DOI: 10.24275/uama.6741.7541

**Universidad
Autónoma
Metropolitana**

Casa abierta al tiempo **Azcapotzalco**

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA

Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética

ESTRATEGIA DE CONTROL PARA EL PROBLEMA DE ZONA
MUERTA EN PROCESOS ELECTROMECAÑICOS

Tesis que presenta:

Cándido Arturo Pérez Gómez

Para obtener el grado de:

Maestro en Ciencias

Director:

Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro

Codirector:

Dra. Irma Irasema Siller Alcalá

Ciudad de México, marzo de 2021

Declaratoria

- Yo, Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

Firma _____

- Yo, Dra. Irma Irasema Siller Alcalá, declaro que aprobé el contenido del presente reporte de Idónea Comunicación de Resultados y doy mi autorización para su publicación en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

Firma _____

- Yo, Ing. Cándido Arturo Pérez Gómez, doy mi autorización a la Coordinación de Servicios de Información de la Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, para publicar el presente documento en la Biblioteca Digital, así como en el repositorio Institucional Zaloamati de la UAM Azcapotzalco.

Firma _____

Fecha 17de marzo 2021

Jurado asignado:

Presidente: Dr. Daniel Librado Martínez Vázquez

Secretario: Dr. Irvin López García

Vocal 1: Dr. Eduardo Liceaga Castro

Vocal 2: Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro

Ciudad de México, México

Director:

Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro

Codirector:

Dra. Irma Irasema Siller Alcalá

Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

CONSTANCIA DE ACTA DE EXAMEN DE GRADO

No. 00003

Matrícula: 2183802746

ESTRATEGIA DE CONTROL PARA
EL PROBLEMA DE ZONA MUERTA
EN PROCESOS ELECTROMECÁNICOS

CANDIDO ARTURO PEREZ GOMEZ
ALUMNO

REVISÓ

MTRA. ROSALÍA SERRANO DE LA PAZ
DIRECTORA DE SISTEMAS ESCOLARES

En la Ciudad de México, se presentaron virtualmente a las 14:00 horas del día 17 del mes de marzo del año 2021, los suscritos miembros del jurado:

DR. DANIEL LIBRADO MARTINEZ VAZQUEZ
DR. JESUS ULISES LICEAGA CASTRO
DR. EDUARDO LICEAGA CASTRO
DR. IRVIN LOPEZ GARCIA

Bajo la Presidencia del primero y con carácter de Secretario el último, se reunieron para proceder al Examen de Grado cuya denominación aparece al margen, para la obtención del grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERIA ELECTROMAGNETICA

DE: CANDIDO ARTURO PEREZ GOMEZ

y de acuerdo con el artículo 78 fracción III del Reglamento de Estudios Superiores de la Universidad Autónoma Metropolitana, los miembros del jurado resolvieron:

APROBAR

Acto continuo, el presidente del jurado comunicó al interesado el resultado de la evaluación y, en caso aprobatorio, le fue tomada la protesta.

DIRECTORA DE LA DIVISION DE CBI

DRA. TERESA MERCHAND HERNANDEZ

PRESIDENTE

DR. DANIEL LIBRADO MARTINEZ VAZQUEZ

VOCAL

DR. JESUS ULISES LICEAGA CASTRO

VOCAL

DR. EDUARDO LICEAGA CASTRO

SECRETARIO

DR. IRVIN LOPEZ GARCIA

El presente documento cuenta con la firma –autógrafa, escaneada o digital, según corresponda- del funcionario universitario competente, que certifica que las firmas que aparecen en esta acta – Temporal, digital o dictamen- son auténticas y las mismas que usan los c.c. profesores mencionados en ella

A mi madre María, por nunca dejarse vencer ante la adversidad, por sus consejos y ser un pilar tanto en mi educación académica, como en la vida.

A mi futura esposa Patricia, por su amor, su ayuda y su compañía incondicional a lo largo de estos años juntos.

Y, especialmente, a mi hermana Rosa (Q.E.P.D), por luchar siempre por sus sueños hasta el final y, cuya fuerza y entereza, fue un ejemplo para mí en todos los aspectos de la vida.

Cándido Arturo Pérez Gómez,
Ciudad de México, 2021

Agradecimientos

A mi madre que con su esfuerzo y dedicación me ayudó a culminar mis estudios.

A mis asesores, el Dr. Jesús Liceaga y la Dra. Irma Irasema, quienes con su experiencia, sus conocimientos, sus consejos y su motivación, hicieron posible la realización de este trabajo.

A Patricia Sánchez quien con su amor, su apoyo y su paciencia, me dió la fuerza suficiente para no decaer cuando todo parecía complicado e imposible.

A todos los compañeros y profesores de la Maestría en Ciencias en Ingeniería Electromagnética de quienes recibí su ayuda y su apoyo en todo momento.

A todas y cada una de las personas que hicieron posible la realización de este trabajo, a la profesora Iris Ojeda por impulsarme hacia el camino y estudio de la ciencia, a mis hermanos por brindarme su apoyo en todo momento, a la Sra. Elsa Vázquez Y al Sr. Guillermo Sánchez por su confianza y apoyo en los momentos difíciles.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado durante la realización de la Idónea Comunicación de Resultados.

Resumen

En este trabajo se presenta la identificación y validación de un modelo no lineal de un motor de CD de imanes permanentes, el cual incluye el fenómeno de zona muerta y fricción, así como el diseño de un controlador lineal para el control de posición para este tipo de dispositivos, cuyo objetivo primordial es reducir los efectos que producen estas no linealidades en el control de posición de motores eléctricos.

El controlador propuesto posee un doble efecto integral y un compensador de adelanto. Es implementado en tiempo real, a través de un esquema de control digital, en el sistema Entrenador de Control de Motor de CD de Quanser, el cual incluye un motor de CD de imanes permanentes de la marca Maxon.

El controlador propuesto es comparado con dos de las estrategias más utilizadas en la reducción del problema de zona muerta: control con la utilización de la zona muerta “inversa” y control conmutado. Para el primero se utiliza un controlador PI más la zona muerta “inversa”, mientras que para el segundo un controlador conmutado PI-PD, y cuyas respuestas son analizadas haciendo uso de la herramienta Matlab®/ Simulink™.

Abstract

This work presents the identification and validation of a non-linear model of a permanent magnet DC motor, which includes the phenomenon of dead zone and friction, as well as the design of a linear position control for this type of device. Its main objective is to reduce the effects that these non-linearities produce in the position control of electric motors.

The proposed controller has an integral double effect and a lead compensator. It is implemented in real time, through a digital control scheme, in the Quanser DC Motor Control Trainer system, which includes a Maxon brand permanent magnet DC motor.

The proposed controller is compared to two of the most widely used strategies to reduce the dead zone problem: control with the use of the “inverse” dead zone and switched control. For the first one, a PI controller plus the inverse dead zone is used, while for the second one, a switched PI-PD controller is designed. The responses of both controllers are analyzed with the numerical tool Matlab®/ Simulink™.

Contenido

Resumen	I
Abstract	II
Contenido	III
Índice de Figuras	V
Índice de Tablas	VII
1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	3
1.2. Planteamiento del problema y Justificación	5
1.2.1. Planteamiento del problema	5
1.2.2. Justificación	5
1.3. Objetivos	6
1.3.1. Objetivo general	6
1.3.2. Objetivos específicos	6
2. Modelo del Motor de CD de Imanes Permanentes	7
2.1. Introducción	7
2.2. Características físicas y principio de operación	8
2.2.1. Función y características físicas del Conmutador	12
2.2.2. Tipos de Motores de CD de Imanes Permanentes	14
2.2.2.1. Rotor ranurado	14
2.2.2.2. Rotor sin ranuras	15
2.2.2.3. Rotor cilíndrico de bobina móvil	15
2.2.2.4. Rotor de disco de bobina móvil	18
2.3. Modelo Dinámico del Motor de CD de Imanes Permanentes	19
2.3.1. Ecuaciones Dinámicas	19
2.3.2. Determinación de la Función de Transferencia	20

2.4.	Modelado de no linealidades	21
2.4.1.	Modelado de la zona muerta	21
2.4.2.	Modelado de la fricción	23
2.5.	Modelo no lineal del motor de CD de Imanes Permanentes	25
2.6.	Estimación de parámetros	28
2.6.1.	Subsistema Eléctrico	31
2.6.2.	Subsistema Mecánico	33
2.7.	Parámetros no lineales	34
2.7.1.	Fricción	34
2.7.2.	Zona Muerta	35
2.8.	Simulación y Validación del Modelo No Lineal	36
3.	Controlador con Zona Muerta “Inversa” y Controlador Conmutado (PI-PD)	39
3.1.	Introducción	39
3.2.	Diseño del controlador Proporcional-Integral (PI)	40
3.3.	Controlador PI + Zona Muerta “Inversa”	44
3.4.	Controlador Conmutado PI+PD	48
3.4.1.	Obtención del criterio de conmutación	48
3.4.2.	Diseño del controlador conmutado PI-PD	50
4.	Controlador Lineal con Doble Efecto Integral	54
4.1.	Introducción	54
4.2.	Diseño del controlador lineal con doble efecto integral	55
5.	Implementación del Controlador con Doble Efecto Integral	58
5.1.	Implementación en tiempo real	58
6.	Resultados	62
7.	Conclusiones y Trabajo Futuro	64
7.1.	Trabajo Futuro	65
A.	Artículos de Congreso	67
B.	Artículos de Revista	80
	Referencias	102

Índice de Figuras

2.1. Sección transversal de un motor de CD de imanes permanentes	9
2.2. Generación de la fuerza electromotriz	10
2.3. Bobina dentro de un campo magnético	10
2.4. Conmutador	12
2.5. Correlación de bobinas, escobillas, conmutador y polos	13
2.6. Bobina antes y después de estar sujeta a conmutación	14
2.7. Zonas neutrales del motor	14
2.8. Rotor ranurado	15
2.9. Rotor sin ranuras	15
2.10. Motor de bobina móvil de campo interno	16
2.11. Devanado con bobinas enrolladas	17
2.12. Devanado de campana	17
2.13. Devanado rómbico. Figura Recuperada de https://www.maxongroup.us/medias/sys_master/root/8803450421278/maxonDCmotor-Handouts.pdf?attachment=true	17
2.14. Devanado de bola	18
2.15. Motor de rotor devanado	18
2.16. Devanado impreso	18
2.17. Motor de tres bobinados	19
2.18. Circuito equivalente del motor de CD	19
2.19. Zona muerta “suave”	21
2.20. Zona muerta “dura”	22
2.21. Modelo estático de la fricción de Coulomb más fricción viscosa	25
2.22. Modelo no lineal del motor CDIP en Matlab®/ Simulink™	26
2.23. Modelo de la zona muerta “dura” en Matlab®/ Simulink™	26
2.24. Respuesta del modelo de zona muerta “dura” en Matlab®/ Simulink™	27
2.25. Código de la función de la fuerza de fricción en Matlab®/ Simulink™	27
2.26. Modelo de fricción de Coulomb más fricción viscosa obtenida a través de la simulación en Matlab®/ Simulink™	28
2.27. Respuesta del subsistema eléctrico	29
2.28. Respuesta del subsistema mecánico	29

2.29. Sistema Entrenador de Control de CD de Quanser	30
2.30. Motor Maxon de CD de imanes permanentes con escobillas de grafito. Figura Recuperada de https://online.flippingbook.com/view/1042987/	30
2.31. Circuito RL	31
2.32. Respuesta de la corriente en la prueba de rotor bloqueado	32
2.33. Respuesta de la velocidad ante entrada escalón	33
2.34. Señal de entrada triangular de voltaje	34
2.35. Bloque blindado SCB-68 de NI. Figura Recuperada de https://ni.scene7.com/is/image/ni/SCB-68_HSDIO_Full_Shot?scl=1	36
2.36. Validación de la velocidad del sistema	37
2.37. Validación de la posición del sistema	38
3.1. Plano Z	41
3.2. Gráfico del lugar de las raíces del motor CDIP	42
3.3. Gráfico del lugar de las raíces del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$	43
3.4. Diagrama de Bode del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$	44
3.5. Respuesta de la posición del controlador PI en el modelo no lineal y el sistema DCMCT	45
3.6. Ruido del tacómetro	45
3.7. Modelo de zona muerta “inversa”	46
3.8. Diagrama de bloques utilizando la ZMI	46
3.9. Diagrama de bloques del sistema de control PI+ZMI utilizando el modelo no lineal del motor CDIP	47
3.10. Código del modelado de la función de la ZMI en Matlab®/ Simulink™	47
3.11. Respuesta de la posición del sistema de control PI+ZMI	48
3.12. Salida del controlador PI+ZMI	49
3.13. Plano de fase del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$	50
3.14. Código del criterio de conmutación en Matlab®/ Simulink™	51
3.15. Respuesta del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI-PD}(z)$	52
3.16. Salida del controlador PI-PD	53
4.1. Gráfico del lugar de las raíces del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$	56
4.2. Diagrama de Bode del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$	57
5.1. Posición del motor Maxon usando el controlador PII	59
5.2. Posición del motor Maxon usando el controlador PII	60
5.3. Señal de control	61
5.4. Comparación de respuestas de los controladores PI y PII ante perturbaciones	61

Índice de Tablas

2.1. Parámetros del motor de CD Maxon proporcionados por el fabricante	31
2.2. Parámetros estimados mediante pruebas experimentales	36

1. Introducción

Es posible definir el término *control*, como la acción de ordenar un sistema con el fin de garantizar que éste se comporte de una manera deseada, [1]. Por lo tanto, un sistema de control se puede definir como aquel conjunto de componentes interconectados, de tal forma que el arreglo pueda comandar, dirigir o regularse a sí mismo o a otro sistema, [2, 3].

Sin embargo, es la presencia de ruidos, perturbaciones e incertidumbres, tanto en los procesos como en los modelos utilizados para su análisis y estudio, lo que realmente justifican el uso del control.

Una gran cantidad de sistemas de control han sido diseñados desde hace mucho tiempo para una diversidad de aplicaciones. Sin embargo, en los últimos años, los requisitos de rendimiento para las plantas o procesos, se han vuelto cada vez más difíciles de satisfacer. Aunado a esto, las plantas modernas resultan ser más difíciles de operar debido a la tendencia hacia procesos complejos, [4].

Es por esta razón que resulta necesario establecer y desarrollar estrategias de control adecuadas a los requerimientos de operación del proceso y viabilidad del controlador propuesto: posibilidades de implementación, desempeño, costo, etc. En la actualidad, un sin fin de aplicaciones son llevadas a cabo mediante procesos electromecánicos, las cuales abarcan desde el ámbito industrial, la salud, la robótica e inclusive el doméstico, en donde los motores eléctricos juegan un papel primordial para el desarrollo de las mismas.

Estos dispositivos son una pieza importante en el desarrollo de una gran diversidad de procesos, siendo los motores eléctricos de corriente directa (CD) uno de los más utilizados, debido a sus características físicas y a que resulta ser una máquina relativamente simple de controlar, en comparación a su contraparte, los motores de corriente alterna (CA). Este tipo de dispositivos se pueden encontrar en vehículos eléctricos, equipos de computo y electrodomésticos; sin embargo, una de sus principales aplicaciones es como actuadores en equipos clínicos y biomédicos o robóticos, o en aquellos donde contar con una alta precisión en la posición del rotor de la máquina, es requisito fundamental, [5–7].

A pesar que se han diseñado una gran cantidad de estrategias de control de posición capaces de brindar un buen desempeño, por lo regular la gran mayoría tienden a ser sistemas de control bastante complejos a tal grado que resultan difíciles de implementar. La complejidad

en este tipo de sistemas se debe a la presencia de no linealidades cuando el proceso es operado a muy baja velocidad como es el caso del fenómeno de zona muerta. Este fenómeno, altamente no lineal esta definido por discontinuidades. Se origina principalmente por oposición inercial y la fuerza de fricción de Coulomb, [8–10], y se encuentra en aquellos sistemas que posean componentes mecánicos, por lo que es común encontrarla en actuadores y válvulas, entre otros sistemas.

En los motores eléctricos se puede observar de forma clara la presencia de este fenómeno, especialmente cuando se desea controlar la posición angular del rotor. Actualmente se han desarrollado una gran cantidad de estrategias de control para tratar de reducir los efectos producidos por esta no linealidad. Sin embargo, la mayoría de estudios que se han realizado para el análisis de la zona muerta y sus efectos en los motores eléctricos, no modelan al fenómeno de forma tal que emulen apropiadamente el comportamiento de un motor real.

Gran parte de las investigaciones consideran que el fenómeno se encuentra entre la fuente de alimentación del sistema y el propio sistema, lo cual no es del todo cierto en los motores eléctricos, puesto que este se encuentra constituido por dos subsistemas, el eléctrico y el mecánico, relacionados mediante el torque magnético. Por otra parte, el fenómeno generalmente es representado de tal forma que cuando se suministra una pequeña cantidad de energía al sistema, la respuesta del rotor de la máquina tiende a ser muy suave, lo cual es incorrecto, debido a que la zona muerta esta caracterizada por la presencia de un fenómeno denominado atascamiento/deslizamiento (*Stick/Slip*, en inglés), el cual tiene la particularidad de generar respuestas bruscas y repentinas en los sistemas que lo presentan.

Es por ello, que el presente trabajo muestra un enfoque distinto para el análisis del fenómeno de zona muerta en los motores eléctricos, en particular para un motor de corriente directa de imanes permanentes, así como la reducción de este fenómeno y sus efectos, mediante el diseño de un controlador de posición lineal con doble efecto integral y compensador de adelanto. El objetivo principal de utilizar un controlador con doble integrador, es conseguir que el sistema se mantenga el menor tiempo posible dentro del rango de la zona muerta. Otras de las ventajas en la utilización de este controlador es que, además de ser relativamente sencillo de diseñar, resulta posible implementarlo y, ya que su diseño está basado en estrategias de control clásico, es posible determinar condiciones de estabilidad y robustez mediante indicadores clásicos.

Con el objetivo de verificar el desempeño y viabilidad del controlador con doble efecto integral, este es implementado en tiempo real, mediante un esquema de control digital, en el sistema Entrenador de Control de Motor de Corriente Directa de Quanser. Dicho sistema posee un motor Maxon de CD de imanes permanentes de alta eficiencia. El controlador con doble efecto integral es comparado con dos de las estrategias de control de posición que han sido reportadas con buenos resultados: el control conmutado y el controlador con zona muerta inversa. El desempeño de estos controladores serán analizados utilizando un modelo no lineal de simulación del motor de CD de imanes permanentes desarrollado en este trabajo.

La obtención o identificación de los parámetros y la validación del modelo no lineal se hace mediante el método de Strecj, utilizando los datos adquiridos del motor real a través del uso de un sistema de adquisición de datos. En este modelo se propone la ubicación del fenómeno de zona muerta entre el subsistema eléctrico y el subsistema mecánico, modelando el fenómeno a través de la representación llamada “zona muerta dura”, la cual se considera una mejor

aproximación del fenómeno, ya que incluye el movimiento repentino del sistema generado por la ruptura de inercias en el rotor.

1.1. Estado del arte

El fenómeno no lineal de zona muerta (ZM) comúnmente aparece en los actuadores, especialmente en aquellos compuestos por motores eléctricos. Los actuadores donde se presenta este tipo de no linealidad pueden causar una degradación significativa en el desempeño de los sistemas de control o inclusive inestabilizarlos. El problema cobra mayor importancia para aplicaciones que requieren de una alta precisión, tales como robots médicos, máquinas herramientas de precisión y en la fabricación de semiconductores, [11, 12]. La ZM puede definirse como el rango de valores de la señal de entrada en el cual la salida permanece sin cambio alguno, [13].

Debido a las características no lineales de la ZM, una de las condiciones al diseñar un sistema en lazo cerrado es el de despreciar la existencia de esta zona, mediante el desarrollo de un controlador convencional que garantice estabilidad global y la delimitación de los estados del sistema. Sin embargo, para aplicaciones donde la precisión es de suma importancia, el manejo de este problema es un reto para los diseñadores.

Varios han sido los métodos para tratar de reducir esta no linealidad, Ahmad *et al.*, [11], presentan un esquema de control adaptativo en el cual desarrollan un nuevo modelo de la inversión de ZM que, usado en conjunto con alguna estrategia de control, permite reducir los efectos de la ZM en la entrada de la planta, que en este caso se trata de un motor de corriente directa (CD). El modelo presentado es compacto y simple de implementar, y se basa en la idea de insertar un inversor de ZM antes de la entrada de la no linealidad con la finalidad de anular el efecto de ésta. El modelo resultó tener efectividad en la predicción adaptativa de los parámetros de dicha zona. Esto permitió construir un inversor adaptativo de la ZM y con ello obligar al sistema a seguir la referencia deseada. Debido a la dificultad de determinar los parámetros del fenómeno no lineal, Ahmad *et al.*, [11], consideran tanto los casos en que se conoce el rango de la ZM como aquellos en los que se desconoce.

G. Galuppini *et al.*, [14], analizan dos esquemas de control basados en el modelo de control predictivo (MPC, por sus siglas en inglés) mediante simulaciones y experimentos reales, aplicado a una planta con motores de CD cuya dinámica se caracteriza por la presencia de una ZM no simétrica y saturación en la señal de control. Uno de los esquemas de control que G. Galuppini *et al.*, [14], analizan se basa en el modelo híbrido del control predictivo, el cual permite considerar la ZM directamente en la dinámica de la planta. El segundo se basa en la introducción de un modelo con ZM “inversa” denominado Modelo de Control Predictivo de Saturación Equivalente, llegando a la conclusión que ambos controladores pueden ajustarse para obtener comportamientos similares. Sin embargo, el modelo híbrido parece ser más robusto con respecto a las incertidumbres del modelo, ya que rara vez funciona alrededor de los límites de la ZM. Por otro lado, para el caso del modelo de saturación equivalente presenta una menor robustez respecto a las incertidumbres del modelo, debido a que normalmente trabaja en torno a los límites de dicha zona.

Su *et al.* muestran, en [15], un esquema de control *backstepping* para el problema de control de

seguimiento en actuadores con presencia de fallas, incluyendo la ZM. Así mismo, implementan un modelo inverso suave y adaptativo de la ZM para compensar los efectos de esta no linealidad.

Borowski, en [8], analiza un motor de CD que posee una gran región de ZM, causada por la fricción estática del dispositivo, la cual evita que el rotor gire hasta que el par sea lo suficientemente grande para vencerlo. Borowski, [8], analiza un control PID y un controlador lógico inteligente, de los cuales determinó que la utilización de un controlador PID no es ideal para esta aplicación porque la sensibilidad de las ganancias del controlador es muy alta, es decir, cualquier variación de las ganancias, por ligera que ésta sea, conduce rápidamente a un alto incremento del error de posición. Por esta razón, las ganancias del sistema de control tendrían que diseñarse de forma que no presenten afectación por ruido o variación de voltaje. Aunque el PID podría funcionar como una solución rápida, no se recomienda que sea utilizado durante mucho tiempo en un sistema que no sea lineal debido a la ZM. Por otro lado el controlador lógico inteligente corrige cualquier error de posición compensándolo mediante una tabla de consulta determinando el valor de compensación correcto (lazo abierto). Sin embargo, Borowski, [8], menciona que este proceso requiere mucho tiempo, con respecto a las condiciones de diseño especificadas, cuando el compensador arranca por primera vez. Este compensador es recomendable para que sea usado en sistemas que realizan trabajos durante periodos largos, requiere un algoritmo relativamente simple de implementar en cualquier microcontrolador y proporciona un resultado estable y preciso, pero muy sensible a cambios en las condiciones de operación (aumento de carga, temperaturas, etc).

Por otro lado, Wang *et al.*, en [16], diseñaron un nuevo modelo de controlador adaptativo, basado en modelar el fenómeno como una combinación de una línea y un término similar al de una perturbación, sin incluir la ZM inversa. Sin embargo, dicho modelo requiere que la ZM sea simétrica, lo que en sistemas físicos comúnmente no sucede. Debido a esta propiedad que presenta la ZM es necesario conocer sus parámetros, es decir, sus límites inferior y superior, los cuales no son sencillos de obtener. La contribución realizada por Wang *et al.*, [16], consistió en el diseño de un controlador adaptativo que considere la asimetría presente en el fenómeno, basándose en un algoritmo de compensación adaptativo. De acuerdo a las simulaciones presentadas llegan a la conclusión de que la ley de adaptación desarrollada es capaz de manejar el efecto de la entrada de control de ZM no simétrica con una información mínima sobre la no linealidad.

Zhou *et al.* y Ahmad *et al.*, [17] y [18], respectivamente, muestran un control adaptativo para sistemas que presentan la no linealidad de la ZM. El control diseñado por Zhou *et al.*, [17], introduce una función suave e inversa que representa el fenómeno de ZM mientras que el diseño del controlador esta basado en la técnica de *backstepping*. Por otra parte Ahmad *et al.*, [18], presentan el esquema de control adaptativo considerando asimetría en la no linealidad de la ZM, la cual se encuentra localizada a la salida de la planta. Con el fin de reducir el efecto de la ZM, desarrollan una función inversa adaptativa en conjunto con un controlador adaptativo robusto.

Así mismo, Zhou y Zen en [19] y Ahmad *et al.*, [20], desarrollan un control adaptativo robusto para sistemas que presentan este fenómeno. En el primero de ellos se muestra el desarrollo de los algoritmos de control adaptativo robusto mediante la técnica de *backstepping*, con la finalidad de garantizar estabilidad global y mostrar el desempeño del transitorio. Mientras que Ahmad *et al.*, [20], muestran un esquema de control adaptativo robusto para sistemas lineales

en tiempo continuo que presentan el fenómeno de ZM asimétrica con el fin de manejar la ZM de entrada y las perturbaciones no medibles simultáneamente en sistemas estrictamente emparejados. El controlador desarrollado cancela con éxito el efecto perjudicial de la ZM y elimina otras perturbaciones no medibles dentro del alcance de la entrada, garantizando así estabilidad global en todos los estados.

Es necesario destacar que Alcantará *et al.*, en [21], muestra la utilización de un controlador conmutado para reducir los efectos de atascamiento-deslizamiento generados por la presencia de la ZM, en donde se puede observar que dicho controlador además de tener una complejidad muy baja, permite mantener un bajo nivel de error en estado estacionario. También muestra excelentes resultados en seguimiento, pasando por la ZM.

Sin embargo, se observa que a excepción de G. Galuppini *et al.*, [14], y Alcantará *et al.*, [21], los resultados presentados se limitan solo a simulaciones digitales. Así mismo, la mayoría de ellos están basados en la utilización del inversor de ZM anexo a un controlador (lineal o no lineal), los cuales son adaptativos o conmutados. De la misma forma, la representación del fenómeno se basa en la ZM “suave”, la cual no es una buena representación de la no linealidad.

Se conoce de Alcantará *et al.*, [21], que el uso de integradores, en conjunto con la ZM y la fricción, generan oscilaciones en la respuesta (error). En la presente investigación se plantea la hipótesis de que el uso de controladores con doble efecto integral permiten reducir la amplitud de las oscilaciones generadas por la ZM. Debido a que estos permiten tener altas ganancias, lo cual conlleva a salir más rápido de la no linealidad.

1.2. Planteamiento del problema y Justificación

1.2.1. Planteamiento del problema

Se plantea analizar el problema de ZM para reducir su impacto en el control de posición de sistemas electromecánicos. Esto se llevará a cabo mediante un controlador con doble efecto integral acompañado de un compensador de adelanto, el cual será validado de forma experimental en un motor de CD de imanes permanentes. Para llevarlo a cabo es necesario determinar y programar un modelo basado en el paquete de simulación Matlab®/ Simulink™, que presente tanto la ZM ubicada entre el subsistema eléctrico y el subsistema mecánico, así como el coeficiente de fricción de Coulomb para representar de forma confiable dichas características no lineales del dispositivo. Así mismo, se propone diseñar controladores conmutados y aquellos basados en la utilización de la ZM “inversa” para simularlos digitalmente utilizando el modelo del motor en Matlab®/ Simulink™. Esto con la finalidad de obtener una comparación de estas estrategias de control, ya que, en general, abarcan las propuestas que se han reportado; con el controlador con doble integrador y compensador de adelanto que se propone.

