potenciales vectoriales y escalares. Una vez estudiado el comportamiento del campo magnético se utiliza la técnica del almacenamiento de la energía magnética para calcular el valor de la impedancia de secuencia cero. Los resultados obtenidos al aplicar el método de elementos finitos fueron validados de manera experimental en laboratorio. En los últimos años el diseño clásico de estos transformadores de puesta a tierra no se ha modificado. Por tanto, este trabajo presenta la solución de un problema planteado por un fabricante mexicano de transformadores, lo que representa una excelente relación entre el binomio universidad-empresa.

Abstract

In the present work, the zero sequence impedance, of a three column core type grounding Zig-Zag transformer of 9.959 MVA , 34.5 kV is calculated applying the finite element method. A magneto-dynamic analysis is performed to study the grounding transformer in the frequency domain. 2D and 3D models are built, which are solved through the formulations of vector and scalar potentials. Once the behavior of the magnetic field has been studied, the magnetic energy storage technique is used to calculate the value of the zero sequence impedance. The results obtained by the finite element method were experimentally validated in the laboratory. In recent years the classical design of these grounding transformers has not changed. Therefore, this work presents the solution of a problem posed by a Mexican manufacturer of transformers, which represents an excellent relationship between the university-company binomial.

Contenido

Resumen	VI
Abstract	VII
Contenido	VIII
Índice de Figuras	X
Índice de Tablas	XII
Nomenclatura	XIII
1. Introducción	1
1.1. Originalidad	3
1.2. Justificación del trabajo	3
1.3. Objetivos	3
1.4. Hipótesis	4
1.5. Contribuciones de la tesis	4
1.6. Organización de la ICR	4
2. Marco Teórico	6
2.1. Introducción	6
2.2. Clasificación de los transformadores	6
2.3. Transformadores de puesta a tierra	7
2.3.1. Construcción física del transformador Zig-Zag	9
2.3.2. Principio de funcionamiento	10
2.4. Impedancia de secuencia cero	12
2.4.1. Comportamiento de la impedancia de secuencia cero en transformadores tipo núcleo de tres y cinco piernas	13
2.4.2. Métodos para calcular la impedancia de secuencia cero	14
2.5. Método de almacenamiento de la energía magnética	16

3. Método de elementos finitos	18
3.1. Introducción	18
3.2. El método de elementos finitos	18
3.3. Ecuaciones fundamentales del electromagnetismo	20
3.4. Formulaciones de potenciales para transformadores	22
3.4.1. Región de las bobinas y el núcleo del transformador	22
3.4.2. Región conductora del transformador	23
3.4.3. Impedancia superficial	25
3.5. Condiciones de contorno	27
3.6. Condiciones de interfaz	27
4. Modelado del transformador Zig-Zag	29
4.1. Introducción	29
4.2. Software Flux	29
4.3. Especificaciones eléctricas del transformador	30
4.4. Hipótesis para el modelado del transformador	30
4.5. Especificaciones geométricas	31
4.6. Mallado de la geometría	33
4.6.1. Geometría 2D	34
4.6.2. Geometría 3D	35
4.7. Condiciones de frontera del modelo	36
5. Simulación del transformador Zig-Zag	38
5.1. Simulación en condiciones nominales de operación.	38
5.2. Simulación en condiciones de falla en el sistema.	40
5.3. Simulación para cálculo de impedancia de secuencia cero.	41
5.3.1. Modelo en 2D	42
5.3.2. Modelo en 3D sin tanque	43
5.3.3. Modelo en 3D con tanque	44
5.4. Cálculo de impedancia de secuencia cero	45
6. Conclusiones	48
6.1. Conclusiones	48
6.2. Perspectivas futuras	49
Referencias	50
A. Anexos	53

Índice de Figuras

2.1. Clasificación de los transformadores de acuerdo al tipo de núcleo. a) Tipo acorazado. b) Tipo columna.	7
2.2. Transformador de puesta a tierra con conexión estrella-delta.	8
2.3. Transformador de puesta a tierra con conexión Zig-Zag.	8
2.4. Conexión de las bobinas del transformador Zig-Zag de puesta a tierra, en rojo las bobinas externas y en azul las bobinas internas.	9
2.5. Diagrama fasorial del transformador Zig-Zag.	10
2.6. Operación del transformador durante condiciones normales del sistema.	10
2.7. Flujo de corriente en el sistema con falla monofásica cuando está conectado un transformador Zig-Zag de puesta a tierra.	11
2.8. Componentes de secuencias para tensiones trifásicas. a) Componente de secuencia positiva. b) Componente secuencia negativa. c) Componente de secuencia cero	12
2.9. Circuito para medición de impedancia de secuencia cero.	13
2.10. Comportamiento del flujo magnético de secuencia cero en un transformador tipo núcleo de cinco piernas	13
2.11. Comportamiento del flujo magnético de secuencia cero en un transformador tipo núcleo de tres piernas	14
2.12. Parámetros para el cálculo de la impedancia de secuencia cero utilizando el método clásico.	16
2.13. Factor de corrección de reactancia de secuencia cero	17
3.1. Diferentes elementos finitos. a) Elementos 1D. b) Elementos 2D triangulares y cuadriláteros. c) Elementos en 3D tetraédricos y hexaédricos.	19
3.2. Condiciones de frontera del campo magnético en el límite entre dos materiales de diferentes permeabilidades.	28
4.1. Diagrama del proceso para realizar un modelo en Flux.	30
4.2. Vista del transformador Zig-Zag de puesta a tierra	31
4.3. Curva de magnetización del acero eléctrico de grano orientado	32
4.4. Vista frontal con las dimensiones del núcleo del transformador de puesta a tierra	32

4.5. Vista superior con las dimensiones de las bobinas del transformador de puesta a tierra	33
4.6. Dimensiones del tanque del transformador de puesta a tierra. a) Vista Frontal. b) Vista superior.	33
4.7. Mallado del transformador de puesta a tierra, con 97.01 % de calidad y 45783 nodos.	34
4.8. Mallado del transformador de puesta a tierra, con 95.16 % de calidad y 21405 nodos.	34
4.9. Mallado en 3D del transformador de puesta a tierra.	36
4.10. Condiciones de frontera (vista lateral).	37
4.11. Condiciones de frontera tipo Dirichlet.	37
5.1. Circuito utilizado para simular el transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia.	38
5.2. Distribución de densidad de campo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia.	39
5.3. Líneas de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia ($\omega t = 0^\circ$).	39
5.4. Líneas de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia ($\omega t = 120^\circ$).	40
5.5. Líneas de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia ($\omega t = -120^\circ$).	40
5.6. Circuito utilizado para simular el transformador de puesta a tierra durante la operación de falla en el sistema de potencia.	41
5.7. Distribución de densidad de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación de falla en el sistema de potencia.	41
5.8. Circuito utilizado para calcular la impedancia de secuencia cero del transformador de puesta a tierra.	42
5.9. Distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero en 2D.	42
5.10. Líneas de flujo magnético de secuencia cero en 2D.	43
5.11. Simulación en 3D sin la presencia del tanque, distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero	43
5.12. Simulación en 3D sin la presencia del tanque, líneas de flujo magnético de secuencia cero.	44
5.13. Simulación en 3D con la presencia del tanque. a) Distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero (Vista general). b) Distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero (Vista exterior del tanque).	45
5.14. Líneas de flujo magnético de secuencia cero del transformador de puesta a tierra en presencia del tanque.	46
A.1. Acuse de recibido del artículo.	53

Índice de Tablas

4.1. Características eléctricas del transformador de puesta a tierra	30
4.2. Comparación del porcentaje de calidad entre las mallas construidas en 2D. . . .	35
4.3. Comparación del número de elementos entre las mallas construidas en 2D. . . .	35
4.4. Porcentaje de calidad de la malla construida en 3D.	36
4.5. Elementos de la malla construida en 3D.	36
5.1. Parámetros obtenidos de la simulación para el cálculo de impedancia de secuen- cia cero en 2D	43
5.2. Parámetros obtenidos de la simulación para el cálculo de impedancia de secuen- cia cero en 3D sin tanque.	44
5.3. Parámetros obtenidos de la simulación para el cálculo de impedancia de secuen- cia cero en 3D con tanque.	46
5.4. Impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag de puesta a tierra por fase.	46

Nomenclatura

Símbolo	Unidades	Descripción
B	[T]	Densidad de flujo magnético
H	[A/m]	Intensidad de campo magnético
E	[V/m]	Intensidad de campo eléctrico
D	[C/m ²]	Densidad de flujo eléctrico
J	[A/m ²]	Densidad de corriente
A	[Wb/m]	Potencial magnético vectorial
$\tilde{B}$	[T]	Densidad de flujo magnético en el dominio de la frecuencia
$\tilde{H}$	[A/m]	Intensidad de campo magnético en el dominio de la frecuencia
$\tilde{E}$	[V/m]	Intensidad de campo eléctrico en el dominio de la frecuencia
$\tilde{D}$	[C/m ²]	Densidad de flujo eléctrico en el dominio de la frecuencia
$\tilde{J}$	[A/m ²]	Densidad de corriente en el dominio de la frecuencia
$\tilde{A}$	[Wb/m]	Potencial magnético vectorial en el dominio de la frecuencia

Símbolo	Unidades	Descripción
f	[Hz]	Frecuencia del sistema
ω	[rad/s]	Frecuencia angular
M	[A/m]	Magnetización del material
Z	[Ω/m^2]	Impedancia superficial
χ_m		Susceptibilidad magnética del medio
δ	[m]	Profundidad de penetración
ε	[$\text{C}^2/(\text{N m}^2)$]	Permitividad del material
μ_0	[H/m]	Permeabilidad magnética en el vacío
μ	[H/m]	Permeabilidad magnética del material
μ_r		Permeabilidad magnética relativa
ρ	[C/m^3]	Densidad de carga volumétrica
σ	[S/m]	Conductividad
∇		Operador $(\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{k})$
W_m	[J]	Energía magnética almacenada
ψ		Potencial magnético escalar
ϕ		Potencial magnético escalar reducido
V		Potencial eléctrico escalar
Z_0	[Ω]	Impedancia de secuencia cero

Cálculo de la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag tipo núcleo de tres columnas utilizando el método de elementos finitos

1. Introducción

El uso de la energía eléctrica representa una componente fundamental en la vida cotidiana de la sociedad. Con el objetivo de lograr una mayor eficiencia en los sistemas eléctricos, en los últimos años ha existido un auge en la realización de proyectos de investigación relacionados el uso racional de la energía. El uso eficiente de la energía se tiene en cuenta en las industrias de construcción de equipamientos eléctricos, influyendo de manera directa e indirecta en los procesos de mejoras relacionados con la generación, transmisión y distribución de la energía eléctrica.

Los sistemas eléctricos para lograr una eficiente operación deben ser construidos y operados bajo diferentes normas, siendo la forma de conectar o no a tierra los sistemas eléctricos una de las elecciones que se deben tomar por los ingenieros de diseño a la hora de construir los sistemas eléctricos. Aunque existen algunas excepciones, generalmente se recomienda que exista una conexión a tierra [1]. Los sistemas con conexión a tierra van a presentar una mayor seguridad, al garantizar la inexistencia de sobretensiones durante la ocurrencia de una falla a tierra, permitiendo así la detección y localización de manera más eficiente de fallas a tierra.

La forma de conectar a tierra un sistema eléctrico se puede dividir en dos categorías: conexión a tierra sólida y conexión a tierra por impedancia. La conexión a tierra por impedancia en sistemas trifásicos de conexión delta se puede lograr utilizando transformadores de puesta a tierra. Estos transformadores de puesta a tierra pueden ser del tipo Zig-Zag, estrella-delta o del tipo conectado en T [1–5].

Los transformadores de puesta a tierra al igual que otros equipos que conforman el sistema eléctrico de potencia, deben ser sometidos a diferentes pruebas para garantizar su correcto funcionamiento antes de entrar en operación, además de comprobar las condiciones de servicio para el cual fue diseñado el transformador. Algunas de las pruebas que se realizan a los transformadores de puesta a tierra son [2]: mediciones de resistencia, mediciones de impedancia,

mediciones de pérdidas y prueba de aumento de temperatura.

Un factor importante a la hora del diseño de los transformadores de puesta a tierra es el valor de la impedancia de secuencia cero. Normalmente, los clientes son los que imponen estos valores de impedancia de acuerdo con las características y especificidades del sistema donde vaya a ser instalado [6]. El cálculo de impedancia de secuencia cero se puede realizar de manera analítica, pero éste resulta muy complejo y se requiere utilizar aproximaciones. Una vía más adecuada es utilizar el método de elementos finitos, debido a que con esta técnica se puede obtener una caracterización precisa del comportamiento del campo magnético dentro de las diferentes partes del transformador [7].

Aunque no existen muchos trabajos en la aplicación del método de elementos finitos en transformadores Zig-Zag de puesta a tierra para calcular la impedancia de secuencia cero, varios autores han utilizado esta herramienta para modelar los transformadores de potencia.

En 1970 P. Silvester y Madabuchi V. K. Chari realizan estudios para resolver problemas no lineales de campo magnético en transformadores, utilizando el método de los elemento finito [8]. Además realizan un análisis del tamaño de los elementos triangulares que conforman la malla, se pueden elegir libremente estos elementos de forma que haya una mayor densidad de elementos en las principales regiones de interés y menos denso en zonas remotas.

R.Allcock y S. Holland [9] en 1995, realizan el cálculo de la impedancia de secuencia cero en transformadores de potencia utilizando el método de los elementos finitos. Plantean, que un modelo 2D no es preciso debido a la naturaleza asimétrica de los transformadores. Además, se realiza una comparación entre los transformadores tipo núcleo de tres columnas con los transformadores tipo núcleo de cinco columnas, donde una de las diferencias es el comportamiento de los flujos magnéticos. En los transformadores de cinco columnas no va existir problemas de saturación en las paredes del tanque, debido que los flujos van a retornar a través de las columnas exteriores; mientras que en los transformadores tipo núcleo de tres columnas si puede ocurrir la saturación de las paredes del tanque, ya que los flujos de dispersión van a cerrar su trayectoria por el espacio libre o a través de las paredes del tanque.

S. Jamali y K. Abbaszadeh [10], estudian el transformador en 2D utilizando el método de elementos finitos para determinar la influencia de algunas características constructivas del transformador sobre la distribución de flujo magnético y la reactancia de fuga. De este estudio se tiene como resultado que la posición, la permeabilidad magnética y los parámetros geométricos de la derivación del flujo magnético, tienen efectos notables en la reactancia de fuga del transformador.

E. Sorrentino y J. C. Burgos [11] muestran una comparación de los modelos lineales en 2D y 3D para calcular la impedancia de secuencia cero, además se comprueba la influencia de los factores geométricos y las propiedades de los materiales sobre modelos lineales tanto 2D y 3D. Los resultados son validados utilizando datos de laboratorio.

K. R. Hameed [12], modela el transformador Zig-Zag de tipo núcleo de cinco columnas mediante el método de elemento finito, utilizando el software ANSYS. Los resultados de este autor fueron comparados con los datos obtenidos en la industria de transformadores Diyala, logrando resultados muy similares, con un error aproximado de un 4 %.