1.2.2. Justificación

El control de motores eléctricos representa un gran desafío, en particular, cuando estos son utilizados como servo actuadores. Esto se debe, principalmente, a las dinámicas no lineales que se encuentran presentes en el dispositivo, entre las cuales la ZM es una de las más importantes cuando los objetivos de control son de posicionamiento. Debido a que los efectos que produce la ZM van desde oscilaciones, retraso e imprecisión en la respuesta del sistema, la presencia

de oscilaciones de alta frecuencia (*chattering*) en la variable de control, hasta la inestabilidad del propio sistema. La ZM se origina por la fricción e inercias en los componentes del sistema. Se presenta, en menor o mayor medida, en todo sistema con componentes mecánicos, por lo que en un motor de CD es muy frecuente encontrarla. El diseño y el análisis de sistemas para el control de posición para desplazamientos muy pequeños de estas máquinas es muy complicado puesto que, prácticamente, se está operando en la ZM. Esto ha llevado a que las técnicas de control que son usualmente aplicadas, ignoren la presencia de estas no linealidades en los componentes del sistema, [16, 22, 23]. Por otro lado, muchas han sido las estrategias, [8, 14, 16–21], que se han propuesto para intentar resolver este problema, tal como el uso de controladores predictivos, adaptativos, conmutados e inteligentes, los cuales, a pesar de que muestran un error relativamente pequeño, aún no se han podido validar de forma experimental. Así mismo, se han propuesto estrategias, [15, 24, 25], para reducir la ZM mediante la aplicación de controladores que incluyen la denominada ZM “inversa”; sin embargo, los modelos y la forma en la que se realizan los estudios acerca de esta estrategia no coincide con el fenómeno real. Esto debido, posiblemente, a que el fenómeno de la ZM no necesariamente se presenta a la entrada del proceso, para el caso de un motor eléctrico esta entrada sería el voltaje aplicado, lo cual anula la estrategia de la ZM “inversa”; sin considerar que el uso de ésta puede causar amplificación de las perturbaciones por medición, [26]. Como alternativa de solución a este problema, se propone el uso de controladores lineales, en particular con doble efecto integral, que permite el uso de indicadores clásicos para el análisis de estabilidad y robustez, son de fácil implementación y por lo tanto, de menor complejidad que aquellos basados en controles no lineales y/o conmutados.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Diseñar un sistema de control de posición en regulación, utilizando un controlador lineal no conmutado, que reduzca el problema de Atascamiento/Deslizamiento generado por la zona muerta en un motor de CD de imanes permanentes.

1.3.2. Objetivos específicos

- Realizar un modelo no lineal de simulación basado en Matlab®/ Simulink™ para un motor de imanes permanentes que incluya la zona muerta “dura” y el coeficiente de fricción de Coulomb.
- Diseñar controladores, conmutado PI-PD y PI con inversor de zona muerta, en la entrada del motor, utilizando la simulación del modelo no lineal que incluya la ZM “dura” y el coeficiente de fricción de Coulomb y analizar los efectos en el control de posición del motor de CD de imanes permanentes.
- Diseñar un controlador de doble efecto integral con compensador de adelanto de baja frecuencia para el control de posición del motor de CD de imanes permanentes.
- Validar mediante pruebas experimentales de control de regulación en tiempo real el controlador lineal con doble efecto integral utilizando el sistema DCMCT (DC Motor Control Trainer) de Quanser.

2. Modelo del Motor de CD de Imanes Permanentes

2.1. Introducción

Se puede definir a los motores eléctricos como aquellos dispositivos capaces de convertir la energía eléctrica suministrada en energía mecánica y se clasifican en dos tipos principales, los motores de corriente directa (CD) y los motores de corriente alterna (CA), [27]. Hoy día, un gran porcentaje de las máquinas utilizadas en la industria son los motores de CA debido a su, relativamente, bajo costo y simple mantenimiento. Sin embargo, actualmente han surgido nuevas áreas de aplicación en las que controlar el par y la velocidad en un mayor rango, de manera precisa y con la mayor eficiencia es de suma importancia, [28]. Esto ha permitido el incremento en el uso de los motores de CD. Así mismo, el desarrollo de nuevos materiales y tecnologías para aumentar el desempeño de estos dispositivos ha crecido enormemente. Los motores de CD se pueden encontrar en sistemas tales como vehículos eléctricos, robots, equipo de computo, equipo clínico y biomédico, electrodomésticos, así como en la robótica y en la electrónica de consumo, gracias a sus características físicas y alta eficiencia, [6, 29].

Tradicionalmente, los motores de CD se modelan como un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden, [30]. Sin embargo, al igual que todos los sistemas prácticos, estos motores presentan dinámicas no lineales, las cuales comúnmente se consideran despreciables en el modelo dinámico del sistema. Entre las dinámicas no lineales de mayor repercusión en este tipo de sistemas cuando se desea operar a bajas velocidades o a posiciones específicas, son el fenómeno de zona muerta y la fricción, a las cuales se les puede referir como no linealidades inherentes debido a que existen en el sistema por mucho que se deseen evitar. A pesar de ser ampliamente estudiadas, identificar la forma precisa de las no linealidades para un sistema en particular no es un trabajo sencillo de realizar, [31]. No obstante muchas han sido las aproximaciones que han intentado representar este tipo de fenómenos, por ejemplo, el fenómeno de la fricción puede ser representada a través de los modelos de fricción de Coulomb, fricción de Coulomb más viscosa y el modelo Stribeck, [32, 33]. Así mismo, existen modelos para aproximar el fenómeno de la zona muerta, siendo el más utilizado el modelo de zona muerta “suave” como ya se mencionó. Sin embargo, en la práctica es posible notar que la representación “suave” de la zona muerta no es capaz de representar el fenómeno en el instante en el que las inercias se rompen para iniciar el movimiento, por lo que se considera al modelo de ZM “dura” una mejor aproximación del fenómeno.

El presente capítulo muestra la obtención del modelo dinámico no lineal del motor de CD de imanes permanentes, comprendiendo en primer instancia el principio de funcionamiento y las características físicas que presentan estos dispositivos. Así mismo se mostrará la forma en la que las no linealidades inherentes en el sistema, la zona muerta y la fricción, son modeladas. Por último se presenta la simulación del modelo no lineal a través del software Matlab®/Simulink™ el cual será comparado y validado con el sistema DCMCT de Quanser cuyas características también se mencionan.

2.2. Características físicas y principio de operación

Los motores de CD pueden clasificarse en dos diferentes categorías: el motor de excitación separada y el motor auto-excitado. El motor de excitación separada es aquel donde el devanado de armadura y el devanado de campo tienen cada uno fuentes de alimentación de CD separadas, mientras que en un motor de CD auto-excitado, los dos devanados comparten una fuente de alimentación de CD. Los motores de CD auto-excitados también se pueden clasificar en: motor *shunt*, motor en serie y motor *compound* según la forma en que se encuentran conectados los dos devanados a la fuente de alimentación de CD, [34].

Por construcción, el motor de CD de imanes permanentes (CDIP) corresponde a un motor de excitación separada. Su simplicidad permite entender y analizar de forma clara y precisa el funcionamiento de los motores de CD en general, [35]. Los motores de CD de imanes permanentes están contruidos mediante una variedad de elementos, el diseño y los materiales varían de acuerdo a la aplicación y al fabricante; sin embargo, la mayoría posee elementos similares en su construcción. La figura 2.1(a) muestra la sección transversal de un motor de CDIP. Este tipo de motores generalmente están compuestos de una parte estacionaria llamada estator el cual posee potentes imanes permanentes capaces de generar un campo magnético estático; una parte giratoria denominada rotor que contiene la armadura (también conocidas como bobinas) y el conmutador, este gira a través de los cojinetes que lo sostienen. Estos motores también poseen una carcasa que sujeta al estator, soportes para los cojinetes del rotor y escobillas, [7].

Tanto el estator como la armadura del motor son los elementos capaces de generar torque a través de la interacción entre campos magnéticos que existe entre sí. Al flujo magnético que proporcionan los imanes permanentes se le denomina flujo de campo, mientras que al flujo generado por la armadura se le conoce como flujo de armadura. Es mediante la interacción del flujo de campo y el flujo de armadura que se crean un par de fuerzas electromagnéticas capaces de generar un par mecánico sobre el rotor del motor con lo que le incita a moverse, tal y como se observa en la figura 2.1(b), [36].

La generación de la fuerza electromagnética que experimentan los conductores de un motor de CD se basa en el principio en el cual un campo magnético puede ser producido mediante un flujo de corriente, particularmente en las cercanías de una carga en movimiento. Este fenómeno puede experimentarse cuando se coloca un imán cerca de un conductor por el cual fluye una corriente. Mediante esta prueba se puede observar que el imán experimenta una fuerza generada por la corriente que pasa a través del conductor, la cual es dependiente de la posición del imán. A través de las observaciones obtenidas al realizar el experimento, podría concluirse que si la distancia entre el imán y el cable aumenta, el campo magnético disminuye,

Figura 2.1: Sección transversal de un motor de CD de imanes permanentes

por otro lado si la corriente en el conductor aumenta, el campo también lo hace. El análisis de este fenómeno inicia mediante el concepto de fuerza de Lorentz, la cual podría definirse como aquella fuerza que experimenta una carga en movimiento al encontrarse en un campo electromagnético y se expresa mediante la ecuación (2.1)

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.1)$$

donde $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico, $\mathbf{B}$ la densidad de campo magnético, q es una carga en movimiento con una velocidad $\mathbf{v}$ en el espacio y $\mathbf{F}$ es la fuerza generada. Los términos que se encuentran en negritas se consideran cantidades vectoriales, mientras que el símbolo $\times$ representa la operación del producto vectorial, [37].

Si se analiza uno de los conductores de la armadura de un motor de CD por el cual fluye una corriente i uniforme y considerando a una cantidad de carga dq de referencia que se encuentra en una sección infinitesimal $d\mathbf{l}$ del conductor con un campo eléctrico nulo, la expresión (2.1) puede reescribirse como una función de i de la forma como se muestra en la ecuación (2.2)

$$\begin{aligned} d\mathbf{F} &= dq\mathbf{v} \times \mathbf{B} \\ &= dq\frac{d\mathbf{l}}{dt} \times \mathbf{B} \\ &= \frac{dq}{dt}d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \\ &= i d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Observando la figura 2.2 y denotando al ángulo formado entre la corriente i (asociada con la longitud l del conductor) y la dirección del campo $\mathbf{B}$ como β , se puede determinar la magnitud de la fuerza $\mathbf{F}$ mediante la expresión (2.3), [38]. Tal como se observa en la figura, la fuerza generada se encuentra orientada de forma perpendicular al plano formado por la corriente y el campo magnético y cuya dirección esta basada en la regla de la mano izquierda de Fleming.

Figura 2.2: Generación de la fuerza electromotriz

$$|\mathbf{F}| = il|\mathbf{B}| \sin \beta \quad (2.3)$$

La figura 2.3(a) muestra una bobina rectangular ubicada dentro de un campo magnético. En la figura se observa que hay un par de conductores denotados por $\overline{ab}$ y $\overline{cd}$, considerando como la unión de los conductores a los segmentos $\overline{ac}$ y $\overline{bd}$, llamados extremos de bobina. La magnitud de la fuerza que experimenta cada conductor esta dada por la ecuación (2.4), teniendo en cuenta que $\beta = \pi/2$. Debido a la forma rectangular de la bobina, la corriente fluye en direcciones opuestas sobre los dos lados de la bobina, por lo tanto la dirección de las fuerzas que actúan en los conductores $\overline{ab}$ y $\overline{cd}$, respectivamente, son opuestas tal y como se aprecia en la figura 2.3(b).

$$|\mathbf{F}| = il|\mathbf{B}| \quad (2.4)$$

Las fuerzas generadas producen un torque alrededor del eje OO' en el sentido de las manecillas del reloj, el cual depende de la posición angular θ de la bobina con respecto al campo magnético. La magnitud del torque generado por las fuerzas que actúan sobre cada uno de los conductores se determinan mediante la expresión (2.5),

$$T_m = 2R|\mathbf{F}| \sin \theta = 2R|\mathbf{B}|il \sin \theta \quad (2.5)$$

siendo T_m el par y R la distancia que existe entre el centro de la bobina y cada conductor.

Figura 2.3: Bobina dentro de un campo magnético

En la armadura del motor CDIP mostrada en la figura 2.1(a) se observa la distribución de la corriente que pasa a través de cada uno de los conductores. En los conductores que se

encuentran ubicados debajo del polo magnético norte del imán permanente, la corriente fluye en la dirección $\otimes$, es decir, hacia dentro de la página, mientras que en los conductores ubicados debajo del polo magnético sur, la corriente fluye en dirección opuesta, $\odot$, es decir, hacia fuera de la página. Esta configuración permite que el torque ejercido por el motor sea constante para cualquier posición y posea siempre el mismo signo.

Tal como se observa en la ecuación (2.5), el torque esta fuertemente ligado a la posición angular que posea el rotor, la solución a dicha dependencia consiste en incrementar el número de bobinas en el rotor, por lo tanto, el número de conductores también aumenta. Al tener un mayor número de conductores, la diferencia entre la fuerza electromagnética desarrollada directamente debajo del polo y la desarrollada casi en el extremo del polo es relativamente pequeña, por lo que es común considerar que únicamente los conductores que se encuentran ubicados directamente debajo del polo correspondiente contribuyen a generar un torque útil, por esta razón, se suele suponer que cada uno de los conductores produce un torque de valor medio. Debido a que el torque esta ligado a la fuerza electromagnética y ésta al flujo magnético proporcionado por los imanes permanentes, por ende al aumentar el número de conductores se puede asumir que el campo magnético posea un valor medio de B , por lo que el torque alrededor del eje se puede calcular a través de la expresión (2.6)

$$T_m = NRBl_i = NRBl_a/2 \quad (2.6)$$

donde N representa el número total de conductores, B el valor medio del flujo magnético e i_a representa la corriente de la terminal del motor la cual es igual a $2i$. Teniendo en cuenta estas consideraciones el flujo magnético puede determinarse mediante la expresión (2.7), [39, 40].

$$\Phi = \pi RlB \quad (2.7)$$

Sustituyendo la expresión (2.7) en (2.6), el torque se puede determinar mediante la ecuación (2.8).

$$T_m = \left(\frac{N}{\pi}\right) \Phi \frac{i_a}{2} \quad (2.8)$$

Por tanto podemos observar que $(N/2\pi)\Phi$ es un valor fijo, debido a que el número de conductores en un motor CDIP nunca cambia y que el flujo magnético, el cual esta determinado por las dimensiones del motor y el estado de magnetización de los imanes permanentes, en la gran mayoría de los motores permanece constante. A este término se le denomina constante de torque y esta denotado por k_m como se muestra en la expresión (2.9), de donde se puede concluir que el torque T_m es directamente proporcional a la corriente de armadura tal como se muestra en la ecuación (2.10), [35, 41].

$$K_m = \left(\frac{N}{2\pi}\right) \Phi \quad (2.9)$$

$$T_m = K_m i_a \quad (2.10)$$

A través de este análisis, y como se podrá apreciar más adelante, el modelo dinámico de los motores CDIP es relativamente claro y sencillo de obtener. Esto se debe, principalmente, a que tanto el flujo de campo y la corriente armadura del rotor se encuentran desacoplados, es decir, que la variación en la corriente del rotor no afecta al flujo de campo y teniendo en cuenta que el flujo de campo es proporcionado por imanes permanentes, este comúnmente no varía, lo cual hace posible la obtención del torque magnético de la forma mostrada en (2.10).

2.2.1. Función y características físicas del Conmutador

Como se mencionó, para que el torque ejercido por el motor sea constante para cualquier posición y posea siempre el mismo signo, se requiere que la corriente que pasa a través de las bobinas de la armadura posea una configuración de tal forma que debajo del polo norte la corriente debe fluir en una misma dirección, independientemente de la rotación del rotor. Lo mismo sucede para la corriente que pasa a través del polo magnético sur del imán permanente, cuya dirección debe ser opuesta a la que fluye debajo del polo norte del imán. El elemento encargado de realizar este proceso es el conmutador mecánico, el cual se muestra en la figura 2.1(a). El conmutador es el encargado de controlar la distribución de corriente. Esta conformado por una parte giratoria llamada colector y por una parte estacionaria compuesta por las escobillas, las cuales generalmente están hechas de grafito o de metales preciosos, y se designan con las letras A y B como se muestra en la figura 2.4. El contacto que existe entre el colector y las escobillas es el punto en el cual la corriente se introduce en las bobinas de la armadura. El polo positivo de la fuente de CD externa que alimenta el devanado de armadura esta conectado a la escobilla A mientras que el polo negativo se conecta a la escobilla B como se muestra en la figura. Debido a que las escobillas están unidas al estator, estas permanecen inmóviles, mientras que el colector debido a que se encuentra sujeto al eje del rotor gira a la misma velocidad que este, lo que permite que las escobillas, ubicadas diametralmente, se deslicen a lo largo del colector. Para tener un buen contacto eléctrico, las escobillas son presionadas firmemente contra el colector con la ayuda de resortes. El colector tiene forma de anillo liso y se encuentra dividido en varios segmentos de material conductor, generalmente cobre, que se alternan con tiras de material aislante, que puede ser mica o plástico. Los segmentos del colector son llamados segmentos del conmutador o segmentos del colector.

Figura 2.4: Conmutador

En general, la corriente suministrada al rotor de la máquina, a través de una fuente externa de CD, alimenta a las escobillas, las cuales se apoyan en los segmentos del colector dirigiendo así la corriente hacia los conductores del rotor. Cuando el rotor comienza a moverse, las escobillas se deslizan de un par de segmentos del colector al siguiente par, esto produce un cambio en la distribución de la corriente en los conductores del rotor. A pesar del movimiento del rotor, las corrientes que se encuentran en los conductores de este crean el vector de fuerza magnetomotriz F_R que no se mueve con respecto al estator, como se muestra en la figura 2.1(b). La fuerza magnetomotriz del rotor da lugar al flujo del rotor, el cual tampoco se mueve, [28,36,42].

Existen diversos métodos para enrollar las bobinas y conectarlas a cada uno de los seg-

mentos del colector. En la figura 2.5 se muestra un devanado con nueve bobinas, en la figura 2.5(a) se observa un dibujo esquemático del devanado, mientras que la figura 2.5(b) muestra la forma en que se conectan al colector. Como se puede observar, se asume que los segmentos de cada una de las bobinas, (que corresponderían a los segmentos observados en la figura 2.3(a)) se encuentran ubicados a 180° unos de otros, (aunque en la realidad están ubicados a poco menos de 180°). Así mismo es posible notar que la corriente de armadura i_a suministrada desde la escobilla con terminal positiva se divide en dos circuitos, por lo que la relación entre la corriente de entrada y la corriente que fluye en cada bobina esta dada por la ecuación 2.11.

$$i = \frac{i_a}{2} \quad (2.11)$$

Cuando se tienen un mayor número, tanto de bobinas como de segmentos del colector, el número de conductores en serie es aproximadamente la mitad del número total de conductores debido a que ambos circuitos se encuentran en paralelo. De la misma forma, observando la figura 2.5(a) es posible apreciar que la dirección en que la corriente, que pasa debajo del polo magnético norte, fluye es hacia arriba mientras que la que pasa debajo del polo sur lo hace en sentido contrario, por lo que si se invierte la polaridad de la fuente de CD, tanto la dirección de la corriente como del torque también se invertirán.

Figura 2.5: Correlación de bobinas, escobillas, conmutador y polos

Si se presta atención a la figura 2.5(b) la bobina d se encuentra en corto por la escobilla A, por lo que si el rotor se encuentra girando en el sentido de las manecillas del reloj, la corriente, que hasta ese momento ha fluido en sentido antihorario en la bobina d, cambiará de dirección. Cuando una bobina se encuentra en corto circuito debido a una escobilla, la corriente está cambiando de dirección en dicha bobina, como se muestra en la figura 2.6, a esto se le conoce como bobina que esta sujeta a conmutación. Comúnmente las escobillas, generalmente en las de carbón o grafito, están en contacto con dos o más segmentos del colector, por lo que una o más bobinas se encuentran en corto circuito. Cuando los segmentos de la bobina pasan a través del campo magnético generado por los imanes, la fuerza contra electromotriz generada provoca una corriente de corto circuito capaz de producir calor, chispas, entre las escobillas y los segmentos del colector; y un torque de frenado.

Por lo que para evitar que se genere una fuerza contra electromotriz en las bobinas que se encuentran sujetas a conmutación, los conductores no debe ubicarse en la zona bajo los

Figura 2.6: Bobina antes y después de estar sujeta a conmutación

polos, es decir, en el campo magnético generado por el imán. Las áreas en las cuales el flujo magnético es muy pequeño o no existe, se conocen como zonas neutrales, las cuales se observan en la figura 2.7.

Figura 2.7: Zonas neutrales del motor

2.2.2. Tipos de Motores de CD de Imanes Permanentes

Existen algunas formas de clasificar los motores de CDIP, ya sea de acuerdo al tipo de material con el que estén contruidos o a la forma en la que se ubican lo imanes permanentes en el estator de la máquina. Sin embargo, podría decirse que la clasificación de mayor relevancia en este tipo de máquinas es con base al tipo de rotor que posea, puesto que debido a las características físicas de este, depende el torque que se pueda generar y la velocidad que pueda alcanzar este tipo de dispositivos.

En este trabajo se enunciaran de manera general los tipos de rotores que existen para este tipo de máquinas sin profundizar en las características físicas de cada uno de ellos. Existen tres tipos de armadura fundamentales para el motor de CDIP, las cuales comprenden el rotor ranurado, el rotor sin ranuras, el rotor cilíndrico de bobina móvil y el rotor de disco de bobina móvil, [40].

2.2.2.1. Rotor ranurado

El rotor ranurado posee un núcleo laminado que puede ser de acero al silicio o acero al carbono, los devanados en este tipo de rotor se colocan en las ranuras del mismo, como se muestra en la figura 2.8. En el rotor ranurado el par actúa directamente sobre los conductores asegurados en las ranuras del núcleo de hierro y reforzados por el aislamiento de la ranura, lo que lo hace un tipo de rotor más duradero. Generalmente se desea que el núcleo posea muchas ranuras debido a que entre mayor sea el número de ranuras menor será la ondulación del torque, llamado torque dentado, y el ruido eléctrico.

Los núcleos que poseen un número par de ranuras son comúnmente utilizados para motores que son fabricados mediante procesos automatizados, es decir, para su producción en masa, debido a su facilidad de producción. Sin embargo, es preferible que los núcleos posean ranuras impares puesto que proporcionan un bajo torque dentado. Así mismo, torcer el rotor de la forma en que se observa en la figura, reduce el torque dentado producido por la interacción de los dientes del rotor y las zonas bajo los polos.

Figura 2.8: Rotor ranurado

2.2.2.2. Rotor sin ranuras

En este tipo de rotor se fija el devanado en un núcleo de hierro cilíndrico sin necesidad de usar ranuras, tal como se muestra en la figura 2.9, ésta configuración permite producir un torque dentado extremadamente bajo. Sin embargo, existe la posibilidad que el flujo disminuya dado que el espacio que existe entre el rotor y la zona bajo los polos es mayor, por lo que los imanes deben ser lo suficientemente largos y potentes para obtener suficiente flujo.

Figura 2.9: Rotor sin ranuras

2.2.2.3. Rotor cilíndrico de bobina móvil

Hay dos tipos de motores de rotor cilíndrico de bobina móvil, el de campo externo y el de campo interno.

Rotor cilíndrico de bobina móvil de campo externo.

Este tipo de motor posee una constante de tiempo mecánica muy pequeña, algunas veces menor a 1 ms, lo cual se consigue mediante una inercia J muy pequeña o haciendo que el flujo en el entrehierro sea muy grande, por lo que el flujo de campo debe poseer una alta remanencia y los imanes permanentes deben ser largos.

Rotor cilíndrico de bobina móvil de campo interno.

Este tipo de motores son conocidos como motores sin núcleo, puesto que el rotor no presenta un núcleo de hierro. El imán permanente de estos motores se encuentra dentro de la armadura de bobina móvil. A pesar de que el momento de inercia del rotor es bajo, la constante de tiempo mecánica no siempre lo es. Esto se debe en gran medida a que el imán permanente que se encuentra en el interior de la armadura es pequeño lo que provoca que el flujo de campo sea bajo. Sin embargo, este tipo de motores ofrece una alta eficiencia debido a que no existen pérdidas en el núcleo, una alta eficiencia por volumen, no presenta el fenómeno de torque dentado y posee un bajo coeficiente de amortiguamiento que en parte se debe a la fricción causada por los componentes de lubricación en los rodamientos.

La figura 2.10 muestra un motor con rotor de bobina móvil de campo interno, donde se observa que el estator consiste en un imán permanente, M , el cual produce una densidad de flujo magnético, B , en el entrehierro, d , que existe entre el imán y la carcasa H , mientras que el devanado del motor, denotado por W , rota alrededor de un eje vertical entre el entrehierro, [43].

Figura 2.10: Motor de bobina móvil de campo interno

Los devanados de la armadura se pueden clasificar de la forma

- *Devanados con bobinas enrolladas.* Este tipo de devanados fue el primero en utilizarse para la fabricación de los motores sin núcleo. El devanado se realiza en forma de bobina cilíndrica, la cual esta sujeta mediante pasadores en los extremos de la armadura permitiendo así que se creen puntos de doblez para el alambre con el que se hace el devanado, tal y como se muestra en la figura 2.11. Este rotor alcanza un espesor similar al de dos conductores. La carcasa comúnmente esta hecha de acero al carbono suave funcionando como un camino de retorno para el flujo magnético. Por lo general el imán permanente posee un par de cojinetes en el orificio central cuya finalidad es sostener el eje de la máquina. Para los motores de campo interno, el conmutador debe ser lo más pequeño posible, debido a que la mayoría de estos están hechos de metales preciosos para brindar una mayor resistencia ante los procesos electromecánicos que ocurren durante la operación del equipo.
- *Devanado de campana.* La figura 2.12 muestra un rotor de bobinas móviles con este tipo de devanado. El devanado de campana esta hecho mediante bobinas rectangulares. Los motores con este tipo de devanados proporcionan menos pérdidas por fricción, lo que

Figura 2.11: Devanado con bobinas enrolladas

hace que el voltaje de arranque sea muy bajo; una baja inercia en el rotor, tienen una alta eficiencia y precisión, no presentan el fenómeno torque dentado y son capaces de soportar altas sobrecargas por un periodo corto de tiempo.

Figura 2.12: Devanado de campana

- *Devanado rómbico.* Este tipo de motores presentan bobinas en forma de rombos como se muestra en la figura 2.13 y posee las mismas ventajas que los motores de rotores con devanado de campana. Uno de los principales fabricantes de motores con este tipo de devanados es Maxon Motor, [44].

Figura 2.13: Devanado rómbico. Figura Recuperada de https://www.maxongroup.us/medias/sys_master/root/8803450421278/maxonDCmotor-Handouts.pdf?attachment=true

- *Devanado de bola.* Como su nombre lo indica, este tipo de devanados hace que la forma del rotor sea como el de una bola, como se muestra en la figura 2.14. El imán permanente esta colocado dentro del devanado aislado mediante un cilindro de plástico.

Figura 2.14: Devanado de bola

2.2.2.4. Rotor de disco de bobina móvil

Existen tres tipos principales de motores de disco, el de rotor devanado, el motor de devanado de rotor impreso y el motor de tres bobinas.

- En el motor de rotor devanado los devanados están hechos de alambres de cobre y moldeados con resina. El conmutador es similar al convencional y son comúnmente usados en los ventiladores del radiador. En la figura 2.15 se aprecian los elementos que componen a un motor de disco de rotor devanado.

Figura 2.15: Motor de rotor devanado

- En el motor de devanado de rotor impreso las bobinas están impresas y soldadas en chapas de cobre, formando así un devanado ondulado como se muestra en la figura 2.16. Fue inventado por J. Henry Baudot y el flujo magnético puede ser generado por imanes de ferrita.

Figura 2.16: Devanado impreso

- Por último y como su nombre lo indica, el motor de tres bobinas posee tres bobinas planas en el rotor, como se observa en la figura 2.17, mientras que en el estator posee un sistema de imanes permanentes de cuatro polos. Este tipo de motor es comúnmente diseñado como micromotores.

Figura 2.17: Motor de tres bobinados

2.3. Modelo Dinámico del Motor de CD de Imanes Permanentes

Partiendo de la idea de que el modelo del motor CDIP se desarrolla para el diseño de controladores de posición, y considerando que las dinámicas del subsistema eléctrico son de alta frecuencia, es posible obtener un modelo simplificado del motor para el diseño de estos sistemas de control. Esto se debe a que un modelo lineal, a través de la dominancia de polos, puede ser simplificado como se muestra a continuación.

2.3.1. Ecuaciones Dinámicas

A través del diagrama eléctrico y mecánico mostrado en la figura 2.18, la ley de voltajes de Kirchoff y las ecuaciones de movimiento, es posible determinar las ecuaciones dinámicas del motor CDIP, las cuales se muestran en (2.12) y (2.13).

Figura 2.18: Circuito equivalente del motor de CD

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + k_m \omega \quad (2.12)$$

$$T_m = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} \quad (2.13)$$

La ecuación (2.12) representa el denominado subsistema eléctrico donde $v(t)$ es el voltaje aplicado en la armadura, $i(t)$ es la corriente en el rotor, mientras que L y R representan la inductancia y resistencia del devanado de armadura, respectivamente. La expresión (2.13) representa el subsistema mecánico donde k_m es la constante de motor, J representa el momento

de inercia equivalente del rotor, b es el coeficiente de fricción, mientras que θ es la posición angular del rotor, siendo $d\theta/dt = \omega$ la velocidad angular del rotor y T_m el torque magnético del motor, el cual es directamente proporcional a la corriente como se muestra en la ecuación (2.14).

$$T_m = k_m i(t) \quad (2.14)$$

El término $k_m \omega$ representa el fenómeno de fuerza contra electromotriz, la cual se crea debido a que la armadura se encuentra girando dentro de un campo magnético generado por el estator de la máquina, lo cual induce un voltaje (fuerza contra electromotriz) a través de la bobina a medida que gira. Este voltaje es opuesto al voltaje suministrado a la armadura [5,45,46].

Para la simulación y la obtención del modelo no lineal se considera que la fuerza contra electromotriz es despreciable, teniendo en cuenta que se busca un modelo aproximado que nos permita representar la posición del motor lo mejor y más sencillo posible. Por lo tanto, las ecuaciones diferenciales lineales del motor están dadas por la expresión (2.15) y (2.16).

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (2.15)$$

$$k_m i(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} \quad (2.16)$$

2.3.2. Determinación de la Función de Transferencia

Haciendo uso de la transformada de Laplace en las ecuaciones tanto eléctricas como mecánicas, con condiciones iniciales cero, es posible obtener las ecuaciones dinámicas del motor CDIP en el dominio de Laplace, como se muestra en las expresiones (2.17) y (2.18), correspondientes a los subsistemas eléctrico y mecánico, respectivamente.

$$V(s) = (Ls + R)I(s) \quad (2.17)$$

$$T_m = k_m I(s) = (Js + b)\omega(s) \quad (2.18)$$

A partir de las ecuaciones anteriores es posible determinar las funciones de transferencia para cada uno de los subsistemas. La función de transferencia correspondiente al subsistema eléctrico se muestra en (2.19)

$$G_e(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} = \frac{K_e}{(\tau_e s + 1)} \quad (2.19)$$

donde la ganancia en estado estacionario K_e correspondiente al subsistema eléctrico esta dada por $1/R$ mientras que la constante de tiempo τ_e se obtiene a través de L/R .

La función de transferencia correspondiente al subsistema mecánico se muestra en (2.20)

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{\frac{1}{b}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} \quad (2.20)$$

donde $T_m = k_m I(s)$.

Por lo tanto, la función de transferencia que relaciona la velocidad del rotor $\omega(s)$ y el voltaje de entrada $v(t)$ esta dada por:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right) \left(\frac{L}{R}s + 1\right)} \quad (2.21)$$

Se sabe que la dinámica eléctrica tiende a ser más rápida que la dinámica mecánica, por lo que resulta posible reducir la expresión (2.21) a la forma mostrada en (2.22) por dominancia de polos, [47, 48].

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} = \frac{K_{mot}}{(\tau_{mot}s + 1)} \quad (2.22)$$

siendo la ganancia en estado estacionario del motor CDIP $K_{mot} = k_m/Rb$ y la constante de tiempo $\tau_{mot} = J/b$.

A través de la función de transferencia (2.22) es posible determinar la función de transferencia que relaciona la posición del rotor $\theta(t)$ con el voltaje de entrada del sistema $v(t)$, tal como se muestra en la ecuación (2.23).

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{s\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} = \frac{K_{mot}}{s(\tau_{mot}s + 1)} \quad (2.23)$$

2.4. Modelado de no linealidades

2.4.1. Modelado de la zona muerta

En la gran mayoría de los estudios realizados para analizar el fenómeno de zona muerta se suele usar el modelo simétrico de zona muerta “suave”, mostrado en la figura 2.19, como una aproximación al fenómeno. En la figura se observa que al suministrarle una entrada positiva $u(t)$ al sistema, para valores menores a b_r el sistema no proporciona ninguna salida $\bar{u}(t)$. Lo mismo sucede cuando se suministra una entrada u negativa, para valores mayores a b_l no se genera ningún valor de salida. Precisamente a la zona que se ubica entre b_r y b_l se le conoce como zona muerta. El nombre de este modelo se debe, en principio, a la forma en la cual se obtienen los valores de $\bar{u}(t)$ al salir del rango de zona muerta. Como se puede apreciar, para valores de entradas positivos mayores a b_r , la respuesta de salida del sistema comienza a crecer a partir de cero de forma “suave”. Algo similar sucede para aquellos valores de entrada menores a b_l , tal como se observa en la figura.

Figura 2.19: Zona muerta “suave”

La representación matemática del modelo de zona muerta “suave” es la que se presenta en la ecuación (2.24)

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} m_r(u(t) - b_r); & u(t) \geq b_r \\ 0; & b_l < u(t) < b_r \\ m_l(u(t) - b_l); & u(t) \leq b_l \end{cases} \quad (2.24)$$

donde $u(t)$ representa la entrada, $\bar{u}(t)$ es la salida, m_l y m_r son las pendientes izquierda y derecha, respectivamente. b_l y b_r representan los puntos de ruptura, izquierdo y derecho respectivamente, en los cuales las inercias del sistema se rompen, [13, 49, 50].

Sin embargo, a pesar de que este modelo es muy utilizado para el análisis del fenómeno de zona muerta, puede no ser una representación precisa para el fenómeno en sistemas como los motores eléctricos. Esto se puede observar en la forma en que los puntos de ruptura del sistema son modelados. En la figura 2.19 se observa que en el momento en que las inercias se rompen, el sistema posee una salida suave partiendo desde cero correspondiente a los valores iniciales de las pendientes. Sin embargo en los motores eléctricos, físicamente, esto no sucede. Si se considera únicamente al subsistema mecánico tomando al torque magnético como la entrada $u(t)$ y la posición del rotor como la salida $\bar{u}(t)$, es posible observar que cuando el rotor del motor eléctrico comienza a girar lo hace de manera repentina, es decir, su posición angular cambia drásticamente al dejar el reposo. Es decir, a pesar de que existe un torque inducido por el subsistema eléctrico, este no genera ningún movimiento en el subsistema mecánico. No es hasta que dicho torque alcanza un valor suficiente, de tal forma que sea capaz de romper la fricción y la inercia del rotor, que se induce el movimiento. Por esta razón, resulta casi imposible que la posición angular del rotor alcance desplazamientos demasiado próximos a cero como los que se generarían asumiendo una zona muerta “suave”.

Para tener un mejor modelo de la zona muerta resulta necesario incluir el cambio súbito de posición del sistema, lo que permitirá entender de mejor forma el fenómeno y sus implicaciones. Además, conocer la manera en cómo funciona esta no linealidad puede abrir la puerta a desarrollar controladores de posición más eficientes y con un error en estado estacionario más bajo. Es por esta razón que en este trabajo se modela el fenómeno de zona muerta a través del modelo de zona muerta “dura” mostrado en la figura 2.20 cuya representación matemática se observa en la expresión (2.25), [51].

Figura 2.20: Zona muerta “dura”

$$\bar{u}(t) = \begin{cases} \text{sign}(u)[\bar{k}|u| + \hat{k}]; & |u(t)| \geq \delta_r \\ 0; & |u(t)| < \delta_r \end{cases} \quad (2.25)$$

donde $u(t)$ es la entrada, $\bar{u}(t)$ es la salida, $\bar{k}$ y δ_r representan las pendientes y los puntos de ruptura, respectivamente, tanto del lado derecho como del lado izquierdo. Como en este trabajo la zona muerta se considera simétrica $\bar{k}$ y δ_r se consideran iguales para ambos lados.

El cambio de posición repentino se representa mediante el *offset* denotado por $\hat{k}$ en el modelo de zona muerta “dura”.

Resulta común encontrar, en la mayor parte de los trabajos reportados, que el fenómeno de zona muerta se encuentra entre la entrada y el sistema, [11, 18, 23, 52], lo cual supondría que para un motor eléctrico la zona muerta debería encontrarse entre la fuente de alimentación y el propio motor. Sin embargo, si se analizan las ecuaciones dinámicas correspondientes al motor de CD de imanes permanentes mostradas en (2.15) y (2.16) y se toma como la variable de salida la posición angular del rotor, suponer la zona muerta entre la fuente de alimentación y el motor implicaría que cuando se esté entre los puntos de ruptura ninguna corriente estaría atravesando los devanados del rotor, por lo que este no se movería, lo cual no es correcto puesto que se considera que ninguno de los dos subsistemas estaría trabajando. Por otro lado, es bien sabido que aunque el voltaje de alimentación del motor sea pequeño existirá una corriente fluyendo a través de los conductores del rotor, por lo tanto el subsistema eléctrico se encontraría funcionando, lo cual no significa que el subsistema mecánico también lo esté. Si el motor es alimentado por un voltaje tal que el torque magnético generado por el subsistema eléctrico no es capaz de romper las inercias del rotor, el motor no se moverá. Por lo tanto, a través de este análisis es posible deducir que el fenómeno no lineal de zona muerta se ubica entre el subsistema eléctrico y el subsistema mecánico. Ésta se modelará utilizando la zona muerta “dura”, ecuación (2.25), en el cual $u(t)$ es el torque inducido por el subsistema eléctrico y $\bar{u}(t)$ es el torque aplicado al subsistema mecánico.

2.4.2. Modelado de la fricción

Resulta difícil imaginar un proceso industrial que se encuentre completamente libre de fricción debido a que este fenómeno esta presente en todos los sistemas mecánicos, tales como: cilindros hidráulicos y neumáticos, válvulas, ruedas, rodamientos, elementos de transmisión, escobillas, entre otros. La fricción se considera uno de los fenómenos no lineales de mayor complejidad y se puede definir como aquella fuerza de reacción tangencial entre dos superficies que se encuentran en contacto. En la gran mayoría de los procesos industriales es muy común que estas superficies sean metálicas debido a que gran parte de los sistemas utilizados son del tipo electromecánico, [53, 54].

Cuando se inicia el proceso de deslizamiento entre dos superficies metálicas, que comúnmente son de distintos materiales, ambas se encuentran juntas o “atascadas”, permanecen así hasta que de manera repentina, y como resultado del incremento gradual de la aplicación de fuerza para que se lleve a cabo el deslizamiento entre ambas; se crea la ruptura de dicho atascamiento entre las dos superficies lo que trae consigo un deslizamiento muy rápido como consecuencia de la inercia que provoca la fuerza que incita al movimiento. Si dicha fuerza se deja de aplicar las superficies nuevamente se atascan por lo que el proceso se repite indefinidamente (fenómeno de atascamiento-deslizamiento).

Es por esta razón que la fricción no es un fenómeno constante, sino por el contrario sufre oscilaciones muy rápidas y violentas, por lo tanto, es posible deducir que el proceso en que dos materiales metálicos se encuentran en contacto no es continuo y esta precedido de “tirones”, causados por la ruptura de inercias cuando ambos se encuentran en reposo. La complejidad en el fenómeno de fricción no solo se debe a lo ya mencionado, sino también a la existencia de otros factores tales como los tipos de materiales que se encuentran en contacto, la temperatu-

ra, el lubricante utilizado para reducir el fenómeno, así como algún agente externo que pueda contaminar el área de contacto. Por lo tanto, aunque actualmente se cuente con información acerca de este fenómeno, esta se reduce solo a circunstancias específicas, [55, 56].

En muchos procesos la fricción juega un papel muy importante e inclusive puede considerarse como una propiedad deseable en el sistema, como por ejemplo en los sistemas de frenado. Sin embargo, para sistemas de control que operan a bajas velocidades o en aquellos donde se requiera de una alta precisión en la posición, este fenómeno introduce limitaciones significativas, tales como errores en estado estacionario y ciclos límites, que afectan enormemente el buen desempeño del sistema, debido a que es altamente no lineal, especialmente a bajas velocidades, [33, 57]. Por lo tanto, contar con una buena representación de la fricción, hace posible la comprensión del fenómeno y de sus efectos, lo cual permite el diseño de sistemas de control más eficientes, y capaces de compensar los efectos de esta no linealidad.

Con las características que presenta la fricción, resulta imposible tener un modelo matemático que sea capaz de representar el fenómeno de forma exacta y que además funcione en todos los sistemas. Sin embargo, muchas han sido las aproximaciones que se han desarrollado a lo largo de los años a través de la experimentación, las cuales hacen posible describir la no linealidad de una forma precisa para ciertos casos de estudio. Estas representaciones aproximadas pueden clasificarse en dos grandes grupos comúnmente utilizados: los modelos estáticos y los modelos dinámicos, [58].

Los modelos estáticos se caracterizan por representar el comportamiento en estado estacionario de la fuerza de fricción como una función de la velocidad. Dentro de este tipo de modelos se encuentran el modelo de fricción Coulomb, el modelo de fricción de Coulomb más fricción viscosa y el modelo Stribeck. Debido a la sencillez de este tipo de representación del fenómeno no lineal, es común encontrarla en el diseño de controladores.

Por otro lado, los modelos dinámicos suelen ser más complejos puesto que introducen la dependencia del tiempo en la determinación de la fricción, por lo que deben ser representados a través de variables de estados. Algunos ejemplos de modelos dinámicos de la fricción son: el modelo Dahl, el modelo Bristle, el modelo Bliman-Sorine, entre otros, [56, 59, 60].

Este trabajo se enfoca en la utilización de los modelos estáticos, específicamente, en el modelo de fricción de Coulomb más fricción viscosa, cuya representación gráfica se presenta en la figura 2.21, puesto que nos permite representar el fenómeno de forma adecuada a velocidades, ω , bajas.

La representación matemática del modelo de fricción de Coulomb más fricción viscosa se muestra en la expresión (2.26), donde F_b es la fuerza de fricción, b_c es la fricción de Coulomb, ω es la velocidad, mientras que b_v corresponde al coeficiente de fricción, [32].

$$F_b = \begin{cases} b_c \cdot \text{sign}(\omega) + b_v \omega & ; \omega \neq 0 \\ 0 & ; \omega = 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Figura 2.21: Modelo estático de la fricción de Coulomb más fricción viscosa

2.5. Modelo no lineal del motor de CD de Imanes Permanentes

Estudiar el comportamiento dinámico de un sistema físico puede realizarse a través de experimentar con el propio sistema o mediante la construcción de una serie de prototipos de modelos físicos. Sin embargo, en la mayoría de los casos esto puede resultar muy costoso en términos de tiempo y dinero. Por otro lado, muchas de las veces experimentar con el sistema físico o construir un modelo físico para la experimentación puede no siempre ser posible o práctico de realizar, por lo que resulta necesario contar con un modelo matemático del sistema a analizar, con lo cual no solo se reduce el tiempo de estudio del sistema sino que resulta más económico.

Un modelo es dinámico si los estados del sistema cambian sustancialmente conforme transcurre el tiempo. El estado estacionario y las características transitorias son propiedades fundamentales de este tipo de sistemas.

Los modelos dinámicos juegan un papel fundamental en la dinámica y el control de procesos. Estos son comúnmente utilizados para:

- Comprender mejor un proceso.
- Capacitar al personal operativo de la planta.
- Optimizar las condiciones de operación de un proceso.
- Desarrollar estrategias de control para nuevos procesos.

Si bien es cierto que la obtención de modelos matemáticos, especialmente para sistemas complejos, mediante métodos analíticos es extremadamente difícil o están fuera del alcance de las matemáticas de hoy día, existen soluciones numéricas paso a paso que permiten utilizar los modelos matemáticos en lugar de los sistemas reales. A este proceso de solución numérica paso a paso se le conoce como simulación digital, [4, 61].

Para el presente trabajo, el interés en la obtención de un buen modelo radica en comprender de mejor forma el proceso, teniendo en cuenta la presencia de no linealidades como lo son la zona muerta y la fricción, y así poder diseñar y probar controladores capaces de reducir los efectos que estos fenómenos generan en el control de posición de un motor de CD de imanes

permanentes.

Varios han sido los modelos que se han propuesto para analizar los efectos generados por el fenómeno de zona muerta en diversos sistemas. Sin embargo, como se mencionó, éstos localizan el fenómeno entre la fuente de alimentación y el motor, lo cual no es correcto cuando se trata de motores eléctricos. La figura 2.22 muestra el modelo no lineal de simulación del motor de CD de imanes permanentes realizado, mediante bloques, a través de la herramienta Matlab®/ Simulink™.

Figura 2.22: Modelo no lineal del motor CDIP en Matlab®/ Simulink™

En la figura se observa que el fenómeno de zona muerta se encuentra ubicado entre el subsistema eléctrico y el subsistema mecánico, los cuales se modelan a partir de las ecuaciones dinámicas (2.15) y (2.16).

El modelo de simulación de la zona muerta “dura” simétrica se muestra en la figura 2.23, donde δ_r representa el punto de ruptura de la zona muerta, $k_m i(t)_{in}$ es el torque magnético generado por el subsistema eléctrico mientras que $k_m i(t)_{out}$ es el torque magnético suministrado al subsistema mecánico, por lo que para valores menores a δ_r no se induce torque al subsistema mecánico.

Figura 2.23: Modelo de la zona muerta “dura” en Matlab®/ Simulink™

La figura 2.24 muestra la respuesta del modelo de zona muerta “dura” simulado en Matlab®/

Simulink™, la cual presenta las mismas características que la representación mostrada en la figura 2.20. Así mismo, es posible observar de forma clara el *offset* que representa el movimiento brusco y repentino que existe en la respuesta del motor real al cambiar su estado de reposo.

Figura 2.24: Respuesta del modelo de zona muerta “dura” en Matlab®/ Simulink™

Por otra parte, el fenómeno de fricción, el cual se representa a través del modelo de fricción de Coulomb más fricción viscosa, se modeló mediante el bloque de función de Matlab®/ Simulink™, cuyo código se muestra en 2.25, donde w representa la velocidad angular, bv es el coeficiente de fricción viscosa mientras que bc representa el coeficiente de fricción de Coulomb del sistema.

```

1  function Fb = Fb(w,bv,bc)
2  %#codegen
3
4  if w < 0,
5  Fb=bv*w-bc;
6  elseif w > 0 ,
7  Fb=bv*w+bc;
8  else
9  Fb=0;
10 end;
11

```

Figura 2.25: Código de la función de la fuerza de fricción en Matlab®/ Simulink™

Fb es la fuerza de fricción resultante y cuya respuesta obtenida a través de la simulación se observa en la figura 2.26, de la cual es posible determinar que la respuesta obtenida del modelo de fricción simulado en Matlab®/ Simulink™ posee la misma forma que el mostrado en la figura 2.21.

Figura 2.26: Modelo de fricción de Coulomb más fricción viscosa obtenida a través de la simulación en Matlab®/ Simulink™

2.6. Estimación de parámetros

Es posible estimar los parámetros de un sistema de primer orden a través de su función de transferencia, mediante el uso del método de Strecj, [62]. El método, para sistemas de primer orden, consiste en analizar las respuestas del sistema ante entradas tipo escalón con la finalidad de obtener la ganancia en estado estacionario y la constante de tiempo del sistema.

Conociendo que la función de transferencia correspondiente a un modelo de primer orden tiene la forma mostrada en 2.27

$$G(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)} \quad (2.27)$$

donde K es la ganancia en estado estacionario y τ la constante de tiempo del sistema. La respuesta característica de estos sistemas es la que se muestra en las figuras 2.27 y 2.28, las cuales representan al subsistema eléctrico y al subsistema mecánico del motor CDIP, respectivamente.

Para la estimación de los parámetros correspondientes al subsistema eléctrico, se analiza la respuesta de la corriente (B) ante una señal de voltaje de entrada (A) como se observa en la figura 2.27. La ganancia en estado estacionario se obtiene a través de la relación mostrada

Figura 2.27: Respuesta del subsistema eléctrico

Figura 2.28: Respuesta del subsistema mecánico

en (2.28). Por otro lado, la constante de tiempo, τ , se determina a través del tiempo de establecimiento del sistema, t_s , el cual se define como el tiempo que transcurre desde la aplicación de la señal de entrada hasta el momento en que el sistema se encuentra en estado estable. La determinación del tiempo de establecimiento del sistema se obtiene utilizando el criterio del 2 % el cual corresponde a cuatro veces la constante del tiempo del sistema, es decir, 4τ .

$$K = \frac{B}{A} \quad (2.28)$$

Mediante la expresión (2.19), se observa claramente que es posible obtener, a partir de la ganancia en estado estacionario y la constante de tiempo del subsistema eléctrico, los valores de inductancia L y resistencia R del sistema, de la forma mostrada en (2.29) y (2.30)

$$K_e = \frac{B}{A} = \frac{1}{R} \quad (2.29)$$

$$t_{s_e} = 4\tau_e = 4\frac{L}{R} \quad (2.30)$$

En resumen, si se tiene la respuesta de la corriente y el voltaje de entrada del sistema es posible determinar la ganancia y el tiempo de establecimiento del subsistema eléctrico, y con ello obtener los valores de cada parámetro del subsistema.

Los parámetros correspondientes al subsistema mecánico se obtienen de forma similar que los del subsistema eléctrico. A través de la figura 2.28 y de la expresión (2.22) es posible obtener el valor de la fricción b y de la inercia del rotor J , de la forma mostrada en (2.31) y (2.32), donde R se determina a través de la ganancia en estado estacionario del subsistema eléctrico y la constante de motor k_m , es un dato proporcionado por el fabricante.

$$K_{mot} = \frac{B}{A} = \frac{k_m}{Rb} \quad (2.31)$$

$$t_{smot} = 4\tau_{mot} = 4\frac{J}{b} \quad (2.32)$$

La obtención de la corriente de la forma mostrada en 2.27, correspondiente al subsistema eléctrico, se obtiene mediante la prueba a rotor bloqueado ante entradas tipo escalón a diferentes voltajes del sistema que se desea estudiar, mientras que la velocidad se obtiene a través del análisis de la respuesta de la velocidad angular del rotor ante diferentes voltajes de alimentación a entradas tipo escalón.

El sistema a estudiar en el presente trabajo, es el sistema Entrenador de Control de Motor de CD (DCMCT, por sus siglas en inglés) de Quanser, mostrado en la figura 2.29. Este sistema cuenta con un motor Maxon de CD de imanes permanentes de alta eficiencia similar al que se observa en la figura 2.30, el cual es impulsado por un amplificador de potencia lineal. Este motor posee escobillas de grafito y un rotor cilíndrico de bobina móvil de campo interno con devanado rómbico de baja inercia. Los parámetros del motor proporcionados por el fabricante se muestran en la tabla 2.1.

Figura 2.29: Sistema Entrenador de Control de CD de Quanser

Figura 2.30: Motor Maxon de CD de imanes permanentes con escobillas de grafito. Figura Recuperada de <https://online.flippingbook.com/view/1042987/>

Parámetros del motor de CD	
R	10.6Ω
L	0.825 mH
k_m	50.2 mN m/A
J	12.1 g cm^2

Tabla 2.1: Parámetros del motor de CD Maxon proporcionados por el fabricante

donde R y L representan la resistencia y la inductancia en terminales, respectivamente. J es la inercia presente en el sistema mientras que k_m representa la constante de motor.

Para obtener los valores de corriente y velocidad del motor, el sistema cuenta con sensores analógicos de corriente y velocidad (tacómetro). El sensor de corriente esta compuesto por una resistencia de carga en serie de 0.1Ω conectada a la salida del amplificador lineal. La señal medida se amplifica de manera interna dando como resultado una sensibilidad de 1.8 V/A . Por otra parte, a través del tacómetro se obtiene una señal analógica proporcional a la velocidad del motor en un rango de $\pm 5 \text{ V}$.

La medición de posición del rotor se puede realizar de forma analógica usando un potenciómetro acoplado al eje del motor mediante una banda, o de manera digital utilizando un *encoder* óptico, el cual se encuentra montado directamente en la parte trasera del motor, [63].

Las señales analógicas proporcionadas por los sensores, se obtienen mediante los conectores RCA integrados en el sistema DCMCT, a través de los cuales se realiza la conexión al sistema de adquisición de datos.

2.6.1. Subsistema Eléctrico

La obtención de los parámetros correspondientes al subsistema eléctrico se realiza a través de la prueba a rotor bloqueado. Esta prueba permite conocer los valores de resistencia e inductancia basado en el principio que el motor CDIP se comporta durante unos segundos como un circuito RL , como el que se muestra en la figura 2.31.

Figura 2.31: Circuito RL

La corriente $i(t)$ se obtiene a través del sensor de corriente integrado en el sistema DCMCT. La ganancia de la función de transferencia mostrada en 2.19 se determina mediante la respuesta transitoria y en estado estacionario de la corriente $i(t)$ del motor CDIP, mientras el rotor se encuentra bloqueado.

La figura 2.32 muestra la respuesta de la corriente $i(t)$ durante la prueba a rotor bloqueado para cinco diferentes voltajes de entrada. Realizando el análisis de cada una de las respuestas se obtiene una ganancia en estado estacionario de $K_e = 0.421762$ con un tiempo de establecimiento de $t_s = 0.03s$.

Figura 2.32: Respuesta de la corriente en la prueba de rotor bloqueado

Mediante la expresión 2.29 se puede determinar el valor de la resistencia del subsistema de la forma:

$$R = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{0.421762} = 2.3724 \, \Omega \quad (2.33)$$

La inductancia se determina a través de la expresión 2.30, cuyo valor se muestra en (2.34).

$$L = \frac{Rt_{s_e}}{4} = \frac{(0.03)(2.3724)}{4} = 17.7933 \times 10^{-3} \, \text{H} \quad (2.34)$$

Teniendo en cuenta que el valor de la constante de tiempo, τ_e se muestra en (2.35):

$$\tau_e = \frac{t_{s_e}}{4} = \frac{0.03}{4} = 0.0075 \quad (2.35)$$

la función de transferencia correspondiente al subsistema eléctrico esta dada por:

$$G_e(s) = \frac{K_e}{(\tau_e s + 1)} = \frac{0.421762}{(0.0075s + 1)} \quad (2.36)$$

2.6.2. Subsistema Mecánico

La obtención de los parámetros correspondientes al subsistema mecánico se obtienen a través del análisis de la respuesta de la velocidad ante entradas tipo escalón. La respuesta de la velocidad a diferentes voltajes de entrada del sistema DCMCT se muestra en la figura 2.33. Los valores de velocidad $\omega(t)$, se obtienen a través del tacómetro que posee el sistema.

Figura 2.33: Respuesta de la velocidad ante entrada escalón

La ganancia en estado estacionario obtenida de las respuestas de velocidad del sistema K_{mot} es de 0.545287 con un tiempo de establecimiento t_{mot} de 0.32s.

Por lo tanto, es posible estimar los valores de fricción de la forma mostrada en (2.37) y (2.38).

$$b = \frac{k_m}{K_{mot} R} = \frac{50.2 \times 10^{-3}}{(0.545287)(2.3724)} = 0.0388 \text{ Nm/rad/s} \quad (2.37)$$

$$J = \frac{t_{s_{mot}} b}{4} = \frac{(0.32)(0.0388)}{4} = 3.10442 \times 10^{-3} \text{ kg m} \quad (2.38)$$

La función de transferencia resultante correspondiente al motor CDIP que relaciona la velocidad del motor $\omega(t)$ con el voltaje de entrada $v(t)$, queda de la forma:

$$G_{mot} = \frac{\omega_s}{V(s)} = \frac{K_{mot}}{(\tau_{mot} s + 1)} = \frac{0.545287}{(0.08s + 1)} \quad (2.39)$$

Observando el tiempo de establecimiento obtenido para el subsistema eléctrico con el obtenido a través de la respuesta de la velocidad del sistema, es claro que la respuesta del primero es mucho más rápida que la respuesta del segundo, comprobándose que es posible realizar la

simplificación de la dinámica del subsistema eléctrico como se mencionó en 2.3.2.

Cabe destacar que los valores de voltajes utilizados para las pruebas de rotor bloqueado como para la obtención de la respuesta de velocidad, se eligieron debido a que el objetivo es obtener un modelo que nos permita representar las características del motor real en valores muy cercanos a cero, que es donde se observa claramente el fenómeno de zona muerta en el proceso bajo estudio.

2.7. Parámetros no lineales

2.7.1. Fricción

El valor de fricción obtenido anteriormente representa el coeficiente de fricción viscosa, b_v , del sistema. Sin embargo, la representación del fenómeno de fricción se realiza a través del modelo de fricción de Coulomb + fricción viscosa. Se sabe que el coeficiente de fricción viscosa varía con la velocidad del sistema, a pesar de ello y no perdiendo de vista los objetivos del presente trabajo, esta se considera constante.

Figura 2.34: Señal de entrada triangular de voltaje

Por otra parte, la estimación de los valores de fricción de Coulomb como viscosa, deben ser ajustados manualmente con la finalidad de aproximar lo mejor posible la respuesta del modelo con la respuesta del motor real, debido a la dinámica no lineal característica de este fenómeno. Es por esto que resulta necesario observar la respuesta del motor real a bajas velocidades, con la finalidad de percibir mejor el fenómeno. Para esto, se suministra al sistema una entrada triangular como la que se muestra en la figura 2.34, mediante esta señal se consigue que la

velocidad del sistema aumente de manera uniforme mientras acentúa el comportamiento del sistema a velocidades cercanas a cero.

Las respuesta obtenida mediante el modelo se compara con la respuesta obtenida del sistema real, se ajustan los valores de fricción de Coulomb y de fricción viscosa hasta encontrar una respuesta del modelo no lineal lo más parecida a la obtenida mediante el sistema DCMCT. A través de este proceso se obtienen los siguientes valores de fricción.

$$b_v = 0.0314 \text{ Nm/rad/s} \quad (2.40)$$

$$b_c = 0.005 \text{ N m} \quad (2.41)$$

donde b_c representa el valor del coeficiente de fricción de Coulomb.

2.7.2. Zona Muerta

Observando el modelo simétrico de simulación de la zona muerta “dura” mostrado en la figura 2.23, es necesario conocer el valor de los puntos de ruptura, δ_r , del fenómeno no lineal.

Para determinar el valor de δ_r de la zona muerta que presenta el motor Maxon incluido en el sistema DCMCT, se debe hallar el torque magnético en el cual el rotor del motor comienza a moverse. Para ello, se energiza el sistema en un rango de voltajes entre 0 y 0.5 V, con la finalidad de observar el valor del voltaje de entrada y la corriente $i(t)$ de armadura a dicho voltaje, en el cual el rotor de la maquina comienza a moverse. Al conocer el valor de la corriente a la cual el sistema cambia su estado de reposo, es posible determinar el valor del torque magnético correspondiente al punto de ruptura de la zona muerta a través de la expresión (2.42),

$$T_m = k_m i(t) \quad (2.42)$$

donde la constante del motor, k_m , es un valor conocido, mientras que $i(t)$ es la corriente en la cual el motor comienza a moverse.