Para calcular la impedancia de secuencia cero, estos autores [9,10,12], utilizan el método de almacenamiento de la energía magnética. El uso de este método va a proporcionar un cálculo simple y preciso. Además de estos trabajos existe el libro “*Transformer Engineering: Design and Practice*” [3], donde se realiza una explicación detallada de los métodos aproximados para determinar la impedancia de secuencia cero.

1.1. Originalidad

Existen varios trabajos donde se han modelado los transformadores mediante la técnica de elementos finitos para calcular la impedancia de secuencia cero; estos estudios se han realizado básicamente en transformadores de potencia, donde las características constructivas difieren de los transformadores de puesta a tierra con conexión Zig-Zag. En los antecedentes consultados, también existe un trabajo que modela el transformador Zig-Zag de puesta a tierra de tipo núcleo con cinco columnas, por lo que el comportamiento del flujo magnético es diferente al del transformador de tres columnas.

Por tanto, la originalidad de este proyecto radica en realizar el cálculo de la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag de puesta a tierra tipo núcleo de tres columnas utilizando el método de elementos finitos.

1.2. Justificación del trabajo

En los últimos años ha existido un auge en el uso de la energía renovable, los sistemas eólicos y fotovoltaicos son arreglos que operan principalmente con conexión delta sin una referencia a tierra. Debido a estas configuraciones, existe un aumento en la demanda de transformadores de puesta a tierra. Por tanto, se hace necesario realizar el análisis del comportamiento de los transformadores Zig-Zag usados como protecciones en estos arreglos de energía renovable.

Además, un problema identificado por la empresa IEM en estos transformadores de puesta a tierra es que, aunque tienen un corto tiempo de operación, pueden tener un aumento muy elevado en la temperatura. Para poder analizar este aumento de la temperatura se hace necesario tener un estudio del comportamiento de los flujos magnéticos dentro del transformador y el valor de la impedancia de secuencia cero. En la actualidad la empresa IEM realiza los cálculos de impedancia de secuencia cero de manera analítica, siendo estos muy complejos, por lo que solicitó una colaboración industria-universidad para realizar un modelo que permita calcular de manera más precisa y eficiente este parámetro.

1.3. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es: calcular la impedancia de secuencia cero de un transformador Zig-Zag de puesta a tierra con una capacidad de 9,959 kVA, 34.5 kV, 60 Hz, tipo núcleo de tres piernas. Para esto se realiza un análisis magnético-dinámico en el dominio de la frecuencia para determinar la energía magnética almacenada.

Para lograr este objetivo, se divide en los siguientes objetivos específicos:

- Realizar un modelo magnético en 3D utilizando el método de elemento finito del transformador de puesta a tierra Zig-Zag.

- Analizar el comportamiento del flujo magnético dentro del transformador en condiciones normales de operación y durante una falla monofásica.
- Calcular la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag.
- Validar los resultados obtenidos utilizando datos experimentales proporcionados por la empresa IEM.

1.4. Hipótesis

El modelo del transformador se realiza bajo las siguientes hipótesis (en la sección 4.4 se describen con mayor detalle):

- Las corrientes de desplazamiento son despreciables.
- La conductividad eléctrica del tanque se considera constante.
- El sistema opera en estado estable, por tanto se puede trabajar en el dominio de la frecuencia.
- Los materiales del transformador son isotrópicos.

1.5. Contribuciones de la tesis

Las contribuciones del presente trabajo de tesis son:

- Obtener un modelo de elementos finitos en tres dimensiones de un transformador Zig-Zag de puesta a tierra considerando algunos de sus elementos, tales como el núcleo, el tanque y la distribución de los devanados.
- Realizar el análisis del comportamiento del campo magnético dentro del transformador Zig-Zag de puesta a tierra, así como la variación de la impedancia de secuencia cero con un modelo sin la presencia del tanque y otro donde se considere el tanque.

1.6. Organización de la ICR

En el Capítulo 1 se hizo una presentación general de la Idónea Comunicación de Resultados realizada, se abordaron algunos trabajos que anteceden a éste, además, de plantear los objetivos y la justificación del trabajo.

El Capítulo 2 hace una presentación del transformador de puesta a tierra, realizando una breve introducción sobre la historia de los transformadores. Se plantea para qué se utilizan los transformadores de puesta a tierra, su construcción física y su principio de funcionamiento. Además, se presenta la definición de la impedancia de secuencia cero y algunos métodos para calcularla.

El Capítulo 3 realiza una pequeña introducción al Método de Elementos Finitos (MEF), sus orígenes y como se utilizan para resolver problemas en dispositivos electromagnéticos. Se analiza el MEF para el modelo electromagnético del transformador Zig-Zag de puesta a tierra mediante potenciales magnéticos vectoriales y escalares, a partir de las ecuaciones de Maxwell. Se describen las condiciones de frontera, así como las relaciones que permiten el acoplamiento

de las ecuaciones de campo con las ecuaciones de los circuitos externos.

El Capítulo 4 muestra las características eléctricas, físicas y geométricas utilizadas para construir el modelo del transformador Zig-Zag de puesta a tierra. Además, se realiza la explicación de la construcción del mallado y las consideraciones hechas para realizar el modelo.

En el Capítulo 5 se realizan las simulaciones en 2D y en 3D del transformador en el dominio de la frecuencia. Se presentan los gráficos de campo magnético, densidad de campo magnético, así como los valores obtenidos de energía magnética almacenada. También se calcula el valor de la impedancia de secuencia cero del modelo en 2D y 3D y, se compara con las mediciones realizadas en IEM a los transformadores antes de salir de la fábrica.

En el Capítulo 6 se discuten y presentan las conclusiones de este trabajo y, a partir de estos resultados, finalmente se dan las perspectivas de trabajos futuros.

2. Marco Teórico

2.1. Introducción

Los transformadores son de gran importancia en la vida cotidiana. Sus orígenes se remontan al año 1820 cuando Hans Christian Oersted descubre que al fluir una corriente eléctrica por un conductor se genera un campo magnético, esto permitió pensar que el magnetismo era capaz de generar electricidad. Años después, en 1831 Michael Faraday a partir del estudio de Oersted descubre que un campo magnético variable en el tiempo producirá una corriente eléctrica [13]. Los experimentos desarrollados por Faraday consistían en enrollar dos bobinas una sobre otra y hacer circular una corriente mediante la apertura y cierre del circuito primario, lo que permitió observar que el flujo magnético a través de la segunda bobina variaba y se inducía una corriente eléctrica. Esto es precisamente, un transformador eléctrico, por esto se le atribuye la construcción del primer transformador a Faraday.

Con el paso de los años varios científicos realizaron estudios con distintas versiones del primer transformador creado por Faraday. Fue en 1884, más de 50 años después que los ingenieros húngaros Zipernowsky, Bláthy y Deri crearon el modelo del transformador de corriente alterna, debido a esto muchos autores les otorgan la paternidad sobre lo que conocemos hoy como transformador eléctrico [13].

2.2. Clasificación de los transformadores

Los transformadores pueden presentar diferentes clasificaciones, estas pueden ser según su capacidad, el número de fases, la conexión de sus devanados, su aplicación y de acuerdo con el tipo de núcleo empleado (acorazado o tipo columna) [14].

Según el tipo de núcleo los transformadores se pueden clasificar en:

- Tipo acorazado: Su principal característica constructiva es que el núcleo magnético envuelve a las bobinas, como se muestra en la Figura 2.1(a). Este diseño presenta las ventajas de tener una alta resistencia mecánica, además, de permitir construir transformadores de baja impedancia de dispersión, cuando existe una regulación de voltaje crítica en el sistema.
- Tipo columna o tipo núcleo. La característica principal que presenta este transformador es que las bobinas son las que van a envolver al núcleo magnético, como se muestra en la Figura 2.1(b). Este diseño presenta un bajo costo inicial, una alta impedancia y

un menor costo de mantenimiento [14]; pero va a presentar como desventaja una baja resistencia mecánica y una menor regulación de voltaje.

Figura 2.1: Clasificación de los transformadores de acuerdo al tipo de núcleo. a) Tipo acorazado. b) Tipo columna.

Por el tipo de aplicación en los sistemas eléctricos pueden ser clasificados como:

- Transformador elevadores: Están situados comúnmente a la salida de las centrales eléctricas, su principal función consiste en elevar el voltaje de generación hasta un valor apropiado para la transmisión, reduciendo así las pérdidas que se producen debido a la corriente que circula por los conductores.
- Transformador reductores: Se sitúan en subestaciones de transmisión, su función es reducir los altos voltajes de las líneas de transmisión a niveles más bajos para su consumo.
- Transformador para instrumentos: son utilizados para convertir valores elevados de corriente y voltaje a valores más pequeños con el propósito de medición. Estos pueden ser transformadores de potencial (TP) o transformadores de corriente (TC).
- Transformadores reguladores: se utilizan para controlar los valores de voltajes y flujos de potencia en las líneas de transmisión.
- Transformadores de puesta a tierra.

2.3. Transformadores de puesta a tierra

Los transformadores de puesta a tierra normalmente se utilizan en sistemas trifásicos donde no existe conexión a tierra, estos sistemas sin referencia a tierra son diseñados principalmente para dar continuidad de energía cuando existe una falla a tierra en cualquiera de las tres fases, por lo que, la continuidad de la energía se mantiene cuando no se produce un disparo automático de la protección para este tipo de falla. Por lo que la falla debe ser localizada y reparada, proceso que puede llegar a ser muy molesto y tardar demasiado tiempo. Para evitar estos inconvenientes se utiliza comúnmente los transformadores de puesta a tierra, ya que permiten una detección automática de la falla y, si se desea, su aislamiento del sistema eléctrico [3, 15]. Debido a esto, los sistemas de protecciones que presentan un disparo selectivo y rápido muy a

Figura 2.2: Transformador de puesta a tierra con conexión estrella-delta.

Figura 2.3: Transformador de puesta a tierra con conexión Zig-Zag.

menudo utilizan transformadores de puesta a tierra.

Los transformadores de puesta a tierra principalmente se utilizan en sistemas de potencia sin conexión a tierra para [4,5,16]:

- Proporcionar una trayectoria que permita conducir la corriente de falla a tierra durante una falla de línea a tierra.
- Limitar las sobretensiones transitorias cuando se produce una falla.
- Estabilizar el neutro; y cuando lo desee, permitir la conexión de cargas conectadas de fase a neutro.

El transformador para puesta a tierra es un equipo de propósito especial con una conexión Zig-Zag o conexión estrella - delta. En las Figuras 2.2 y 2.3 se muestran los esquema de conexión de estos dos tipos de transformadores de puesta tierra al sistema eléctrico de potencia.

El tipo de transformador de puesta a tierra más utilizado es el de conexión Zig-Zag, debido a que son de menor tamaño y costo [4,5]. Los transformadores con conexión Zig-Zag, son utilizados principalmente para proporcionar un punto de conexión a tierra en un sistema trifásico sin referencia de tierra y, van a tener como propósito:

- Proporcionar una ruta de baja impedancia de secuencia cero, para los flujos de corriente de secuencia cero que se producen durante una falla a tierra o cuando existen condiciones de desbalance en el sistema eléctrico [5,16,17].

- Limitar las magnitudes de sobretensiones transitorias cuando se producen fallas de puesta a tierra.
- Servir como filtro para la eliminación de armónicos y corrientes que puedan circular por el neutro [18–20].

La selección de cualquier transformador depende de varios factores entre los que se destacan principalmente: la tensión primaria y la carga asociada. Para la selección del transformador de puesta a tierra, la capacidad continua no es tan relevante, debido al poco tiempo de operación (solo opera en momentos de fallas). Normalmente estos tipos de transformadores van a presentar un tiempo de operación que puede ir desde los 10 segundos, 1 minuto, 10 minutos y tiempo extendido [2,5]. La operación de tiempo extendido no debe exceder un promedio de 90 días por año. Esta operación principalmente se utiliza en sistemas donde la fiabilidad del sistema es crítica: minas, Industrias petroleras, etc.

2.3.1. Construcción física del transformador Zig-Zag

Los transformadores Zig-Zag de puesta a tierra, Figura 2.4, son transformadores trifásicos contruidos con o sin devanado secundario. Estos transformadores tienen devanados diferentes a los utilizados en transformadores de potencia, adecuados para aplicaciones especiales. La conexión en Zig-Zag es en realidad una conexión en estrella interconectada [21]. El transformador Zig-Zag tiene seis bobinas de las cuales, tres son bobinas externas y tres son bobinas internas. Los devanados de las bobinas externas se denominan Zig y a los devanados de las bobinas internas Zag. El devanado en Zig de una fase está conectado en serie con el devanado Zag de la otra fase. En el transformador Zig-Zag cada fase tiene dos devanados idénticos con igual número de vueltas (N), pero están enrollados en direcciones opuestas para lograr una alta impedancia a las corrientes de fase nominales.

Figura 2.4: Conexión de las bobinas del transformador Zig-Zag de puesta a tierra, en rojo las bobinas externas y en azul las bobinas internas.

Las bobinas van a estar conectadas de la siguiente manera: la bobina externa a_1 de la

fase A se conecta a la bobina interna b_2 de la fase B; la bobina externa b_1 de la fase B está conectada con la bobina interna c_2 de la fase C y la bobina externa c_1 de la fase C se conecta con la bobina interna a_2 de la fase A. Las bobinas externas a_1 , b_1 y c_1 se conectan a las fases del sistema delta de entrada, mientras que las bobinas internas se conectan entre sí para formar un neutro, ver Figura 2.4. La interconexión de devanados de diferentes fases introduce un cambio de fase de 30° o -30° [3, 5, 16]. En la Figura 2.5 se puede observar el diagrama fasorial del transformador Zig-Zag de puesta a tierra.

Figura 2.5: Diagrama fasorial del transformador Zig-Zag.

2.3.2. Principio de funcionamiento

El análisis de la operación del transformador Zig-Zag de puesta a tierra se divide en dos: primero cuando se encuentra conectado a un sistema eléctrico de potencia balanceado y, segundo cuando existe una falla de fase a tierra o cuando existe un desbalance en el sistema.

Figura 2.6: Operación del transformador durante condiciones normales del sistema.

Durante la operación normal del sistema sin perturbaciones con voltajes balanceados y bajo corrientes balanceadas, la tensión trifásica del arreglo será de igual magnitud con desfaseamiento de 120° entre sí. Al aplicar esta tensión en las terminales del transformador de puesta a tierra, fluirá una corriente en los dos devanados de la misma extremidad del núcleo pero en direcciones opuestas, debido a la conexión especial del transformador Zig-Zag. Por tanto, en condiciones normales de funcionamiento, las corrientes en los dos devanados en la misma extremidad del núcleo fluyen en direcciones opuestas, lo que provocará que el flujo magnético establecido por estas dos corrientes se opongan y se neutralicen entre sí, ver Figura 2.6. Entonces, sólo circulará una pequeña corriente de magnetización en los devanados del transformador de puesta a tierra tipo Zig-Zag [3, 21].