A través de esta prueba se observó que la zona muerta presente en el sistema bajo estudio es asimétrica, puesto que para una rotación en sentido horario el rotor de la máquina inicia el movimiento a partir de los 0.3 V, mientras que para la rotación en sentido antihorario el movimiento comienza a partir de los -0.35 V.

Para el desarrollo del modelo no lineal del motor CDIP se toma ± 0.3 V como el voltaje en el cual el rotor comienza a girar. El valor de la corriente a este voltaje es $i(t) = 0.1265$ A, por tanto, el torque correspondiente al punto de ruptura δ_r de la zona muerta “dura” es $T_{m_{\delta_r}} = \pm 6.35 \times 10^{-3} \text{ N m}$.

Finalmente, los parámetros estimados del modelo CDIP incluido en el sistema DCMCT se muestran en la tabla 2.2. Como se puede notar, los parámetros estimados difieren en gran medida a los proporcionados por el fabricante, esto se debe a las condiciones en que ambos datos fueron medidos y la forma en como se obtuvieron. De igual forma se debe tener en cuenta que la estimación realizada se obtuvo a través de sensores analógicos, los cuales representan valores proporcionales de las señales medidas.

Parameter	Value
R	2.3724Ω
L	$17.7933 \times 10^{-3} \text{ H}$
J	$3.10442 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
b_v	0.0314 Nm/rad/s
b_c	0.005 N m
δ_r	$6.35 \times 10^{-3} \text{ N m}$

Tabla 2.2: Parámetros estimados mediante pruebas experimentales

2.8. Simulación y Validación del Modelo No Lineal

El modelo no lineal del motor CDIP y el sistema DCMCT son comparados en tiempo real mediante el paquete *real-time* de la herramienta numérica Matlab®/ Simulink™. Los datos del motor Maxon son obtenidos a través de un sistema de adquisición de datos conformado por un bloque conector blindado SCB-68 de la marca *National Instrument* (NI), como el que se muestra en la figura 2.35, el cual cuenta con 68 terminales de tornillo. Este bloque se conecta a una tarjeta de adquisición de datos PCIe-6363, diseñada también por NI, la cual posee 32 canales analógicos de 16 bits, una frecuencia de muestreo máxima de 2MS/s y el voltaje admitido en los canales de entrada se encuentran entre 0.1 y 10 V.

Figura 2.35: Bloque blindado SCB-68 de NI. Figura Recuperada de https://ni.scene7.com/is/image/ni/SCB-68_HSDIO_Full_Shot?scl=1

Para la prueba de validación del modelo no lineal propuesto se suministra, tanto al sistema real como al modelo, una entrada triangular con un rango de voltaje de (-2,2) V, con la finalidad de observar su comportamiento especialmente a bajas velocidades y de analizar con mayor detalle los efectos que generan los fenómenos no lineales de zona muerta y fricción.

La medición de la velocidad del sistema se hace a través del sensor analógico de velocidad, con el fin de incluir las dinámicas que este tipo de dispositivos suministra al sistema, además se debe recordar que mediante la respuesta obtenida a través de este sensor se determinaron algunos de los parámetros del sistema.

La respuestas de velocidad obtenidas del modelo no lineal y del motor real se muestran en la figura 2.36.

Figura 2.36: Validación de la velocidad del sistema

En la figura se observa que ambas respuestas son muy similares especialmente a bajas velocidades. De igual forma se muestra que el modelo de zona muerta “dura” propuesto, representa de forma precisa el comportamiento del sistema real con pequeño porcentaje de error.

Tal como se aprecia en la figura, el error entre el modelo no lineal y el sistema real se incrementa conforme lo hace la velocidad, esto se debe en principio a la forma en la que se encuentra modelado el fenómeno de fricción, puesto que se considera el valor de fricción viscosa como un término constante, cuando es bien sabido que este varía con respecto a la velocidad del sistema.

La respuesta de posición del sistema DCMCT se obtiene a partir de la integración de la señal de respuesta de velocidad, obtenida del tacómetro, a través de Matlab®/ Simulink™. La comparación de la respuesta obtenida de la simulación del modelo no lineal y la obtenida del sistema DCMCT se observa en la figura 2.37. El fenómeno de zona muerta se muestra claramente en la parte superior e inferior de cada una de las curvas, respectivamente. Como se puede apreciar, la respuesta obtenida a través de la simulación del modelo no lineal es una excelente representación de la posición del motor bajo estudio con la entrada de voltaje utilizada para la prueba. Es verdad que existe un valor de error entre ambas respuestas, sin embargo es pequeño, por lo que se puede concluir que el modelo no lineal del motor CDIP propuesto es una muy buena aproximación al motor Maxon del sistema DCMCT.

El desarrollo y la validación de este modelo no lineal permite probar, analizar y evaluar el desempeño de controladores de posición, considerando la presencia de no linealidades como la zona muerta y la fricción, antes de implementarlos en el sistema real. De esta forma se consigue disminuir el tiempo de estudio de dichos sistemas de control así como el riesgo de dañar el equipo por algún error en el diseño de los mismos.

Figura 2.37: Validación de la posición del sistema

3. Controlador con Zona Muerta “Inversa” y Controlador Conmutado (PI-PD)

3.1. Introducción

Muchas han sido las estrategias de control que se han diseñado para tratar de reducir el problema de zona muerta en una gran cantidad de sistemas, principalmente en actuadores. Una de las estrategias que mayor cantidad de estudios ha generado, ha sido la utilización de la llamada zona muerta “inversa” (ZMI) en conjunto con un controlador, ya sea lineal o no lineal. La idea detrás de esta estrategia es cancelar la zona muerta del sistema mediante su inversa y dejar actuar al controlador como si el fenómeno no existiera. Los resultados reportados sobre la utilización de esta estrategia, muestran que el sistema de control ofrece un error en estado estacionario muy bajo, además en algunos casos estudiados se ha demostrado que reduce enormemente las oscilaciones provocadas por el fenómeno de atascamiento/deslizamiento generado por la zona muerta y la fricción. Sin embargo, a pesar de contar con tan buenos resultados, la utilización de este esquema de control produce componentes de frecuencias extremadamente altas, *chattering*, en la señal de control.

Es precisamente debido a la presencia de estas componentes, que la gran cantidad de reportes que se han elaborado para analizar los controladores con zona muerta “inversa” se han hecho únicamente a través de simulación, pues la presencia de *chattering* en el sistema puede llegar a generar graves daños en los elementos del mismo.

Además, solo una pequeña parte de los controladores que se han diseñado hoy en día, para la reducción del fenómeno no lineal en motores eléctricos, cancelando la zona muerta a través de su inversa, han sido para el control de posición del sistema, considerando, en la gran mayoría de estos, que el fenómeno se encuentra a la entrada del sistema, es decir, entre la fuente de alimentación y la máquina, lo cual no es del todo cierto en este tipo de actuadores.

Debido a estas razones se han desarrollado nuevas estrategias de control de posición que permiten reducir el fenómeno de zona muerta, y sus efectos, sin generar *chattering* en el sistema, además posibles de implementar.

Una de las ideas que han surgido y que cuenta con las características mencionadas, es la utilización de controladores conmutados. La idea tras estos controladores consiste en diseñar

una o más estrategias de control, las cuales van conmutando de forma automática, de acuerdo a las condiciones de diseño deseadas. A pesar de que ya se ha reportado resultados satisfactorios de esta estrategia de control, implementado en sistemas reales, el hecho de diseñarlo implica un verdadero reto, especialmente en la obtención del criterio de conmutación entre controladores. Razón por la cual su implementación resulta ser compleja en comparación con controladores clásicos.

Debido a las características que ambas estrategias presentan, en el presente capítulo son analizadas para el control de posición del motor CDIP, únicamente por medio de simulación, utilizando el modelo no lineal desarrollado en el capítulo anterior.

Los controladores diseñados son un controlador Proporcional-Integral incluyendo la estrategia de la zona muerta “inversa” (PI+ZMI) y un controlador conmutado Proporcional-Integral Proporcional-Derivativo (PI-PD). El diseño de ambas estrategias se realiza mediante un esquema de control digital. De igual forma y como primer paso se diseña el controlador PI que será utilizado en ambas estrategias.

3.2. Diseño del controlador Proporcional-Integral (PI)

El controlador lineal clásico PI se diseña a través del método del lugar de las raíces usando el esquema de control digital, para lo cual es necesario analizar el sistema como un sistema discreto. El diseño mediante el gráfico del lugar de las raíces permite el análisis de estabilidad del sistema observando la ubicación de los polos y ceros de la función de transferencia en lazo abierto en el plano Z , el cual se muestra en la figura 3.1.

La utilización del esquema de control digital para el diseño, en lugar de un esquema en control continuo, se debe principalmente a que a través del control digital es posible implementar, de forma práctica, los controladores diseñados mediante dispositivos de cómputo y de adquisición de datos. Considerando que uno de los objetivos, es precisamente, la implementación de controladores de posición en un motor real, la utilización de un esquema digital es indispensable.

Sin embargo, debido a las características que presenta un esquema de control digital, el diseño de controladores a través de un análisis en frecuencia resulta sumamente complicado de realizar. Esto se debe a que en discreto no se tiene una relación lineal, para la magnitud y la fase, como ocurre en un sistema continuo. Esto se demuestra observando el operador discreto en el dominio de la frecuencia mostrado en la expresión (3.1), donde T representa el periodo de muestreo, mientras que ω representa el valor de la frecuencia.

$$z = e^{j\omega T} \quad (3.1)$$

Si se analiza la expresión anterior, es posible determinar que la relación en un sistema discreto es de forma exponencial y/o logarítmica. Por esta razón el diseño de sistemas de control en tiempo discreto, mediante un análisis en frecuencia no es tan sencillo, debido a que la variación de la magnitud o la fase, se comportan de manera exponencial, lo cual dificulta predecir el comportamiento del sistema.

Debido a esto, el diseño de los controladores presentados se realizan utilizando el método del lugar de las raíces, el cual permite observar el comportamiento del sistema de forma clara

ajustando los polos y ceros del sistema de control en lazo abierto, de tal forma que los polos de lazo cerrado permanezcan dentro del círculo unitario. Esto se consigue haciendo que los ceros de lazo abierto “jalen” los polos de lazo abierto. Dado que los polos de lazo cerrado inician en los polos de lazo abierto y terminan en los ceros de lazo abierto a variaciones de la ganancia. Posteriormente, una vez diseñado el sistema de control a través de esta estrategia, se usarán los márgenes de fase y de ganancia como medidas de robustez, utilizando los diagramas de Bode del sistema en discreto obtenidos a través del diseño mediante el lugar de las raíces, [64–67].

Figura 3.1: Plano Z

A través de esta estrategia de diseño, es posible determinar la posición de los polos y ceros del controlador de tal forma que se garantice la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Esto es, garantizando que los polos de lazo cerrado se ubiquen dentro del círculo unitario del plano complejo Z.

La función de transferencia, G_{m_θ} , que relaciona, la posición del rotor $\theta(t)$ con el voltaje de entrada $v(t)$ está dada por:

$$G_{m_\theta}(s) = \frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{0.545287}{s(0.08s + 1)} \quad (3.2)$$

La cual se obtiene de la expresión (2.23) y los parámetros obtenidos en la sección 2.6.

La función de transferencia discretizada del sistema se obtiene considerando el retenedor de orden cero (ROC) y un periodo de muestreo de $T = 0.02$ s, el cual se obtiene a partir del criterio de Nyquist-Shannon. Por tanto, la función de transferencia del sistema en discreto está dada por:

$$G_{m_\theta}(z) = \frac{1.256 \times 10^{-3} + 1.156 \times 10^{-3}}{z^2 - 1.779z + 0.7788} \quad (3.3)$$

y el gráfico del lugar de las raíces correspondiente a esta se observa en la figura 3.2.

Tal como se aprecia en el gráfico del lugar de las raíces el sistema posee un cero, ubicado en el punto $(-0.92, 0)$, y un par de polos, de los cuales uno se encuentra ubicado en el punto $(0.7788, 0)$ y el otro se encuentra sobre el círculo unitario en $(1, 0)$. Por lo tanto, se determina

Figura 3.2: Gráfico del lugar de las raíces del motor CDIP

que el sistema es críticamente estable, lo cual era de esperarse debido al efecto integral inherente del sistema.

A partir del análisis de los polos y ceros del sistema, se realiza el diseño del controlador, considerando las siguientes condiciones de diseño, respuesta sobreamortiguada, error cero en estado estacionario, un margen de fase de 45° y margen de ganancia de 12 dBs.

La función de transferencia del controlador PI propuesto está dado por:

$$C_{PI}(z) = \frac{K_0(z + K_1)}{z - 1} \quad (3.4)$$

donde K_0 y K_1 son constantes. Se puede observar que K_0 representa la ganancia del controlador PI, mientras que K_1 representa el valor del cero. La determinación del valor de K_1 se realiza a través del análisis de los polos del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$.

Observando la expresión $C_{PI}(z)$, es posible determinar que el polo del controlador estará ubicado sobre el círculo unitario, exactamente en el punto $(1,0)$, por lo cual nuestro sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$, tendrá dos polos sobre el círculo unitario, otro polo en el punto $(0.7788, 0)$ y el cero en $(-0.92, 0)$. Considerando la regla de diseño, a través del gráfico del lugar de las raíces, en la cual las ramas del sistema inician en los polos del sistema de lazo abierto y culminan en los ceros de lazo abierto, el cero de $C_{PI}(z)$ debe encontrarse lo más próximo posible a los polos que se encuentran sobre el círculo unitario, con la finalidad de

evitar que estos “crucen” hacia la zona de inestabilidad.

Por lo tanto, analizando y ajustando el gráfico del lugar geométrico de las raíces de $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$ a través de la herramienta numérica Matlab®/ Simulink™, se obtuvo un valor para K_1 de -0.99 , quedando el cero del controlador en el punto $(0.99, 0)$.

Finalmente, la ganancia K_0 se diseña garantizando que los polos de lazo cerrado se ubiquen dentro del círculo unitario y en posiciones que satisfagan las condiciones de diseño. El diseño se ajustó con base a pruebas de simulación utilizando el modelo no lineal garantizando condiciones de robustez por medio de los márgenes de fase y ganancia.

El gráfico del lugar de las raíces y el diagrama de Bode del sistema con el valor de $K_0 = 10$ obtenido, se muestran en la figura 3.3 y 3.4, respectivamente, mientras que la expresión correspondiente al controlador se observa en (3.5).

$$C_{PI}(z) = \frac{10(z - 0.99)}{z - 1} \quad (3.5)$$

Figura 3.3: Gráfico del lugar de las raíces del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$

Observando el gráfico del lugar de las raíces se puede notar que el sistema preserva estabilidad y mediante el diagrama de Bode se demuestra que, además, el sistema es robusto.

El desempeño del controlador de posición PI, se valida comparando la respuesta obtenida del modelo no lineal del motor CDIP y con la del sistema DCMCT. Ambas respuestas se

Figura 3.4: Diagrama de Bode del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$

muestran en la figura 3.5. Las entradas se escalonan cada 0.5V con la finalidad de observar la respuesta del sistema ante cambios de giros del motor de manera repentina.

La respuesta de posición del sistema DCMCT se obtiene mediante la integración de la respuesta de velocidad enviada del tacómetro, el cual posee una dinámica de ruido de la forma mostrada en 3.6. lo cual nos permitirá analizar el comportamiento del controlador ante la presencia de ruidos inherentes del sistema de medición.

Como se puede apreciar en la figura 3.5, la respuesta obtenida del motor Maxon difiere de la respuesta del modelo debido a que en este último no se considera la presencia de ruido en el voltaje de alimentación ni el ruido generado por los sensores. Por otro lado, la prueba realizada permite observar el desempeño del controlador ante la asimetría que presenta el fenómeno de zona muerta del sistema.

A partir de este análisis se puede concluir que el controlador PI funciona en el motor real.

3.3. Controlador PI + Zona Muerta “Inversa”

El modelo simétrico de zona muerta “inversa” que se ha utilizado ampliamente es el que se muestra en la figura 3.7, donde u_d es la variable de control enviada por la zona muerta “inversa” al sistema, u es la señal generada por el controlador mientras que δ_v es el punto de ruptura de la zona muerta.

Figura 3.5: Respuesta de la posición del controlador PI en el modelo no lineal y el sistema DCMCT

Figura 3.6: Ruido del tacómetro

La forma en la que se desarrolla esta estrategia se observa claramente a través del diagrama de bloques presentado en la figura 3.8. θ_{ref} representa la posición de referencia mientras que

Figura 3.7: Modelo de zona muerta “inversa”

θ es la respuesta de la posición del sistema. La gran mayoría de trabajos revisados muestran este mismo esquema de control, donde lo que se encuentra en el cuadro de líneas punteadas es la planta o proceso a controlar. El sistema está representado mediante un modelo lineal en el cual se considera el fenómeno de zona muerta a la entrada del proceso. Si se examina esta configuración desde la perspectiva del sistema que se estudia en este trabajo, el sistema está dado por el motor CDIP y la zona muerta estaría entre la salida de control, en este caso el control se realiza mediante $C(s)$ y ZMI, y el propio sistema. Es decir, entre la fuente de alimentación y el motor. Al considerar el fenómeno no lineal a la entrada del proceso, la utilización de la ZMI permite que la cancelación se haga prácticamente de manera directa. La forma en la que esta estrategia funciona, se debe a que se está alimentando al sistema con el valor en el cual este sale del rango de zona muerta. Por lo tanto, la entrada de control que se le suministra al sistema nunca es menor al rango de la zona muerta de la planta. Es importante notar que la zona muerta induce una singularidad cuando $u(t) = 0$, por lo que tiende a comportarse como un controlador Todo/Nada, esta es la razón por la cual se generan componentes de altas frecuencias.

Figura 3.8: Diagrama de bloques utilizando la ZMI

Sin embargo, retomando el análisis de esta estrategia para el motor de CDIP, es claro que el fenómeno de zona muerta no puede considerarse entre la fuente de alimentación y el motor. Como ya se mencionó, el subsistema eléctrico del dispositivo se encuentra funcionando aún con señales de entrada muy pequeñas mientras que el subsistema mecánico no. Por esta razón el esquema que se utiliza en el presente estudio, para el desarrollo del controlador que incluya

la ZMI es el que se muestra en la figura 3.9. Se puede observar que el sistema compuesto por un modelo lineal y la zona muerta en la entrada del proceso, se sustituye por el modelo no lineal del motor.

Figura 3.9: Diagrama de bloques del sistema de control PI+ZMI utilizando el modelo no lineal del motor CDIP

Para el modelo de la zona muerta “inversa” se utiliza el mismo que el mostrado en la figura 3.7, es decir, el que se ha reportado en la mayoría de los trabajos realizados. El modelo de simulación en Matlab®/ Simulink™ se hace a través del bloque de función de MATLAB, cuyo código se muestra en la figura 3.10, siendo ud la señal de control deseada, u la señal que envía el controlador, en este caso el controlador PI diseñado, hacia el bloque de la ZMI y dv es el voltaje de ruptura de la zona muerta del sistema, el cual se determinó en capítulos anteriores que para este sistema es 0.3 V.

```

1  function ud = IDZ(u,dv)
2  %#codegen
3
4  if u < 0,
5      ud=u-dv;
6  elseif u > 0 ,
7      ud=u+dv;
8  else
9      ud=0;
10 end;
11

```

Figura 3.10: Código del modelado de la función de la ZMI en Matlab®/ Simulink™

Para la simulación del sistema se realiza la misma prueba que se utilizó para observar el desempeño del controlador PI, con entradas tipo escalón que varían cada 0.5 V, y las mismas condiciones de diseño. La respuesta de la posición del sistema utilizando el controlador PI+ZMI se muestra en la figura 3.11.

Como se puede observar, a pesar de que esta estrategia de control genera un bajo error, la respuesta presenta oscilaciones de muy alta frecuencia. Esto se debe a la señal de alta frecuencia de la variable de control generada por la ZMI, la cual se muestra en la figura 3.12. A este fenómeno se le conoce como *chattering*.

Mediante estos resultados se puede determinar que la utilización de la estrategia de ZMI produce *chattering* en el sistema, tal y como se había reportado en algunas investigaciones. La

Figura 3.11: Respuesta de la posición del sistema de control PI+ZMI

presencia de estas componentes de alta frecuencia en un sistema real lo dañaría. Es por ello que, muy pocos han sido los estudios que lo han implementado de manera práctica, y solo por algunos segundos.

Por esta razón, el análisis de esta estrategia se ha realizado únicamente mediante simulación, ya que realizarla en el sistema DCMCT llevaría a comprometer los componentes del sistema. Además, se debe recordar que el modelo de simulación del motor CDIP obtenido, no incluye las dinámicas de ruido que el sistema presenta, por lo que se comprometería aún más la seguridad del sistema.

3.4. Controlador Conmutado PI+PD

3.4.1. Obtención del criterio de conmutación

Para el diseño del controlador conmutado PI-PD, se utiliza un enfoque similar al mostrado por Alcantará *et al.*, [21].

Figura 3.12: Salida del controlador PI+ZMI

La idea tras la utilización de un controlador conmutado PI-PD, se basa en hacer que el controlador PI lleve al sistema a una región lo más cercana posible a la zona muerta, en la cual el sistema presenta el fenómeno de atascamiento-deslizamiento. Una vez que el sistema se encuentra dentro de esta región, se elimina la dinámica proporcionada por el controlador con efecto integral y se introduce la dinámica del controlador PD, cuya función es conservar el esfuerzo generado por el controlador PI y de esta forma mantener un bajo error en estado estacionario.

Para iniciar el diseño del controlador PI-PD, en primera instancia, se determina una condición de conmutación en la cual ocurre la transición del controlador PI al controlador PD, para esto es necesario observar la trayectoria de cada uno de los estados del sistema en un plano de fase, el cual representa el fenómeno de atascamiento/deslizamiento como una superficie de deslizamiento.

La obtención del plano de fase del sistema, se hace a través de los estados del sistema $G_{m\theta}(z)C_{PI}(z)$. La superficie de deslizamiento del sistema, se muestra en la figura 3.13.

Como se puede apreciar, los estados del sistema corresponden al valor del error e , obtenido mediante *Referencia-Posición*; y la derivada del error $\dot{e}$, obtenida a través de la derivada de la velocidad, las dinámicas externas al sistema impiden ver de manera clara el ciclo límite que corresponde a la superficie de deslizamiento. Varias fueron las pruebas que se realizaron, para

tratar de determinar de forma clara el comportamiento del sistema al entrar en el rango de zona muerta. Obteniendo así, que la superficie de deslizamiento se encuentra delimitada por $|e| < 0.007$ y $|\dot{e}| < 0.028$.

Figura 3.13: Plano de fase del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$

Por tanto, el criterio de conmutación esta dado por:

$$u_d = \begin{cases} U_{PI} & \text{si } |e| > 0.007 \text{ y } |\dot{e}| > 0.028 \\ U_{PD} & \text{si } 0 \leq |e| \leq 0.007 \text{ y } 0 \leq |\dot{e}| \leq 0.028 \end{cases} \quad (3.6)$$

donde u_d representa la entrada de control deseada, U_{PI} es la señal de control correspondiente al controlador PI, mientras que U_{PD} es la señal de control correspondiente al controlador PD.

3.4.2. Diseño del controlador conmutado PI-PD

El diseño del controlador PI basado en el que se desarrolló en la sección 3.2, al cual se le ajustó el valor de la ganancia K_0 observando su respuesta en el modelo no lineal, y el cual esta dado por:

$$C_{PI}(z) = \frac{50(z - 0.99)}{z - 1} \quad (3.7)$$

Por el contrario, la obtención del controlador PD se realiza a través del análisis del diagrama de Bode del sistema $G_{m_\theta}(z)C_{PI}(z)$ y los resultados obtenidos en el modelo no lineal.

Teniendo en cuenta que el controlador PD se diseña para que trabaje muy cerca del rango de la zona muerta, este debe tener una alta ganancia para mantener al sistema con un bajo error en estado estacionario, sin que exista algún tipo de oscilación por efecto del fenómeno de atascamiento/deslizamiento. Lo cual, se traduce a llevar el ancho de banda del sistema a valores relativamente grandes, con la finalidad de hacer que el sistema responda lo más rápido posible, para no permitir que este entre en el rango de la zona muerta.

Por tanto, a través del análisis mencionado, se obtiene que el controlador PD esta dado por:

$$C_{PD}(z) = \frac{0.005z - 180}{z} \quad (3.8)$$

Mediante ambos controladores y el criterio de conmutación obtenido, se realiza el modelo de la señal de control, que se le suministra al motor CDIP correspondiente al modelo no lineal, por medio del bloque de función de Matlab®/ Simulink™ y cuyo código se muestra en la figura 3.14,

```

1 function ud = PIPD(PD, dot_e, e, CPI)
2 %#codegen
3
4 if PD==0,
5     ud=CPI;
6 elseif (0 <= abs(e) & abs(e) <= 7e-3) & (0 >= abs(dot_e) & abs(dot_e) <=
7     0.028) ,
8     ud=PD;
9 else
10     ud=CPI;
11 end

```

Figura 3.14: Código del criterio de conmutación en Matlab®/ Simulink™

donde ud representa la señal del controlador que se envía al modelo no lineal del motor CDIP, CPI representa la señal del controlador PI, mientras que PD es la señal del controlador PD. $abs(e)$ es el valor absoluto del error y $abs(dot_e)$ es el valor absoluto de la derivada de la velocidad del sistema.

La respuesta de posición del sistema de control $G_{m\theta}(z)C_{PI-PD}(z)$ se observa en la figura 3.15, en la cual se aprecia que el sistema posee un error en estado estacionario muy bajo, de aproximadamente $|e| < 0.00045$.

Las oscilaciones correspondientes al transitorio de la respuesta del sistema, se generan debido a la alta ganancia para mantener el sistema con el mínimo error en estado estacionario posible. De igual forma, se muestra que el sistema no presenta ningún tipo de oscilación en la respuesta en estado estacionario, como el que se presenta en la estrategia de ZMI.

Sin embargo, si se observa la señal de salida u_d es posible apreciar las oscilaciones generadas debido a la conmutación y la alta ganancia de los controladores, tal como se muestra en la figura 3.16.

Figura 3.15: Respuesta del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PI-PD}(z)$

Es debido a estas oscilaciones que el control conmutado puede resultar complejo de implementar, los valores tanto del controlador PI y PD deben justarse de tal forma que la afectación de ruido en el sistema no provoque un aumento en la frecuencia y amplitud de estas. Además, el criterio de conmutación, para este caso en particular, se obtuvo a través de una aproximación de la superficie de conmutación, ya que el ruido del sistema DCMCT, genera la superficie de conmutación de forma irregular.

A pesar de todo lo anterior, el controlador brinda buenos resultado en el modelo de simulación.

Figura 3.16: Salida del controlador PI-PD

4. Controlador Lineal con Doble Efecto Integral

4.1. Introducción

Como se observó en el capítulo anterior, las estrategias de control hasta ahora desarrolladas para el control de posición del motor CDIP, enfocadas a reducir el problema de zona muerta, han tenido resultados satisfactorios. No obstante, es necesario recalcar que los resultados se obtuvieron únicamente a través de simulación, debido a las características ya mencionadas que cada una posee. De igual forma se determinó que garantizar estabilidad y robustez resulta complicado e inclusive, en algunos casos, no es posible.

Por otro lado, se determinó que el desarrollo de controladores que incluyan la estrategia de ZMI requiere conocer el valor de los puntos de ruptura de la ZM. Sin embargo, para algunos sistemas, determinar estos parámetros de la no linealidad no es trivial, puesto que generalmente el fenómeno no es simétrico como comúnmente se modela.

Por otra parte, a través de controladores lineales la estabilidad y robustez se determina por medio de los indicadores margen de fase y margen de ganancia. Tal como se observó con el controlador PI, es posible determinar estabilidad y robustez mediante indicadores clásicos como el lugar de las raíces y el diagrama de Bode. Así mismo, la implementación de estos sistemas de control mediante un esquema de control digital, es relativamente más sencilla que las que se han analizado hasta ahora.

Debido a estas razones, en el presente capítulo se muestra el desarrollo de un controlador lineal de posición para tratar de reducir el fenómeno de ZM y fricción, y sus efectos, en el motor Maxon CDIP. El controlador propuesto es un controlador Proporcional-Integral-Integral más compensador de adelanto, (PII), y está diseñado mediante estrategias de control clásico. La idea tras este controlador se basa en hacer que el motor permanezca el menor tiempo posible dentro del rango de ZM, lo cual se consigue a través de los dos integradores que posee.

El desarrollo de esta estrategia de control es similar al que se realizó para el controlador PI, es decir mediante control digital, lo cual hace posible su implementación en el sistema DCMCT. Como se verá más adelante, para el diseño de este controlador no se requiere conocer los parámetros de la ZM, por lo que no es indispensable saber si esta es simétrica o no.

4.2. Diseño del controlador lineal con doble efecto integral

El diseño del controlador PII se realiza de forma similar que el controlador PI, considerando las mismas condiciones de diseño (error cero en estado estacionario, $M_g > 12$ dBs, $M_f > 45^\circ$, estable y robusto), mediante la función de transferencia del sistema en tiempo discreto (3.3) y el gráfico del lugar de las raíces del motor mostrado en la figura 3.2.

Teniendo en cuenta que el controlador PII posee dos integradores, y recordando que el efecto integral se traduce a tener un polo en el punto (1,0) del plano Z , el sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$ tendrá tres polos sobre el círculo unitario, dos del controlador y uno correspondiente al motor.

La función de los ceros del controlador PII, en el gráfico del lugar de las raíces, es atraer únicamente las ramas de los polos que se encuentran sobre el círculo unitario, por tanto, la ubicación de los dos ceros del controlador deben ubicarse lo mas cercano posible al punto (1,0), con la finalidad de evitar que las ramas del sistema correspondientes a los polos que se encuentran sobre el círculo unitario, queden fuera de este. El término proporcional del controlador se determina de tal forma que garantice que los polos del lazo cerrado se mantengan dentro del círculo unitario.

De la misma forma, el diseño del compensador se realiza mediante el gráfico del lugar de las raíces y se complementa a través del análisis del diagrama de Bode del sistema, por lo cual, se debe tener en cuenta que el cero y el polo del compensador no afecten las ramas del sistema ya diseñado.

Así mismo, el cero y el polo del compensador se determinan con la finalidad de no afectar la estabilidad del sistema, de tal forma que la rama correspondiente al polo del compensador sea atraída por el cero del mismo. Como la utilización de este tipo de compensadores permite mejorar la respuesta transitoria del sistema, incrementar el ancho de banda y con ello los márgenes de estabilidad y robustez, el compensador se ajusta observando el comportamiento del sistema a través del diagrama de Bode, de tal forma que se cumplan con los márgenes de fase y ganancia establecidos en las condiciones de diseño.

El polo del compensador se diseña de tal forma que no sea un polo dominante, por lo que su dinámica debe ser rápida, eso se traduce a trabajar con valores cercanos al punto (0,0).

El diseño del controlador PII se ajustó a través de pruebas de simulación realizadas en el modelo no lineal y se terminó de afinar observando la respuesta en el motor real. Por lo tanto, el controlador PII obtenido queda de la forma:

$$C_{PII}(z) = \frac{80z^3 - 207.2z^2 + 174.7z - 47.52}{z^3 - 1.7z^2 + 0.4z + 0.3} \quad (4.1)$$

Figura 4.1: Gráfico del lugar de las raíces del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$

El gráfico del lugar de las raíces del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$, se muestra en la figura 4.1, en la cual se puede notar que el sistema es estable, se observan los dos ceros en $(0.995,0)$, correspondientes al doble integrador y uno en el punto $(-0.92,0)$ perteneciente al sistema. Así mismo, se aprecian los tres de los polos que se encuentran sobre el círculo unitario y el polo perteneciente al motor que se localiza en el punto $(0.7788,0)$. Como se puede notar la rama que inicia en el polo del compensador termina en el propio cero del compensador, de forma que no afectan las demás ramas del sistema.

El diagrama de Bode se muestra en la figura 4.2. Como se puede observar, el sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$, es robusto con respecto a ruidos, perturbaciones, variaciones paramétricas y dinámicas no modeladas, lo que se comprueba debido a que los márgenes de fase y de ganancia son de $M_f = 60.3^\circ$ y $M_g = 23.1$, respectivamente, cumpliendo de esta forma con la mayoría de las condiciones de diseño establecidas.

Figura 4.2: Diagrama de Bode del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$

5. Implementación del Controlador con Doble Efecto Integral

5.1. Implementación en tiempo real

La implementación del controlador PII se hace de forma similar que la utilizada para el controlador PI, mediante el sistema de adquisición de datos de NI.

Las pruebas se realizan de forma similar que la de los controles mostrados en capítulos anteriores, con la finalidad de observar el comportamiento del sistema ante cambios súbitos y en ambas direcciones de rotación.

La medición de la posición del sistema DCMCT se realizó a través de integrar la respuesta medida con el tacómetro. La respuesta de posición del sistema de control $G_{m_\theta}(z)C_{PII}(z)$, obtenida mediante la implementación en el motor Maxon y el modelo no lineal, se muestra en la figura 5.1 y en la figura 5.2.

La figura 5.1 muestra el valor de posición ante entradas positivas de voltaje, es decir, cuando el motor gira en sentido de las manecillas del reloj. Como se puede observar la respuesta del modelo no lineal y del motor real son muy parecidas, con un bajo error en estado estacionario de aproximadamente $|e| < 0.004$.

Las oscilaciones de baja frecuencia que se muestran en la respuesta del motor real, surgen debido a la alta ganancia generada por el doble integrador para sacar al sistema fuera del rango de zona muerta lo más rápido posible. Las amplitudes de estas oscilaciones pueden verse afectadas por el ruido de los dispositivos de medición. Como se puede notar la amplitud de las oscilaciones obtenidas mediante el controlador PII, es menor en comparación con las obtenidas mediante la implementación del controlador PI, determinando de esta forma que el controlador con doble efecto integral, es capaz de compensar de mejor forma los efectos de la zona muerta y la fricción, así como la presencia de ruido generado por el sensor.

Por otra parte, la figura 5.2 muestra la respuesta en la posición del motor cuando gira tanto en sentido horario como en sentido antihorario. Claramente se observa que el sistema posee un buen comportamiento, sin importar el sentido del rotor. Es verdad, que cuando gira en sentido antihorario, es decir cuando se suministran voltajes negativos al sistema, la amplitud de las

Figura 5.1: Posición del motor Maxon usando el controlador PII

oscilaciones es ligeramente mayor, sin embargo la variación es pequeña que puede considerarse despreciable.

A través de ambas figuras, es posible notar que la respuesta del sistema no presenta un alto sobreimpulso, lo cual se consigue debido a la presencia del compensador de adelanto, ya que este mejora la respuesta transitoria del sistema.

Mediante la figura 5.3, la cual muestra la señal de control enviada por el controlador PII al motor CDIP, se puede notar que el dispositivo no presenta ningún tipo de componente de alta frecuencia, comprobándose de esta forma que el controlador no produce *chattering* en el sistema.

La forma parabólica de la señal de control, es una característica del doble efecto integral del controlador, además de ser la que permite que el sistema permanezca dentro del rango de la zona muerta el menor tiempo posible.

La figura 5.4 muestra una comparación de la respuesta del motor Maxon utilizando los controladores PI y PII cuando se presentan perturbaciones de cargas aleatorias desconocidas. La comparación se realizó mediante estos controladores debido a que son los únicos que pueden implementarse de forma práctica en el sistema DCMCT.

En la figura se muestra claramente que el controlador PII compensa más rápido las pertur-

Figura 5.2: Posición del motor Maxon usando el controlador PII

baciones externas, en comparación con el controlador PI. Así mismo, se puede notar la gran diferencia que existe en el sobreimpulso de ambas estrategias de control, siendo más pequeño el que genera el controlador con doble integrador.

Podría considerarse que el error del controlador PII en estado estacionario fue menor. Adicionalmente, el diseño e implementación del controlador PII es más simple que la de los controladores conmutados o los que utilizan la estrategia de ZMI. Además, se puede comprobar que para el diseño de esta estrategia de control no se requiere conocer los parámetros de la zona muerta.

En suma, podemos determinar mediante los resultados obtenidos, que la estrategia de control de posición propuesta, posee un bajo error en estado estacionario, es capaz de compensar dinámicas tanto de ruido como de perturbaciones, no presenta *chattering* y permite demostrar estabilidad y robustez. Por otra parte, es relativamente simple de diseñar e implementar en un sistema práctico, lo cual la hace una buena estrategia para reducir el problema de zona muerta y sus efectos en un sistema electromecánico.

Figura 5.3: Señal de control

Figura 5.4: Comparación de respuestas de los controladores PI y PII ante perturbaciones

6. Resultados

A través de las respuestas obtenidas de cada uno de los controladores que se han diseñado, se observa claramente que los objetivos de este trabajo han sido cumplidos. Mediante el desarrollo del mismo se obtuvieron los resultados que se muestran a continuación:

- Se obtuvo un modelo no lineal del motor de CD de imanes permanentes que incluye los fenómenos de zona muerta, fricción de Coulomb y fricción viscosa. Este modelo se validó con un motor Maxon incluido en el sistema DCMCT de Quanser, a través de la herramienta numérica Matlab®/ Simulink™.

El modelo incluye los fenómenos de zona muerta y fricción. La representación de la zona muerta se realizó mediante el modelo de zona muerta “dura”. Éste modelo representa el fenómeno de mejor forma que el modelo de zona muerta “suave” que generalmente se utiliza en la mayoría de trabajos. El modelo de zona muerta “dura” incluye el movimiento repentino del rotor de la máquina que sucede cuando se rompe la inercia del rotor. La fricción se modeló a través de la representación de fricción de Coulomb + fricción viscosa, la cual es una manera de modelar el fenómeno con buenos resultados.

Por otra parte, se propuso y desarrolló un nuevo modelo de zona muerta “dura” simulada en Matlab®/ Simulink™ a través de bloques, debido a que el software de Matlab únicamente cuenta con la representación de la no linealidad mediante la aproximación “suave” del fenómeno.

El modelo no lineal se desarrolló modelando el subsistema eléctrico y el subsistema mecánico de la máquina de tal forma que la zona muerta se ubicara entre ambos, relacionados únicamente a través del torque magnético, asemejando lo que ocurre en la máquina real.

Los resultados obtenidos a través de la validación del modelo no lineal con el motor Maxon, muestran que el modelo no lineal se asemeja al sistema real, especialmente a bajas velocidades. Por lo tanto, es posible determinar que este es un buen modelo del motor Maxon CDIP y puede ser utilizado para realizar pruebas de simulación, principalmente para controladores de posición.

- Se comprobó que la utilización de estrategias de control de posición, para reducir el problema de zona muerta en motores eléctricos, que incluyen la ZMI, generan *chattering* en la señal de control, por lo que resulta muy poco factible su implementación, ya que las oscilaciones a altas frecuencias podrían llegar a dañar el dispositivo. Aunque, mediante la simulación se observa que utilizando la ZMI se tiene un bajo error en estado estacionario, resulta más conveniente utilizar otras estrategias como por ejemplo la de modos

deslizantes, la cual a pesar de presentar también el problema de *chattering*, ya se han reportado estudios donde ha sido implementada en sistemas prácticos en conjunto con la estrategia de “doble *twist*”.

- Se analizó la estrategia del control conmutado a través del diseño de un controlador PI-PD, para el control de posición del motor CDIP. Por medio de la prueba realizada en el modelo no lineal, se determinó que este controlador proporciona un muy bajo error en estado estacionario. A pesar de que el sistema presenta una buena respuesta en la posición, ya que permite reducir el problema de ZM, así como compensar las oscilaciones en estado estacionario generadas por el fenómeno de atascamiento/deslizamiento, el transitorio generado en dicha respuesta, presenta pequeñas oscilaciones de alta frecuencia durante la conmutación. Dichas oscilaciones se generan debido a las altas ganancias de los controladores, especialmente del controlador PD. Además, para el sistema estudiado en este trabajo en particular, el plano de fase utilizado para el desarrollo del criterio de conmutación, no mostraba de manera muy clara el ciclo límite, lo cual se atribuye a la alta eficiencia del motor Maxon y al ruido de los sensores. Recuérdese que la obtención del plano de fase se obtuvo a partir del sistema $G_{m_0}C_{PI}(z)$, el cual mostró un error en estado estacionario considerablemente bajo, además si se examina el valor de los puntos de ruptura de la ZM obtenidos, los valores son muy pequeños, por lo que analizar la superficie de conmutación a valores tan pequeños y en presencia de ruido, produjo como resultado el plano observado en la figura 3.13. Aún con lo anterior, el controlador ofrece un muy buen desempeño y un bajo error en estado estacionario, además la respuesta de la posición en estado estacionario no presenta oscilaciones debidas al fenómeno atascamiento/deslizamiento.
- A través de la respuesta de la posición del rotor, del motor Maxon, obtenida utilizando el controlador lineal con doble efecto integral propuesto, se comprobó que es posible reducir el problema no lineal de la zona muerta, y sus efectos, en los motores eléctricos a través de estrategias clásicas de diseño. Los resultados obtenidos de las pruebas realizadas al sistema de control, nos demuestran que el enfoque presentado ofrece muy buenos resultados, aún en presencia de dinámicas como ruido y perturbaciones. Además, se comprobó que mediante este enfoque, y debido a que el diseño se realizó a través de estrategias clásicas como el lugar de las raíces, fue posible determinar la estabilidad y robustez del sistema mediante indicadores clásicos, como fue el caso del diagrama de Bode.

De igual forma, se observó que es posible implementar esta estrategia haciendo uso del control digital, de una manera relativamente más sencilla. Además, la utilización del controlador PII no genera ningún tipo de *chattering* u oscilaciones de alta frecuencia en la señal de control ni en la respuesta transitoria del motor CDIP. Por el contrario, la respuesta característica de la señal de control, en forma de parábola, muestra claramente la función principal del doble efecto integral, mantener el menor tiempo posible al motor dentro del rango de la ZM. Otra de las ventajas que presenta esta estrategia de control, es que no resulta necesario conocer los parámetros correspondientes a la ZM, si esta es simétrica o no, ni observar la trayectoria de los estados del sistema mediante el plano de fase, con la finalidad de analizar el comportamiento del motor en las cercanías del fenómeno no lineal, lo cual da la pauta para controlar la posición de motores eléctricos o de aquellos sistemas en los cuales determinar los valores correspondientes a la ZM no es tan trivial.

7. Conclusiones y Trabajo Futuro

Varias han sido las estrategias que se han desarrollado para el control de posición de los motores eléctricos; sin embargo solo una parte de estos se diseñan considerando la presencia de no linealidades como la zona muerta y la fricción, y los efectos que provocan en estos dispositivos.

Por esta razón, en este trabajo se diseñó un controlador lineal de posición para reducir el problema de zona muerta en un motor de CD de imanes permanentes. El diseño de este controlador esta basado en estrategias de control clásico, y esta compuesto por un doble efecto integral y un compensador de adelanto, PII. Este controlador se implementó en tiempo real en un motor de la marca Maxon de CD de imanes permanentes de alta eficiencia, incluido en el sistema Entrenador de Control de Motor de CD de Quanser. La implementación se realizó utilizando un esquema de control digital y la herramienta numérica Matlab®/ Simulink™.

El controlador PII es comparado con dos de las estrategias que han sido reportadas con buenos resultados para tratar de reducir esta no linealidad, la cancelación mediante la zona muerta “inversa” y el control conmutado.

Para analizar el comportamiento de la estrategia que incluye la ZMI se utilizó un controlador PI, mientras que el controlador conmutado se desarrollo mediante un controlador PI y un controlador PD.

El análisis de cada uno de los controladores se realizó, en primera instancia través de un modelo no lineal del motor CDIP, obteniendo los parámetros para su desarrollo y la validación del mismo mediante el motor de CD del sistema DCMCT.

El modelo obtenido fue capaz de representar la respuesta, tanto de posición como de velocidad, del motor real, en especial a bajas velocidades. Además, fue posible reconstruir la forma característica del fenómeno de zona muerta que presenta este sistema, a través de la utilización de una nueva aproximación del fenómeno llamada zona muerta “dura”, cuya ubicación se consideró entre los subsistemas eléctricos y mecánicos que componen al motor CDIP.

Con base en las respuestas de cada uno de los controladores que se analizaron se determinó que el uso de la estrategia de ZMI como forma de cancelar el fenómeno no lineal, presenta oscilaciones de alta frecuencia, *chattering*, lo cual hace que esta estrategia no sea adecuada

para la implementación en aplicaciones reales, tal y como se ha reportado en algunos trabajos de investigación.

Por otra parte, se observó que la idea de utilizar controladores conmutados, para el control de posición, puede llegar a ser una buena opción para reducir el fenómeno de zona muerta y los efectos que esta genera en motores eléctricos debido a que son capaces de ofrecer un error en estado estacionario muy bajo y sin ningún tipo de oscilaciones en dicha respuesta. Sin embargo, su análisis, diseño e implementación puede resultar complejo de realizar.

Debido a estas razones, el análisis de estos controladores se realizó únicamente a través de simulación utilizando el modelo no lineal del motor CDIP desarrollado, puesto que se observó que su implementación en el sistema real, podría afectar en alguna medida los componentes físicos del mismo, principalmente por la amplificación del ruido en los sensores y el actuador.

A través del estudio de los controladores PI+ZMI y PI-PD, fue posible observar las ventajas que ofrece utilizar el esquema de control clásico PII, ya que se demostró que la utilización de este enfoque no solo permite determinar la estabilidad y robustez del sistema a través de indicadores de control clásico, lo cual no es posible utilizando los otros controladores, sino que además es relativamente sencillo y fácil de diseñar e implementar. El desempeño del controlador PII, tanto en el modelo no lineal como en el motor real, fue muy bueno a tal grado que es capaz de compensar dinámicas de ruido generadas por los sensores y perturbaciones en el sistema, además de ofrecer un error en estado estacionario y sobreimpulso en la respuesta transitoria, muy bajo.

Sin bien es cierto que las respuestas obtenidas mediante la utilización del controlador PII, no eran del todo las que se esperaban, esto debido a la alta eficiencia y las grandes ventajas que ofrecen los motores CDIP con devanados sin núcleo; es claro que los objetivos planteados del controlador propuesto y del presente trabajo fueron cumplidos. No obstante, este trabajo abre la puerta para el análisis de esta estrategia en sistemas que posean un rango mayor en el fenómeno de zona muerta que el motor Maxon, el cual se utilizó como una primera aproximación para el desarrollo del controlador PII.

7.1. Trabajo Futuro

Las características obtenidas tanto del controlador PII propuesto como del modelo no lineal desarrollado, es solo el punto de partida para el diseño de sistemas de control más eficientes.

Debido a las características físicas del motor CDIP con el que cuenta el sistema DCMCT, no es posible mostrar de mejor forma las ventajas que proporciona la utilización de un controlador con doble efecto integral y compensador de adelanto, puesto que el rango de zona muerta que posee es muy pequeño. A pesar de ello, los resultados obtenidos a través del sistema DCMCT, da la pauta para el análisis del desempeño de la estrategia planteada en sistemas que posean un alto valor en el rango de la no linealidad, ya sea en motores de mayor tamaño e inclusive en sistemas como válvulas, neumáticas o hidráulicas, en los cuales el efecto que presenta la zona muerta es mayor.

Por otro lado, el modelo no lineal desarrollado permite analizar esta y otras estrategias basadas en el control de posición, ya que es capaz de representar el motor CDIP a velocidades

cercanas a cero, lo cual permite no solo obtener resultados preliminares del comportamiento de los sistemas de control de posición sino también validarlos. Sin embargo, la utilización del modelo no lineal para el desarrollo de controladores de velocidad se limita únicamente a los rangos en el cual el sistema opera a bajas velocidades. Para obtener un modelo no lineal que permita representar la dinámica del sistema en un mayor rango de velocidades, se requiere de un mejor modelo del fenómeno de fricción que se adapte en función de la velocidad del sistema de forma automática. Lo cual permitiría tener un modelo completo para el desarrollo y validación de controladores tanto de velocidad como de posición de los motores eléctricos de corriente directa. Una propuesta para lograr esto, se reporta en el artículo “*Hard Dead Zone and Friction Modeling and Identification of a Permanent Magnet DC Motor Non-Linear Model*”, mostrado en el apéndice B

A. Artículos de Congreso

Los artículos presentados a continuación fueron aceptados y presentados en el *24th International Conference on Circuits, Systems, Communications and Computers*, CSCC2020, el cual se llevó a cabo del 19 al 22 de Julio del 2020, via online.

Actualmente, están por publicarse en *IEEE-Xplore* en indizados a *Scopus*.

Non-Linear Modeling and Identification of a Permanent Magnet DC Motor

C.A Pérez-Gómez

MCIE

Universidad Autónoma Metropolitana-

Azcapotzalco

CDMX, México

al2183802746@azc.uam.mx,

cart.gom@gmail.com

J.U. Liceaga-Castro

Departamento de Electrónica

Universidad Autónoma Metropolitana-

Azcapotzalco

CDMX, México

julc@correo.azc.uam.mx

I.I.Siller-Alcalá

Departamento de Electrónica

Universidad Autónoma Metropolitana-

Azcapotzalco

CDMX, México

sai@azc.uam.mx

Abstract— In this work, the modeling and identification of the non-linear model of a permanent magnet DC motor is obtained and validated using real-time data. The model includes the non-linearities of the so call dead zone and Coulomb plus viscous friction that significantly affect electric motors when used as position actuators. The dead zone is modeled using the approach called “hard dead zone” which is considered a better approximation to the real phenomenon. The resulting non-linear model, simulated in Matlab®/Simulink™, is compared and validated to the Maxon DC motor responses of the Quanser DC motor control trainer system.

Keywords— *Nonlinear Model, DCMCT System, Dead zone, Coulomb Friction, DC motor.*

I. INTRODUCTION

The most common type of actuator in electromechanical systems is the direct current (DC) motor. The permanent magnet DC motor is the simplest type of these devices. They have been extensively used due to their small physical size, relatively low cost, and high efficiency in a wide variety of applications such as: windshield wipers, personal computer fans or as electromagnetic actuators in biomedical equipment, robotic manipulators and many other industrial applications, [1]–[3].

The simplicity of its construction makes the permanent magnet DC (PMDC) motor relatively easy to understand and control. These motors do not have field winding; therefore, the control is through the armature winding. The general control methods for these devices are based on the classic PID controllers, modern and intelligent controllers. [4], [5]

Usually, this type of motors is modeled as second order linear system neglecting or disregarding the non-linearities present in the system like the dead zone and Coulomb friction, [6], [7]. Neglecting or ignoring these non-linearities can affect the performance of control systems, especially in those cases where the control system is designed to operate at low speeds or for position control objectives. That is, in the case of speed control systems this simplification does not affects its performance as these non-linearities acts at very low or zero speed. However, for position control purposes, where the motor operates around zero speed, these nonlinearities induce oscillations in the motor response, avoiding the possibility of achieving zero steady state error. Moreover, including these

non-linearities becomes a must when high precision is required specially under variable loads, [8]–[10]. Obtaining good models for electromechanical systems, including DC motors, involves modeling non-linearities such as dead zone and friction. However, not only the modeling but the identification of these non-linearities is not trivial, so building an accurate model is a difficult task, [11], [12]. In recent years, new approaches have been developed to obtain more precise models better representing the behavior of systems such as electric motors. Also, by having better and more accurate models, the validation and testing of different control approaches through digital simulations allows reducing real time implementation problems in the actual process, [13].

In this paper a validate PMDC motor non-linear model in a low speed range is obtained. The model includes the dead zone and friction, whose parameters are identified by experimental tests. The selected PMDC motor is the Maxon motor of the Quanser DC Motor Control Trainer (DCMCT) system. The dead zone is modeled by the “hard dead zone” model and the friction model used is the Coulomb plus viscous friction model. Therefore, the main objective of this paper is to provide a validated nonlinear model for a PMDC which includes the most important nonlinearities for position control purposes with a methodology for its identification.

The paper is structure as follows. Section II presents the model for the PMDC motor and the non-linearities. Section III explains the system’s parameters estimation. Section IV describes the design model in Matlab®/Simulink™ including the dead zone and Coulomb plus viscous friction. The model is validated in Section V and, finally in Section VI conclusions are presented.

II. MATHEMATICAL MODELING

A. PMDC motor Model

The PMDC motor can be modeled using two linear equations for the electrical and mechanical subsystems.

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a \quad (1)$$

$$T_m = k_m i(t) = J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

Equation (1) represents the electrical subsystem where $v(t)$ is the applied armature voltage, $i(t)$ is the armature current, E_a the counter electromotive force and, L and R represent the inductance and resistance of armature winding, respectively.

The expression (2) represents the mechanical subsystem where T_m is the magnetic torque, k_m is the motor constant, J is the motor's rotor equivalent moment of inertia, b is the friction coefficient and θ is the angular position of the rotor. In this model the counter electromotive force present in the motor is assumed negligible.

The transfer function $G_e(s)$ of the electrical subsystem neglecting the counter electromotive force, since it is very small at low speed, results in:

$$G_e(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} = \frac{K_e}{(\tau_e s + 1)} \quad (3)$$

where the steady state gain K_e of the electrical subsystem is given by $1/R$ and the time constant $\tau_e = L/R$.

Expression (4) shows the transfer function for the mechanical subsystem with $\omega(t) = \dot{\theta}$ as the rotor velocity.

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{\frac{1}{b}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} ; T_m(s) = k_m I(s) \quad (4)$$

Therefore, the transfer function relating rotors velocity $\omega(t)$ to input voltage $v(t)$ is given by:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} \quad (5)$$

Transfer function (5) can be simplified by pole dominance because the electrical mode is faster than the mechanical mode, [7], [14]; thus, the PMDC motor transfer function reduces to:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} = \frac{K_{mot}}{\tau_{mot}s + 1} \quad (6)$$

where the steady state gain of the PMDC motor K_{mot} is k_m/Rb and the time constant is $\tau_{mot} = J/b$.

From (3) and (4) is clear that is possible to identify mechanical and electrical subsystems transfer functions by the analysis of their step responses.

B. Dead Zone Model

Commonly, the non-linear dead zone is represented by the "smooth" dead zone shown in the figure 1,

Fig. 1. "Smooth" dead zone.

where $u(t)$ is the input, $v(t)$ is the output, b_l and b_r are the left and right break points while m_l and m_r are the slopes of the dead zone, respectively. When the dead zone is symmetric $b_l = b_r$ and $m_l = m_r$, [15], [16]. Nevertheless, this approximation does not necessarily accurately represent the real physical phenomenon in the case of electric motors.

For this reason, the dead zone is modeled as shown in figure 2, [17] this representation is called the "hard dead zone" which is considered a better approximation of the non-linear phenomenon that occurred in the PMDC motor.

Fig. 2. "Hard dead zone"

The symmetric "hard dead zone" is represented as shown in (7)

$$v(t) = \begin{cases} \text{sign}(u(t))[\hat{k}|u(t)| + \hat{k}] & ; |u(t)| \geq \delta_r \\ 0 & ; |u(t)| < \delta_r \end{cases} \quad (7)$$

where $u(t)$ is the input of the system, $v(t)$ is the output, δ_r represents the break point of the dead zone, $\hat{k}$ represents the sudden offset of the system by breaking inertias and $\hat{k}$ is the slope of the dead zone.

The dead zone is normally assumed to be a phenomenon at the process input signal. However, this is not true in the case of electric motors. In fact, the electrical subsystem can be active even with a minimal input voltage signal that unfortunately generates a magnetic torque that is not capable of inducing movement to the rotor. Therefore, the dead zone is a

phenomenon occurring between the electrical subsystem and the mechanical subsystem.

C. Friction Model

The friction can be defined as the tangential reaction force between two surfaces in contact. There are several models that represent the phenomenon, the most used is the Coulomb plus viscous friction model as shown in figure 3. [18]– [20]

Fig. 3. Coulomb plus viscous friction model.

This model is described by expression (8)

$$F_b = \begin{cases} b_c \cdot \text{sign}(\omega) + b_v \omega & ; \omega \neq 0 \\ F_{ap} & ; \omega = 0 \text{ and } F_{ap} < b_c \end{cases} \quad (8)$$

Where F_b is the friction force, b_c is the Coulomb friction force, ω is the speed, b_v is the viscous coefficient and F_{ap} is the applied force. [21].

III. PARAMETER ESTIMATION

To estimate or identify the parameters of the Maxon PMDC motor the Strejc method was applied, [22]. That is, by analyzing the step responses, for various input voltages $v(t)$, of the mechanical and electrical subsystems (3) and (6), at rotors speeds $\omega(t) \neq 0$. This allows to avoid the effects of the dead zone and Coulomb friction. Although, the manufacturer's parameters data is available, table I, only constant motor k_m was used as there is not information on the physical characteristics of the rotor.

TABLE I. MAXON MOTOR DATA

Parameter	Value
R	10.6Ω
L	$0.825 \times 10^{-3} \text{ H}$
k_m	$50.2 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}$
J	$12.1 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2$

A. Blocked Rotor Test

Although the counter electromotive force was neglected the electrical subsystem was estimated with a blocked rotor in order to assure $E_a = 0$ in equation (1). Therefore, resistance and

inductance of the electrical subsystem can be obtained based on the principle that the PMDC motor behaves as a RL circuit as shown in figure 4.

Fig. 4. RL Circuit

The current $i(t)$ is obtained from the current sensor of the DCMCT system. The gain of the transfer function (3) can be determined by transient and steady state responses of the PMDC motor current $i(t)$ when the rotor is blocked. The responses, for five different input voltages, are shown in figure 5.

Fig. 5. Current response in the blocked rotor test.

The steady state gain obtained for these responses is $K_e = 0.421762$ with an establishment time $t_s = 0.03 \text{ s}$. Thus, the time constant is $\tau_e = 0.0075$. The resulting transfer function for the electrical subsystem is shown in (9).

$$G_e(s) = \frac{K_e}{\tau_e s + 1} = \frac{0.421762}{0.0075s + 1} \quad (9)$$

Therefore, by equation (3) resistance R and inductance L result in:

$$R = \frac{1}{K_e} = 2.3724 \, \Omega \quad (10)$$

$$L = \tau_e R = 17.7933 \times 10^{-3} \, \text{H} \quad (11)$$

B. Speed measurement at a step input

The mechanical parameters are estimated following the same procedure as that applied to the electrical subsystem. That is, it is possible to identify equation (6) by the analysis of the transient and steady state responses of the rotor velocity $\omega(t)$ to different step input voltages. Rotor velocity $\omega(t)$ responses are shown in figure 6.