Para una falla de línea a tierra, la corriente de secuencia cero fluye en el circuito de tierra. Dicha corriente va a regresar al sistema a través del punto de la estrella aterrizada del transformador de puesta a tierra. Como se muestra en la Figura 2.7, un tercio de la corriente total de la falla fluirá por cada pierna del transformador Zig-Zag de puesta a tierra [3, 4]. Debido a que el transformador de puesta a tierra presenta una impedancia muy pequeña en condiciones de falla, se coloca una resistencia de tierra R_n que limita los valores de corriente de falla.

Figura 2.7: Flujo de corriente en el sistema con falla monofásica cuando está conectado un transformador Zig-Zag de puesta a tierra.

Por tanto, para una falla monofásica la corriente de secuencia cero va a fluir por el circuito de tierra, lo que permite que actúe la protección. Los voltajes de las otras dos terminales de línea no afectadas se mantienen en sus respectivos niveles de voltaje de línea a neutro. En ausencia del neutro conectado a tierra, los voltajes de las fases saludables aumentarán hasta el nivel de voltaje de línea a línea, lo que provocaría daño en los equipos conectados al sistema. Por lo tanto, el transformador de puesta a tierra en Zig-Zag no sólo ayuda en la protección, sino que también reduce las tensiones en condiciones de fallas asimétricas [3].

2.4. Impedancia de secuencia cero

En 1918 Fortescue desarrolló el modelo matemático de componentes simétricas, donde muestra que un sistema desequilibrado de n vectores relacionados entre sí, se puede descomponer en n vectores equilibrados, denominados componentes simétricas. El método de componentes simétricas es comúnmente utilizado en el análisis de los sistemas de potencia, estos se van a descomponer en secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero para corrientes y voltajes [22], como se muestra en la Figura 2.8.

Figura 2.8: Componentes de secuencias para tensiones trifásicas. a) Componente de secuencia positiva. b) Componente secuencia negativa. c) Componente de secuencia cero

La componente de secuencia positiva consta de corrientes trifásicas equilibradas y tensiones trifásicas de línea a neutro. Siempre son vectores de igual magnitud y desfasados 120° y con la misma secuencia de fase de los vectores originales, en la Figura 2.8(a) se muestra la componente de secuencia positiva. En la Figura 2.8(b) se puede ver la componente de secuencia negativa igualmente formada por vectores de igual magnitud y desfasados 120° , pero con rotación de fase invertida a la de secuencia positiva. La componente de secuencia cero está compuesta por vectores de igual magnitud y en fase, ver Figura 2.8(c).

Las máquinas estáticas como un transformador difieren de las máquinas rotatorias, en que la impedancia de secuencia positiva y negativas son iguales. En los sistemas de potencia bajo condiciones de carga balanceadas solo se debe considerar la impedancia de secuencia positiva; mientras que para un sistema que presente carga asimétrica o falla monofásica, la respuesta del sistema va a depender en gran medida de la impedancia de secuencia cero.

Las impedancias de secuencia cero (Z_0) de los transformadores trifásicos se relacionan de manera directa con la respuesta de un sistema ante cualquier perturbación o cargas desbalanceadas, debido a esto su análisis es de vital importancia para estudiar adecuadamente un sistema en estas condiciones de operación [3]. Las impedancias de secuencia cero se pueden clasificar como [3, 23]: impedancias de magnetización (Z_{0M}) e impedancias de cortocircuito. Los valores de Z_{0M} se determinan cuando existe una circulación de corriente de secuencia cero por el devanado conectado en estrella y se alimenta con una fuente.

Por tanto, la impedancia de secuencia cero para un transformador trifásico es la impedan-

Figura 2.9: Circuito para medición de impedancia de secuencia cero.

cia medida entre las terminales de fase y el neutro, cuando las tres fases están conectadas en paralelo, ver Figura 2.9. La impedancia de secuencia cero solamente existe en transformadores que presenten conexión estrella conectada a tierra, de lo contrario, el circuito se encuentra abierto y no fluirá la corriente de secuencia cero [16,22,24].

2.4.1. Comportamiento de la impedancia de secuencia cero en transformadores tipo núcleo de tres y cinco piernas

En los transformadores la impedancia de secuencia cero puede diferir considerablemente de su impedancia de secuencia positiva, dependiendo del tipo de núcleo del transformador y conexión de las bobinas que presente [5,16,21,25]. En las Figuras 2.10 y 2.11 se muestra un transformador tipo núcleo de cinco piernas y tipo núcleo de tres piernas respectivamente, donde los devanados son excitados con voltaje de secuencia cero. La ruta del flujo magnético de secuencia cero se muestra con las líneas discontinuas.

Figura 2.10: Comportamiento del flujo magnético de secuencia cero en un transformador tipo núcleo de cinco piernas.

En transformadores trifásicos de cinco piernas, Figura 2.10, la ruta del flujo magnético de secuencia cero generado por los devanados conectados a una fuente de secuencia E_0 , encontrará un camino de baja impedancia a través de las piernas exteriores del núcleo. En estos tipos de transformadores ocurre que el área de los yugos superior e inferior del núcleo y de las piernas

Figura 2.11: Comportamiento del flujo magnético de secuencia cero en un transformador tipo núcleo de tres piernas.

externas fluyen 1.5 veces el flujo de secuencia cero, lo que podría provocar una saturación del núcleo si el voltaje de excitación está cercano al valor nominal [16,21,26].

Para los transformadores tipo núcleo de tres piernas, ver Figura 2.11, el camino de retorno del flujo magnético de secuencia cero será fuera del núcleo, a través del espacio de aire y de las paredes del tanque, lo que provocará una disminución de la impedancia de secuencia cero. En las paredes del tanque la profundidad de penetración del campo magnético es mucho menor que su ancho y espesor, lo que provoca que las corrientes inducidas estén presentes solamente en una pequeña porción de las paredes del tanque. Por tanto, dependiendo de la magnitud de la corriente de fase de secuencia cero, se puede provocar que en algunos puntos se desarrollen corrientes de remolino de gran intensidad, surgiendo así puntos calientes en el tanque [9,16,21,25].

En el caso de transformadores de tipo núcleo de cinco piernas, la impedancia de secuencia cero será aproximadamente igual a la impedancia de secuencia positiva ($\sim 100\%$), mientras que para los transformadores tipo núcleo de tres columnas la impedancia de secuencia cero va a ser aproximadamente el 90 % de la impedancia de secuencia positiva, debido a que parte del flujo va a regresar a través de las paredes del tanque [24].

2.4.2. Métodos para calcular la impedancia de secuencia cero

La impedancia de secuencia cero (Z_0) tiene dos componentes: la resistencia de secuencia cero (R_0) y la reactancia de secuencia cero (X_0). Normalmente en la práctica $X_0 \gg R_0$, por lo tanto, la resistencia se puede despreciar, en otras palabras, la impedancia de secuencia cero es casi igual a la reactancia de secuencia cero ($Z_0 \cong X_0$) [3,23].

Una vía para calcular la impedancia de secuencia cero del transformador de puesta a tierra puede ser a partir de los resultados de las pruebas realizadas en laboratorio, donde la ecuación que se utiliza es:

$$Z_0 = 3 \left(\frac{V_{l-n}}{I_n} \right) \quad (2.1)$$

donde V_{l-n} es el voltaje de línea a neutro, I_n es la corriente por el neutro. Para realizar estas pruebas se debe tener en cuenta que el flujo de secuencia cero puede causar un calen-

tamiento en las partes estructurales metálicas, como puede ser el tanque. Debido a esto, la corriente utilizada para realizar la prueba no debe exceder el 30 % de la corriente nominal y el voltaje aplicado tampoco debe exceder el valor del voltaje de fase a neutro de operación nominal [23].

La impedancia de secuencia cero está normalmente dada como un porcentaje de la impedancia base Z_b del transformador. La impedancia base puede ser deducida como:

$$Z_b = \frac{V_r^2}{S_r} \quad (2.2)$$

S_r es el valor de la potencia en MVA y V_r es el voltaje de línea en kV. Por lo tanto, el valor relativo de impedancia de secuencia cero puede ser descrito como:

$$\%Z_0 = \left(\frac{Z_0}{Z_b} \right) \cdot 100 \quad (2.3)$$

El cálculo de la impedancia de secuencia cero por métodos clásicos es mucho más difícil, el problema con este cálculo proviene de la naturaleza compleja de la configuración del campo magnético. Ejemplo, en el libro de transformadores de Kulkarni y Khaparde [3], se propone un método para determinar el valor en porcentaje de la reactancia de secuencia cero para un transformador trifásico de tres columnas usando los datos en función del devanado energizado, y se puede calcular de la siguiente forma:

$$\%X_0 = 2,48 \times 10^{-5} f \frac{NI}{H_{eq}(V_n/N)} \times \sum ATD \quad (2.4)$$

donde f es la frecuencia, NI son los amperes-vueltas nominales, ATD es el área del diagrama de amperes vuelta, V_n es el voltaje nominal de alimentación, H_{eq} es la altura equivalente y se determina al dividir la altura del devanado (H_w) entre el factor de Rogowski K_r (< 1):

$$H_{eq} = \frac{H_w}{K_r} \quad (2.5)$$

donde K_r se determina de la siguiente forma [3]:

$$K_r = 1 - \frac{1 - e^{-\alpha}}{\alpha} \quad (2.6)$$

y,

$$\alpha = \frac{\Pi H_w}{(T_{zig} + T_{zag} + T_g)} \quad (2.7)$$

El cálculo de $\sum ATD$ se realiza utilizando la geometría del transformador, ver Figura 2.12, y se determina de la siguiente forma:

$$\sum ATD = \frac{1}{3} (T_{zig} \times D_{zig}) + (T_g \times D_g) + \frac{1}{3} (T_{zag} \times D_{zag}) \quad (2.8)$$

donde:

- D_{zig} Diámetro medio del devanado Zig.
- D_{zag} Diámetro medio del devanado Zag.

Figura 2.12: Parámetros para el cálculo de la impedancia de secuencia cero utilizando el método clásico.

- D_g Diámetro medio de la separación entre el devanado primario y el secundario.
- T_g Espesor de la separación entre el devanado primario y el secundario.
- T_{zig} Espesor del devanado Zig.
- T_{zag} Espesor del devanado Zag.

Además, Kulkarni y Khaparde [3] plantean la necesidad de utilizar un factor de corrección que permita considerar el efecto de la no linealidad de Z_{0M} . Entonces, el valor de reactancia calculada en la ecuación (2.4) se debe corregir utilizando un factor empírico que se deriva con base a las mediciones obtenidas a diferentes voltajes, en la Figura 2.13 se muestra el factor de corrección en dependencia del voltaje aplicado.

Esta naturaleza no lineal de Z_{0M} está relacionada principalmente con el acero del tanque, este puede provocar dos efectos opuestos en el valor de la impedancia de secuencia cero: a) es una ruta con alta permeabilidad magnética, que tiende a aumentar Z_{0M} ; b) las corrientes de secuencia cero en el tanque pueden disminuir Z_{0M} [3, 11].

Aunque el método descrito puede dar resultados bastante precisos, debe ser refinado utilizando factores de corrección empíricos basados en resultados obtenidos de pruebas realizadas a varios transformadores. Para un cálculo más preciso, los autores plantean que se debe utilizar métodos numéricos como el método de elementos finitos.

2.5. Método de almacenamiento de la energía magnética

Otra manera de calcular la impedancia de secuencia cero es utilizando el método de almacenamiento de energía magnética [3, 9, 10, 12]. Este método es preciso y proporciona un cálculo

Figura 2.13: Factor de corrección de reactancia de secuencia cero [3].

simple. Utilizando la definición de la inductancia (L) desde el punto de vista energético, se tiene que:

$$L = \frac{2 W_m}{I^2} \quad (2.9)$$

donde W_m es energía en el campo magnético producido por una corriente I . Expresándolo en términos de la reactancia se obtiene:

$$X = \omega L = 2\pi f L \quad (2.10)$$

entonces,

$$X_0 = \frac{4\pi f W_m}{I^2} \quad (2.11)$$

La energía magnética almacenada W_m se puede calcular como:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_v \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dv \quad (2.12)$$

donde, $\mathbf{B}$ es la densidad de flujo magnético, $\mathbf{H}$ es la intensidad de campo magnético. En este trabajo, una vez determinado el valor de la energía magnética almacenada utilizando el método de elementos finitos, se va a dividir entre tres y utilizando el valor de la corriente por fase, se va a obtener la impedancia de secuencia cero por fase.

3. Método de elementos finitos

3.1. Introducción

El método de elementos finitos (MEF) es un procedimiento numérico muy poderoso y versátil para resolver problemas electromagnéticos, debido a su capacidad para modelar problemas con geometría muy compleja y medios no homogéneos [7]. El método tal como se conoce hoy es consecuencia de varios estudios realizados en la década de 1950, tiene su origen en el campo del análisis estructural y, se comienza a utilizar para resolver problemas electromagnéticos hasta 1968 [27–29].

El MEF es una herramienta numérica que permite realizar modelos de sistemas físicos reales, siendo estos más fáciles y económicos de realizar con respecto a la construcción de prototipos. Aunque no deja de ser un método aproximado, sí permite construir prototipos de diseño más exactos. En la actualidad son muchas las áreas de aplicación del MEF, donde su uso se puede ver reflejado en: análisis estructural, transferencia de calor, fluidos, biomédica, geología, electromagnetismo, etc.

Los avances computacionales son los que han permitido a los usuarios obtener una gran variedad de programas que permiten realizar el cálculo utilizando la herramienta del MEF. El uso de estos programas exigen a los usuarios tener conocimiento del problema a resolver, así como de los principios del método de elementos finitos.

3.2. El método de elementos finitos

La principal idea del método es dividir el dominio o cuerpo sobre el cual se trabaja en pequeñas regiones, llamadas elementos. La división de la geometría en pequeños elementos permite resolver un problema complejo, al subdividirlo en problemas más simples. Existen muchos elementos finitos, pero los elementos que se muestran en la Figura 3.1 son los más utilizados en aplicaciones electromagnéticas. La unión de estos elementos se conocen como nodos y el conjunto de estos (elementos y nodos) se llama malla. La precisión del MEF depende de la cantidad de nodos y elementos en lo que se divide la región de análisis, cuanto menor sea el tamaño y mayor sea el número de elementos que conforman la malla, más preciso será los resultados obtenidos.

Para analizar cualquier sistema se debe tener en cuenta las siguientes distinciones:

Figura 3.1: Diferentes elementos finitos. a) Elementos 1D. b) Elementos 2D triangulares y cuadriláteros. c) Elementos en 3D tetraédricos y hexaédricos.

- Dominio: Es el espacio geométrico donde se analiza el sistema.
- Condiciones de frontera: son las variables conocidas que condicionan el cambio en el sistema, por lo general suelen ser tipo Dirichlet o tipo Neumann.
- Excitaciones: va a depender del tipo de problema, puede ser: voltaje, corriente, cargas, etc.
- Incógnitas: son las variables del sistema que se calculan una vez planteadas las condiciones de frontera y la excitación. Estas pueden ser: campo magnéticos, temperatura, etc.