Fig. 6. Speed response at a step input.

From figure 6, steady state gain and establishment time result in $K_{mot} = 0.545287$ and $t_s = 0.32\text{s}$, respectively. Thus, process time constant is $\tau_{mot} = 0.08$ and the resulting motor transfer function is given by equation (12).

$$G_s = \frac{0.545287}{0.08s + 1} \quad (12)$$

From equation (6) the viscous friction coefficient b and the inertia J can be calculated, resulting in:

$$b = \frac{k_m}{K_{mot}R} = 0.0388 \, \text{N m} \quad (13)$$

$$J = \tau_{mot}b = 3.10442 \times 10^{-3} \, \text{kg m}^2 \quad (14)$$

It is well known that viscous friction coefficient b depends on speed, however, it will be assumed constant since the

objective is to obtain and validate a motor model for a narrow speed range around zero speed.

C. Non-linear parameters

Coulomb friction is estimated by experimental observation. That is, the Coulomb friction value is manually adjusted based on the model's speed and position responses to a triangular input voltage signal and compared to actual motor responses. Similarly, the viscous friction value is adjusted so that the model responses are as similar as possible to the actual motor responses. The triangular input signal allows better observation of this non-linear phenomena when the system operates at different speeds around zero speed.

The values for the Coulomb coefficient and the viscous coefficient obtained are $b_c = 0.005$ and $b_v = 0.0314$, respectively.

The dead zone parameters are estimated by measuring the input voltage and the current generated in the armature at which the motor starts to move, so the magnetic torque breaking point of the dead zone can be estimated, equation (4).

The motor starts to move at $\pm 0.3\text{V}$ with an armature current $i(t) = 0.1265 \, \text{A}$. Therefore, the torque break points are $T_{m\delta_r} = \pm 6.35 \times 10^{-3}$.

Finally, the estimated parameters of Maxon PMDC motor of the DCMCT system are shown in the table II.

TABLE II. PARAMETERS ESTIMATED BY EXPERIMENTAL TESTS

Parameter	Value
R	$2.3724 \, \Omega$
L	$17.7933 \times 10^{-3} \, \text{H}$
J	$3.10442 \times 10^{-3} \, \text{kg m}^2$
b_v	$0.0314 \, \text{N m}$
b_c	$0.005 \, \text{N m}$
δ_r	6.35×10^{-3}

IV. MODEL IN MATLAB®/SIMULINK™

The Matlab®/Simulink™ model of the PMDC motor is shown in figure 7, where the dead zone is between the electrical and mechanical subsystems.

Fig. 7. Matlab®/Simulink™ PMDC motor model.

The symmetric dead zone is modeled by Matlab®/Simulink™ blocks as shown in figure 8. The $k_m i(t)_{in}$ represents the magnetic torque generated by the electric subsystem and the $k_m i(t)_{out}$ is the magnetic torque

supplied to the mechanical subsystem. For values less than $T_{m\delta_r} = \pm 6.35 \times 10^{-3}$ no torque is induced to the mechanical subsystem.

Fig. 8. Dead zone Matlab®/Simulink™ model.

Friction force is modeled using the Matlab®/Simulink™ function block. The code for the friction function is shown in figure 9.

```
1 function Fb = Fb(w,bv,bc)
2 %codegen
3
4 if w < 0,
5     Fb=bv*w-bc;
6 elseif w > 0,
7     Fb=bv*w+bc;
8 else
9     Fb=0;
10 end;
```

Fig. 9. Matlab®/Simulink™ code for a friction force function.

V. VALIDATION

The non-linear PMDC motor model and the real system are compared using the Matlab®/Simulink™ real time package. For the tests a triangular input is supply for both, the model and the real system, in the voltage range $[-2,2]$ V. Through this test the speed and position response are observed.

The speed values are obtained by a tachometer including in the DCMCT system. Speed response is shown in figure 10 where it is observed that the model response is very similar to the PMDC Maxon motor response, especially at low speeds. Similarly, the model is able to accurately represent the phenomenon of the dead zone with a very small error rate. For high speeds the error tends to increase, this is because the viscous friction coefficient was assumed constant. Modeling and identifying viscous friction as a function of speed will render a motor's model more suitable for wider speed ranges.

The rotor position responses is shown in figure 11. This response is obtained by integrating the tachometer signal output and comparing it with the response of the non-linear model. The dead zone can be clearly seen at the top and bottom of the curve.

It is possible to notice that the error between both responses is very small for the tested voltage range.

Fig. 10. Speed comparison.

Fig. 11. Position comparison.

VI. CONCLUSIONS

In this work, a non-linear PMDC motor model is proposed. This model takes into account two of the most important nonlinear phenomena, dead zone and friction, that significantly affect the performance of designed controllers, especially in those systems that operate at low speeds or for those in whose position control is essential.

The dead zone is modeled using an approach called the “hard dead zone”, where the inertia breakdown is represented as a sudden displacement, better describing the phenomenon present in the real system. The friction phenomenon is represented using the Coulomb plus viscous friction model which better represent the friction a low and zero speed.

To obtain the model, the motor parameters are estimated using the transfer functions corresponding to the electrical and mechanical subsystem by applying the Strecj method.

The model was validated with the Quanser DCMCT system that has an integrated Maxon PMDC motor. The non-linear PMDC motor model was simulated and compared with the real system for a certain range of voltages where it was possible to clearly observe the non-linear phenomena present in the analyzed motor, observing through the responses of both the linear model and the motor Maxon DC permanent magnet, that the model obtained is a very good approximation of the real system at low speeds. Finally, it is also concluded that a viscous friction model that depends on speed is necessary if a model for wider speed ranges is required.

REFERENCES

- [1] N. P. Mahajan and S. Deshpande, “Study of nonlinear behavior of dc motor using modeling and simulation,” *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 3, no. 3, pp. 576–580, 2013.
- [2] S. Syukriyadin, S. Syahrizal, G. Mansur, and H. Ramadhan, “Permanent magnet dc motor control by using arduino and motor drive module bts7960,” in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 352, no. 1. IOP Publishing, 2018, p. 012023.
- [3] J. E. Carryer, R. M. Ohline, and T. W. Kenny, *Introduction to mechatronic design*, 2011.
- [4] A. Hughes and B. Drury, *Electric motors and drives: fundamentals, types and applications*. Newnes, 2019.
- [5] S. Moussavi, M. Alasvandi, and S. Javadi, “Speed control of permanent magnet dc motor by using combination of adaptive controller and fuzzy controller,” *International Journal of Computer Applications*, vol. 52, no. 20, 2012.
- [6] A. Alkamachi, “Permanent magnet dc motor (pm dc) model identification and controller design,” *Journal of Electrical Engineering*, vol. 70, no. 4, pp. 303–309, 2019.
- [7] H. Chu, W. Tao, B. Gao, Q. Liu, and H. Chen, “Speed control of the permanent-magnet dc motor subjected to uncertainty and disturbance,” in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2016, pp. 4664–4669.
- [8] S. Brennan and A. Alleyne, “Dead-zone non-linearities,” 1999.
- [9] J.-H. Horng, “Neural adaptive tracking control of a dc motor,” *Information sciences*, vol. 118, no. 1–4, pp. 1–13, 1999.
- [10] J. d. J. Rubio, Z. Zamudio, J. Pacheco, and D. Mujica Vargas, “Proportional derivative control with inverse dead-zone for pendulum systems,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [11] C.-K. Lai, “A hybrid scheme motion controller by sliding mode and twodegree-of-freedom controls to minimize the chattering,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, 2014.
- [12] C.-C. Chiang, “Adaptive fuzzy tracking control for uncertain nonlinear time-delay systems with unknown dead-zone input,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [13] J. D. Fortgang, L. E. George, and W. J. Book, “Practical implementation of a dead zone inverse on a hydraulic wrist,” in *ASME 2002 international mechanical engineering congress and exposition*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2002, pp. 149–155.
- [14] F. MONASTERIO and A. Gutierrez, “Modelo lineal de un motor de corriente continua,” 2012.
- [15] D. Recker, P. Kokotovic, D. Rhode, and J. Winkelman, “Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone,” in *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 1991, pp. 2111–2115.
- [16] C. Hu, B. Yao, and Q. Wang, “Adaptive robust precision motion control of systems with unknown input dead-zones: A case study with comparative experiments,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 6, pp. 2454–2464, 2010.
- [17] T. Wescott, “Controlling motors in the presence of friction and backlash,” in *Wescott Design Services, Seminars*, vol. 42, 2013, pp. 2–3.
- [18] H. Olsson, K. J. Aström, C. C. De Wit, M. G. Åfvert, and P. Lischinsky, “Friction models and friction compensation,” *Eur. J. Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176–195, 1998.
- [19] V. Van Geffen, “A study of friction models and friction compensation,” 2009.
- [20] B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont, and C. C. De Wit, “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,” *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp. 1083–1138, 1994.
- [21] Y. Liu, J. Li, Z. Zhang, X. Hu, and W. Zhang, “Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system,” *Mechanical Sciences*, vol. 6, no. 1, p. 15, 2015.
- [22] S. Skoczowski and A. Osadowski, “A simple identification method for the order of the strejc model and its application to autotuning,” in *Intelligent Components and Instruments for Control Applications 1994*. Elsevier, 1994, pp. 319–325.

Implementation of a Linear PII Position Controller in a Permanent Magnet DC Motor with Dead zone

C.A Pérez-Gómez

MCIE

Universidad Autónoma Metropolitana-

Azcapotzalco

CDMX, México

al2183802746@azc.uam.mx,

cart.gom@gmail.com

J.U. Liceaga-Castro

Departamento de Electrónica

Universidad Autónoma Metropolitana-

Azcapotzalco

CDMX, México

julc@correo.azc.uam.mx

I.I.Siller-Alcalá

Departamento de Electrónica

Universidad Autónoma Metropolitana-

Azcapotzalco

CDMX, México

sai@azc.uam.mx

Abstract— In this article, based on classical control theory, the design and implementation of a novel control strategy to reduce the effects of dead zone and friction in the design of position control systems for DC motors is presented. The classic linear controller, consisting of a dual integrator and a lead compensator, results in an easy to implement control system that also, through the classic gain margin and phase margin indicators, guarantees stability and robustness conditions. To test the validity of this strategy, it is implemented using the Quanser DC Motor Control Trainer system resulting in a system capable of reducing unwanted oscillations, stick/slip effect, without inducing chattering in the control variable..

Keywords— PID controllers, Position control, DC motor, Dead zone, Friction, Linear control.

I. INTRODUCTION

Permanent Magnet DC Motors (PMDC) are widely used for control purposes due to their wide torque and speed ranges and because they are also relatively easy to analyze and model. These electromechanical devices are very common in applications where high power and precision are required, such as: biomedical equipment, medical robots, household appliances, machine tools and as an actuator in many industrial processes, [1], [2].

Despite the fact that PMDC motors are relatively easy to control, [3]; in conditions where it is necessary to operate at low speeds or where high precision position control is required, the design of the controller is not an easy task due to inherent non-linear motor dynamics, such as friction and the so-called dead zone, [4]–[6].

Usually, the dead zone is created by friction and inertias, especially by Coulomb friction force, [7]–[9]. This phenomenon is found in a wide variety of actuators such as electric motors and hydraulic valves, [10], [11]. In fact, it is considered one of the main nonlinearities in industrial processes, [12]. Because the dead zone can affect the performance and stability of position control systems, [13]–[15], several controllers have been proposed to try to reduce this problem, among the most used are those based on adaptative control, [16]–[21], sliding mode control [22], [23], and intelligent controllers, [24]–[27]. Although these strategies report excellent results, their conclusions are based on digital simulations and not by real-time

implementations. This may be because the resulting controllers are highly complex, so their implementation becomes extremely difficult or almost impossible. Furthermore, most of these controllers use the so-called “inverse dead zone” to cancel the dead zone phenomenon compromising the integrity of the process since the use of this strategy induces extremely high frequencies components -chattering- in the control variable, [28]. Another feature of most of these controllers is that they are designed for speed control purposes, where the dead zone no longer exists, and only a few have been designed for position control.

On the other hand, few controllers have been actually implemented to deal with the dead zone problem and its effects reporting adequate performance. For example, the predictive controller implemented in a plant whose actuators are DC motors, [29], or the switched controller proposed in [30], where the stick/slip phenomenon, caused by the dead zone and friction present in a magnetic levitation system, is reduced. Nevertheless, these controllers have the disadvantage that their design and real time implementation are usually complex. Furthermore, establishing necessary stability conditions is not straightforward.

In this work, a new strategy based on a linear controller with double integral and a lead compensator (PII) is proposed to reduce the dead zone phenomenon in the position control of a PMDC motor. This results in a controller that is easy to implement and, due to its linear nature, determine stability and robustness conditions using the classic phase and gain margins. The main objective behind the PII controller is to get the motor out of the dead zone as fast as possible, where it operates in open loop, in order to maintain or recover control over the motor.

The article is structured as follows: in section II, model of the PMDC motor of the Quanser Direct Current Motor Control Trainer (DCMCT) system is described. Section III presents the parameters and characteristics of the Quanser DCMCT system. Section IV describes the design of the proposed PII controller. Section V shows the implementation of the PII controller in the PMDC motor. In section VI, the results obtained from the implementation are analyzed. Finally, conclusions are shown in section VII.

II. MATHEMATICAL MODELING

The PMDC motor can be modeled using two linear equations one for electrical and the second for mechanical subsystems.

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a \quad (1)$$

$$T_m(t) = k_m i(t) \quad (2)$$

$$T_m(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} \quad (3)$$

Equation (1) represents the electrical subsystem where $v(t)$ is the applied armature voltage, $i(t)$ is the armature current, E_a the counter electromotive force and, L and R represent the inductance and resistance of armature winding, respectively.

The expression (3) represents the mechanical subsystem where $T_m(t)$ is the magnetic torque, k_m is the motor constant, J is the motors rotor equivalent moment of inertia, b is the friction coefficient and θ is the angular position of the rotor. In this model the counter electromotive force present in the motor is assumed negligible.

The transfer function $G_e(s)$ of the electrical subsystem neglecting the counter electromotive force, since it is very small at low speed, results in:

$$G_e(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{\frac{L}{R}s + 1} \quad (4)$$

Expression (5) shows the transfer function for the mechanical subsystem with $\omega(t) = \dot{\theta}$ as the rotor velocity.

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{1}{\frac{J}{b}s + 1} ; T_m(s) = k_m I(s) \quad (5)$$

Therefore, the transfer function relating rotors velocity $\omega(t)$ to input voltaje $v(t)$ is given by:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} \quad (6)$$

Transfer function (6) can be simplified by pole dominance because the electrical mode is faster than the mechanical mode, [4], [31]; thus, the PMDC motor transfer function reduces to:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} \quad (7)$$

III. QUANSER'S DCMCT SYSTEM

The DCMCT system is shown in figure 1, and the most important hardware components of this system are, [32]:

- An analog current sensor, which consists of a load resistor connected in series to the output of the amplifier.

- An analog speed sensor, whose range is $\pm 5V$, so the signal obtained is scaled.
- A potentiometer which can be coupled via belt to the motor shaft.
- A quadrature optical encoder mounted to the rear of the motor.
- High quality Maxon's graphite brush coreless PMDC motor driven by a linear power amplifier.

Fig. 1. Direct Current Motor Control Trainer system.

Although Maxon PMCD motor manufacturer parameters are available, table I, it is well known that these depend on the conditions under which they were measured and that they can also be altered by connection and operating conditions. Therefore, the parameters reported in [33], table II, will be used to model the PMDC motor. It is important to take into account the differences between manufacturer parameters and those obtained through the analysis of the transient and steady state responses of the motor (Strecj method).

TABLE I. MAXON MOTOR DATA

Parameter	Value
R	10.6 Ω
L	0.825×10^{-3} H
k_m	50.2×10^{-3} Nm/A
J	12.1×10^{-7} kg m ²

TABLE II. PARAMETERS ESTIMATED BY EXPERIMENTAL TESTS

Parameter	Value
R	2.3724 Ω
L	17.7933×10^{-3} H
k_m	50.2×10^{-3} Nm/A
J	3.10442×10^{-3} kg m ²
b	0.0314 N m

IV. DESIGN PII CONTROLLER

By the expression (7) and the parameters estimated of the table II, the transfer function motor is shown in (8).

Fig. 2. Root Locus plot of the PMDC motor.

$$G_m = \frac{0.545287}{(0.08s + 1)} \quad (8)$$

Therefore, the transfer function that relates the position of the rotor and the supply voltage is shown in (9)

$$G_{m\theta}(s) = \frac{0.545287}{s(0.08s + 1)} \quad (9)$$

Because PII controller will be discrete time implemented, the discretized transfer function of (9), including ZOH (Zero Order Hold), assuming a sampler period $T = 0.02s$ results in:

$$G_{m\theta}(z) = \frac{1.256 \times 10^{-3}z + 1.156 \times 10^{-3}}{z^2 - 1.779z + 0.7788} \quad (10)$$

As mention above, the objective is to design a position controller easy to implement, analyze and capable of reducing the effects of the dead zone that, in conjunction with Coulomb and viscous frictions, affects control system performance and possibility of achieving zero position error; that is, the so call Stick-Slip effect. Therefore, through PII controller is possible to attenuate response oscillations –limit cycle– rendering small position errors.

The controller design approach is based on the Root Locus approach, since it allows to determine the location of controller poles and zeros. In the same way, through this method it is possible to secure control system stability

Fig. 3. Root Locus plot of the PMDC motor with PII controller.

The root locus plot for the PMDC motor is shown in 2, corresponding to the transfer function (10). The figure shows that the system is critically stable. It has two poles: one at 1, due to the integral effect of the plant; and the second at 0.7788. It also has a single zero located at -0.92 , very close to the unit circle.

Taking into account that the proposed controller has two integrators, the system will have three poles at $(1,0)$, on the unit circle. Thus, the lead compensator and the zeros corresponding to each of the integrators, must be positioned ensuring system stability and robustness.

The resulting PII controller is given by:

$$C(z) = \frac{80z^3 - 207.2z^2 + 174.7z - 47.52}{z^3 - 1.7z^2 + 0.4z + 0.3} \quad (11)$$

Figure 3 shows the root locus of the PMDC motor with the PII controller. In the figure can be observed that the system is stable.

Also, figure 4 shows the Bode diagram of the control system $C(z)G_{m\theta}(z)$, where it is possible to observe and determine that the system has a phase and gain margins $M_f = 60.3^\circ$ and $M_g = 23.1$ dBs, respectively, with a bandwidth $\omega_B = 10.9$ rad/s. Thus, the system is stable and robust.

Fig. 4. Control system Bode diagram.

V. IMPLEMENTATION

The controller is implemented using the Matlab®/Simulink™ Real-Time tool. The data acquisition is carried out through the National Instrument (NI) SCB-68 shielded I/O connector block, which has 68 screw terminals. This block is connected to the DAQ I/O device PCIe-6363 also designed by NI. The PCIe-6363 has 32 16-bit analog channels, with a maximum sampling rate of the 2MS/s and supported voltage of the input channels is from +0.1V to +10V.

The control system based on PII controller is tested in the DCMCT system assuming a sequence of square inputs as reference signal. The dead zone of the DCMCT system is found in the range of -0.35V to 0.3V for the input voltage. That is, the dead zone is not symmetrical. Figure 5 shows rotor position response. From this figure is possible to observe that the controller has a good performance with very low steady state error of approximately $|e| < 0.004$.

The low frequency oscillations of the control variable are due to the high gain generated by the double integrator necessary to get the process out of the dead zone as fast as possible. Furthermore, it can be seen that PII controller is able to adequately compensate for the noise produced by the sensor.

Figure 6 shows the response of the rotor position to variations of the reference signal from 0.5V to 0V and from 0V to -0.5V. From this figure it is possible to observe that the performance of the controller when the motor rotates counterclockwise is the same as that of clockwise rotation despite the non-symmetrical dead zone.

Fig. 5. Motor position with PII controller at step input.

The controller output is shown in figure 7, where it is observed that the system does not present any type of chattering, normally present in other approaches. Similarly, it can be seen that due to controller dual integrator its output tends to be parabolic, allowing the system to stay within the dead zone for the shortest possible time.

VI. ANALYSIS OF RESULTS

Observing figures shown in section V, is clear that the objectives of the proposed controller are satisfied. The system has a very small steady state position error, is able to compensate the sensor noise and relatively simple to design and implement. Also, no dead zone cancellation is required, neither to know dead zone parameters whether symmetric or not.

On the other hand, the controller with double integral effect and lead compensator allows to determine stability and robustness parameters because it is based on design strategies of the classic control as shown in section IV.

Fig. 6. Motor position with PII controller at step input.

VII. CONCLUSIONS

A new linear position control system was designed and implemented to reduce the dead zone phenomenon in a PMDC motor. The controller has a double integral effect and lead compensator. Through the implementation of the control system it was observed that it generates a very small steady state error and provides a good performance against the effects generated by the nonlinearities of the system and sensor noise.

Because it is based on classic control design strategies, it was possible to determine the stability and robustness of the system. Likewise, because this controller allows the system to remain within the dead zone for a shortest time, it is not necessary to know the parameters and characteristics of the dead zone nonlinearity.

REFERENCES

- [1] J.-H. Horng, "Neural adaptive tracking control of a dc motor," *Information sciences*, vol. 118, no. 1-4, pp. 1-13, 1999.
- [2] K. Saurav and R. Potluri, "Sensorless speed control of a permanent magnet dc motor by compensating the plant nonlinearities," in *2013 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. IEEE, 2013, pp. 1-4.
- [3] M. Charles, R. Okoro, I. Ikposhi, and D. Oku, "Reliable control of pm dc motor speed using matlab," *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 6, no. 12, pp. 208-216, 2015.

Fig. 7. Controller output.

- [4] H. Chu, W. Tao, B. Gao, Q. Liu, and H. Chen, "Speed control of the permanent-magnet dc motor subjected to uncertainty and disturbance," in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2016, pp. 4664-4669.
- [5] N. P. Mahajan and S. Deshpande, "Study of nonlinear behavior of dc motor using modeling and simulation," *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 3, no. 3, pp. 576-580, 2013.
- [6] S. Syukriyadin, S. Syahrizal, G. Mansur, and H. Ramadhan, "Permanent magnet dc motor control by using arduino and motor drive module bts7960," in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 352, no. 1. IOP Publishing, 2018, p. 012023.
- [7] M. F. Borowski, "Analysis and control of a dc electric drive exhibiting dead zone characteristics," *University of New Hampshire, Department of Electrical and computer Engineering*.
- [8] D. Recker, P. Kokotovic, D. Rhode, and J. Winkelman, "Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone," in *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 1991, pp. 2111-2115.
- [9] J. Peng and R. Dubay, "Identification and adaptive neural network control of a dc motor system with dead-zone characteristics," *ISA transactions*, vol. 50, no. 4, pp. 588-598, 2011.
- [10] N. J. Ahmad, H. K. Ebraheem, M. J. Alnaser, and J. M. Allostath, "Adaptive control of a dc motor with uncertain deadzone nonlinearity at the input," in *2011 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. IEEE, 2011, pp. 4295-4299.
- [11] X. Su, Z. Liu, G. Lai, C. L. Philip Chen, and C. Chen, "Direct adaptive compensation for actuator failures and dead-zone constraints in tracking control of uncertain nonlinear systems," *Information Sciences, ELSEVIER*, pp. 1-12, 2017.
- [12] J. d. J. Rubio, Z. Zamudio, J. Pacheco, and D. Mujica Vargas, "Proportional derivative control with inverse dead-zone for pendulum systems," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [13] C. Hu, B. Yao, and Q. Wang, "Adaptive robust precision motion control of systems with unknown input dead-zones: A case study with comparative experiments," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 6, pp. 2454-2464, 2010.

- [14] Q. Chen, L. Yu, and Y. Nan, "Finite-time tracking control for motor servo systems with unknown dead-zones," *Journal of Systems Science and Complexity*, vol. 26, no. 6, pp. 940–956, 2013.
- [15] M. P. Aghababa, "Adaptive control for electromechanical systems considering dead-zone phenomenon," *Nonlinear Dynamics*, vol. 75, no. 1-2, pp. 157–174, 2014.
- [16] N. J. Ahmad, M. J. Alnaser, E. Sultan, and K. A. Alhendi, "Robust adaptive control for a class of systems with deadzone nonlinearity," *Intelligent Control and Automation*, vol. 6, no. 01, p. 10, 2015.
- [17] N. J. Ahmad, E. K. Sultan, M. Q. Qasem, H. K. Ebraheem, and J. M. Alostad, "Adaptive control for a class of systems with output deadzone nonlinearity," *Intelligent Control and Automation*, vol. 6, no. 04, p. 215, 2015.
- [18] J. Zhou, C. Wen, and Y. Zhang, "Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 3, pp. 504–511, 2006.
- [19] X. Liu, W. Jiang, and X.-C. Dong, "Nonlinear adaptive control for dynamic and dead-zone uncertainties in robotic systems," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 15, no. 2, pp. 875–882, 2017.
- [20] Y. Wang, C. Deng, and G. Den, "Adaptive controller design for the control systems with dead-zone," *International Journal of Computer Applications*, vol. 139, no. 6, pp. 29–33, 2016.
- [21] J. Zhou and X. Shen, "Robust adaptive control of nonlinear uncertain plants with unknown dead-zone," *IET Control Theory & Applications*, vol. 1, no. 1, pp. 25–32, 2007.
- [22] W. M. Bessa, A. S. de Paula, and M. A. Savi, "Sliding mode control with adaptative fuzzy dead-zone compensation for uncertain chaotic systems," *Springer*, pp. 1989–2001, 2012.
- [23] C.-F. Hsu, "Intelligent total sliding-mode control with dead-zone parameter modification for a dc motor driver," *IET Control Theory & Applications*, vol. 8, no. 11, pp. 916–926, 2014.
- [24] C.-C. Chiang, "Adaptive fuzzy tracking control for uncertain nonlinear time-delay systems with unknown dead-zone input," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [25] J. Wang, "Adaptive fuzzy control of direct-current motor dead-zone systems," *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control*, vol. 10, no. 4, pp. 1391–1399, 2014.
- [26] L. Liu, Y.-J. Liu, and C. P. Chen, "Adaptive neural network control for a dc motor system with dead-zone," *Nonlinear Dynamics*, vol. 72, no. 1-2, pp. 141–147, 2013.
- [27] J. O. Jang, "A deadzone compensator of a dc motor system using fuzzy logic control," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol. 31, no. 1, pp. 42–48, 2001.
- [28] J. D. Fortgang, L. E. George, and W. J. Book, "Practical implementation of a dead zone inverse on a hydraulic wrist," in *ASME 2002 international mechanical engineering congress and exposition*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2002, pp. 149–155.
- [29] G. Galuppini, L. Magni, and D. Martino Raimondo, "Model predictive control of systems with deadzone and saturation," *Control Engineering Practice*, ELSEVIER, no. 78, pp. 56–64, 2018.
- [30] D. H. Alcántara, L. A. Brooks, J. L. Castro, and E. L. Castro, "Control conmutado para un sistema de levitación magnética con atascamiento-deslizamiento," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 11, no. 3, pp. 285–294, 2014.
- [31] F. MONASTERIO and A. Gutiérrez, "Modelo lineal de un motor de corriente continua," 2012.
- [32] U. Guide, "Quanser engineering trainer dc motor control, quanser consulting."
- [33] A. Pérez, J. Liceaga, and I. Siller, "Non-linear modeling and identification of a permanent magnet dc motor," *Submitted to the 24th CSCC congress*, 2020.

B. Artículos de Revista

Los artículos presentados a continuación, fueron aceptados y publicados en las siguientes revistas indizadas en Scopus:

- El artículo “*Hard Dead Zone and Friction Modeling and Identification of a Permanent Magnet DC Motor Non-Linear Model.*” publicado en la revista ***Transactions on Power Systems***
- El artículo “*Comparative Study Between Classical Controllers and Inverse Dead Zone Control for Position Control of a Permanent Magnet DC Motor with Dead zone.*” publicado en la revista ***Transactions on Systems and Control***

Hard Dead Zone and Friction Modeling and Identification of a Permanent Magnet DC Motor Non-Linear Model

C.A PEREZ-GOMEZ
MCIE
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX
MEXICO

J.U. LICEAGA-CASTRO
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX
MEXICO

I.I. SILLER-ALCALA
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX
MEXICO

Abstract: - The identification of a permanent magnet DC motor model including non-linearities dead zone, Coulomb friction, and viscous friction, is presented. The dead zone considered here is the so call "hard" dead zone, whereas the friction force is modeled in two different ways: first, considering the value of viscous coefficient friction as a constant and second, approximating viscous coefficient by a polynomial depending on motors rotor velocity. The polynomial representation of the viscous friction value allows it to be adjusted automatically as a function of the speed of the system, as occurs in real systems. Therefore, a model capable of better representing the real motor behavior along a wide range of operation is obtained. The non-linear model is validated and compared using real-time data obtained from Quanser's direct current motor control trainer system, using the numerical tool Matlab®/Simulink™.

Keywords: - Non-linear Model, Dead zone, Coulomb Friction, Viscous Friction, DC motor.