Al dividir el problema en elementos permite obtener ecuaciones más sencillas y después ensamblar la información de cada elemento, llegando a un sistema de ecuaciones cuya solución proporcionan la aproximación buscada. Este sistema de ecuaciones puede ser resuelto utilizando tanto el método variacional o el método de residuos ponderados.

Para el método variacional, en cada problema va existir una función particular que se debe minimizar y, no se trabaja directamente con la ecuación física que describe el problema. Mientras que el método de residuos ponderados se trabaja directamente con la ecuación física que tiene que ser resuelta, lo que permite tener una ventaja considerable con respecto al método variacional, siendo este más simple y fácil de entender y de aplicar. Esta razón es principalmente por lo que hoy en día la mayor parte del trabajo por el MEF se realiza utilizando el método residual, donde uno de los más utilizados es el método de Galerkin [30].

El modo de emplear el método de residuos ponderados se explica a continuación. Se tiene la ecuación:

$$D \frac{d^2 y}{dx^2} + Q = 0 \quad (3.1)$$

definida en una región Ω y con condiciones de frontera $y(0) = y_0$ y $y(H) = y_H$. Al sustituir una solución aproximada $y = h(x)$ en la ecuación (3.1), como no satisface la ecuación entonces se obtiene un residual $R(x)$.

$$D \frac{d^2 y}{dx^2} + Q = R(x) \neq 0 \quad (3.2)$$

El método de residuales ponderados requiere que la integral de la multiplicación del residual $R(x)$ y de la función de ponderación $W_i(x)$ sea igual a cero [29].

$$\int_0^H W_i(x) R(x) dx = 0 \quad (3.3)$$

El número de funciones de ponderación es igual al número de coeficientes desconocidos en la solución aproximada. Dentro del método de residuos ponderados se encuentra el método de Galerkin, que se aplica para minimizar el valor residual de una ecuación en derivadas parciales. Por tanto, en un dominio ya discretizado la ecuación (3.3) quedaría:

$$\sum_{k=1}^N \int_{\Psi_k} W_k R_k d\Psi = 0 \quad (3.4)$$

donde:

W_k es la función de ponderación para el nodo k .

N es el número de nodos en el dominio.

k es la porción del dominio en el cual el nodo k está insertado.

La ecuación (3.4) implica que existen K ecuaciones, para K valores de potenciales desconocidos en K nodos presentes en la solución del problema.

3.3. Ecuaciones fundamentales del electromagnetismo

Los campos electromagnéticos se rigen a partir de las ecuaciones de Maxwell. A través de éstas es posible realizar el análisis del comportamiento espacial y temporal de campos electromagnéticos, así como la interdependencia que existe entre sus componentes. Las ecuaciones de Maxwell están expresadas en términos de la intensidad de campo magnético ($\mathbf{H} \in \mathbb{R}^3$), la densidad de campo magnético ($\mathbf{B} \in \mathbb{R}^3$), la intensidad de campo eléctrico ($\mathbf{E} \in \mathbb{R}^3$), la densidad de campo eléctrico ($\mathbf{D} \in \mathbb{R}^3$) y la densidad de corriente ($\mathbf{J} \in \mathbb{R}^3$). Las ecuaciones de Maxwell expresadas en forma diferencial son:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.8)$$

donde, ρ es la densidad volumétrica de carga eléctrica. La ecuación (3.5) se conoce como ley de Faraday, la ecuación (3.6) es la ley de Gauss para campo magnético, la ecuación (3.7)

es la ley de Gauss para campo eléctrico y la ecuación (3.8) es la ley de Ampere-Maxwell.

Los fenómenos electromagnéticos considerados en este trabajo no tienen en cuenta las corrientes de desplazamiento y las cargas de espacio libre, lo que conduce a una aproximación de baja frecuencia. Por tanto, la forma de las ecuaciones de Maxwell que definen el comportamiento del campo electromagnético dentro del transformador, se pueden resumir de la siguiente forma:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.11)$$

Las ecuaciones de Maxwell son complementadas con las relaciones que expresan las propiedades de los materiales, es decir, las relaciones constitutivas. Estas relaciones son:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (3.13)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, σ es la conductividad eléctrica del material, $\mathbf{M}$ es la magnetización del material ($\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$) y χ_m es la susceptibilidad magnética del medio. Debido que en este trabajo se considera medios isotrópicos, entonces:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi_m \mathbf{H}) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (3.15)$$

donde

$$\mu_r = 1 + \chi_m \quad (3.16)$$

μ_r se define como la permeabilidad relativa. Además, se define la permeabilidad μ :

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (3.17)$$

y esto habilita para escribir una relación sencilla entre $\mathbf{B}$ y $\mathbf{H}$,

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.18)$$

Al expresar las ecuaciones de Maxwell en el dominio de la frecuencia se sustituye $\frac{\partial}{\partial t}$ por $j\omega$, donde ω es la frecuencia angular. Además, de esta sustitución se utiliza una tilde sobre las magnitudes vectoriales para indicar que se trata de variables complejas. Las ecuaciones de Maxwell en el dominio de la frecuencia son:

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -j\omega \tilde{\mathbf{B}} \quad (3.19)$$

$$\nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} = 0 \quad (3.20)$$

$$\nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{J}} \quad (3.21)$$

3.4. Formulaciones de potenciales para transformadores

No existe una única forma de abordar los problemas electromagnéticos de baja frecuencia. La solución de las ecuaciones de Maxwell normalmente se facilita a través de las formulaciones de potenciales escalares y vectoriales, como: potencial magnético vectorial, potencial magnético escalar, potencial eléctrico escalar y potencial eléctrico vectorial [31,32]. Básicamente estos potenciales se utilizan en problemas estáticos o armónicos y principalmente en problemas de corriente de remolino. No se puede afirmar que alguno de ellos sea la mejor técnica; en realidad, un método preciso para una clase de problemas puede ser inadecuado para otra.

Para el caso de este trabajo se analizarán las formulaciones de los potenciales magnético vectorial ($\mathbf{A}$), el potencial magnético escalar (ψ) y el potencial magnético escalar reducido (ϕ) en las diferentes regiones del transformador.

El modelado del transformador se va dividir en tres regiones: a) la región conductora, que está compuesta por las partes estructurales del transformador (tanque del transformador), en esta región se considera la existencia de corrientes de remolino. b) la región no conductora que va estar comprendida por el núcleo del transformador. c) la región del aire donde se encuentran los devanados del transformador.

3.4.1. Región de las bobinas y el núcleo del transformador

Los potenciales magnéticos escalares se utilizan en las regiones no conductoras a diferencia de la formulación del potencial magnético vectorial que se utiliza en la región conductora. El uso de los potenciales escalares en la región no conductora en vez del potencial magnético vectorial ($\mathbf{A}$), implica una reducción en el número de incógnitas [33]. La idea básica es dividir la zona no conductora en dos regiones: una que contiene la fuente de corriente y la otra que está libre de fuentes de corrientes [34].

Para una región no conductora donde exista una fuente de corriente ($\nabla \times \mathbf{H}_s \neq 0$), la región donde se encuentran las bobinas, la intensidad de campo magnético se puede calcular como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_m \quad (3.22)$$

donde, $\mathbf{H}_s$ es la intensidad de campo magnético debido a la presencia de la fuente de corriente y $\mathbf{H}_m$ es el resto del campo. Si se consideran los efectos de las corrientes de remolino sobre la sección transversal de los conductores que conforman la bobinas del transformador, y además, se considera que la densidad de corriente es uniforme en la sección transversal de dichos conductores, entonces se denominan bobinas con conductores filamentosos. Con lo anterior $\mathbf{H}_s$ puede ser calculada a partir de la Ley de Biot-Savart [35]:

$$\mathbf{H}_s = -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \mathbf{J}_s \times \nabla \left(\frac{1}{r} \right) d\Omega \quad (3.23)$$

$\mathbf{J}_s$ es la densidad de corriente de la fuente de la bobina y su distribución es perfectamente conocida, r es la distancia desde un punto fuente al punto donde se requiere calcular el campo

magnético y Ω denota el volumen ocupado por ellas. En el resto del campo al no existir fuente de corriente, es decir $\nabla \times \mathbf{H}_m = 0$, va a permitir expresar $\mathbf{H}_m$ como el gradiente negativo del potencial magnético escalar reducido (ϕ), por tanto la ecuación (3.22) se puede reescribir como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_s - \nabla\phi \quad (3.24)$$

Sustituyendo la ecuación (3.24) en la ecuación (3.10) y , se tiene que:

$$\nabla \cdot \mu \mathbf{H}_s - \nabla \cdot \mu \nabla\phi = 0 \quad (3.25)$$

Si se describe el medio no conductor utilizando solamente el potencial magnético escalar reducido puede conducir en ocasiones a errores de redondeo. Debido a que los términos $\mathbf{H}_s$ y $\nabla\phi$ son del mismo orden, la ecuación (3.24) puede dar valores de $\mathbf{H}$ incorrecto.

Para la región del núcleo, es decir la región no conductora donde no existe fuente de corriente ($\nabla \times \mathbf{H} = 0$), se puede calcular la intensidad de campo magnético a través del uso del potencial magnético escalar (ψ):

$$\mathbf{H} = -\nabla\psi \quad (3.26)$$

si se sustituye la ecuación (3.26) en la ecuación(3.18), entonces:

$$\mathbf{B} = -\mu \nabla\psi \quad (3.27)$$

Al aplicar la divergencia a la ecuación (3.27), da como resultado la ecuación que gobierna el comportamiento de la región del núcleo del transformador, la cual es:

$$\nabla \cdot (\mu \nabla\psi) = 0 \quad (3.28)$$

3.4.2. Región conductora del transformador

La densidad de flujo magnético se puede obtener a partir de una función de potencial magnético vectorial debido a la propiedad solenoidal del campo de densidad de flujo magnético,

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.29)$$

Sustituyendo la ecuación (3.29) en la ecuación de la ley de Faraday (3.9), se puede reescribir la intensidad de campo eléctrico como:

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (3.30)$$

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (3.31)$$

la ecuación (3.31) permite definir el gradiente del potencial eléctrico escalar (V) como:

$$\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\nabla V \quad (3.32)$$

Al relacionar la ecuación (3.32) con la ecuación (3.12), la densidad de corriente quedará:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \sigma \left(-\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (3.33)$$

utilizando las ecuaciones (3.11), (3.13) y (3.29), se obtiene:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \mathbf{B} \right) = \mathbf{J} \quad (3.34)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \quad (3.35)$$

Sustituyendo la ecuación (3.33) en (3.35), se obtiene la ecuación que define el comportamiento electromagnético de la región conductora del transformador:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \sigma \left(-\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (3.36)$$

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\sigma \nabla V \quad (3.37)$$

Al no existir una fuente externa conectada a las componentes estructurales del transformador el potencial eléctrico escalar es nulo, por tanto, la ecuación (3.37) quedará:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = 0 \quad (3.38)$$

Debido a que el tanque influye sobre el valor de la impedancia de secuencia cero [36], se debe tener en cuenta los problemas que se presentan al realizar el mallado de la profundidad de penetración de la región conductora. La malla en esta región debe ser muy densa, por tanto, el número de elementos va a ser muy grande con una longitud muy pequeña y, debido a esta cercanía entre los elementos se producen errores que dificultan el mallado en la región del tanque.

Un método para solucionar este problema es utilizar la condición de frontera que se conoce como impedancia superficial. Al utilizar la impedancia superficial permite simplificar la malla en la región conductora, ya que solo se considera que las corrientes de remolinos van a existir en la longitud definida por la profundidad de penetración.

La aplicación de la condición de frontera de impedancia superficial se basa en la profundidad de penetración (δ), debido a que este parámetro considera que la densidad de potencia que penetra un material conductor es bastante baja. Es decir, todos los campos electromagnéticos se hacen básicamente cero a partir de esta profundidad de penetración con respecto a la superficie del conductor, haciendo evidente que la mayor incidencia de los campos magnéticos se va a tener en la superficie del material [3, 31]. Entonces, la profundidad de penetración se puede calcular a partir de la ecuación siguiente:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \times \mu \times \sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \times f \times \mu_0 \mu_r \times \sigma}} \quad (3.39)$$

donde, δ es la profundidad de penetración y ω es la frecuencia angular. En este trabajo se hace uso de la condición de frontera de impedancia superficial, lo que va a permitir un ahorro de tiempo de cálculo, debido a que se reduce el número de elementos en la malla de las paredes del tanque del transformador. La profundidad de penetración en el tanque para este trabajo es de 2.74 mm.

3.4.3. Impedancia superficial

La impedancia superficial se establece como la relación entre los campo eléctrico y magnético en la superficie conductora [37]. Considerando un sistema donde la intensidad de campo magnético solo presenta componente en el eje “y” y, que solo varía con respecto al eje “z”. Además, la intensidad del campo eléctrico presenta componente en el eje “z”, y sólo varía con respecto al eje “y”, entonces se tiene que:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= H\mathbf{a}_y \\ \mathbf{E} &= E\mathbf{a}_z\end{aligned}\tag{3.40}$$

entonces, se pueden rescribir las ecuaciones (3.9) y (3.11) como:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = J_z\tag{3.41}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}\tag{3.42}$$

Además, las relaciones constitutivas expresadas en las ecuaciones (3.12) y (3.18)

$$J_z = \sigma E_z\tag{3.43}$$

$$B_y = \mu H_y\tag{3.44}$$

Si se sustituye la ecuación (3.43) en la ecuación (3.41) se tiene:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z \Rightarrow E_z = \rho \frac{\partial H_y}{\partial x}\tag{3.45}$$

sustituyendo la ecuación (3.45) en la ecuación (3.42),

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) = \frac{\partial B_y}{\partial t}\tag{3.46}$$

$$\rho \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = \frac{\partial B_y}{\partial t}\tag{3.47}$$

Si se reescribe la ecuación (3.47) en el dominio de la frecuencia,

$$\rho \frac{\partial^2 \tilde{H}_y}{\partial x^2} = j\omega \tilde{B}_y\tag{3.48}$$

al sustituir la relación constitutiva (3.44) en la ecuación (3.48) se tiene

$$\rho \frac{\partial^2 \tilde{H}_y}{\partial x^2} = j\omega \mu \tilde{H}_y\tag{3.49}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{H}_y}{\partial x^2} = j\sigma \omega \mu \tilde{H}_y\tag{3.50}$$

de la ecuación (3.39) se tiene que:

$$\delta^2 = \frac{2}{\omega \mu \sigma} \Rightarrow \omega \mu \sigma = \frac{2}{\delta^2}\tag{3.51}$$

entonces al sustituir la ecuaciones (3.51) en la ecuación (3.50) quedaría:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \tilde{H}_y}{\partial x^2} &= j \frac{2}{\delta^2} \tilde{H}_y \\ \frac{\partial^2 \tilde{H}_y}{\partial x^2} - j \frac{2}{\delta^2} \tilde{H}_y &= 0\end{aligned}\tag{3.52}$$

Debido a que la ecuación (3.52) es una ecuación diferencial con forma $\frac{d^2 y}{dx^2} - k^2 y = 0$, donde $y = \tilde{H}_y$ y $k^2 = j \frac{2}{\delta^2}$ y, su solución es de la forma $y = A_1 e^{kx} + A_2 e^{-kx}$, por tanto:

$$\tilde{H} = H_1 e^{\frac{\sqrt{2j}}{\delta} x} + H_2 e^{-\frac{\sqrt{2j}}{\delta} x}\tag{3.53}$$

Para obtener los valores de H_1 y H_2 , se sabe que cuando $x \rightarrow \infty$ la intensidad de campo magnético tiende a cero y, cuando $x = 0$ el valor del campo magnético es igual al campo magnético producido por la fuente de corriente H_s . Si además consideramos que $\sqrt{j} = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$, entonces la ecuación (3.53) quedaría:

$$\tilde{H}_y = H_s e^{-\frac{1+j}{\delta} x}\tag{3.54}$$

Sustituyendo la ecuación (3.54) en la ecuación constitutiva (3.44),

$$\tilde{B}_y = \mu \tilde{H}_y = \mu H_s e^{-\frac{1+j}{\delta} x} \Rightarrow \tilde{B}_y = B_s e^{-\frac{1+j}{\delta} x}\tag{3.55}$$

Al integrar la ecuación (3.55) de cero a infinito se obtiene el flujo total por unidad de longitud, por tanto:

$$\begin{aligned}\tilde{\phi} &= \int_0^\infty \tilde{B}_y dx \\ \tilde{\phi} &= \tilde{B}_s \frac{\delta}{1+j}\end{aligned}\tag{3.56}$$

por tanto,

$$\tilde{\phi} = \tilde{B}_s \delta \frac{1-j}{2}\tag{3.57}$$

De igual forma para obtener la corriente total por unidad de longitud se integra la densidad de corriente de cero a infinito.

$$\tilde{i} = \int_0^\infty \tilde{J}_z dx\tag{3.58}$$

como,

$$\begin{aligned}\tilde{J}_z &= \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} \\ \tilde{J}_z &= -H_s \frac{1+j}{\delta} e^{\frac{1+j}{\delta} x}\end{aligned}\tag{3.59}$$

entonces,

$$\tilde{i} = -H_s \frac{1+j}{\delta} \int_0^\infty e^{\frac{1+j}{\delta} x} dx\tag{3.60}$$

$$\tilde{i} = -H_s = -\frac{B_s}{\mu}\tag{3.61}$$

La impedancia superficial es la relación entre flujo y la corriente, por tanto de las ecuaciones (3.57) y (3.61) se obtiene:

$$Z = -\frac{j\omega\tilde{\phi}}{\tilde{i}} \quad (3.62)$$

$$Z = j\omega\mu\delta\frac{(1+j)}{2} \quad (3.63)$$

Si se sustituye la ecuación de la profundidad de penetración (3.39) en la ecuación (3.63) se tiene:

$$Z = \sqrt{\frac{2\omega^2\mu^2}{\omega\mu\sigma 4}}(1+j)$$

$$Z = \frac{1}{\sigma}\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}(1+j) \quad (3.64)$$

$$Z = \frac{1}{\sigma\delta}(1+j) \quad (3.65)$$

Donde la ecuación (3.65) define la impedancia superficial por metro cuadrado.

3.5. Condiciones de contorno

Para obtener una correcta solución del problema se necesita definir las condiciones de contorno que pueden ser de dos tipos:

- Dirichlet: al utilizar esta condición se define el valor del potencial magnético vectorial en un punto. Generalmente es utilizada para definir los límites de análisis del problema, al imponer un valor igual a cero del potencial magnético vectorial permite simplificar el infinito a una frontera finita.
- Neumann: se especifican los valores de la derivada de una función sobre los puntos de la frontera o contorno del dominio.

3.6. Condiciones de interfaz

La Figura 3.2, muestra que al pasar de un medio a otro de diferente permeabilidad μ_1 y μ_2 , el campo magnético presenta una variación en su dirección. Al asumir que no existen corrientes en el límite de los dos materiales, entonces las componentes tangenciales del campo magnético y las componentes normales de la inducción magnética se conservan.

$$H_{1tg} - H_{2tg} = K \quad (3.66)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \quad (3.67)$$

Por tanto, se pueden establecer las condiciones de contorno de los campos vectoriales en las interfaces de los materiales como:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (3.68)$$

Figura 3.2: Condiciones de frontera del campo magnético en el límite entre dos materiales de diferentes permeabilidades.

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{K} \quad (3.69)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (3.70)$$

donde $\mathbf{K}$ es la corriente superficial en la interfaz y $\mathbf{n}$ es un vector normal a la interfaz. Por tanto, al aplicar estas condiciones de contorno a las diferentes regiones del transformador se tiene:

- Las condiciones de contorno para los campos vectoriales en las interfaces de materiales en términos del potencial magnético vectorial, se pueden expresar como:

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \times (\mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1) = 0 \quad (3.71)$$

$$\mathbf{n} \times \left(\frac{1}{\mu_2} \nabla \times \mathbf{A}_2 - \frac{1}{\mu_1} \nabla \times \mathbf{A}_1 \right) = \mathbf{K} \quad (3.72)$$

- De la misma forma, pero ahora en función de $\mathbf{H}_s$ y ϕ , las condiciones de contorno para la región de las bobinas son:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}_s (\mu_2 - \mu_1) - \mathbf{n} \cdot (\mu_1 \nabla \phi_1 - \mu_2 \nabla \phi_2) = 0 \quad (3.73)$$

4. Modelado del transformador Zig-Zag

4.1. Introducción

En este capítulo se presentan los pasos a seguir para realizar el modelo de elementos finitos del transformador Zig-Zag de puesta a tierra. Se presentan las dimensiones del transformador, la construcción de la malla, así como las características eléctricas y magnéticas de los materiales que conforman el transformador. Además, se estudian las características del mallado del transformador.

4.2. Software Flux

Existen actualmente numerosos programas para desarrollar análisis de elementos finitos. En este trabajo el software utilizado es el *software comercial* Flux® [38], debido a que permite realizar problemas de diseño y análisis de dispositivos electromagnéticos, tanto en 2D como en 3D.

El software Flux es una herramienta que presenta una interfaz gráfica sencilla. En la Figura 4.1 se muestran los pasos a seguir en el software Flux que permiten llevar a cabo la construcción y análisis de cualquier dispositivo electromagnético, que son:

- **Construcción geométrica:** se construye la geometría del dispositivo utilizando herramientas del modelado incorporadas al software Flux, estas son Sketcher para 2D y Modeler para 3D.
- **Generación de malla:** el software presenta herramientas y algoritmos avanzados en la generación de malla, además de permitir al usuario de controlar la densidad del mallado en las diferentes zonas del modelo.
- **Propiedades físicas:** se introducen las propiedades físicas de los diferentes materiales que conforman el dispositivos, así como realizar su asignación a las diferentes regiones.
- **Resolución:** en este paso se resuelve los diferentes escenarios creados, con el objetivo de obtener los resultados de los diferentes simulaciones realizadas.
- **Análisis de resultados:** se realiza el análisis de los resultados de las simulaciones utilizando las diferentes herramientas brindadas por el software.

Figura 4.1: Diagrama del proceso para realizar un modelo en Flux.

4.3. Especificaciones eléctricas del transformador

El transformador Zig-Zag de puesta a tierra que se considerada en esta tesis es un transformador construido por la empresa IEM [6], ver Figura 4.2. Es un transformador trifásico tipo núcleo de tres columnas. Las características eléctricas se muestran en la Tabla 4.1.

4.4. Hipótesis para el modelado del transformador

Para el modelado del transformador Zig-Zag de puesta a tierra en baja frecuencia, su comportamiento electromagnético se describe con las ecuaciones de Maxwell. Con el objetivo de tener un mejor aprovechamiento computacional se realizan las siguientes suposiciones:

Tabla 4.1: Características eléctricas del transformador de puesta a tierra

Capacidad durante 60 seg	9,959 kVA
Corriente en el neutro durante 60 segundos	500 A
Capacidad Continua	700 kVA
Voltaje Primario	34.5 kVA
Frecuencia	60 Hz

Figura 4.2: Vista del transformador Zig-Zag de puesta a tierra (Cortesía de IEM [6]).

- La corriente de desplazamiento es despreciable con respecto a la corriente de inducción y, se puede despreciar debido a que se trabaja en baja frecuencia [32].
- La conductividad eléctrica del tanque se considera constante.
- El sistema opera en estado estable, por tanto se puede trabajar en el dominio de la frecuencia.
- Los materiales con que se construyó el transformador son isotrópicos.

4.5. Especificaciones geométricas

El modelo del transformador está compuesto básicamente por el núcleo, los devanados y el tanque. Las dimensiones y parámetros de diseño del transformador fueron tomados de los datos de diseño de la empresa constructora de transformadores IEM [6].

Las medidas del núcleo, del tanque y de las bobinas se muestran en las Figuras 4.4 y 4.5 (las dimensiones están en pulgadas). El núcleo de hierro se modeló como un solo material isotrópico no conductor y empleando una curva B-H de acero de grano orientado de silicio de 23JGSD085 [6]. La Figura 4.3 muestra la curva de magnetización insertada. En la Figura 4.4 se muestra una vista frontal del núcleo con sus dimensiones.

En la Figura 4.5 se muestran las dimensiones de las bobinas. Ambos devanados están contruidos con cobre electrolítico C11000 [39], cartón y papel dieléctrico. Debido a que cualquier objeto con una permeabilidad relativa igual 1 en un modelo magnético no necesita ser modelado, el aislamiento entre las espiras y las capas puede ignorarse por completo.

Figura 4.3: Curva de magnetización del acero eléctrico de grano orientado (Fuente: IEM [6]).

Figura 4.4: Vista frontal con las dimensiones del núcleo del transformador de puesta a tierra (Dimensiones en pulgadas).

Los devanados están contruidos de forma rectangular, el conductor empleado para la construcción de las bobinas es una solera de cobre rectangular con dimensiones de 0.051×0.229 pulgadas y con un área de 0.0111 pulgadas cuadradas. Ambas bobinas están conformadas por 19 capas y cada capa lleva 60 vueltas y, solamente la última capa lleva 54 vueltas. Dando un total de $N = 1134$ vueltas en cada bobina.

En las Figuras 4.6(a) y 4.6(b) se observan las dimensiones del tanque del transformador. El tanque está construido con acero A36 cuya permeabilidad relativa (μ_r) es igual a 200 y con una resistividad eléctrica de $1.219 \mu \Omega \text{ m}$ [40].

Figura 4.5: Vista superior con las dimensiones de las bobinas del transformador de puesta a tierra (Dimensiones en pulgadas).

Figura 4.6: Dimensiones del tanque del transformador de puesta a tierra. a) Vista Frontal. b) Vista superior. (Dimensiones en pulgadas)

4.6. Mallado de la geometría

La fase de generación de la malla es muy importante en el proceso del modelado. Al crear la malla se debe tener en cuenta su adaptación a las propiedades físicas del problema a resolver. Al construir una malla se debe tener en cuenta el tamaño de sus elementos, debido a que esta decisión influye tanto en el resultado obtenido como en el tiempo de cálculo.

Una malla de elementos de menor tamaño nos puede brindar resultados precisos pero se podría ver afectado en gran medida el tiempo de cómputo, de forma inversa si tenemos una malla que presente elementos de gran tamaño reduciría de gran forma el tiempo de cómputo, sin embargo se podría ver afectado la exactitud de los resultados. Por tanto, la calidad de una malla va a estar fuertemente relacionada con el balance entre tiempo de cómputo y la precisión requerida en la solución del problema.

A la hora de crear una malla en este trabajos se tuvo en cuenta varios aspectos que deben satisfacer:

- La densidad de los elementos en algunas regiones del dominio debe ser alta.
- La variación de tamaño entre elementos adyacentes debe ser progresiva.
- Si existen elementos del tipo triangulares, hay que evitar la existencia de ángulos obtuso, que pueden reducir la exactitud y desestabilizar la solución.

4.6.1. Geometría 2D

Al modelo del transformador se le propusieron distintas mallas antes de definir la que sería de tamaño más adecuado. Para determinarlo se realizaron simulaciones con un rango de malla y posteriormente se fue disminuyendo hasta alcanzar un resultado que variara lo menos posible.

Debido a que en la zonas cercana a las bobinas es donde se desarrolla la mayor concentración de los campos magnéticos, es donde más denso debe ser el mallado. La construcción de la malla en este trabajo se realizó en el software Flux, utilizando la configuración avanzada del mallador de este software que permite al usuario tener el control sobre la construcción de la malla en las diferentes regiones del problema.

Figura 4.7: Mallado del transformador de puesta a tierra, con 97.01 % de calidad y 45783 nodos.

Figura 4.8: Mallado del transformador de puesta a tierra, con 95.16 % de calidad y 21405 nodos.

La primera malla que se propuso se muestra en la Figura 4.7 y sus características constructivas se muestran en las Tabla 4.2 y 4.3. Al analizar esta malla se puede ver que presenta un alto porcentaje de elementos de calidad excelente (97.01 %), sin embargo, al realizar el estudio del tiempo de cálculo y memoria computacional no es eficiente debido a la cantidad elevada de nodos utilizados. Debido a esto, se realizaron diferentes modelos de malla y se fueron reduciendo hasta que los valores de la energía magnética almacenada no presentó un cambio de $\pm 3\%$.

Por tanto, la malla que se utilizó para realizar las simulaciones en 2D se muestra en la Figura 4.8 y, sus características se muestran en las Tablas 4.2 y 4.3. Como se aprecia esta malla cuenta con un menor número de nodos, elementos lineales y de superficie.

Tabla 4.2: Comparación del porcentaje de calidad entre las mallas construidas en 2D.

Elementos de superficie	Malla 1	Malla 2
Elementos con calidad excelente (%)	97.01	95.16
Elementos con calidad buena (%)	2.41	4.81
Elementos con calidad promedio (%)	0.49	0.03
Elementos con calidad pobre (%)	0.09	0

Tabla 4.3: Comparación del número de elementos entre las mallas construidas en 2D.

Elementos	Malla 1	Malla 2
Número de nodos	45783	21405
Número de elementos lineales	1939	1508
Número de elementos de superficie	21953	10664

4.6.2. Geometría 3D

La construcción de la malla para el modelo en 3D se realizó de manera similar al del 2D, en la Figura 4.9 se puede observar el mallado de las diferentes regiones del transformador. El mallado del núcleo se realizó con elementos tetraédricos debido a que con este tipo de elementos la malla se adapta mejor al tipo de geometría del núcleo. En las paredes del tanque fue donde se realizó el mallado más fino del modelo, esto es debido a la profundidad de penetración calculada anteriormente para este tipo de material.

Figura 4.9: Mallado en 3D del transformador de puesta a tierra.

Tabla 4.4: Porcentaje de calidad de la malla construida en 3D.

Elementos de volumen	%
Elementos con calidad excelente	63.35
Elementos con calidad buena	34.27
Elementos con calidad promedio	2.37
Elementos con calidad pobre	0

Tabla 4.5: Elementos de la malla construida en 3D.