Received: September 2, 2020. Revised: October 5, 2020. Accepted: October 6, 2020. Published: October 7, 2020.

1 Introduction

The most common type of actuator in electromechanical systems is the direct current (DC) motor. The permanent magnet DC motor is the simplest type of these devices. They have been extensively used due to their small physical size, relatively low cost, and high efficiency in a wide variety of applications such as: windshield wipers, personal computer fans or as electromagnetic actuators in biomedical equipment, robotic manipulators and many other industrial applications, [1]–[3].

The simplicity of its construction makes the permanent magnet DC (PMDC) motor relatively easy to understand and control. These motors do not have field winding; therefore, the control is through the armature winding. The general control methods for these devices are based on the classic PID controllers, modern and intelligent controllers. [4], [5].

Usually, this type of motors is modeled as second order linear system neglecting or disregarding the non-linearities present in the system like the dead zone and Coulomb friction, [6], [7]. Neglecting or ignoring these non-linearities can affect the performance of control systems,

especially in those cases where the control system is designed to operate at low speeds or for position control objectives. That is, in the case of speed control systems this simplification does not affects its performance as these non-linearities acts at very low or zero speed. However, for position control purposes, where the motor operates around zero speed, these nonlinearities induce oscillations in the motor response, avoiding the possibility of achieving zero steady state error. Moreover, including these non-linearities becomes a must when high precision is required specially under variable loads, [8]– [10]. Obtaining good models for electromechanical systems, including DC motors, involves modeling non-linearities such as dead zone and friction. Also, not only the modeling but the identification of these non-linearities is not trivial, so building an accurate model is a difficult task, [11], [12]. Different strategies had been applied to estimate motors parameters based on transient responses analysis as those reported in [13,14]. Nonetheless, in this paper the Strejc method is adopted because its simplicity for the identification of first order systems and, also because the model is subdivided into two first order systems.

However, in the case of speed control, where viscous friction coefficient is assumed constant, it is

well known that it depends on the velocity affecting the constant time and steady state gain of linear motor models. Therefore, modeling viscous friction for a long range of speeds is also required for speed control purposes.

In recent years, new approaches have been developed to obtain more precise models better representing the behavior of systems such as electric motors. Also, by having better and more accurate models, the validation and testing of different control approaches through digital simulations allows reducing real time implementation problems in the actual process, [15]. In this paper a validate PMDC motor non-linear model is obtained. The model includes dead zone and friction, whose parameters are identified by experimental tests. The selected PMDC motor is the Maxon motor of the Quanser DC Motor Control Trainer (DCMCT) system. The dead zone is modeled by the “hard dead zone” model and the friction model used is the Coulomb plus viscous friction model. Likewise, a new approach to the viscous friction model is obtained through a polynomial fit, to get a model of the PMDC motor capable of representing the real system in a wider range of speeds.

The main objective of this paper is to provide a validated nonlinear model for a PMDC motor which includes the most important nonlinearities for position and speed control purposes with a methodology for its identification.

The paper is structure as follows. Section 2 presents the model for the PMDC motor and the non-linearities. Section 3 explains the system's parameters estimation. Section 4 describes the design model in Matlab®/Simulink™ including the dead zone and Coulomb plus viscous friction. The model is validated in Section 5, the polynomial approximation of friction is obtained in Section 6 and, finally in Section 7 conclusions are presented.

2 Mathematical Modeling

2.1 PMDC Motor Model

The PMDC motor can be modeled using two linear equations for the electrical and mechanical subsystems.

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a \quad (1)$$

$$T_m(t) = k_m i(t) = J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

Equation (1) represents the electrical subsystem where $v(t)$ is the applied armature voltage, $i(t)$ is

the armature current, $E_a = k_m \frac{d}{dt} \theta(t)$ counter electromotive force and, L and R represent the inductance and resistance of armature winding, respectively. In this model the counter electromotive force present in the motor is assumed negligible because the motor is operating at very low speed, that is, $\frac{d}{dt} \theta(t) \approx 0$.

Expression (2) represents the mechanical subsystem where $T_m(t)$ is the magnetic torque, k_m is the motor constant, J is the motors rotor equivalent moment of inertia, b is the friction coefficient and θ is the angular position of the rotor.

Transfer function $G_e(s)$ of the electrical subsystem results in:

$$G_e(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} = \frac{K_e}{(\tau_e s + 1)} \quad (3)$$

Where the steady state gain K_e of the electrical subsystem is given by $1/R$ and the time constant $\tau_e = L/R$.

Expression (4) shows the transfer function for the mechanical subsystem with $\omega(t) = \dot{\theta}$ as the rotor velocity.

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{\frac{1}{b}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)}; \quad T_m(s) = k_m I(s) \quad (4)$$

Therefore, the transfer function relating rotors velocity $\omega(t)$ to input voltage $v(t)$ is given by:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} \quad (5)$$

Transfer function (5) can be simplified by pole dominance because the electrical mode is faster than the mechanical mode, [7], [16]; thus, the PMDC motor transfer function reduces to:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} = \frac{K_{mot}}{\tau_{mot}s + 1} \quad (6)$$

where the steady state gain of the PMDC motor K_{mot} is k_m/Rb and the time constant is $\tau_{mot} = J/b$.

From (3) and (4) is clear that is possible to identify mechanical and electrical subsystems transfer functions by the analysis of their step responses.

2.2 Dead Zone Model

Commonly, the non-linear dead zone is represented by the “smooth” dead zone shown in the figure 1,

Fig. 1. “Smooth” dead zone.

where $u(t)$ is the input, $v(t)$ is the output, b_l and b_r are the left and right break points while m_l and m_r are the slopes of the dead zone, respectively. When the dead zone is symmetric $b_l = b_r$ and $m_l = m_r$, [15], [16]. Nevertheless, this approximation does not necessarily accurately represent the real physical phenomenon in the case of electric motors. That is, even with a small input voltage the electrical subsystem can be active but inducing a magnetic torque no capable of breaking inertia and friction in the mechanical subsystem. Therefore, in the case of electric motors dead zone is located between electrical and mechanical subsystems.

For this reason, the dead zone is modeled as shown in figure 2, [19] this representation is called the “hard dead zone” which is considered a better approximation of the non-linear phenomenon that occurred in the PMDC motor.

Fig. 2. “Hard dead zone”

The symmetric “hard dead zone” is represented as shown in (7)

$$v(t) = \begin{cases} \text{sign}(u(t))[\bar{k}|u(t)| + \hat{k}] & ; |u(t)| \geq \delta_r \\ 0 & ; |u(t)| < \delta_r \end{cases} \quad (7)$$

where $u(t)$ is the input of the system, $v(t)$ is the output, δ_r represents the break point of the dead zone, $\hat{k}$ represents the sudden offset of the system by breaking inertias and $\bar{k}$ is the slope of the dead zone. The dead zone is normally assumed to be a phenomenon at the process input signal. However, this is not true in the case of electric motors. In fact, the electrical subsystem can be active even with a minimal input voltage signal that unfortunately generates a magnetic torque that is not capable of inducing movement to the rotor. Therefore, the dead zone is a phenomenon occurring between the electrical subsystem and the mechanical subsystem

2.2 Friction Model

The friction can be defined as the tangential reaction force between two surfaces in contact. There are several models that represent the phenomenon, the most used is the Coulomb plus viscous friction model as shown in figure 3. [20, 22].

Fig. 3. Coulomb plus viscous friction model.

This model is described by expression (8)

$$F_b = \begin{cases} b_c \cdot \text{sign}(\omega) + b_v \omega & ; \omega \neq 0 \\ F_{ap} & ; \omega = 0 \text{ and } F_{ap} < b_c \end{cases} \quad (8)$$

where F_b is the friction force, b_c is the Coulomb friction force, ω is the speed, b_v is the viscous coefficient and F_{ap} is the applied force. [21].

3 Parameter Estimation

To estimate or identify the parameters of the Maxon PMDC motor the Strejc method was applied, [24]. That is, by analyzing the step responses, for various input voltages $v(t)$, of the mechanical and electrical subsystems (3) and (6), at rotors speeds $\omega(t) \neq 0$. This allows to avoid the effects of the dead zone and Coulomb friction. Although, manufacturer's parameters data is available, table I, only constant motor k_m was used as there is not information on the physical characteristics of the rotor. It should be noted that using manufacturer data render a model whose responses do not match actual motor responses. Therefore, it can be concluded that motors conditions of operations affect parameters estimation. That is, manufacture procedure for parameters measurement not necessarily are those required for control purposes.

Table 1. Maxon Motor Data

Parameter	Value
R	10.6Ω
L	$0.825 \times 10^{-3} \text{ H}$
k_m	$50.2 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}$
J	$12.1 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2$

3.1 Blocked Rotor Test

Although the counter electromotive force was neglected the electrical subsystem was estimated with a blocked rotor to assure $E_a = 0$ in equation (1). Therefore, resistance and inductance of the electrical subsystem can be obtained based on the principle that the PMDC motor behaves as a RL circuit as shown in figure 4.

Fig. 4. RL Circuit

Current $i(t)$ is obtained from the current sensor of the DCMCT system. The gain of the transfer function (3) can be determined by transient and steady state responses of the PMDC motor current

$i(t)$ when the rotor is blocked. The responses, for five different input voltages, are shown in figure 5.

Fig. 5. Current response in the blocked rotor test.

The steady state gain obtained for these responses is $K_e = 0.421762$ with a steady state time $t_s = 0.03\text{s}$. Thus, the time constant is $\tau_e = 0.0075$. The resulting transfer function for the electrical subsystem is shown in (9).

$$G_e(s) = \frac{K_e}{\tau_e s + 1} = \frac{0.421762}{0.0075s + 1} \quad (9)$$

Therefore, by equation (3) resistance R and inductance L result in:

$$R = \frac{1}{K_e} = 2.3724 \Omega \quad (10)$$

$$L = \tau_e R = 17.7933 \times 10^{-3} \text{ H} \quad (11)$$

3.2 Speed measurement at a step input

The mechanical parameters are estimated following the same procedure as that applied to the electrical subsystem. That is, is possible to identify equation (6) by the analysis of the transient and steady state responses of the rotor velocity $\omega(t)$ to different step input voltages.

Rotor velocity $\omega(t)$ responses are shown in figure 6.

Fig. 6. Speed response at a step input.

From figure 6, steady state gain and establishment time result in $K_{mot} = 0.545287$ and $t_s = 0.32s$, respectively. Thus, process time constant is $\tau_{mot} = 0.08$ and the resulting motor transfer function is given by equation (12).

$$G_s = \frac{0.545287}{0.08s + 1} \quad (12)$$

From equation (6) the viscous friction coefficient b and the inertia J can be calculated, resulting in:

$$b = \frac{k_m}{K_{mot}R} = 0.0388 \text{ N m/rad/s} \quad (13)$$

$$J = \tau_{mot}b = 3.10442 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2 \quad (14)$$

It is well known that viscous friction coefficient b depends on speed, however, it will be assumed constant since the objective is to obtain and validate a motor model for a narrow speed range around zero speed.

3.3 Nonlinear parameters

Coulomb friction is estimated by experimental observation. That is, the Coulomb friction value is manually adjusted based on the model's speed and position responses to a triangular input voltage signal and compared to actual motor responses. Similarly, the viscous friction value is adjusted so that the model responses are as similar as possible to

the actual motor responses. The triangular input signal allows better observation of this non-linear phenomena when the system operates at different speeds around zero speed.

The values for the Coulomb coefficient and the viscous coefficient obtained are $b_c = 0.005 \text{ Nm/rad/s}$ and $b_v = 0.0314 \text{ Nm}$, respectively.

The dead zone parameters are estimated by measuring the input voltage and the current generated in the armature at which the motor starts to move, so the magnetic torque breaking point of the dead zone can be estimated, equation (4).

The motor starts to move at $\pm 0.3V$ with an armature current $i(t) = 0.1265 \text{ A}$. Therefore, the torque break points are $T_{m\delta_r} = \pm 6.35 \times 10^{-3} \text{ Nm}$.

Finally, the estimated parameters of Maxon PMDC motor of the DCMCT system are shown in the table 2.

Table 2. Parameters Estimated by Experimental Tests

Parameter	Value
R	2.3724Ω
L	$17.7933 \times 10^{-3} \text{ H}$
k_m	$50.2 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}$
J	$3.10442 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
b_v	0.0314 N m/rad/s
b_c	0.005 N m
δ_v	6.35×10^{-3}

4 Model in MATLAB®/SIMULINK™

The Matlab®/Simulink™ model of the PMDC motor is shown in figure 7, where the dead zone is located between the electrical and mechanical subsystems.

Fig. 7. Matlab®/Simulink™ PMDC motor model.

The symmetric dead zone is modeled by Matlab®/Simulink™ blocks as shown in figure 8. The $k_m i(t)_{in}$ represents the magnetic torque generated by the electric subsystem and the

$k_{mi}(t)_{out}$ is the magnetic torque supplied to the mechanical subsystem. For values less than $T_{m\delta_r} = \pm 6.35 \times 10^{-3}$ Nm no torque is induced to the mechanical subsystem.

Fig. 8. Hard dead zone Matlab®/Simulink™ model.

Friction force is modeled using the Matlab®/Simulink™ function block. The code for the friction function is shown in figure 9.

```
1 function Fb = Fb(w,bv,bc)
2 %#codegen
3
4 if w < 0,
5     Fb=bv*w-bc;
6 elseif w > 0,
7     Fb=bv*w+bc;
8 else
9     Fb=0;
10 end;
```

Fig. 9. Matlab code for the friction force function.

5 Validation

The non-linear PMDC motor model and the real system are compared using the Matlab®/Simulink™ real time package. For the tests, a triangular input is supply for both, the model, and the real system, in the voltage range $[-2,2]$ V. Through this test the speed and position response are observed.

Fig. 10. Speed comparison.

Fig. 11. Position comparison.

Rotor speed values are obtained by a tachometer including in the DCMCT system, which provides a

scaled signal in a range of $\pm 5V$, where $1V \approx 74 \text{ rad/s}$. Speed response is shown in figure 10 where it is observed that the model response is very similar to the PMDC Maxon motor response, especially at low speeds. Similarly, the model can accurately represent the phenomenon of the dead zone with a very small error rate. For high speeds, the error tends to increase, this is because the viscous friction coefficient was assumed constant. Modeling and identifying viscous friction as a function of speed will render a motors model more suitable for wider speed ranges.

Rotor position responses are shown in figure 11. These responses were obtained by integrating the tachometer signal output and comparing it with the response of the non-linear model. The dead zone can be clearly seen at the top and bottom of the curve.

Although error is not statistically validated by its absolute mean and standard deviation, is possible to notice that the error between both responses is small for the tested voltage range.

6 Polynomial model of friction

Observing the responses in section 5, for high speeds values, the error increase between the model and the response of the real motor, because the coefficient of viscous friction is considered constant when it is known that in reality this term varies with speed. For this reason, a new friction model is proposed and obtained by the response of the motor to different input voltages, using a polynomial approximation.

Fig. 12. Input voltage for polynomial friction approximation.

The input voltage signal is shown in figure 12 and the speed response to this input is observed in figure 13.

Fig. 13. Motor speed response.

For each input voltage a viscous friction coefficient value is determined following the same procedure of Section 3.2, obtaining a set of data corresponding to viscous friction versus rotor speed that allows to model the phenomenon through a polynomial approximation as shown in figure 14.

Fig. 14. Polynomial approximation of friction.

Each circle in Figure 14 represents the value of the viscous friction coefficient obtained at a certain input voltage, while the polynomial fit of all the obtained viscous friction values is represented by the solid line. Therefore, the friction model used in the nonlinear model of the PMDC motor is given by:

$$F_b = P(\omega)\omega \pm b_c \quad (15)$$

where $P(\omega)$ represents the polynomial obtained from the viscous friction values. For this representation of friction, both the polynomial obtained and the Coulomb coefficient, b_c , are adjusted manually to obtain a speed response like that of the real motor.

Fig. 15. Comparison of the speed response between the real motor and the nonlinear model with the polynomial friction model.

Comparison of the speed responses between the real motor and the non-linear model with the polynomial friction approximation is shown in figure 15. As can be seen in the figure, for relatively high speeds the response of the non-linear model is very similar to the response of the real system, however at low speeds the error between both responses is greater. Therefore, we can determine that this model is a good approximation for the implementation of controllers designed for speed control, since it automatically adjusts the friction values of the system.

7 Conclusion

In this work, a non-linear PMDC motor model is proposed. This model takes into account two of the most important nonlinear phenomena, dead zone and friction, that significantly affect the performance of designed controllers, especially in those systems operating at low speeds or for those in whose high precision position control is essential.

The dead zone is modeled using an approach called the “hard dead zone”, where the inertia breakdown is represented as a sudden displacement, better describing the phenomenon present in the real system. The friction phenomenon is represented using the Coulomb plus viscous friction model which better represent the friction a low and zero speed.

To obtain the model, the motor parameters are estimated using the transfer functions corresponding to the electrical and mechanical subsystem by applying the Strecj method.

The model was validated with the Quanser DCMCT system that has an integrated Maxon PMDC motor. The non-linear PMDC motor model was simulated and compared with the real system for a certain range of voltages where it was possible to clearly observe the non-linear phenomena present in the analyzed motor, observing through the responses of both the linear model and the motor Maxon DC permanent magnet, that the model obtained is a very good approximation of the real system at low speeds. Finally, to obtain a PMDC motor model that represents the system in a wider range of speeds, a new friction model was proposed, modeling viscous friction, which is the value of friction that varies with the speed of the system; using a polynomial approximation. The non-linear model using this friction model provides good results at relatively high speeds, contrary to what is obtained by considering viscous friction as a constant. Therefore, it is possible to conclude that for the development and implementation of position controllers, using the non-linear model that considers the viscous friction value as a constant is an excellent option; however for controllers designed for PMDC motor speed control, using the model that automatically adjusts the viscous friction value may provide better results.

References:

- [1] N. P. Mahajan and S. Deshpande, “Study of nonlinear behavior of dc motor using modeling and simulation,” *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 3, no. 3, pp. 576–580, 2013.
- [2] S. Syukriyadin, S. Syahrizal, G. Mansur, and H. Ramadhan, “Permanent magnet dc motor control by using arduino and motor drive module bts7960,” in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 352, no. 1. IOP Publishing, 2018, p. 012023.
- [3] J. E. Carryer, R. M. Ohline, and T. W. Kenny, *Introduction to mechatronic design*, 2011.
- [4] A. Hughes and B. Drury, *Electric motors, and drives: fundamentals, types and applications*. Newnes, 2019.
- [5] S. Moussavi, M. Alasvandi, and S. Javadi, “Speed control of permanent magnet dc motor by using combination of adaptive controller and fuzzy controller,” *International Journal of Computer Applications*, vol. 52, no. 20, 2012.
- [6] A. Alkamachi, “Permanent magnet dc motor (pmdc) model identification and controller design,” *Journal of Electrical Engineering*, vol. 70, no. 4, pp. 303–309, 2019.
- [7] H. Chu, W. Tao, B. Gao, Q. Liu, and H. Chen, “Speed control of the permanent-magnet dc motor subjected to uncertainty and disturbance,” in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2016, pp.4664–4669.
- [8] S. Brennan and A. Alleyne, “Dead-zone nonlinearities,” 1999.
- [9] J.-H. Horng, “Neural adaptive tracking control of a dc motor,” *Information sciences*, vol. 118, no. 1-4, pp. 1–13, 1999.
- [10] J. d. J. Rubio, Z. Zamudio, J. Pacheco, and D. Mujica Vargas, “Proportional derivative control with inverse dead-zone for pendulum systems,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [11] C.-K. Lai, “A hybrid scheme motion controller by sliding mode and two degree-of-freedom controls to minimize the chattering,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, 2014.
- [12] C.-C. Chiang, “Adaptive fuzzy tracking control for uncertain nonlinear time-delay systems with unknown dead-zone input,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
- [13] Mercorelli, P. “Parameters identification in a permanent magnet three-phase synchronous motor of a city-bus for an intelligent drive assistant”. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 21 (4), pp. 352-361. 2014
- [14] Khaburi, D.A., Shahnazari, M. “Parameters identification of permanent magnet synchronous machine in vector control”. The 10th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE 2003, 2-4 September, Toulouse, France, 2003
- [15] J. D. Fortgang, L. E. George, and W. J. Book, “Practical implementation of a dead zone inverse on a hydraulic wrist,” in *ASME 2002 international mechanical engineering congress and exposition*. American Society of

- Mechanical Engineers Digital Collection, 2002, pp. 149–155.
- [16] F. MONASTERIO and A. Gutiérrez, “Modelo lineal de un motor de corriente continua,” 2012.
- [17] D. Recker, P. Kokotovic, D. Rhode, and J. Winkelman, “Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone,” in *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 1991, pp. 2111–2115.
- [18] C. Hu, B. Yao, and Q. Wang, “Adaptive robust precision motion control of systems with unknown input dead-zones: A case study with comparative experiments,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 6, pp. 2454–2464, 2010.
- [19] T. Wescott, “Controlling motors in the presence of friction and backlash,” in *Wescott Design Services, Seminars*, vol. 42, 2013, pp. 2–3.
- [20] H. Olsson, K. J. Astrom, C. C. De Wit, M. G. afvert, and P. Lischinsky, “Friction models and friction compensation,” *Eur. J. Control*, vol. 4, no. 3, pp. 176–195, 1998.
- [21] V. Van Geffen, “A study of friction models and friction compensation,” 2009.
- [22] B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont, and C. C. De Wit, “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,” *Automatica*, vol. 30, no. 7, pp. 1083–1138, 1994.
- [23] Y. Liu, J. Li, Z. Zhang, X. Hu, and W. Zhang, “Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system,” *Mechanical Sciences*, vol. 6, no. 1, p. 15, 2015.
- [24] S. Skoczowski and A. Osadowski, “A simple identification method for the order of the strejc model and its application to autotuning,” in *Intelligent Components and Instruments for Control Applications 1994*. Elsevier, 1994, pp. 319–325.

Contribution of individual authors to the creation of a scientific article

Arturo C. Pérez-Gómez performed the simulations, ran the experiments, and contributed in the analysis and approach strategy.

Jesús U. Liceaga-Castro and Irma I. Siller-Alcalá were the leaders and responsible of the project and contribute with the analysis and approach strategies.

Sources of funding for research presented in a scientific article or scientific article itself

The project was funded by the UAM-Azc and by CONACYT scholarship grant to Arturo C. Pérez-Gómez.

Creative Commons Attribution License 4.0 (Attribution 4.0 International, CC BY 4.0)

This article is published under the terms of the Creative Commons Attribution License 4.0
https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en_US

Comparative Study Between Classical Controllers and Inverse Dead Zone Control for Position Control of a Permanent Magnet DC Motor with Dead zone

C.A PEREZ-GOMEZ
MCIE
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX
MEXICO

J.U. LICEAGA-CASTRO
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX
MEXICO

I.I. SILLER-ALCALA
Departamento de Electrónica
Universidad Autónoma
Metropolitana-Azcapotzalco
CDMX
MEXICO

Abstract: - In this work, a comparative study of three control strategies for the position control of a permanent magnet DC motor with dead zone is presented. The strategies analyzed are the classical PI controller, a new approach based on a linear controller with double integral effect, and the Inverse Dead Zone approach. Through the results here exposed it is shown that the new approach based on a controller with double integral effect results in a control system capable of achieving smaller position error, reducing the undesirable stick/slip effect without inducing high frequency oscillations or chattering in the control variable. In addition, and thanks to its linear nature, it is possible to determine stability and robustness of the resulting control system by means of the classical margins of gain and phase making this approach suitable for an engineering context

Key-Words: - PID controllers, Inverse Dead Zone, Position control, DC motor, Dead zone, Friction, Linear control.

Received: July 11, 2020. Revised: September 15, 2020. Re-revised: October 7, 2020. Accepted: October 8, 2020. Published: October 9, 2020.

1 Introduction

Permanent Magnet DC Motors (PMDC) are widely used for control purposes due to their high torque and wide speed ranges and because they are also relatively easy to analyze and model. These electromechanical devices are very common in applications where high power and precision are required, such as: biomedical equipment, medical robots, household appliances, machine tools and as an actuator in many industrial processes, [1], [2]. Despite the fact that PMDC motors are relatively easy to control, [3]; in conditions where it is necessary to operate at low speeds or where high precision position control is required, the design of the controller is not an easy task due to inherent non-linear motor dynamics, such as friction and the so-called dead zone, [4]–[6].

Usually, the dead zone is created by friction and inertias, especially by Coulomb friction force, [7]–[9]. This phenomenon is found in a wide variety of

actuators such as electric motors and hydraulic valves, [10], [11]. In fact, it is considered one of the main nonlinearities in industrial processes, [12]. Because the dead zone can affect the performance and stability of position control systems, [13]–[15], several controllers have been proposed to try to reduce this problem, among the most used are those based on adaptative control, [16]–[21], sliding mode control [22], [23], and intelligent controllers, [24]–[27]. Although these strategies report excellent results, their conclusions are based on digital simulations and not by real-time implementations. This may be because the resulting controllers are highly complex, so their implementation becomes extremely difficult or almost impossible. Furthermore, most of these controllers use the so-called “Inverse Dead Zone” (IDZ) to cancel the dead zone phenomenon compromising the integrity of the process since the use of this strategy induces extremely high frequencies responses or chattering in the control variable, [28]. Another feature of most of these controllers is that they are designed for speed control purposes, where the dead zone no

longer exists, and only a few have been designed for position control.

On the other hand, few controllers have been actually implemented to deal with the dead zone problem and its effects reporting adequate performance. For example, the predictive controller implemented in a plant whose actuators are DC motors, [29], or the switched controller proposed in [30], where the stick/slip phenomenon, caused by the dead zone and friction present in a magnetic levitation system, is reduced. Nevertheless, these controllers have the disadvantage that their design and real time implementation are usually complex. Furthermore, establishing necessary stability conditions is not straightforward.

In this work, a new strategy based on a linear controller with double integral and a lead compensator (PII) is proposed to reduce the dead zone phenomenon in the position control of a PMDC motor. This results in a controller that is easy to implement and, due to its linear nature, determine stability and robustness conditions using the classic phase and gain margins. The main objective behind the PII controller is to get the motor out of the dead zone as fast as possible, where it operates in open loop, to maintain or recover control over the motor.

In order to evaluate the performance of PII controller, the position response obtained by the PII controller is compared, through real-time implementation, with the position response of a simple PI controller and, by a digital simulation, with the response of a PI controller using inverse dead zone strategy. It is necessary to clarify that Inverse Dead Zone approach had to be digitally simulated -using a validated nonlinear model of the permanent magnet DC motor that includes dead zone and viscous and Coulomb frictions, [31]- to maintain integrity of the motor experiment bench which can be seriously damage by the high frequency modes or chattering in the control variable.

The article is structured as follows: in section 2, model of the PMDC motor of the Quanser Direct Current Motor Control Trainer (DCMCT) system is described. Section 3 presents the parameters and characteristics of the Quanser DCMCT system. Section 4 describes the design of the proposed PII controller. Section 5 shows the design of the PI controller. In Section 6, shows the design and digital simulation of the Inverse Dead Zone control

approach. Section 7 describes the real time implementation of PII and PI controllers. In Section 8 an analysis of the results is presented. Finally, conclusions are shown in section 9.

2 Mathematical Modeling

The PMDC motor can be modelled using two linear equations: one for electrical and the second for mechanical subsystems.

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a \quad (1)$$

$$T_m(t) = k_m i(t) \quad (2)$$

$$T_m(t) = J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + b \frac{d\theta}{dt} \quad (3)$$

Equation (1) represents the electrical subsystem where $v(t)$ is the applied armature voltage, $i(t)$ is the armature current, $E_a = k_m \frac{d}{dt} \theta(t)$ is the counter electromotive force and, L and R represent the inductance and resistance of armature winding, respectively.

The expression (3) represents the mechanical subsystem where $T_m(t)$ is the magnetic torque, k_m is the motor constant, J is the motors rotor equivalent moment of inertia, b is the friction coefficient and θ is the angular position of the rotor. In this model the counter electromotive force present in the motor is assumed negligible.

The transfer function $G_e(s)$ of the electrical subsystem neglecting the counter electromotive force, since it is very small at low speed, results in:

$$G_e(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{\frac{1}{R}}{\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} \quad (4)$$

Expression (5) shows the transfer function for the mechanical subsystem with $\omega(t) = \dot{\theta}$ as the rotor velocity.

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{T_m(s)} = \frac{\frac{1}{b}}{\left(\frac{J}{b}s + 1\right)} ; \quad (5)$$

$$T_m(s) = k_m I(s)$$

Therefore, the transfer function relating rotors velocity $\omega(t)$ to input voltage $v(t)$ is given by:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{L}{b}s + 1\right)\left(\frac{L}{R}s + 1\right)} \quad (6)$$

Transfer function (6) can be simplified by pole dominance because the electrical mode is faster than the mechanical mode, [4], [32]; thus, the PMDC motor transfer function reduces to:

$$\frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{\frac{k_m}{Rb}}{\left(\frac{L}{b}s + 1\right)} \quad (7)$$

3 Quanser's DCMCT system

The DCMCT system is shown in figure 1, and the most important hardware components of this system are, [33]:

- An analog current sensor, which consists of a load resistor connected in series to the output of the amplifier.
- An analog speed sensor, whose range is $\pm 5V$, so the signal obtained is scaled.
- A potentiometer which can be coupled via belt to the motor shaft.
- A quadrature optical encoder mounted to the rear of the motor.
- High quality Maxon's graphite brush coreless PMDC motor driven by a linear power amplifier.