Elementos	Cantidad
Número de nodos	981494
Número de elementos lineales	9415
Número de elementos de superficie	108056
Número de elementos de volumen	684839

4.7. Condiciones de frontera del modelo

Teóricamente se debería considerar el infinito a la hora de solucionar con precisión el modelo del transformador. Sin embargo, con el objetivo de reducir los requerimientos computacionales requerido por el MEF y además de despreciar las zonas alejadas donde la intensidad de campo magnético es muy pequeña o nula, se utilizan las condiciones de frontera para delimitar el dominio del problema.

En la simulación de 3D con presencia del tanque, se utiliza la condición de frontera de impedancia superficial para las paredes del tanque del transformador. En la Figura 4.10 se muestra un corte lateral del transformador con la condición de frontera utilizada.

Para los modelo de 3D sin la presencia del tanque y el modelo en 2D, el dominio seleccionado es utilizando la construcción de una caja infinita, ver Figura 4.11, donde se considera la

Figura 4.10: Condiciones de frontera (vista lateral).

Figura 4.11: Condiciones de frontera tipo Dirichlet.

condición de frontera Dirichlet de flujo magnético igual a cero al cruzar esta frontera.

5. Simulación del transformador Zig-Zag

Este capítulo presenta las simulaciones y análisis de resultados del transformador de puesta a tierra, durante la operación nominal en el sistema y condiciones de desbalance. Se realizan las simulaciones para calcular la impedancia de secuencia cero. Para realizar simulaciones se utilizaron diferentes circuitos eléctricos, donde los devanados internos (Zag) tienen una resistencia por fase de 2.88Ω , mientras que los devanados externos (Zig) tienen una resistencia por fase de 4.88Ω .

5.1. Simulación en condiciones nominales de operación.

En la Figura 5.1 se muestra el circuito utilizado para simular la operación del transformador Zig-Zag de puesta a tierra cuando se conecta a un sistema de potencia balanceado. Los voltajes de alimentación por fase son de $19.1\angle 0^\circ$ kV, $19.1\angle -120^\circ$ kV, y $19.1\angle 120^\circ$ kV.

Figura 5.1: Circuito utilizado para simular el transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia.

Los niveles de saturación del núcleo se encuentra alrededor de los 2 T, debido a esta razón el diseño se calcula entre 1.6 y 1.78 T normalmente [6]. En la Figura 5.2 se observa la distribución de la densidad de flujo magnético en el transformador Zig-Zag, donde se puede

Figura 5.2: Distribución de densidad de campo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia.

apreciar que el valor más alto es de 1.78 T. En esta condición la impedancia del equipo es muy alta y sólo circulará la corriente de excitación por los devanados del transformador y, el núcleo disipará las pérdidas en vacío. Como las tensiones del sistema se consideran balanceadas no habrá corriente por el neutro.

La energía en este caso fue de 1.38 J y las corrientes por fase son de 0.048 A, cumpliéndose así la condición que durante la operación nominal del sistema sólo circulará una pequeña corriente de magnetización. Además, al comparar los valores de corrientes obtenidos con los valores promedios de corriente medidos en la industria a este transformador antes de salir de la fábrica (0.054 A), se observa que estos son del mismo orden de magnitud.

Figura 5.3: Líneas de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia ($\omega t = 0^\circ$).

En las Figura 5.3, 5.4 y 5.5 se muestran la distribución de líneas de flujo magnético en el transformador de puesta a tierra, donde se aprecia que casi todo el flujo se encuentra circulando por el núcleo del transformador.

Figura 5.4: Líneas de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia ($\omega t = 120^\circ$).

Figura 5.5: Líneas de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación nominal del sistema de potencia ($\omega t = -120^\circ$).

5.2. Simulación en condiciones de falla en el sistema.

Debido a que estos transformadores de puesta a tierra comienzan a operar cuando existe una falla en el sistema o existe un desbalance, se consideró realizar una simulación donde exista una pérdida de una fase en el sistema para analizar su comportamiento. En la Figura 5.6, se muestra el circuito utilizado para realizar el análisis. Para este caso, se eliminó la fase C y las demás fases del sistema presentan un voltaje de alimentación de $19.1\angle 0^\circ$ kV y $19.1\angle -120^\circ$ kV.

En la Figura 5.7 se observa la distribución de la densidad de flujo magnético en el transformador Zig-Zag, donde se puede apreciar que el valor más alto es de 1.22 T. Cuando en el sistema de potencia ocurre una falla o existe un desbalance, comenzará a circular una corriente por el neutro del sistema. Debido a esto el transformador entrará en operación, donde los valores de corriente por fase son: $I_a = 74.2$ A, $I_b = 74.2$ A y $I_c = 73$ A y el valor de la energía magnética almacenada en este caso es de 2,160.23 J.

Figura 5.6: Circuito utilizado para simular el transformador de puesta a tierra durante la operación de falla en el sistema de potencia.

Figura 5.7: Distribución de densidad de flujo magnético del transformador de puesta a tierra durante la operación de falla en el sistema de potencia.

5.3. Simulación para cálculo de impedancia de secuencia cero.

La simulación para el cálculo de la impedancia de secuencia cero utiliza el circuito que se muestra en la Figura 5.8. El voltaje de alimentación de la fuente es de 19.1 kV. Para este estudio, se realizaron las simulaciones en 2D, 3D sin tanque y 3D con tanque con el objetivo de realizar una comparación de cada uno de estos casos.

Figura 5.8: Circuito utilizado para calcular la impedancia de secuencia cero del transformador de puesta a tierra.

5.3.1. Modelo en 2D

En la Figura 5.9 se muestra la densidad de flujo magnético de secuencia cero del transformador al realizar la simulación con un modelo en 2D. Al tener flujos magnéticos opuestos en cada fase por la forma de conexión de los devanados, la inducción en el núcleo es muy baja, por tanto, el flujo de retorno se produce principalmente a través del aire, en la Figura 5.10 se muestra el comportamiento de las líneas de flujo magnético de secuencia cero.

Figura 5.9: Distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero en 2D.

La teoría indica que cuando se produce una falla monofásica en el sistema, la corriente va a circular a través del transformador Zig-Zag y, será limitada por el valor de la impedancia de secuencia cero. Debido a que el transformador está diseñado para una corriente límite de 500 A, al dividirla entre tres debido a que están en fase, se tiene que el valor aproximado de corriente por cada fase es de 166 A, en la Tabla 5.1 se muestra los valores de corriente de secuencia cero por fase obtenidos en la simulación, así como la energía magnética almacenada.

Figura 5.10: Líneas de flujo magnético de secuencia cero en 2D.

Tabla 5.1: Parámetros obtenidos de la simulación para el cálculo de impedancia de secuencia cero en 2D

I_a	I_b	I_c	W_m
198.93 A	208.21 A	191.29 A	19,351.68 J

5.3.2. Modelo en 3D sin tanque

Figura 5.11: Simulación en 3D sin la presencia del tanque, distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero

En la Figura 5.11 se muestra la densidad de flujo magnético de secuencia cero del transformador al realizar la simulación en un modelo de 3D sin tanque, donde el tiempo de cálculo para esta simulación fue de aproximadamente 50 minutos. Como se aprecia existe una distribución uniforme de la densidad de flujo magnético de secuencia cero en cada pierna del núcleo del

Figura 5.12: Simulación en 3D sin la presencia del tanque, líneas de flujo magnético de secuencia cero.

transformador, teniendo como valor máximo 0.149 T. En la Figura 5.12 se puede observar el comportamiento de las líneas de flujo magnético de secuencia cero.

La Tabla 5.2 muestra los valores de corriente de secuencia cero por fase obtenidos en la simulación. Como se aprecia los valores de corriente son aproximadamente 165 A, siendo estos muy cercano a los 166 A obtenidos en las mediciones experimentales realizadas a los transformadores en la fábrica.

Tabla 5.2: Parámetros obtenidos de la simulación para el cálculo de impedancia de secuencia cero en 3D sin tanque.

I_a	I_b	I_c	W_m
165.64 A	165.57 A	165.82 A	13,234.95 J

5.3.3. Modelo en 3D con tanque

En la Figura 5.13 se muestra la densidad de flujo magnético de secuencia cero del transformador al realizar la simulación en un modelo de 3D. En esta simulación se tiene en cuenta el comportamiento cómputo, donde con respecto a la simulación con el modelo en 3D sin tanque se disminuye de 50 minutos a 15 minutos. Como se puede apreciar la densidad de flujo magnético en este caso alcanza un valor pico de 0.03174 T. Además, en las Figuras 5.13(a) y 5.13(b) se puede observar las concentraciones de la densidad de flujo magnético en las paredes del tanque, donde se puede ver que la zona de mayor concentración es la parte central de cada cara del tanque.

Como se ha planteado anteriormente, el flujo magnético de dispersión cerrará su trayectoria principalmente a través del aire, y de los caminos estructurales que encuentre (en este caso las paredes del tanque). En la Figura 5.14 se muestra el comportamiento de las líneas de flujo magnético de secuencia cero del transformador, comprobándose como las líneas de flujo salen del núcleo y retornan a través del espacio de aire y las paredes del tanque. Además, se puede

(a)

(b)

Figura 5.13: Simulación en 3D con la presencia del tanque. a) Distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero (Vista general). b) Distribución de densidad de flujo magnético de secuencia cero (Vista exterior del tanque).

apreciar que la zona donde hay mayor concentración de líneas de flujo magnético de secuencia cero es en la zona del núcleo y en las cercanías de los devanados.

En la Tabla 5.3 se muestran los valores de corriente de secuencia cero por fase obtenidos en la simulación. Como se puede apreciar los valores de corrientes de aproximadamente 161 A, estos muy cercanos a los valores obtenidos en las mediciones experimentales realizadas en la industria IEM a los transformadores antes de salir de la fábrica.

5.4. Cálculo de impedancia de secuencia cero

Utilizando los valores de corriente y energía magnética almacenada obtenidas en las diferentes simulaciones y recordando la ecuación (2.11),

Figura 5.14: Líneas de flujo magnético de secuencia cero del transformador de puesta a tierra en presencia del tanque.

Tabla 5.3: Parámetros obtenidos de la simulación para el cálculo de impedancia de secuencia cero en 3D con tanque.

I_a	I_b	I_c	W_m
161.01 A	160.97 A	161.05 A	12,735.38 J

$$Z_0 = \frac{4\pi f W_m}{I^2}$$

se obtienen los valores de impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag para cada caso. En la Tabla 5.4 se muestran los resultados obtenidos y se comparan con las mediciones reales del transformador Zig-Zag de puesta a tierra bajo estudio antes de salir de la fábrica.

Tabla 5.4: Impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag de puesta a tierra por fase.

	Z_0	Error (%)
Impedancia nominal	119 Ω /fase	-
Impedancia medida por el fabricante	117.05 Ω /fase	-1.63
2D	124.05 Ω /fase	+4.24
3D sin tanque	121.23 Ω /fase	+1.87
3D con tanque	123.47 Ω /fase	+3.75

Como se puede apreciar los errores de los valores de impedancia calculado por los diferentes modelos son inferiores al 5 %, cumpliendo así con lo planteado por la industria que regula que un error es asequible hasta un ± 10 %. El modelo que menor error presentó fue el 3D donde no se considera la presencia del tanque con un error estimado de un 1.87 %. Al comparar el valor

de la impedancia de secuencia cero del modelo 3D sin tanque con el valor de la impedancia medida en la industria IEM al transformador antes de salir, se tiene que existe una diferencia de 3.57 %.

Además, se puede observar que se cumple la teoría que plantea que el tanque va afectar el valor de la impedancia de secuencia cero en los transformadores tipo núcleo de tres columnas, como se puede observar en la Tabla 5.4 el valor de la impedancia de secuencia cero del modelo 3D sin tanque es de 121.23Ω mientras, que cuando se consideró el tanque el valor de la impedancia fue de 123.47Ω , lo que equivale a una diferencia de 1.81% entre ambos valores.

Por tanto, los resultados obtenidos en los modelos por elementos finitos presentan una aproximación muy cercana a los valores obtenidos en las mediciones experimentales y a los valores nominales. Además, el uso de estos modelos permite a los ingenieros de diseño analizar la distribución de flujo dentro del transformador y en las zonas del tanque, permitiendo así visualizar cuales serían las zonas de mayor incidencia.

6. Conclusiones

6.1. Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo de un transformador Zig-Zag de puesta a tierra de 9,959 kVA, en el dominio de la frecuencia, utilizando el MEF, permitiendo realizar diferentes simulaciones y obtener los resultados siguientes:

- Aunque un modelo en 2D presenta valores de impedancia de secuencia cero con precisión aceptable (error menor de 10 %), al realizar una comparación con los valores de impedancia de los modelos en 3D, se observa que estas últimas son más precisas y cercanas a los valores experimentales. Sin embargo, se debe tener en cuenta que en este trabajo no se consideraron algunas componentes estructurales de los transformadores (soleras de sujeción), que pueden influir en el comportamiento de los flujos de secuencia cero y de la propia impedancia de secuencia cero.
- Al utilizar la impedancia superficial de condición de frontera para las paredes del tanque del transformador, se reducen los tiempos de cómputo y se resuelve de manera más eficiente los problemas de campos magnéticos.
- Para los transformadores tipo núcleo de tres piernas, considerar la existencia del tanque afecta el valor de la impedancia de secuencia cero, lo cual era de esperarse.
- El método de elementos finitos aplicado en este trabajo permite a los ingenieros de diseño de transformadores conocer el comportamiento de los diferentes componentes del transformador antes de fabricarlos. Ejemplo, un estudio detallado de los flujos de secuencia cero sería un aspecto importante en la selección correcta de las dimensiones del tanque. Mientras más grande sea el tanque, mejor, pero esto implicaría un aumento en los costos de materiales (aceite y acero) y de fabricación. Por tanto, además de reducir de esta forma el tiempo y costo de los diseños, los modelos realizados por MEF van a permitir a los ingenieros analizar y realizar mejoras en los transformadores, como por ejemplo: cambio de material, insertar escudos electromagnéticos, modificar el tamaño del tanque, etc.

6.2. Perspectivas futuras

A continuación se plantean las perspectivas de trabajos futuros:

- Modelar el transformador por medio del método de elementos finitos donde se consideren más componentes estructurales.
- Realizar el cálculo de impedancia de secuencia cero para otros transformadores de puesta tierra con conexión Zig-Zag pero de diferentes capacidades.
- Analizar el comportamiento de la impedancia de secuencia cero del transformador, al realizar diferentes modelos donde se varíen las dimensiones del tanque.
- Estudiar el comportamiento de la impedancia de secuencia cero utilizando diferentes materiales en la construcción del transformador.
- Estudiar el efecto de puntos calientes, por efecto de corrientes de remolino en los materiales del transformador.

Referencias

- [1] *Recommended Practice for Grounding of Industrial and Commercial Power Systems*, IEEE Std. IEEE 142-2007, 2007.
- [2] *Standard for Requirements, Terminology, and Test Procedures for Neutral Grounding Devices*, IEEE Std. C57.32, 2015.
- [3] S. V. Kulkarni and S. Khaparde, *Transformer Engineering: Design and Practice*. CRC Press, 2004.
- [4] E. R. Detjen and K. R. Shah, “Grounding transformer applications and associated protection schemes,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 28, no. 4, pp. 788–796, 1992.
- [5] T. A. Short, *Electric Power Distribution Handbook*. CRC press, 2014.
- [6] IEM., *La marca comercial IEM perteneciente al Sector de Energía de Conduex del Grupo Carso. Empresa dedicada a la fabricación de transformadores, creación de soluciones en iluminación y sistemas fotovoltaicos para la generación de energía eléctrica y el calentamiento de agua*. <http://www.iem.com.mx>, 2019.
- [7] H. Wang and K. Butler, “Finite element analysis of internal winding faults in distribution transformers,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 16, no. 3, pp. 422–428, 2001.
- [8] P. Silvester and M. V. Chari, “Finite element solution of saturable magnetic field problems,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, no. 7, pp. 1642–1651, 1970.
- [9] R. Allcock and S. Holland, “Calculation of zero phase sequence impedance for power transformers using numerical methods,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 03, no. 03, 1995.
- [10] S. Jamali and K. Abbaszadeh, “The study of magnetic flux shunts effects on the leakage reactance of transformers via fem,” *Majlesi Journal of Electrical Engineering*, vol. 4, 09 2010.
- [11] E. Sorrentino and J. C. Burgos, “An approximate 2d method for computing the magnetizing zero-sequence impedances in 3-phase core-type transformers without tank,” in *2013 48th International Universities’ Power Engineering Conference (UPEC)*. IEEE, 2013, pp. 1–4.
- [12] K. R. Hameed, “Zig-zag grounding transformer modeling for zero-sequence impedance calculation using finite element method,” *Diyala Journal of Engineering Sciences*, vol. 08, no. 03, pp. 63–87, 2015.

- [13] J. W. Coltman, "The transformer [historical overview]," *IEEE industry applications magazine*, vol. 8, no. 1, pp. 8–15, 2002.
- [14] CFE, *Manual de transformadores y Reactores de potencia*, 2007.
- [15] M. Shen, L. Ingratta, and G. Roberts, "Grounding transformer application, modeling, and simulation," in *IEEE Power and Energy Society General Meeting-Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*. IEEE, 2008, pp. 1–8.
- [16] K. Shaarbafi, "Transformer modelling guide," *Alberta Electric System Operator (AESO), Tech. Rep*, 2014.
- [17] J. Hurng-Liahng, W. Jinn-Chang, K.-D. W, W.-J. Chiang, and Y.-H. Chen, "Analysis of zig-zag transformer applying in the three-phase four-wire distribution power system," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1168–1173, 2005.
- [18] S. R. Kumar, S. Surendhar, A. Negi, and P. Raja, "Zig zag transformer performance analysis on harmonic reduction in distribution load," in *International Conference on Electrical, Control and Computer Engineering 2011 (InECCE)*. IEEE, 2011, pp. 107–112.
- [19] A. Ahmad, R. Omar, and M. Sulaiman, "Application of zigzag transformers to mitigate triplen harmonics in 3 phase 4 wire electrical distribution system," in *2006 4th Student Conference on Research and Development*. IEEE, 2006, pp. 266–269.
- [20] K. Karthi, R. Radhakrishnan, J. Baskaran, and L. S. Titus, "Role of zig-zag transformer on neutral current reduction in three phase four wire power distribution system," in *2017 International Conference on Intelligent Computing, Instrumentation and Control Technologies (ICICT)*. IEEE, 2017, pp. 138–141.
- [21] J. Winders, *Power Transformers: Principles and Applications*. CRC Press, 2002.
- [22] J. L. Blackburn, *Symmetrical components for power systems engineering*. CRC Press, 2017.
- [23] Å. Carlson and A. Zürich, *Testing of power transformers: Routine tests, type tests and special tests*. Pro Print, 2003.
- [24] M. Heathcote, *J & P Transformer book*. Elsevier, 2011.
- [25] T. Ngnegueu, M. Mailhot, A. Munar, and M. Sacotte, "Zero phase sequence impedance and tank heating model for three phase three leg core type power transformers coupling magnetic field and electric circuit equations in a finite element software," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 31, no. 3, pp. 2068–2071, 1995.
- [26] J. Song, J. Kim, G. Cho, C. Kim, and N. Cho, "A study on zero sequence impedance of 3-limb core transformer," in *2019 IEEE PES GTD Grand International Conference and Exposition Asia (GTD Asia)*. IEEE, 2019, pp. 559–564.
- [27] M. N. Sadiku, *Numerical techniques in electromagnetics with MATLAB*. CRC press, 2018.
- [28] S. R. Hoole, *Computer-aided analysis and design of electromagnetic devices*. Prentice Hall PTR, 1989.

- [29] L. J. Segerlind, *Applied finite element analysis*. Wiley New York, 1976, vol. 316.
- [30] J. P. A. Bastos and N. Sadowski, *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press, 2003.
- [31] W. Hayt and J. Buck, *Engineering Electromagnetics*. McGraw-Hill, 2010.
- [32] O. Bíró, “Edge element formulations of eddy current problems,” *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 169, no. 3-4, pp. 391–405, 1999.
- [33] J. Webb and B. Forghani, “A scalar-vector method for 3d eddy current problems using edge elements,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 2367–2369, 1990.
- [34] J. Simkin and C. Trowbridge, “On the use of the total scalar potential on the numerical solution of fields problems in electromagnetics,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 14, no. 3, pp. 423–440, 1979.
- [35] J. A. Stratton, *Electromagnetic theory*. John Wiley & Sons, 2007, vol. 33.
- [36] Q. Wu, D. Deswal, M. Yang, S. Wang, and F. de León, “Experimental study of magnetic effects of steel tanks on three-phase transformer transients,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 35, no. 2, pp. 665–673, 2019.
- [37] S. V. Yuferev and N. Ida, *Surface impedance boundary conditions: a comprehensive approach*. CRC press, 2018.
- [38] Altair, *Flux 11: User Guide. CAD package for electromagnetic and thermal analysis using finite elements, End Winding characterization*, 2013.
- [39] J. Olivares-Galvan, F. De Leon, P. Georgilakis, and R. Escarela-Perez, “Selection of copper against aluminium windings for distribution transformers,” *IET Electric Power Applications*, vol. 4, no. 6, pp. 474–485, 2010.
- [40] D. Aragon-Verduzco, J. Olivares-Galvan, R. Escarela-Perez, E. Campero-Littlewood, R. Ocon-Valdez, and S. Magdaleno-Adame, “Experimental procedure to obtain electromagnetic properties of a-36 low carbon steel plates utilized in transformers,” in *2016 IEEE PES Transmission & Distribution Conference and Exposition-Latin America (PES T&D-LA)*. IEEE, 2016, pp. 1–5.

A. Anexos

Artículos redactados: el primer artículo fue enviado a la revista *Identidad Energética* de la Universidad de Guanajuato y, el segundo artículo se encuentra en proceso de revisión por parte de los asesores.

Salamanca, Guanajuato, a 13 de marzo de 2020

A. CASTILLO-PÉREZ
V.R. JARA-GONZÁLEZ
J. C. OLIVARES GALVÁN
J. L. HERNÁNDEZ ÁVILA
R. ESCARELA PÉREZ
R. OCON VALDEZ
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA AZCAPOTZALCO
IEM-CONDUMEX S.A DE C.V
P R E S E N T E

Con esta fecha se ha recibido en nuestra redacción su artículo "CÁLCULO DE LA IMPEDANCIA DE SECUENCIA CERO DEL TRANSFORMADOR ZIG-ZAG DE TRES COLUMNAS UTILIZANDO MEF". Apreciamos su colaboración y aprovechamos para comentarles que, conforme con la Política Editorial de la revista *Identidad Energética*, el artículo será sometido a un proceso de revisión, de cuyo resultado les informaremos oportunamente.

Sin más por el momento, les envío un cordial saludo, quedando a sus órdenes para cualquier duda o comentario.

ATENTAMENTE

DRA. XIOMARA GONZÁLEZ RAMÍREZ

Coordinadora Editorial y Seguimiento

Revista *Identidad Energética*

Figura A.1: Acuse de recibido del artículo.

Cálculo de la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag de tres columnas utilizando MEF

Alejandro Castillo Pérez¹, Víctor Rolando Jara González², Juan Carlos Olivares Galván^{3,*}, José Luis Hernández Ávila⁴, Rafael Escarela Pérez⁵, Rodrigo Ocón Valdez^{6,*},

Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética

Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, Departamento de Energía

* IEM-Condumex S.A de C.V.

¹acastlep91@gmail.com

²victorjara91@yahoo.com

³jolivaresgalvan@gmail.com

⁴joeluish@gmail.com

⁵rescarela@gmail.com

⁶rocon@condumex.com.mx

Resumen

Se presenta un análisis para el cálculo de la impedancia de secuencia cero aplicando el método del elemento finito, utilizando el software Flux[®], para el transformador Zig-Zag de puesta a tierra de 9.959 MVA para 60 segundos, 34.5 kV, tipo núcleo de tres columnas. El análisis del transformador se realiza utilizando un modelo en 2D y se resuelve mediante la formulación del potencial magnético vectorial. El principal propósito de este trabajo es analizar el comportamiento del campo magnético en cualquier región y modelar el transformador Zig-Zag para poder calcular la impedancia de secuencia cero, utilizando la técnica del almacenamiento de la energía magnética. Los resultados obtenidos al aplicar el método del elemento finito fueron validados de manera experimental en laboratorio.

Palabras Clave: - Transformador Zig-Zag, impedancia de secuencia cero, método del elemento finito.

1. Introducción

La energía eléctrica hoy en día representa un componente fundamental en el actuar cotidiano de la sociedad, donde los medios y equipos utilizados garantizan mayor calidad de vida para la misma y contribuyen de forma directa al desarrollo industrial de las naciones. Para garantizar la calidad de la energía, se deben conocer los parámetros de las máquinas eléctricas y otros elementos que conforman el sistema eléctrico. Los transformadores como cualquier otro equipo que conforman un sistema de potencia, deben ser sometidos a diferentes pruebas antes de ponerlos en operación. Algunas de estas pruebas solamente pueden ser realizadas en fábrica, debido a que pueden llegar a ser muy complejas e incluso muy costosas. Una de las pruebas que se realizan a los transformadores es la determinación de la impedancia de secuencia cero.

El valor de la impedancia de secuencia cero es muy importante, debido a que se utiliza para ajustar las protecciones del sistema de potencia, principalmente en el diseño de las protecciones de falla a tierra. Determinar el valor de este parámetro presenta algunas limitaciones técnicas debido a que se requieren equipos de gran capacidad y potencia.

El cálculo de la impedancia de secuencia cero se puede realizar de manera analítica, pero el procedimiento es muy complejo y requiere de demasiadas suposiciones. Otra vía es utilizar el método del elemento finito (MEF), siendo esta técnica muy útil para obtener la caracterización precisa del comportamiento de los componentes magnéticos de un equipo [1].

El análisis del elemento finito utilizando un enfoque 2D es computacionalmente eficiente y fácil de implementar. Debido a esto, se seleccionó el *software* Flux[®] [2], para realizar cálculo de la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag de puesta a tierra. Los resultados obtenidos en la simulación son comparados con los resultados experimentales.

2. Transformadores de puesta a tierra

Muchos sistemas eléctricos operan totalmente aislados de tierra o puestos a tierra a través de una impedancia. A pesar que esta configuración de puesta a tierra tiene algunas ventajas, un inconveniente muy importante es su insensibilidad a las fallas monofásicas a tierra. Un transformador de puesta a tierra, en el caso de fa-

*email@del.autor.de.correspondencia

llas monofásicas, garantiza la circulación de corriente y la operación de las protecciones respectivas. Los transformadores de puesta a tierra se utilizan normalmente para [3,4] :

- Proporcionar un camino fácil a la corriente de falla a tierra en caso de fallos de línea a tierra.
- Limitar las magnitudes de sobretensiones transitorias cuando se producen fallas de puesta a tierra.
- Permitir la conexión de cargas monofásicas cuando se desee.

La selección de cualquier transformador depende de varios factores entre los que se destacan principalmente: la tensión primaria y la carga asociada. Para un transformador de puesta a tierra, la capacidad continua no es tan relevante, dado el poco tiempo de operación (sólo opera en momentos de falla). Se diseñan considerando tiempos de operación de 10, 30 o 60 segundos [5], debido a que solo va circular la corriente de falla monofásica hasta que las protecciones actúen y se elimine el cortocircuito en el sistema.

2.1. Transformadores Zig-Zag

El transformador para puesta a tierra es un equipo de propósito especial con una conexión Zig-Zag o conexión estrella - delta [3, 5, 6]. El transformador con conexión Zig-Zag, se utiliza principalmente para proporcionar un punto de conexión neutro en un sistema de alimentación trifásico sin conexión a tierra. Los transformadores Zig-Zag de puesta a tierra, como se aprecia en la Figura 1, tienen conexión en estrella interconectada, que pueden ser construidos con o sin devanado secundario. Estos transformadores tienen devanados diferentes a los utilizados en transformadores de potencia, adecuados para: proporcionar una impedancia muy pequeña para las corrientes de secuencia cero, por lo que, en el momento de la falla a tierra, este devanado Zig-Zag proporciona una ruta de baja resistencia para conducir a tierra la corriente de falla [7, 8].

El transformador Zig-Zag tiene seis bobinas de las cuales, tres son bobinas externas y tres son bobinas internas. Los devanados de las bobinas externas se denominan Zig y a los devanados de las bobinas internas Zag. El devanado en Zig de una fase está conectado en serie con el devanado Zag de la otra fase, como se muestra en la secuencia de colores de la Figura 1. La interconexión de devanados de diferentes fases introduce un cambio de fase de 30° o -30° [6, 8, 9]. Cada fase del transformador Zig-Zag tiene dos devanados idénticos con igual número de vueltas (N), pero están enrollados en direcciones opuestas para lograr una alta impedancia a las corrientes de fase nominales, ver Figura 1.

Figura 1: Conexión del transformador Zig-Zag de puesta a tierra.

Durante la operación normal del sistema sin perturbaciones con voltajes y corrientes balanceadas en el sistema, la tensión trifásica del arreglo será de igual magnitud con desfase de 120° entre sí. Al aplicar esta tensión en las terminales del transformador de puesta a tierra, fluirá una corriente en los dos devanados de la misma extremidad del núcleo pero en direcciones opuestas, debido a la conexión especial del transformador Zig-Zag. Por tanto, en condiciones normales de funcionamiento, las corrientes en los dos devanados en la misma extremidad del núcleo fluyen en direcciones opuestas, lo que provocará que el flujo magnético establecido por estas dos corrientes se opongan y se cancelen entre sí. Entonces, sólo circulará una pequeña corriente de magnetización en los devanados del transformador de puesta a tierra tipo Zig-Zag [9].

3. Impedancia de secuencia cero

El método de componentes simétricas es comúnmente utilizado en el análisis de los sistemas de potencia. Las máquinas estáticas como un transformador van a diferir de las máquinas rotatorias, en que la impedancia de secuencia positiva y negativas son iguales. En los sistemas de potencia bajo condiciones de carga simétricas solo se debe considerar la impedancia de secuencia positiva; mientras que para un sistema que presente carga asimétrica o falla monofásica, la respuesta del sistema va a depender en gran medida de la impedancia de secuencia cero. En los transformadores la impedancia de secuencia cero puede diferir considerablemente de su impedancia de secuencia positiva, dependiendo del tipo de circuito magnético y conexión de las bobinas que presente [9].