Fig. 1. Direct Current Motor Control Trainer system.

Although Maxon PMDC motor manufacturer parameters are available, table I, it is well known that these depend on the conditions under which they were measured and that they can also be altered by connection and operating conditions. Therefore, the parameters reported in [31], table II, will be used to model the PMDC motor.

Table I. Parameters Estimated by Experimental Tests

Parameter	Value
R	2.3724Ω
L	$17.7933 \times 10^{-3} \text{ H}$
k_m	$50.2 \times 10^{-3} \text{ Nm/A}$
J	$3.10442 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$
b	0.0314 N m

4 PII Controller Design

By the expression (7) and the parameters estimated of the table 2, the transfer function motor is shown in (8).

$$G_m = \frac{0.545287}{(0.08s + 1)} \quad (8)$$

Therefore, the transfer function that relates the position of the rotor and the supply voltage is shown in (9)

$$G_{m\theta}(s) = \frac{0.545287}{s(0.08s + 1)} \quad (9)$$

Because PII controller will be discrete time implemented, the discretized transfer function of (9), including ZOH (Zero Order Hold), assuming a sampler period $T = 0.02s$ results in:

$$G_{m\theta}(z) = \frac{1.256 \times 10^{-3} z + 1.156 \times 10^{-3}}{z^2 - 1.779z + 0.7788} \quad (10)$$

As mention above, the objective is to design a position controller easy to implement, analyze and capable of reducing the effects of the dead zone that, in conjunction with Coulomb and viscous frictions, affects control system performance and possibility of achieving zero position error; that is, the so call Stick-Slip effect. Therefore, through PII controller is possible to attenuate response oscillations –limit cycle– rendering small position errors.

The controller design approach is based on the Root Locus approach since it allows to easily determine the location of controller poles and zeros. In the same way, through this method it is possible to secure control system stability.

Fig. 2. Root Locus plot of the PMDC motor.

Fig. 3. Root Locus plot of the PMDC motor with PII controller.

The root locus plot for the PMDC motor is shown in 2, corresponding to the transfer function (10). The figure shows that the system is critically stable. It has two poles: one at 1, due to the integral effect of the plant; and the second at 0.7788. It also has a single zero located at -0.92 , very close to the unit circle.

Considering that the proposed controller has two integrators, the system will have three poles at $(1,0)$, on the unit circle. Thus, the lead compensator and the zeros corresponding to each of the integrators, must be positioned ensuring system stability and robustness.

The root locus strategy for controller's design is based on the fact that closed loop poles trajectories starts at the open loop poles and end at the open loop zeros. Therefore, it is possible to ubicate controller poles and zeros assuring close loop stability, remaining only to calculate controllers gain to assure stability and performance.

The resulting PII controller is given by:

$$C(z) = \frac{80z^3 - 207.2z^2 + 174.7z - 47.52}{z^3 - 1.7z^2 + 0.4z + 0.3} \quad (11)$$

Figure 3 shows the root locus of the PMDC motor with the PII controller. In the figure can be observed that the system is stable.

Fig. 4. Control system using PII controller Bode diagram.

Also, figure 4 shows the Bode diagram of the control system $C(z)G_{m\theta}(z)$, where it is possible to observe and determine that the system has a phase and gain margins $M_f = 60.3^\circ$ and $M_g = 23.1$ dBs, respectively, with a bandwidth $\omega_B = 10.9$ rad/s. It is possible to assure stability and robustness based on phase and gain margins as these indicators are valid when the input voltage induces a magnetic torque out of the dead zone, that is, when the motor operates out of the dead zone and is under control.

On the other hand, when the motor works within the dead zone it is operating open loop and because it is stable, global stability can be assured.

5 PI Controller Design

To compare the PII controller performance a PI controller is designed. The resulting PI controller is designed like the PII controller resulting in:

$$C(z)_{PI} = \frac{5(2z - 1.98)}{z - 1} \quad (12)$$

Figure 5 shows the root locus plot corresponding the control system $C(z)_{PI}G_{m\theta}$. Analyzing the figure, is possible to determine that the system is stable. Due to the integral effect one pole is located on the unit circle, while the zero is located at 0.99. The zero observed in the negative values of the unit circle belongs to the PMDC motor.

Fig. 5. Root Locus plot of the PMDC motor with PI controller.

The Bode diagram of the control system $C(z)_{PI}G_{m\theta}$ is shown in figure 6. The control system has a gain margin of $M_g = 25.3$ dBs with a bandwidth of $\omega_B = 33.9$ rad/s and a phase margin of $M_f = 59.4^\circ$, therefore the system is robust.

6 Inverse Dead zone Design

IDZ strategy allows canceling the dead zone phenomenon and, together with a position controller, reduces steady state error and stick/slip effect caused by the dead zone in conjunction with the Coulomb and viscous frictions.

The symmetric inverse dead zone model is shown in figure 7, where u_d is the desired output, u is the input voltage in the inverse dead zone, which is the same as the voltage supplied by the controller. δ_v is the dead zone breakdown voltage.

Fig. 6. Control system using PI controller Bode diagram.

Fig. 7. Inverse dead zone symmetrical model.

The inverse dead zone is modeled by the block function in Matlab®/Simulink™. The code that model this strategy is shown in figure 8, where u_d represents the desired output, u is the inverse dead zone input and dv , represents the breaking point of the dead zone. Inverse dead zone parameters

depend on dead zone parameters. This were obtained from [31].

```
1 function ud = IDZ(u,dv)
2 %codegen
3
4 if u < 0,
5     ud=u-dv;
6 elseif u > 0 ,
7     ud=u+dv;
8 else
9     ud=0;
10 end;
```

Fig. 8. Inverse dead zone Matlab®/Simulink™ code.

7 Implementation

The PII and PI controllers are implemented using the Matlab®/Simulink™ Real-Time tool. The data acquisition is carried out through the National Instrument (NI) SCB-68 shielded I/O connector block, which has 68 screw terminals. This block is connected to the DAQ I/O device PCIe-6363 also designed by NI. The PCIe-6363 has 32 16-bit analogic channels, with a maximum sampling rate of the 2MS/s and supported voltage of the input channels is from +0.1V to +10V.

The control system based on PII controller and the PI controller is tested in the DCMCT system assuming a sequence of square inputs as reference signal. The dead zone of the DCMCT system is found in the range of -0.35V to 0.3V for the input voltage. That is, the dead zone is not symmetrical.

Likewise, both drivers are compared using the non-linear model of the Maxon PMDC motor, which includes the DCMCT system, proposed in [31].

Figure 9 shows the PII controller rotor position response. From this figure is possible to observe that the controller has a good performance with very low steady state error of approximately $|e| < 0.004$.

The low frequency oscillations of the control variable are due to the high gain generated by the double integrator necessary to get the process out of the dead zone as fast as possible. Furthermore, PII controller high gain can adequately compensate for the noise produced by the sensor.

Figure 10 shows the response of the rotor position to variations of the reference signal from 0.5V to 0V and from 0V to -0.5V . From this figure

it is possible to observe that the performance of the controller when the motor rotates counterclockwise is the same as that of clockwise rotation despite the non-symmetrical dead zone.

In both figures it can be seen that the non-linear model and the real motor have similar results, the variation in the responses, is due to the fact that the sensor noise and other dynamics present in the system are not considered in the non-linear model. Despite this, it is possible to observe that the nonlinear model is a good representation of the real system.

Fig. 9. Motor position step responses with PII controller.

The rotor position responses of the PI controller are shown in figures 11 and 12. Through both figures it is possible to observe that the PI controller, despite having a good performance in the real system, cannot be able to compensate the noise of the sensor with fast as the controller with double integral effect does. This is clearly shown in the error presented by the oscillations.

Likewise, figure 13 shows the comparison between PII and PI controllers under disturbances, where it is observed that the first responds more quickly and with better performance than the second. The response of the PI controller tends to be slower and in the event of consecutive disturbances

the system would not be able to compensate for them.

The responses of the PI + IDZ controller are shown in figures 14 and 15. This controller is implemented through the non-linear model because the response presents high frequency oscillations as shown in figure 14. These oscillations are due to the presence of chattering in the control signal as observed in figure 16, thus confirming what most studies have reported about the use of this strategy to reduce the dead zone phenomenon. Due to this, the analysis of this strategy is only carried out by simulation, where it is observed that this strategy has a good performance in the system with a constant low steady state error.

Fig. 10. Motor position step responses with PII controller.

8 Analysis of Results

Observing figures shown in section 7, is clear that the objectives of the proposed PII controller are satisfied. The system has a small steady state position error, can compensate the sensor noise and is relatively easy to design and implement. Also, no dead zone cancellation is required, neither to know dead zone parameters whether symmetric or not. Likewise, through comparison among other controllers is clearly that the proposed strategy

provides a better performance reducing dead zone effects.

Observing the PII controller output, shown in figure 17, the system does not present any type of chattering, normally present in approaches where IDZ is used. Similarly, due to the integral double effect presented by the PII controller, its output tends to be parabolic rather than linear, allowing the system to stay within the dead zone for the shortest possible time. Additionally, the controller with double integral effect and lead compensator allows to determine stability and robustness because it is based on design strategies of the classic control as shown in section 4.

Fig. 11. Motor position step response with PI controller.

On the other hand, although classical PI controller is easy to implement and design, and with good responses, figure 11, it cannot reduce the stick/slip phenomenon induced by the dead zone and friction, resulting in higher errors and oscillations than those obtained by PII controller making it not suitable for high precision control requirements.

9 Conclusion

A new linear position control system was designed and implemented to reduce the dead zone phenomenon in a PMDC motor. The controller has a double integral effect and lead compensator. Through the implementation of the control system it was observed that it generates a very small steady state error and provides a good performance against the effects generated by the nonlinearities of the system and sensor noise.

Because it is based on classic control design strategies, it is possible to determine the stability and robustness of the system using classical control indicators. Moreover, because the PII controller forces the motor out of the dead zone as fast as possible it is not necessary to know the dead zone parameters and characteristics, resulting in a controller easy to implement and assess.

Fig. 12. Motor position step response with PI controller.

On the other hand, the PII controller was compared by real-time implementation with the PI controller, and by simulation with a PI+IDZ controller, where it was possible to determine that the strategy proposed provides a better behaviour against disturbances without presenting any type of chattering in the control signal.

Based on the results here presented, controllers with double integral action may represent an adequate alternative to the design of control systems for any kind of actuators, not only electric motors, subjected to the combined action of dead zone and Coulomb friction.

Fig. 13. Comparison between PI and PII controllers under disturbances.

Fig. 14. Motor position step response with PI+IDZ controller.

Fig. 15. Motor position step response with PI+IDZ controller.

Fig. 16. PI+IDZ controller output.

Fig. 17. PII Controller output.

References:

- [1] J.-H. Horng, "Neural adaptive tracking control of a dc motor," *Information sciences*, vol. 118, no. 1-4, pp. 1-13, 1999.
- [2] K. Saurav and R. Potluri, "Sensorless speed control of a permanent magnet dc motor by compensating the plant nonlinearities," in *2013 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. IEEE, 2013, pp. 1-4.
- [3] M. Charles, R. Okoro, I. Ikposhi, and D. Oku, "Reliable control of pm dc motor speed using matlab," *International Journal of Scientific & Engineering Research*, vol. 6, no. 12, pp. 208-216, 2015.
- [4] H. Chu, W. Tao, B. Gao, Q. Liu, and H. Chen, "Speed control of the permanent-magnet dc motor subjected to uncertainty and disturbance," in *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2016, pp. 4664-4669.
- [5] N. P. Mahajan and S. Deshpande, "Study of nonlinear behavior of dc motor using modeling and simulation," *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 3, no. 3, pp. 576-580, 2013.
- [6] S. Syukriyadin, S. Syahrizal, G. Mansur, and H. Ramadhan, "Permanent magnet dc motor control by using arduino and motor drive module bts7960," in *IOP Conference Series*:

- Materials Science and Engineering*, vol. 352, no. 1. IOP Publishing, 2018, p. 012023.
- [7] M. F. Borowski, "Analysis and control of a dc electric drive exhibiting dead zone characteristics," *University of New Hampshire, Department of Electrical and computer Engineering*.
 - [8] D. Recker, P. Kokotovic, D. Rhode, and J. Winkelman, "Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone," in *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*. IEEE, 1991, pp. 2111–2115.
 - [9] J. Peng and R. Dubay, "Identification and adaptive neural network control of a dc motor system with dead-zone characteristics," *ISA transactions*, vol. 50, no. 4, pp. 588–598, 2011.
 - [10] N. J. Ahmad, H. K. Ebraheem, M. J. Alnaser, and J. M. Alostath, "Adaptive control of a dc motor with uncertain deadzone nonlinearity at the input," in *2011 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. IEEE, 2011, pp. 4295–4299.
 - [11] X. Su, Z. Liu, G. Lai, C. L. Philip Chen, and C. Chen, "Direct adaptive compensation for actuator failures and dead-zone constraints in tracking control of uncertain nonlinear systems," *Information Sciences, ELSEVIER*, pp. 1–12, 2017.
 - [12] J. d. J. Rubio, Z. Zamudio, J. Pacheco, and D. Mujica Vargas, "Proportional derivative control with inverse dead-zone for pendulum systems," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
 - [13] C. Hu, B. Yao, and Q. Wang, "Adaptive robust precision motion control of systems with unknown input dead-zones: A case study with comparative experiments," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, no. 6, pp. 2454–2464, 2010.
 - [14] Q. Chen, L. Yu, and Y. Nan, "Finite-time tracking control for motor servo systems with unknown dead-zones," *Journal of Systems Science and Complexity*, vol. 26, no. 6, pp. 940–956, 2013.
 - [15] M. P. Aghababa, "Adaptive control for electromechanical systems considering dead-zone phenomenon," *Nonlinear Dynamics*, vol. 75, no. 1-2, pp. 157–174, 2014.
 - [16] N. J. Ahmad, M. J. Alnaser, E. Sultan, and K. A. Alhendi, "Robust adaptive control for a class of systems with deadzone nonlinearity," *Intelligent Control and Automation*, vol. 6, no. 01, p. 10, 2015.
 - [17] N. J. Ahmad, E. K. Sultan, M. Q. Qasem, H. K. Ebraheem, and J. M. Alostad, "Adaptive control for a class of systems with output deadzone nonlinearity," *Intelligent Control and Automation*, vol. 6, no. 04, p. 215, 2015.
 - [18] J. Zhou, C. Wen, and Y. Zhang, "Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 3, pp. 504–511, 2006.
 - [19] X. Liu, W. Jiang, and X.-C. Dong, "Nonlinear adaptive control for dynamic and dead-zone uncertainties in robotic systems," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 15, no. 2, pp. 875–882, 2017.
 - [20] Y. Wang, C. Deng, and G. Den, "Adaptive controller design for the control systems with dead-zone," *International Journal of Computer Applications*, vol. 139, no. 6, pp. 29–33, 2016.
 - [21] J. Zhou and X. Shen, "Robust adaptive control of nonlinear uncertain plants with unknown dead-zone," *IET Control Theory & Applications*, vol. 1, no. 1, pp. 25–32, 2007.
 - [22] W. M. Bessa, A. S. de Paula, and M. A. Savi, "Sliding mode control with adaptative fuzzy dead-zone compensation for uncertain chaotic systems," *Springer*, pp. 1989–2001, 2012.
 - [23] C.-F. Hsu, "Intelligent total sliding-mode control with dead-zone parameter modification for a dc motor driver," *IET Control Theory & Applications*, vol. 8, no. 11, pp. 916–926, 2014.
 - [24] C.-C. Chiang, "Adaptive fuzzy tracking control for uncertain nonlinear time-delay systems with unknown dead-zone input," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013.
 - [25] J. Wang, "Adaptive fuzzy control of direct-current motor dead-zone systems," *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control*, vol. 10, no. 4, pp. 1391–1399, 2014.
 - [26] L. Liu, Y.-J. Liu, and C. P. Chen, "Adaptive neural network control for a dc motor system with dead-zone," *Nonlinear Dynamics*, vol. 72, no. 1-2, pp. 141–147, 2013.
 - [27] J. O. Jang, "A deadzone compensator of a dc motor system using fuzzy logic control," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol. 31, no. 1, pp. 42–48, 2001.
 - [28] J. D. Fortgang, L. E. George, and W. J. Book, "Practical implementation of a dead zone inverse on a hydraulic wrist," in *ASME 2002 international mechanical engineering congress and exposition*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2002, pp. 149–155.

- [29] G. Galuppini, L. Magni, and D. Martino Raimondo, "Model predictive control of systems with deadzone and saturation," *Control Engineering Practice*, ELSEVIER, no. 78, pp. 56–64, 2018.
- [30] D. H. Alcántara, L. A. Brooks, J. L. Castro, and E. L. Castro, "Control conmutado para un sistema de levitación magnética con atascamiento-deslizamiento," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 11, no. 3, pp. 285–294, 2014.
- [31] A. Pérez, J. Liceaga, and I. Siller, "Non-linear modeling and identification of a permanent magnet dc motor," *Proceedings of the 24th CSCC congress*, 2020.
- [32] F. MONASTERIO and A. Gutiérrez, "Modelo lineal de un motor de corriente continua," 2012.
- [33] U. Guide, "Quanser engineering trainer dc motor control, quanser consulting."

Creative Commons Attribution License 4.0 (Attribution 4.0 International, CC BY 4.0)

This article is published under the terms of the Creative Commons Attribution License 4.0

https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en_US

Contribution of individual authors to the creation of a scientific article

Arturo C. Pérez-Gómez performed the simulations, ran the experiments, and contributed to the design of the controllers.

Jesús U. Liceaga-Castro and Irma I. Siller-Alcalá were the leaders and responsible of the project and contribute with the analysis and design of the control strategies.

Sources of funding for research presented in a scientific article or scientific article itself

The project was funded by the UAM-Azc and by CONACYT scholarship grant to Arturo C. Pérez-Gómez.

Referencias

- [1] Enrique Fernández Cara and Enrique Zuazua Iriondo. Control theory: History, mathematical achievements and perspectives. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, 26, 79-140., 2003.
- [2] Jean F Dulhoste. Teoria de control. *Mérida: Universidad de los Andes*, 2016.
- [3] Richard C Dorf, Robert H Bishop, Sebastián Dormido Canto, Raquel Dormido Canto, and Sebastián Dormido. *Sistemas de control moderno*. Pearson Educación, 2005.
- [4] Dale E Seborg, Duncan A Mellichamp, Thomas F Edgar, and Francis J Doyle III. *Process dynamics and control*. John Wiley & Sons, 2010.
- [5] Nayana P Mahajan and SB Deshpande. Study of nonlinear behavior of dc motor using modeling and simulation. *International Journal of Scientific and Research Publications*, 3(3):576–580, 2013.
- [6] S Syukriyadin, S Syahrizal, G Mansur, and HP Ramadhan. Permanent magnet dc motor control by using arduino and motor drive module bts7960. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 352, page 012023. IOP Publishing, 2018.
- [7] J Edward Carryer, R Matthew Ohline, and Thomas William Kenny. *Introduction to mechatronic design*. 2011.
- [8] Matthew F Borowski. Analysis and control of a dc electric drive exhibiting dead zone characteristics. *Internal Report, University of New Hampshire, Department of Electrical and computer Engineering*, 2013.
- [9] DA Recker, PV Kokotovic, D Rhode, and J Winkelman. Adaptive nonlinear control of systems containing a deadzone. In *[1991] Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2111–2115. IEEE, 1991.
- [10] Jinzhu Peng and Rickey Dubay. Identification and adaptive neural network control of a dc motor system with dead-zone characteristics. *ISA transactions*, 50(4):588–598, 2011.
- [11] Nizar J Ahmad, Hameed K Ebraheem, Mahmud J Alnaser, and Jasem M Alostath. Adaptive control of a dc motor with uncertain deadzone nonlinearity at the input. *Proceedings of the 2011 Chinese Control and Decision Conference*, pages 4295–4299, 2011.
- [12] Wallace M. Bessa, Aline S. de Paula, and Marcelo A. Savi. Sliding mode control with adaptative fuzzy dead-zone compensation for uncertain chaotic systems. *Springer*, pages 1989–2001, 2012.

- [13] Jeffrey James Lentz. Parameter estimation of systems with deadzone and deadband and emulation using xpc target. 2008.
- [14] Giacomo Galuppini, Lalo Magni, and Davide Martino Raimondo. Model predictive control of systems with deadzone and saturation. *Control Engineering Practice, ELSEVIER*, (78):56–64, 2018.
- [15] Xiaohang Su, Zhi Liu, Guanyu Lai, C L Philip Chen, and Ci Chen. Direct adaptive compensation for actuator failures and dead-zone constraints in tracking control of uncertain nonlinear systems. *Information Sciences, ELSEVIER*, pages 1–12, 2017.
- [16] YiMing Wang, Chen Deng, and GaoXu Den. Adaptive controller design for the control systems with dead-zone. *International Journal of Computer Applications*, 139(6):29–33, 2016.
- [17] J Zhou and XZ Shen. Robust adaptive control of nonlinear uncertain plants with unknown dead-zone. *IET Control Theory & Applications*, 1(1):25–32, 2007.
- [18] Nizar J Ahmad, Mahmud J Alnaser, Ebraheem Sultan, and Khuloud A Alhendi. Robust adaptive control for a class of systems with deadzone nonlinearity. *Intelligent Control and Automation*, 6(01):10, 2015.
- [19] Jing Zhou, Changyun Wen, and Ying Zhang. Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(3):504–511, 2006.
- [20] Nizar J Ahmad, Ebraheem K Sultan, Mohammed Q Qasem, Hameed K Ebraheem, and Jasem M Alostad. Adaptive control for a class of systems with output deadzone nonlinearity. *Intelligent Control and Automation*, 6(04):215, 2015.
- [21] Diana Hernández Alcántara, Luis Amézquita Brooks, Jesús Liceaga Castro, and Eduardo Liceaga Castro. Control conmutado para un sistema de levitación magnética con atascamiento-deslizamiento. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 11(3):285–294, 2014.
- [22] Maria Letizia Corradini, Giuseppe Orlando, and Gianfranco Parlangeli. A vsc approach for the robust stabilization of nonlinear plants with uncertain nonsmooth actuator nonlinearities-a unified framework. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 49(5):807–813, 2004.
- [23] Jun Oh Jang. A deadzone compensator of a dc motor system using fuzzy logic control. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 31(1):42–48, 2001.
- [24] Hua Deng, Jiehua Luo, Xiaogang Duan, and Guoliang Zhong. Adaptive inverse control for gripper rotating system in heavy-duty manipulators with unknown dead zones. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(10):7952–7961, 2017.
- [25] José de Jesús Rubio, Zizilia Zamudio, Jaime Pacheco, and Dante Mújica Vargas. Proportional derivative control with inverse dead-zone for pendulum systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013.

- [26] Xia Liu, Wei Jiang, and Xiu-Cheng Dong. Nonlinear adaptive control for dynamic and dead-zone uncertainties in robotic systems. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15(2):875–882, 2017.
- [27] Bhag S Guru, Hüseyin R Hiziroglu, Javier Enríquez Brito, et al. *Máquinas eléctricas y transformadores*. Oxford University Press, 2003.
- [28] Juha Pyrhonen, Tapani Jokinen, and Valeria Hrabovcova. *Design of rotating electrical machines*. John Wiley & Sons, 2013.
- [29] Jacek F Gieras. *Advancements in electric machines*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [30] Reymundo Ramírez-Betancour, Fredy Alberto Valenzuela-Murillo, Fermín Martínez-Solís, Carlos Eduardo Castañeda-Hernández, Onofre Amador Morfin-Garduño, and José Armando Olmos-López. Control de velocidad de un motor de cd basado en mediciones de la corriente de armadura. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 19(4), 2018.
- [31] Derek P Atherton. *An introduction to nonlinearity in control systems*. Bookboon, 2011.
- [32] YF Liu, J Li, ZM Zhang, XH Hu, and WJ Zhang. Experimental comparison of five friction models on the same test-bed of the micro stick-slip motion system. *Mechanical Sciences*, 6(1):15, 2015.
- [33] Brian Armstrong-Hélouvry, Pierre Dupont, and Carlos Canudas De Wit. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica*, 30(7):1083–1138, 1994.
- [34] Sang-Hoon Kim. *Electric motor control: DC, AC, and BLDC motors*. Elsevier, 2017.
- [35] Austin Hughes and Bill Drury. *Electric motors and drives: fundamentals, types and applications*. Newnes, 2019.
- [36] Slobodan N Vukosavic. *Electrical machines*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [37] Luca Zaccarian. Dc motors: dynamic model and control techniques. *Lecture notes., roma, italy*, 2012.
- [38] Paul C Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D Sudhoff, and Steven Pekarek. *Analysis of electric machinery and drive systems*, volume 2. Wiley Online Library, 2002.
- [39] Irving L Kosow. *Máquinas eléctricas y transformadores*. Pearson Educación, 1993.
- [40] Takashi Kenjō and Shigenobu Nagamori. *Permanent-magnet and brushless DC motors*, volume 18. Oxford University Press, USA, 1985.
- [41] Dwarkadas Pralhaddas Kothari and IJ Nagrath. *Electric machines*. Tata McGraw-Hill Education, 2004.
- [42] Stephen D Umans. Electric machinery. *McGraw-Hill Series in Electrical Engineering*, 2014.
- [43] J_ H_ M Hofmeester and JP Koutstaal. Moving-coil motors. *PHILIPS TECHNICAL REVIEW*, 33(8-9):244–248, 1973.

- [44] Otto Stemme and Peter Wolf. Principles and properties of highly dynamic dc miniature motors. *Maxon Motor: Sachseln, Switzerland*, 1994.
- [45] V Sankardoss and P Geethanjali. Parameter estimation and speed control of a pm dc motor used in wheelchair. *Energy Procedia*, 117:345–352, 2017.
- [46] Hongqing Chu, Weinan Tao, Bingzhao Gao, Qifang Liu, and Hong Chen. Speed control of the permanent-magnet dc motor subjected to uncertainty and disturbance. In *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 4664–4669. IEEE, 2016.
- [47] Norman S Nise. *Control systems engineering*. John Wiley & Sons, 2020.
- [48] Félix MONASTERIO and A Gutiérrez. Modelo lineal de un motor de corriente continua, 2012.
- [49] Gang Tao and PV Kokotović. Discrete-time adaptive control of systems with unknown deadzones. *International Journal of Control*, 61(1):1–17, 1995.
- [50] Tolgay Kara and Ilyas Eker. Nonlinear modeling and identification of a dc motor for bidirectional operation with real time experiments. *Energy Conversion and Management*, 45(7-8):1087–1106, 2004.
- [51] Tim Wescott. Controlling motors in the presence of friction and backlash. In *Wescott Design Services, Seminars*, volume 42, pages 2–3, 2013.
- [52] Joel D Fortgang, Lynnane E George, and Wayne J Book. Practical implementation of a dead zone inverse on a hydraulic wrist. In *ASME 2002 international mechanical engineering congress and exposition*, pages 149–155. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2002.
- [53] Henrik Olsson, Karl Johan Åström, Carlos Canudas De Wit, Magnus Gäfvert, and Pablo Lischinsky. Friction models and friction compensation. *Eur. J. Control*, 4(3):176–195, 1998.
- [54] V Van Geffen. A study of friction models and friction compensation, 2009.
- [55] Frank Philip Bowden and L Leben. The nature of sliding and the analysis of friction. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 169(938):371–391, 1939.
- [56] Claudiu Iurian, Fayçal Ikhoulane, José Rodellar Benedé, and Robert Griñó Cubero. Identification of a system with dry friction. 2005.
- [57] Brian Armstrong-Helouvry. Stick slip and control in low-speed motion. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(10):1483–1496, 1993.
- [58] Ivan Virgala, Peter Frankovský, and Mária Kenderová. Friction effect analysis of a dc motor. *American Journal of Mechanical Engineering*, 1(1):1–5, 2013.
- [59] Ettore Pennestri, Valerio Rossi, Pietro Salvini, and Pier Paolo Valentini. Review and comparison of dry friction force models. *Nonlinear dynamics*, 83(4):1785–1801, 2016.
- [60] JAC Martins, JT Oden, and FMF Simoes. A study of static and kinetic friction. *International Journal of Engineering Science*, 28(1):29–92, 1990.

- [61] Bilash Kanti Bala, Fatimah Mohamed Arshad, Kusairi Mohd Noh, et al. System dynamics. *Springer Texts in Business and Economics*, 2017.
- [62] S Skoczowski and A Osadowski. A simple identification method for the order of the strejc model and its application to autotuning. In *Intelligent Components and Instruments for Control Applications 1994*, pages 319–325. Elsevier, 1994.
- [63] Karl Johan Åström. Dc motor control trainer (dcmct). *USB QICii Laboratory Workbook*, 2005.
- [64] García Jaimes Luis Eduardo and Garcia Jaimes. Control digital, teoría y práctica. *PDF*,, 2009.
- [65] M Sami Fadali and Antonio Visioli. *Digital control engineering: analysis and design*. Academic Press, 2013.
- [66] William Forsythe and Roger M Goodall. *Digital control: Fundamentals, theory and practice*. Macmillan International Higher Education, 1991.
- [67] Chi-Tsong T Chen. *Control System Design: Conventional, Algebraic and Optimal Methods*. Pond Woods Press, 1987.