La impedancia de secuencia cero es la impedancia medida entre las terminales de fase y el neutro, cuando las tres fases están conectadas juntas según se observa en la Figura 2. La impedancia de secuencia cero solamente puede desarrollarse en transformadores con conexiones estrella conectada a tierra, de lo contrario, se encontrará con un circuito abierto y no fluirá la corriente de secuencia cero [6, 10].

Figura 2: Circuito para medición de la impedancia de secuencia cero.

El cálculo de la impedancia de secuencia cero por métodos clásicos es mucho más difícil, el problema con este cálculo proviene de la naturaleza compleja de la configuración del campo magnético durante una condición de falla [11]. Para un núcleo de tres piernas se puede ver que debido a las corrientes que fluyen en la misma dirección y en fase, el flujo está en la misma dirección para cada extremidad. Esto significa que para un núcleo de tres piernas, la única forma de hacer un circuito con el flujo es regresar a través del espacio libre o por la pared del tanque. La pared del tanque puede saturarse solo localmente, haciendo el cálculo analítico prácticamente imposible [11].

Las estimaciones aproximadas de la impedancia de secuencia cero se pueden determinar en función de la secuencia positiva y la forma del núcleo del transformador [12].

En el método clásico, el flujo de fuga se puede calcular utilizando el concepto de circuitos magnéticos equivalentes y este método se basa en cálculos de campo magnético para configuraciones simplificadas y considerando que el campo de fuga es unidireccional y sin curvatura. La reactancia de secuencia cero (X_0) del transformador en Zig-Zag con una relación de giro igual a 1 se puede calcular utilizando la ecuación convencional del método clásico [9, 13], como se muestra a continuación:

$$X_0 = 2.48 \times 10^{-5} f \frac{NI}{H_{eq}(V_n/N)} \times \sum ATD \quad (1)$$

donde f es la frecuencia, NI son los amperes-vueltas nominales, ATD es el área del diagrama de amperes vuelta, H_{eq} es la altura equivalente y se determina al dividir la altura del devanado (H_w) entre el factor de Rogowski K_r (< 1):

$$H_{eq} = \frac{H_w}{K_r} \quad (2)$$

donde K_r se determina de la siguiente forma [9]:

$$K_r = 1 - \frac{1 - e^{-\frac{\pi H_w}{(T_{zig} + T_{zag} + T_g)}}}{\frac{\pi H_w}{(T_{zig} + T_{zag} + T_g)}} \quad (3)$$

El cálculo de $\sum ATD$ se realiza utilizando la geometría del transformador, ver Figura 3, y se determina de la siguiente forma:

$$\sum ATD = \frac{1}{3} (T_{zig} \times D_{zig}) + (T_g \times D_g) + \frac{1}{3} (T_{zag} \times D_{zag}) \quad (4)$$

donde:

- D_{zig} diámetro medio del devanado Zig.
- D_{zag} diámetro medio del devanado Zag.
- D_g diámetro medio de la separación entre el devanado primario y el secundario.
- T_g Espesor de la separación entre el devanado primario y el secundario.
- T_{zig} Espesor del devanado Zig.
- T_{zag} Espesor del devanado Zag.

Figura 3: Parámetros para el cálculo de la impedancia de secuencia cero utilizando el método clásico.

La impedancia de secuencia cero del transformador de puesta a tierra se puede calcular también a partir de los resultados de las pruebas de laboratorio por medio de la siguiente ecuación:

$$Z_0 = 3 \left(\frac{V_{l-n}}{I_n} \right) \quad (5)$$

donde, V_{l-n} es el voltaje de línea a neutro y I_n es la corriente por el neutro. La impedancia de secuencia cero está normalmente dada como un porcentaje de la impedancia base Z_b del transformador. La impedancia base puede ser deducida como:

$$Z_b = \left(\frac{V_r^2}{S_r} \right) \quad (6)$$

S_r es el valor de la potencia en MVA y V_r es el voltaje de fase a fase en kV. Por lo tanto, el valor relativo de impedancia de secuencia cero puede ser descrito como se muestra en la ecuación (7). En el caso del transformador Zig-Zag el valor de la impedancia va ser muy cercano al 100 % (datos experimentales brindados por IEM) [14].

$$\%Z_0 = \left(\frac{Z_0}{Z_b} \right) \cdot 100 \quad (7)$$

Otra manera de calcular la impedancia de secuencia cero es utilizando el método de almacenamiento de energía magnética. Este método es preciso y permite un cálculo simple. La impedancia de secuencia cero Z_0 , tiene dos componentes: la resistencia de secuencia cero R_0 y la reactancia de secuencia X_0 . En la práctica, como $R_0 \ll X_0$, la resistencia puede ser despreciada, en otras palabras, la impedancia de secuencia cero es casi igual a la reactancia de secuencia cero ($Z_0 \cong X_0$) [9], y se puede calcular de la siguiente forma:

$$X_0 = \frac{4\pi f W_m}{I^2} \quad (8)$$

donde, f es la frecuencia del sistema, I es la corriente que está circulando por los devanados y W_m es la energía magnética almacenada, que puede ser calculada de la siguiente forma:

$$W_m = \frac{1}{2} \int_s \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} ds \quad (9)$$

$\mathbf{H}$ es la intensidad del campo magnético y $\mathbf{B}$ es la densidad de campo magnético.

4. Método del elemento finito

Para poder realizar el cálculo de la energía almacenada se emplean las técnicas del elemento finito debido a que se ha convertido en una herramienta muy importante para resolver problemas electromagnéticos, gracias a su capacidad para modelar problemas geométricos complejos [1].

En el modelado por MEF las propiedades del material, las excitaciones y las restricciones a menudo se pueden expresar fácilmente, pero la geometría suele ser

difícil de describir. La solución por elemento finito se resuelve principalmente mediante la formulación de potenciales en las diferentes regiones del transformador. Los campos electromagnéticos dentro de los transformadores se rigen a partir de las ecuaciones de Maxwell, por lo que las ecuaciones que definen el problema a resolver son:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (12)$$

Además, se debe tener en cuenta las ecuaciones que definen las propiedades de los materiales:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \Rightarrow \mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} \quad (14)$$

donde, $\mathbf{E}$ es la intensidad de campo eléctrico, $\mathbf{J}$ es la densidad de corriente, σ es la conductividad eléctrica, μ_r es la permeabilidad relativa del material y μ_0 es la permeabilidad del vacío. Teniendo en cuenta la relación que existe entre el vector de potencial magnético vectorial ($\mathbf{A}$) y la densidad de campo magnético:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (15)$$

y sustituyendo (15) en (10) se tiene que:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (16)$$

entonces, sustituyendo la ecuación (16) en la ecuación (13) se obtiene:

$$\mathbf{J} = -\sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \sigma \nabla V \quad (17)$$

entonces al sustituir (17) en (12) y además, realizar una simplificación algebraica con las ecuaciones (14) y (15), se obtiene la ecuación (18), que es la ecuación que resuelve el método de elemento finito para las aplicaciones magnéticas en 2D de AC en estado estacionario.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \sigma \nabla V = 0 \quad (18)$$

5. Modelado

Las simulaciones se llevaron a cabo para un transformador Zig-Zag de puesta a tierra de 9.959 MVA, de 60 Hz, fabricado por la empresa IEM [14], ver Figura 4. Los datos de diseño son:

- El voltaje nominal es 34,500 V.
- El número de vuelta de cada bobina es 1,134.

- Ambos devanados están contruidos con cobre electrolítico de tono duro, C11000 [15].
- La profundidad del circuito magnético del transformador (núcleo) es de 7.5 pulgadas.

La Figura 5 muestra la forma en que fue modelado el transformador en el software Flux[®]. El devanado Zig y el devanado Zag están representados por rectángulos de materiales correspondientes. Debido a que cualquier objeto con una permeabilidad relativa igual 1 en un modelo magnético no necesita ser modelado, el aislamiento entre las espiras y las capas puede ignorarse por completo.

Figura 4: Ensamble del núcleo y bobinas del transformador Zig-Zag de puesta a tierra.

El núcleo de hierro está representado por un rectángulo con dos ventanas, se modeló como un solo material isotrópico no conductor y empleando una curva B-H de acero de grano orientado de silicio de 20JGHD085. Las características del acero eléctrico utilizado para el núcleo de hierro se introducen en Flux manualmente.

Una vez realizada la geometría en 2D se construye el mallado del transformador, ver Figura 6. En este caso, la malla está compuesta de elementos triangulares, conformada por 24,317 nodos, 12,122 elementos superficiales, y con 99.84 % de elementos de excelente calidad y 0.16 % de buena calidad de acuerdo con el software. En la Figura 6, se puede observar que en las regiones de la bobinas y del núcleo, el mallado va tener mayor densidad, debido a que se requiere un cálculo de mayor precisión en esa zona.

Figura 5: Modelado del transformador Zig-Zag en 2D.

Figura 6: Mallado del transformador Zig-Zag en 2D.

Figura 7: Circuito utilizado para determinar la impedancia de secuencia cero en el transformador Zig-Zag.

6. Resultados

La simulación del modelo se realiza utilizando la aplicación magnética de CA en estado estable del Flux[®]. Para analizar el comportamiento del flujo magnético de secuencia cero y determinar la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag se suministran corrientes iguales a las tres fases. Para esto, se utiliza el circuito que se muestra en la Figura 7.

En las Figura 8 y 9, se observan los valores de la densidad de flujo magnético de secuencia cero en el transformador, donde se ve que el valor pico densidad flujo magnético es $B_0 = 0.090$ T. Además, se puede observar la distribución de flujo magnético de secuencia cero en el núcleo de hierro cuando el transformador se encuentra en operación, es decir, cuando existe una falla de fase a tierra en el sistema. Se observa como las líneas de flujo van a retornar a través de las paredes del tanque, cumpliendo lo expuesto por R. Allcock and S. Holland [11], que plantean que en los transformadores de tipo núcleo de tres columnas el flujo va retornar por el espacio del aire y las paredes del tanque. Mientras que el flujo magnético de secuencia cero, en las partes internas del núcleo de hierro (que están rodeadas por el devanado) fluye en la misma

dirección, este comportamiento de distribución del flujo magnético concuerda con esa concepción teórica.

Como el flujo de secuencia cero regresa a través del espacio de aire y de las paredes del tanque, se van a generar variaciones del flujo magnético del transformador. Estas variaciones provocan la aparición de corrientes Foucault y, por consiguiente, puntos calientes en el transformador. Por tanto, se puede desarrollar problemas de saturación en las paredes del tanque, caso que podría provocar un calentamiento del transformador.

Utilizando la técnica de almacenamiento de la energía, se divide la energía electromagnética total entre tres y se utiliza la corriente de fase para determinar la impedancia de secuencia cero por fase. En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos al calcular la impedancia de secuencia cero y se compara con las mediciones reales del transformador Zig-Zag bajo estudio antes de salir de la fábrica.

Como se puede observar en la Tabla 1, el valor de impedancia obtenido es de 124.05Ω por fase, mientras que el valor nominal dado por IEM es de 119Ω por fase, lo que representa un error de un 4.24% . Como se puede apreciar este error es inferior a 5% , cumpliendo lo planteado por la industria que regula que un error es asequible hasta un $\pm 10\%$.

Tabla 1: Comparación de la impedancia de secuencia cero.

Impedancia nominal Ω	Impedancia calculada mediante FEM Ω	Error (%)
119	124.05	4.24

7. Conclusiones

En el trabajo, se presentó un procedimiento sencillo para calcular la impedancia de secuencia cero del transformador Zig-Zag de tipo núcleo de tres columnas, a partir de las técnicas del método del elemento finito. El análisis realizado en 2D ofrece la posibilidad de evaluar y analizar el comportamiento del campo magnético del transformador en cualquier región. El resultado obtenido para el cálculo de impedancia de secuencia cero mediante la aplicación del modelo por elemento finito arroja un error de 4.24% sobre el valor nominal de Z_0 ; el método que se propone puede ser de gran ayuda para el fabricante del transformador, debido que permite conocer el comportamiento del transformador antes de su fabricación, reduciendo tiempo de diseño y costo. A pesar de que los métodos analíticos y correcciones empíricas utilizadas dan resultados razonables en la práctica; una gran ventaja del método del elemento finito es poder visualizar la distribución de campo magnético y estimar otros parámetros alternos como el comportamiento de los componentes estructurales.

Figura 8: Distribución de vectores de densidad de flujo de secuencia cero en núcleo de hierro.

Figura 9: Contorno de la distribución de densidad de flujo de secuencia cero en el núcleo de hierro.

Referencias

- [1] H. Wang, K. Butler, Finite element analysis of internal winding faults in distribution transformers, IEEE Transactions on Power Delivery 16 (3) (2001) 422–428.
- [2] Altair, Flux 11: User Guide. CAD package for electromagnetic and thermal analysis using finite elements, End Winding characterization, 2013.
- [3] M. Shen, L. Ingratta, G. Roberts, Grounding transformer application, modeling, and simulation, in: IEEE Power and Energy Society General Meeting—Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, IEEE, 2008, pp. 1–8.
- [4] E. R. Detjen, K. R. Shah, Grounding transformer applications and associated protection schemes,

- IEEE Transactions on Industry Applications 28 (4) (1992) 788–796.
- [5] Standard for requirements, terminology, and test procedures for neutral grounding devices (2015).
 - [6] K. Shaarbafi, Transformer modelling guide, Teshmont Consultants LP (2014).
 - [7] J. Winders, Power Transformers: Principles and Applications, CRC Press, 2002.
 - [8] T. A. Short, Electric Power Distribution Handbook, CRC press, 2014.
 - [9] S. V. Kulkarni, S. Khaparde, Transformer Engineering: Design and Practice, CRC Press, 2004.
 - [10] J. L. Blackburn, Symmetrical components for power systems engineering, CRC Press, 2017.
 - [11] R. Allcock, S. Holland, Calculation of zero phase sequence impedance for power transformers using numerical methods, IEEE Transactions on Magnetics 03 (03) (1995).
 - [12] J. Wang, R. Lascu, Zero sequence circuit of three-legged core type transformers, in: 2009 62nd Annual Conference for Protective Relay Engineers, IEEE, 2009, pp. 188–213.
 - [13] K. Dawood, M. A. Cinar, B. Alboyaci, O. Sonmez, Calculation of the leakage reactance in distribution transformers via numerical and analytical methods, Journal of Electrical Systems 15 (2) (2019) 213–221.
 - [14] IEM., La marca comercial IEM perteneciente al Sector de Energía de Condumex del Grupo Carso. Empresa dedicada a la fabricación de transformadores, creación de soluciones en iluminación y sistemas fotovoltaicos para la generación de energía eléctrica y el calentamiento de agua, <http://www.iem.com.mx>, 2019.
 - [15] J. Olivares-Galvan, F. De Leon, P. Georgilakis, R. Escarela-Perez, Selection of copper against aluminium windings for distribution transformers, IET Electric Power Applications 4 (6) (2010) 474–485.